

Φυσική
Ομάδας Προσανατολισμού
Θετικών Σπουδών

Β΄ τάξη
Γενικού Λυκείου
1ος τόμος

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

ΟΜΑΔΑ ΣΥΓΓΡΑΦΗΣ

Ιωάννης Α. Βλάχος, Διδάκτορας, Σχολικός Σύμβουλος
του κλάδου ΠΕ4.

Ιωάννης Γ. Γραμματικάκης, Επικουρος Καθηγητής
Φυσικής στο Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Βασίλης Α. Καραπαναγιώτης, Φυσικός, Καθηγητής
Πειραματικού Σχολείου Πανεπιστημίου Αθηνών.

Περικλής Εμ. Περιστερόπουλος, Φυσικός, Υποψήφιος
Διδάκτορας, Καθηγητής στο 3ο Λύκειο Βύρωνα.

Γιώργος Β. Τιμόθεου, Φυσικός, Λυκειάρχης στο 2ο
Λύκειο Αγ. Παρασκευής.

Αλέκος Ιωάννου
Γιάννης Ντάνος
Άγγελος Πήττας
Σταύρος Ράπτης

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΗΣ ΣΥΓΓΡΑΦΙΚΗΣ ΟΜΑΔΑΣ

Παναγιώτης Β. Κόκκοτας, Καθηγητής της Διδακτικής
των Φυσικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Αθηνών.

Οι συγγραφείς ευχαριστούν τον Ιωάννη Βαγιωνάκη,
Φυσικό, για τη συμβολή του στη συγγραφή ασκήσεων
και ερωτήσεων, για τις παρατηρήσεις και υποδείξεις
του, καθώς και για τη βοήθειά του στην επιμέλεια
έκδοσης.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΚΡΙΣΗΣ

Φλυτζάνης Νικόλαος (Πρόεδρος), Καθηγητής Τμήματος
Φυσικής του Πανεπιστημίου Κρήτης.

Καλοψικάκης Εμμανουήλ, Φυσικός, τ. Σχολικός
Σύμβουλος.

**Ξενάκης Χρήστος, Δρ. Φυσικός, Σχολικός Σύμβουλος
Φθιώτιδος.**

**Πάλλας Δήμος, Φυσικός, Υποδιευθυντής 1ου Λυκείου
Λαμίας.**

**Στεφανίδης Κωνσταντίνος, Δρ. Φυσικός, Σχολικός
Σύμβουλος Πειραιά.**

ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΜΕΙΩΜΕΝΗ ΟΡΑΣΗ

Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (Ι.Ε.Π.)

**Μετατροπή: Μαρία Πατσή,
Αλογάριαστου Ευανθία**

Επιμέλεια: Γελαστοπούλου Μαρία

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ

Η επανέκδοση του παρόντος βιβλίου πραγματοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών & Εκδόσεων «Διόφαντος» μέσω ψηφιακής μακέτας, η οποία δημιουργήθηκε με χρηματοδότηση από το ΕΣΠΑ / ΕΠ «Εκπαίδευση & Διά Βίου Μάθηση» / Πράξη «ΣΤΗΡΙΖΩ».

Οι αλλαγές που ενσωματώθηκαν στην παρούσα επανέκδοση έγιναν με βάση τις διορθώσεις του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ**

**ΙΩΑΝΝΗΣ Α. ΒΛΑΧΟΣ
ΙΩΑΝΝΗΣ Γ. ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑΚΗΣ
ΒΑΣΙΛΗΣ Α. ΚΑΡΑΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ
ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ Β. ΚΟΚΚΟΤΑΣ
ΠΕΡΙΚΛΗΣ ΕΜ. ΠΕΡΙΣΤΕΡΟΠΟΥΛΟΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ Β. ΤΙΜΟΘΕΟΥ**

**ΑΛΕΚΟΣ ΙΩΑΝΝΟΥ
ΓΙΑΝΝΗΣ ΝΤΑΝΟΣ
ΑΓΓΕΛΟΣ ΠΗΤΤΑΣ
ΣΤΑΥΡΟΣ ΡΑΠΤΗΣ**

**ΦΥΣΙΚΗ
Ομάδας Προσανατολισμού
Θετικών Σπουδών**

**Β' τάξη Γενικού Λυκείου
1ος τόμος**

**ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»**

(1)

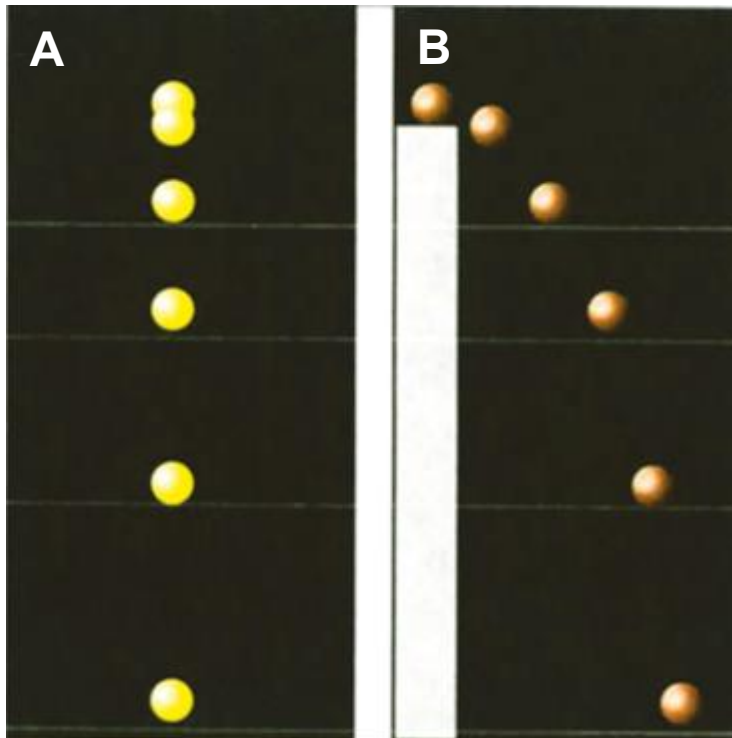
ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ: ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ, ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ



- 1.1. Οριζόντια βολή
- 1.2. Ομαλή κυκλική κίνηση
- 1.3. Κεντρομόλος δύναμη
- 1.4. Μερικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης

(1.1.) Οριζόντια βολή

Χρησιμοποιώντας την κατάλληλη διάταξη μελέτης των κινήσεων, μπορούμε να μελετήσουμε την οριζόντια βολή.



Εικόνα 1-1.
Χρονοφωτογραφίες
α) ελεύθερη πτώση
β) οριζόντια βολή.

Από ένα ύψος αφήνουμε να πέσει ελεύθερα το αντικείμενο Α ξεκινώντας από την ηρεμία. Από το ίδιο ύψος ένα άλλο αντικείμενο Β αρχίζει να κινείται συγχρόνως με το αντικείμενο Α, αλλά τη στιγμή της εκκίνησής του δίνεται μία ώθηση προς τα δεξιά που προσδίδει στο σώμα οριζόντια ταχύτητα.

Τα αντικείμενα φωτογραφίζονται κατά τη διάρκεια της πτώσης με τον τρόπο που έχει περιγραφεί στη Φυσική της Α΄. Οι φωτογραφίες της κίνησης φαίνονται στην **εικόνα 1.1**. Τι παρατηρείτε για την κίνηση του αντικειμένου Β σε σχέση με την κίνηση του Α;

Από την εικόνα φαίνεται ότι τις ίδιες χρονικές στιγμές βρίσκονται στο ίδιο ύψος, δηλαδή έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση.

Το αντικείμενο Β ενώ πέφτει ταυτόχρονα μετατοπίζεται και οριζόντια. Τί μπορούμε να συμπεράνουμε για την κίνηση του αντικειμένου Β; Από τη φωτογραφία φαίνεται ότι το αντικείμενο Β διανύει ίσα οριζόντια διαστήματα σε ίσους χρόνους. Η κίνηση που κάνει το αντικείμενο Β λέγεται οριζόντια βολή.

Δραστηριότητα 1

Σύγχρονες κινήσεις - Ανεξαρτησία κινήσεων.

1. Στερεώστε τη συσκευή σύγχρονων κινήσεων επάνω σε οριζόντια ράβδο, η οποία στηρίζεται επάνω σε ορθοστάτη.
2. Υψώστε τη μεταλλική σφαίρα Σ, ώστε το στέλεχος ΣΑ (το οποίο μπορεί να στρέφεται γύρω από το άλλο άκρο του Α) να γίνει περίπου οριζόντιο. Αφήστε ελεύθερη τη σφαίρα Σ.

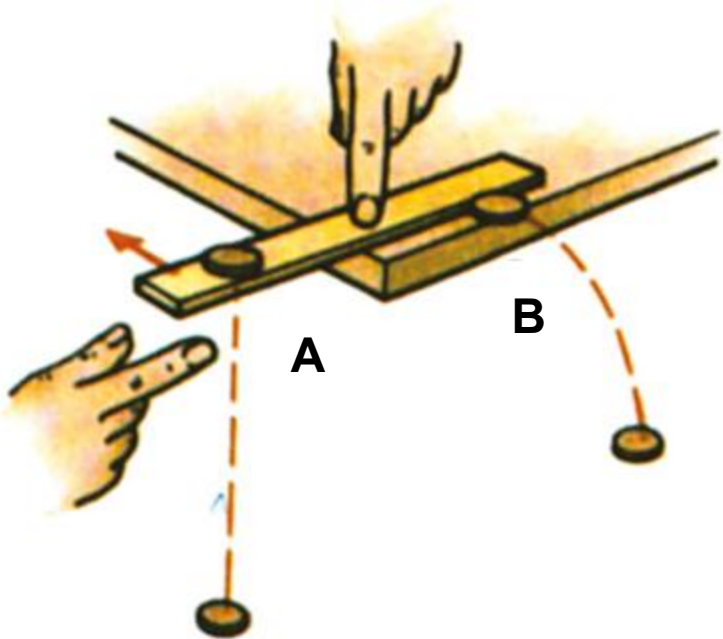


3. Μετά τη σύγκρουση τι κίνηση θα κάνει καθεμία από τις δύο μεταλλικές σφαίρες που συγκρατούνται από τα ελάσματα; Ακούγεται ένας χτύπος; Δηλαδή φθάνουν ταυτόχρονα στο δάπεδο;

4. Η κίνηση της σφαίρας που εκτινάσσεται οριζόντια είναι απλή ή συνδυασμός άλλων κινήσεων; Αν ισχύει το δεύτερο, προσδιορίστε τις επιμέρους απλές κινήσεις από τις οποίες συντίθεται.

Δραστηριότητα 2

Κατακόρυφη και οριζόντια κίνηση.



1. Τοποθέτησε ένα πλαστικό χάρακα και δύο πανομοιότυπα νομίσματα όπως φαίνεται στην εικόνα.
2. Πίεσε το χάρακα στο μέσο του με το δείκτη του ενός χεριού και χτύπησε απότομα την άκρη του χάρακα με το δείκτη του άλλου. Με τον τρόπο αυτό, το νόμισμα A ελευθερώνεται και πέφτει κατακόρυφα, ενώ το B εκτινάσσεται οριζόντια με κάποια αρχική ταχύτητα.
3. Άκουσε τα νομίσματα καθώς χτυπούν στο δάπεδο.
i) Αν δεν υπήρχε η δύναμη της βαρύτητας τι κίνηση θα έκανε το νόμισμα B μετά το χτύπημα από τον χάρακα; Αν δεν υπήρχε η αρχική οριζόντια ταχύτητα από το χτύπημα του χάρακα, τι κίνηση θα έκανε το νόμισμα B, όταν θα αφηνόταν ελεύθερο από το ίδιο ύψος; Δικαιολόγησε τις απαντήσεις σου.

- ii) Η κίνηση του νομίσματος Β είναι απλή ή συνδυασμός άλλων απλών κινήσεων; Αν συμβαίνει το δεύτερο, τότε ποιες είναι αυτές;
- iii) Τα δύο νομίσματα αρχίζουν τις κινήσεις τους συγχρόνως. Μήπως επίσης φθάνουν συγχρόνως στο δάπεδο; Αν ναι, τότε τι συμπεραίνεις για τις (κατακόρυφες) επιταχύνσεις τους;
4. Η οριζόντια κίνηση του νομίσματος Β επηρεάζει την άλλη επιμέρους κίνησή του (την πτώση του κατά την κατακόρυφη διεύθυνση); Είναι ανεξάρτητη η μία κίνηση από την άλλη; Μπορούμε επομένως, όταν ασχολούμαστε με μία σύνθετη κίνηση σώματος, να μελετούμε ξεχωριστά τις επιμέρους απλές κινήσεις που τη συνθέτουν;

Συνοψίζοντας, μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι η **οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση** που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μία κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μία οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Οι δύο κινήσεις εξελίσσονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο που ορίζεται από την ταχύτητα του αντικειμένου Β. Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε την **αρχή ανεξαρτησίας (ή αρχή της επαλληλίας)** των κινήσεων, που διατυπώνεται ως εξής:

“Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ’ αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t , είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t κάθε μία”.

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας και της μετατόπισης, μετά από χρόνο t , γράφουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων ή των μετατοπίσεων αντίστοι-

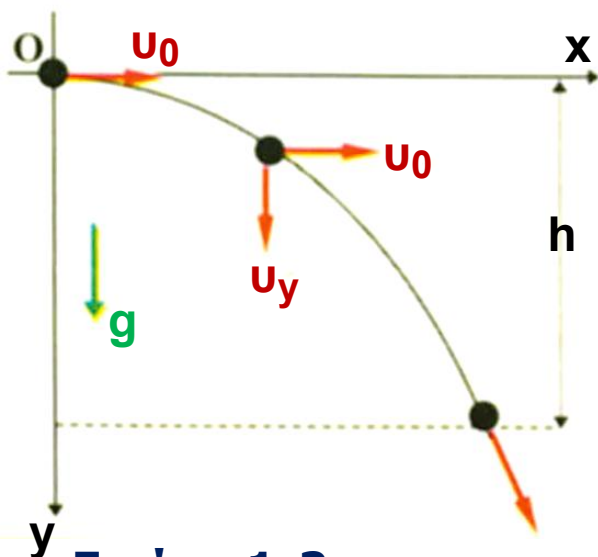
χα, που θα είχε το κινητό, αν εκτελούσε κάθε μία κίνηση ανεξάρτητα και επί χρόνο t .

Δηλαδή:

$$\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 \quad \text{και} \quad \vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 \quad (1.1)$$

Ας επανέλθουμε στο αρχικό παράδειγμα για να μελετήσουμε την κίνηση του αντικειμένου B. Έστω h ότι είναι το ύψος από το οποίο βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα u_0 το αντικείμενο B.

Εφαρμόζουμε την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων σε σύστημα αξόνων Ox και Oy , όπως φαίνεται στην εικόνα 1.2.



Εικόνα 1-2.

Άξονας Ox : Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα u_0 και οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση (x) είναι:

$$u_x = u_0$$

$$x = u_0 t$$

Άξονας Oy : Η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση που είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση $\vec{g}$.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση (y) είναι:

$$u_y = g t$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

Κάθε στιγμή η ταχύτητα του σώματος είναι: $\vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_y$.

Ο χρόνος κίνησης του σώματος βρίσκεται από την τελευταία σχέση, αν αντικαταστήσουμε όπου $y = h$.
Δηλαδή:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Στο χρόνο αυτό το σώμα διάνυσε οριζόντια απόσταση ίση με:

$$x = u_0 t \quad (1.2)$$

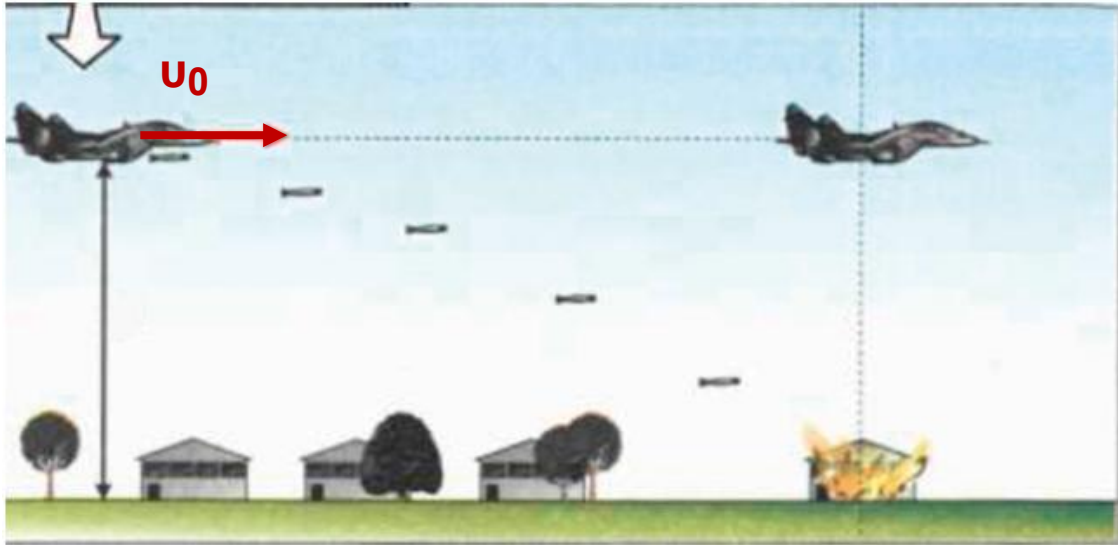
Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι δύο κινήσεις εκτελούνται από το σώμα B, ανεξάρτητα η μία από την άλλη, είτε ταυτόχρονα είτε διαδοχικά. Κάθε μία κίνηση διαρκεί χρόνο:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1.3)$$

Παράδειγμα

Ας θεωρήσουμε ένα βομβαρδιστικό αεροπλάνο που κινείται σε ύψος h από το έδαφος με ταχύτητα u_0 . Η βόμβα βρίσκεται στο αεροπλάνο άρα τη στιγμή που αφήνεται να πέσει έχει την ίδια ταχύτητα με το αεροπλάνο. Ποιους παράγοντες πρέπει να λάβει υπόψη ο πιλότος ώστε η βόμβα να χτυπήσει το στόχο;
Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα.

Το αεροπλάνο ελευθερώνει τη βόμβα.



Είναι προφανές ότι, οι παράγοντες που θα παίξουν καθοριστικό ρόλο, είναι το ύψος στο οποίο το αεροπλάνο πετά, η ταχύτητά του και η οριζόντια απόστασή του από το στόχο τη στιγμή που απελευθερώνει τη βόμβα.

Η κίνηση της βόμβας στον κατακόρυφο άξονα είναι ελεύθερη πτώση $u = u_0$ και άρα ισχύει:

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

Στην εξίσωση αυτή ο μόνος άγνωστος είναι ο χρόνος κατά τον οποίο κινείται η βόμβα. Επομένως μπορεί να προσδιοριστεί. Επιπλέον η βόμβα κινείται οριζόντια με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή επί χρόνο t , όσο δηλαδή διαρκεί η ελεύθερη πτώση της.

Το οριζόντιο διάστημα που θα διανύσει η βόμβα, προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$s = u_0 t$$

όπου u_0 είναι η οριζόντια ταχύτητα της βόμβας, που είναι ίση με την ταχύτητα του αεροπλάνου τη στιγμή που αυτή απελευθερώνεται.

Συνεπώς, για να συναντήσει η βόμβα το στόχο, το αεροπλάνο πρέπει να την απελευθερώσει, όταν απέχει απ' αυτόν οριζόντια απόσταση $s = u_0 t$

Τη χρονική στιγμή που η βόμβα βρίσκει το στόχο το αεροπλάνο βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη (αεροπλάνο και βόμβα έχουν ίδια οριζόντια ταχύτητα άρα μετατοπίζονται το ίδιο στην οριζόντια διεύθυνση στον ίδιο χρόνο).

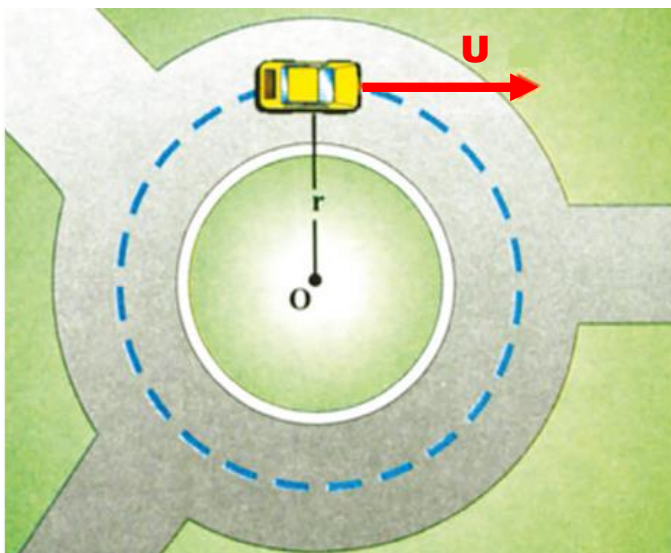
(1.2.) Ομαλή κυκλική κίνηση

Ένα κινητό κάνει κυκλική κίνηση όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου (Εικ. 1.3). Η πιο απλή από τις κυκλικές κινήσεις είναι η ομαλή κυκλική (Εικ. 1.4).



Εικόνα 1-3.

Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της με σταθερή περίοδο. Αν τοποθετήσουμε στο Βόρειο Πόλο μία φωτογραφική μηχανή, αυτή στη διάρκεια της νύχτας θα φωτογραφίσει τις τροχιές των άστρων. Όπως φαίνεται στη φωτογραφία, τα άστρα φαίνεται να κάνουν κυκλική κίνηση.



Εικόνα 1-4.

Το αυτοκίνητο κινείται στην κυκλική πλατεία με σταθερή ταχύτητα.

Ομαλή χαρακτηρίζεται η κυκλική κίνηση ενός κινητού, όταν η τιμή της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή.

Ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να κάνει μία περιφορά, λέγεται **περίοδος** της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με **T**.

Ο αριθμός των περιφορών που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου λέγεται **συχνότητα** της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με **f**.

Από τον ορισμό της συχνότητας προκύπτει ότι η περίοδος και η συχνότητα συνδέονται με τη σχέση:

$$f = \frac{1}{T} \quad (1.4)$$

Μονάδα της συχνότητας είναι ο κύκλος ανά δευτερόλεπτο (c/s) που λέγεται **1Hz** (Χερτζ) προς τιμή του φυσικού Hertz που θεωρείται ένας από τους πρωτοπόρους στη μελέτη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

Πολλαπλάσια της μονάδας αυτής είναι:

$$1\text{kHz} = 10^3\text{Hz}, 1\text{MHz} = 10^6\text{Hz}, 1\text{GHz} = 10^9\text{Hz}.$$

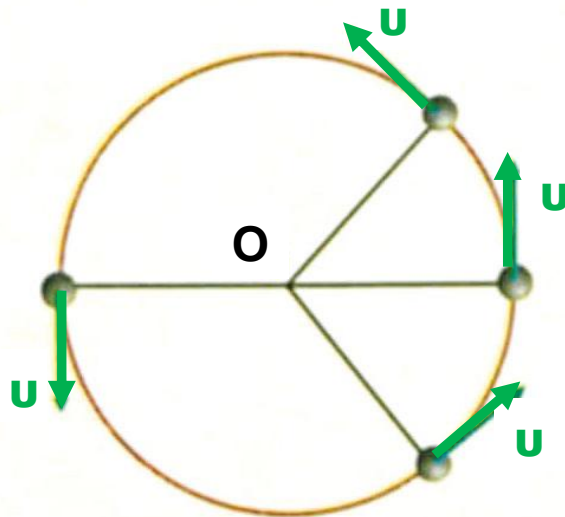
Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι γνωστή σε όλους μας. Τέτοια κίνηση κάνει το άκρο του λεπτοδείκτη του ρολογιού, ένα σημείο του περιστρεφόμενου δίσκου στο πικάπ κ.τ.λ.

Η ομαλή κυκλική κίνηση εντάσσεται σε μία μεγάλη κατηγορία κινήσεων που λέγονται **περιοδικές**.

Μία τέτοια κίνηση έχει το χαρακτηριστικό ότι επαναλαμβάνεται η ίδια στον ίδιο πάντα χρόνο που λέγεται **περίοδος (T)**.

Γραμμική ταχύτητα

Σύμφωνα με τον ορισμό της ομαλής κυκλικής κίνησης η τιμή της ταχύτητας του κινητού παραμένει σταθερή, ενώ η κατεύθυνσή της μεταβάλλεται συνεχώς, επειδή κάθε στιγμή είναι εφαπτόμενη στην τροχιά (**Εικ. 1.5**).



Εικόνα 1-5.

Άρα τα διανυόμενα τόξα είναι ανάλογα των χρόνων στους οποίους διανύονται. Μπορούμε συνεπώς να γράψουμε:

$$s = ut$$

Επομένως το μέτρο της ταχύτητάς του, που ονομάζεται γραμμική ταχύτητα θα είναι:

$$u = \frac{s}{t}$$

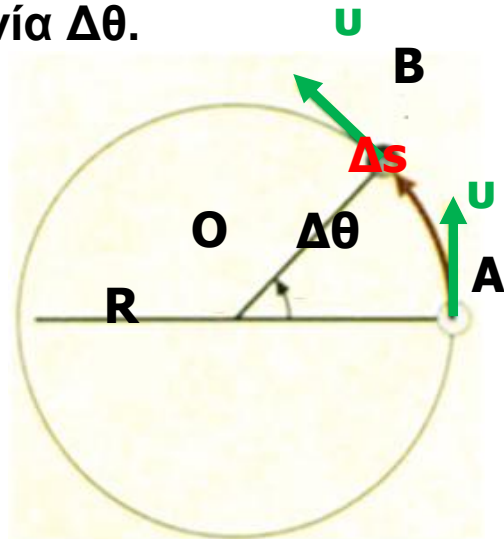
Αν στον τελευταίο τύπο θέσουμε $t = T$, τότε το τόξο που θα διανύσει το κινητό θα έχει μήκος $s = 2\pi R$ (το μήκος της περιφέρειας της κυκλικής τροχιάς), οπότε:

$$u = \frac{2\pi R}{T} \quad (1.5)$$

Ας υποθέσουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ το κινητό βρίσκεται στη θέση A και μετά από χρόνο t , κινούμενο κατά τη φορά που φαίνεται στην **εικόνα 1.6**, με γραμμική ταχύτητα u , βρίσκεται στη θέση B, έχοντας διανύσει το τόξο Δs . Η θέση του κινητού πάνω στην τροχιά του μπορεί να προσδιορισθεί, κάθε στιγμή, με δύο τρόπους (**Εικ. 1.6**):

- 1) Με τη μέτρηση του μήκους του τόξου AB ($\Delta s = u \Delta t$).

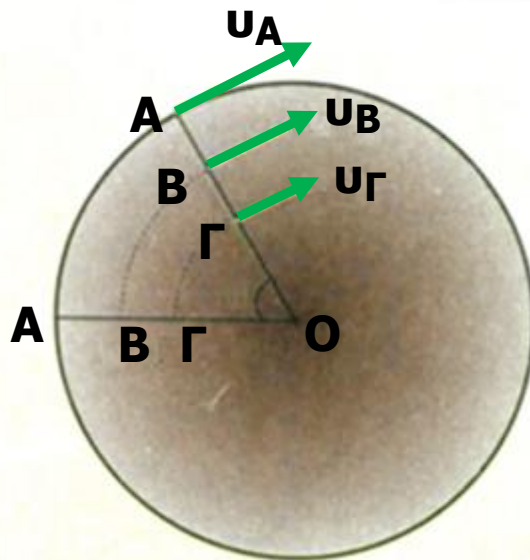
2) Με τη μέτρηση της γωνίας $\widehat{AOB}$ ($\widehat{AOB} = \Delta\theta$) την οποία διαγράφει μία ακτίνα, που θεωρούμε ότι συνδέει κάθε στιγμή το κινητό με το κέντρο της τροχιάς του (επιβατική ακτίνα). Έτσι όταν το κινητό θα έχει “διανύσει” τόξο μήκους Δs η επιβατική ακτίνα θα έχει “διαγράψει” επίκεντρη γωνία $\Delta\theta$.



Εικόνα 1-6.

Γωνιακή ταχύτητα

Ας θεωρήσουμε το σχήμα της εικόνας (Εικ. 1.7) όπου φαίνεται ένας δίσκος που περιστρέφεται και τα σημεία του κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση. Έστω τρία σημεία A, B και Γ του δίσκου που βρίσκονται πάνω στην ίδια ακτίνα. Σε ένα μικρό χρονικό διάστημα, τα τρία σημεία βρίσκονται στις θέσεις A', B' και Γ' αντίστοιχα και έχουν διαγράψει την ίδια γωνία θ . Ωστόσο τα μήκη των αντίστοιχων τόξων AA', BB', ΓΓ' είναι διαφορετικά μεταξύ τους, γεγονός που σημαίνει ότι οι γραμμικές ταχύτητες των σημείων A, B, Γ, διαφέρουν (Εικ. 1.7).



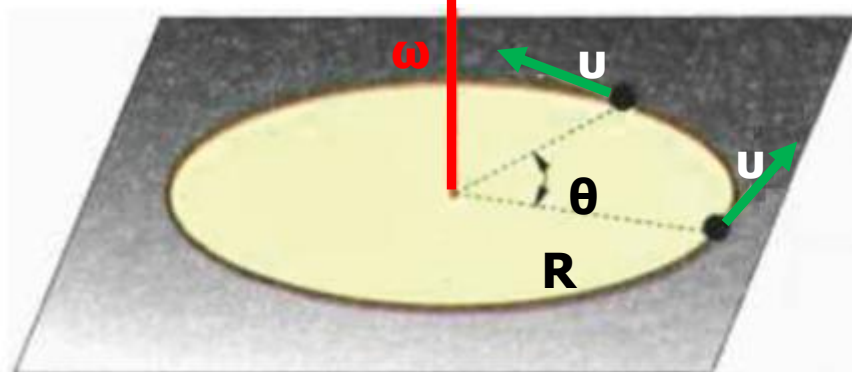
Εικόνα 1-7.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση λοιπόν, εκτός από την ταχύτητα (γραμμική) που δίνει το ρυθμό με τον οποίο διανύει το κινητό διαστήματα, χρειαζόμαστε και ένα άλλο μέγεθος που να δείχνει με τι ρυθμό η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες. Γι' αυτό ορίζουμε ένα νέο φυσικό μέγεθος που λέγεται **γωνιακή ταχύτητα** και συμβολίζεται με ω .

Γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός κινητού, ονομάζουμε ένα διανυσματικό μέγεθος του οποίου:

- Η τιμή είναι ίση με το σταθερό πηλίκο της γωνίας θ που διαγράφηκε από την επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα t διά του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος. Δηλαδή (Εικ. 1.8):

$$\omega = \frac{\theta}{t} \quad (1.6)$$





Εικόνα 1-8.

- Η διεύθυνση είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς.
- Η φορά καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού όπως στην εικόνα. Το διάνυσμα $\vec{\omega}$ έχει τη φορά, του αντίχειρα του δεξιού χεριού όταν η φορά περιστροφής του κινητού συμπίπτει με τη φορά των υπόλοιπων δακτύλων.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση σε χρόνο μίας περιόδου T η επιβατική ακτίνα θα έχει διαγράψει γωνία 2π rad. Άρα η σχέση (1.6) γράφεται:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (1.7)$$

Επειδή $\frac{1}{T} = f$ η σχέση (1.7) γράφεται: $\omega = 2\pi f$.

Μονάδα γωνιακής ταχύτητας

Ως μονάδα γωνιακής ταχύτητας, σύμφωνα με τη σχέση (1.6), χρησιμοποιούμε το ακτίνιο ανά δευτερόλεπτο (1rad/s).

Σχέση μεταξύ της γραμμικής και της γωνιακής ταχύτητας

Για να βρούμε τη σχέση που συνδέει τη γραμμική με τη γωνιακή ταχύτητα αντικαθιστούμε στη σχέση (1.5) το πηλίκο $2\pi/T$ με το ω , οπότε προκύπτει

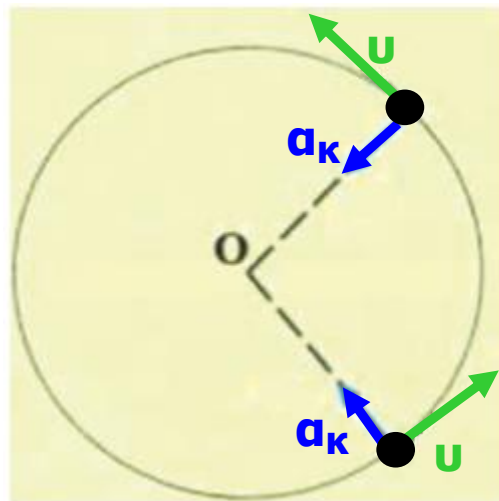
$$v = \omega R \quad (1.8)$$

Η σχέση αυτή συνδέει τη γραμμική ταχύτητα με τη γωνιακή και με την ακτίνα της τροχιάς. Φαίνεται απ' αυτήν πως όλα τα σημεία ενός περιστρεφόμενου δίσκου (Εικ. 1.7), ενώ έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα (ω),

έχουν γραμμικές ταχύτητες (u) η τιμή των οποίων είναι ανάλογη με την απόστασή τους από τον άξονα (κέντρο) περιστροφής.

Κεντρομόλος επιτάχυνση

Στην ομαλή κυκλική κίνηση η τιμή της ταχύτητας είναι σταθερή, όμως η διεύθυνση και η φορά αλλάζουν συνεχώς. Άρα το διάνυσμα της ταχύτητας αλλάζει με αποτέλεσμα να εμφανίζεται επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς (Εικ. 1.9) και λέγεται κεντρομόλος επιτάχυνση a_k .



Εικόνα 1-9.

Αποδεικνύεται ότι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

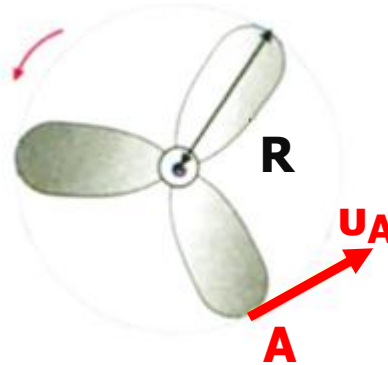
$$a_k = \frac{u^2}{R} \quad (1.9)$$

Δραστηριότητα1

Ξεκινώντας από τη σχέση (1.9) και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (1.4),(1.7) και (1.8), να εκφράσετε την κεντρομόλο επιτάχυνση και με άλλες σχέσεις.

Παράδειγμα

Το άκρο (A) του πτερυγίου ενός ανεμιστήρα στρέφεται με γραμμική ταχύτητα, 15m/s και η ακτίνα του έχει μήκος 60cm.



- Να υπολογιστούν: η περίοδος, η συχνότητα και η γωνιακή ταχύτητα.
- Να υπολογισθεί επίσης ποιο μήκος τόξου s θα έχει διανυθεί σε χρόνο ενός εκατοστού του δευτερολέπτου.

Απάντηση:

Από τη σχέση $u = \frac{2\pi R}{T}$ επιλύοντας ως προς την περίοδο T βρίσκουμε:

$$T = \frac{2\pi R}{u} \quad \text{ή} \quad T = 0,25s$$

Η σχέση μεταξύ συχνότητας και περιόδου είναι: $f = \frac{1}{T}$.

Αντικαθιστώντας την περίοδο T με την τιμή της, βρίσκουμε την τιμή της συχνότητας.

$$f = \frac{1}{0,25s} \quad \text{ή} \quad f = 4Hz$$

Η γωνιακή ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση:

$\omega = 2\pi f$ από την οποία με αντικατάσταση έχουμε:

$$\omega = 6,28 \cdot 4rad/s \quad \text{ή} \quad \omega = 25,12rad/s .$$

Το μήκος του τόξου που θα διανυθεί σε χρόνο $t=0,01s$

θα υπολογιστεί από τη σχέση: $s = u t$.

Με αντικατάσταση έχουμε: $s = 150,01m$ ή $s = 0,15 m$

(1.3.) Κεντρομόλος δύναμη

Οι κυκλικές και γενικά οι καμπυλόγραμμες κινήσεις είναι μία μεγάλη κατηγορία κινήσεων. Έχετε αναρωτηθεί ποιο είναι το αίτιό τους; Ποια είναι παραδείγματος χάρη η αιτία που κρατά σε τροχιά ένα τεχνητό δορυφόρο γύρω από την Γη; (Εικ. 1.10) Για ποιο λόγο η τροχαία βάζει όριο ταχύτητας στις στροφές; Αυτά είναι μερικά από τα ερωτήματα στα οποία θα προσπαθήσουμε να δώσουμε απάντηση στην παράγραφο αυτή.



Τεχνητός δορυφόρος σε τροχιά γύρω από τη Γη.

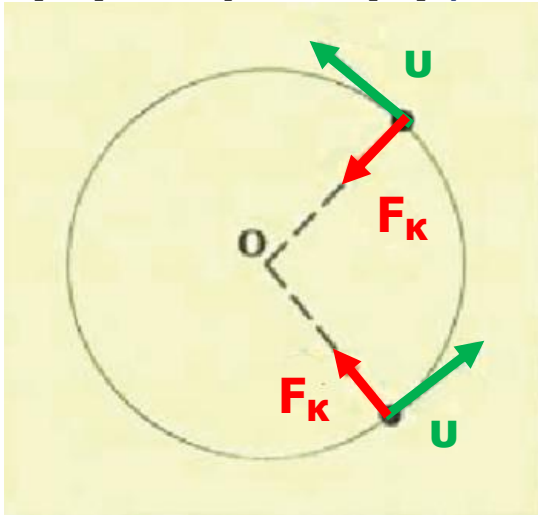
Εικόνα 1-10.

Οι δύο πρώτοι νόμοι του Νεύτωνα μας επιτρέπουν να περιγράψουμε την κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν γνωρίζουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν σ' αυτό, την αρχική θέση του καθώς και την αρχική του ταχύτητα. Έτσι αν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις, ή αν ασκούνται και έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα αυτό θα ηρεμεί ή θα κινείται με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή.

Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα δεν είναι μηδέν, τότε σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα αυτό έχει επιτάχυνση $\vec{a}$ ομόρροπη της δύναμης, που προσδιορίζεται από τη σχέση $\vec{F} = m\vec{a}$, όπου m είναι η μάζα του σώματος.

Ας θεωρήσουμε την περίπτωση που ένα σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση με ταχύτητα σταθερής τιμής. Επειδή η κατεύθυνση της ταχύτητας συνεχώς μεταβάλλεται,

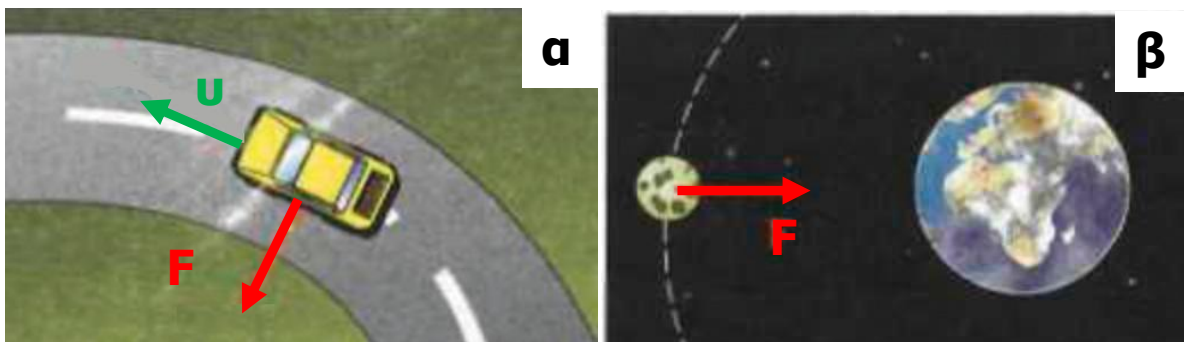
άρα υπάρχει επιτάχυνση (κεντρομόλος) και σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στο σώμα ασκείται δύναμη. Η δύναμη αυτή έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και γι' αυτό λέγεται **κεντρομόλος δύναμη (Εικ. 1.11)**.



Εικόνα 1-11.

Η κεντρομόλος δύναμη είναι γενικά η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα κατά τη διεύθυνση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς με φορά προς το κέντρο του κύκλου. Δεν πρόκειται για μία ακόμα δύναμη πάνω στο σώμα. Λέμε συνήθως ότι η συνισταμένη των δυνάμεων (κατά τη διεύθυνση της ακτίνας) παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης.

Την έννοια της κεντρομόλου δύναμης συναντάμε σε κάθε φαινόμενο που υπάρχει κυκλική κίνηση. Παραδείγματος χάρη, όταν ένα αυτοκίνητο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ένα επίπεδο δρόμο, η κεντρομόλος δύναμη είναι η δύναμη τριβής (Εικ. 1.12α). Η Σελήνη περιφέρεται γύρω από τη Γη λόγω της ελκτικής δύναμης που δέχεται από αυτή. Η δύναμη αυτή παίζει τότε το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης (Εικ. 1.12β).



Δυνάμεις που δρουν ως κεντρομόλες: α) η τριβή, β) η βαρυτική έλξη F .

Εικόνα 1-12.

Τα ηλεκτρόνια περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα του ατόμου λόγω της ηλεκτρικής δύναμης Coulomb, που παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

Γενικά κάθε δύναμη που αναγκάζει ένα σώμα να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση λέγεται κεντρομόλος δύναμη.

Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την κεντρομόλο δύναμη.

Όπως είδαμε, η τιμή της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$a_k = \frac{u^2}{R}$$

όπου u είναι το μέτρο της ταχύτητας και R η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς.

Έτσι η τιμή της κεντρομόλου δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{mu^2}{R} \quad (1.10)$$

Δραστηριότητα

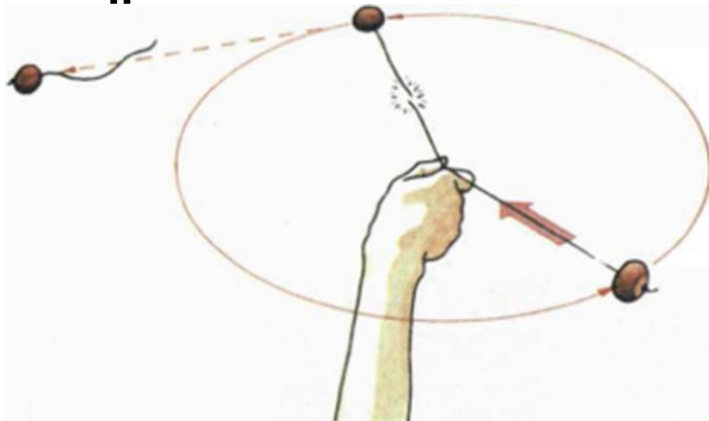
Αντικαταστήστε στη σχέση (1.10), τις σχέσεις:

$$u = \omega R \quad \text{και} \quad \omega = 2\pi f \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Σε ποιες σχέσεις για την τιμή της κεντρομόλου δύναμης καταλήξατε;

(1.4.) Μερικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης

Α) Αν στο άκρο ενός νήματος (Εικ. 1.13) προσδέσουμε μία μικρή σφαίρα και τη θέσουμε με το χέρι μας σε ομαλή κυκλική κίνηση πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, τότε η κεντρομόλος δύναμη που αναγκάζει τη σφαίρα να κινηθεί σε κυκλική τροχιά είναι η τάση του νήματος. Αν η σφαίρα περιφέρεται με ολοένα αυξανόμενη ταχύτητα, τότε σύμφωνα με τη σχέση (1.10) απαιτείται μεγαλύτερη δύναμη, για να τη συγκρατήσει σε κυκλική τροχιά. Αν η δύναμη αυτή υπερβεί την τάση θραύσης του νήματος, τότε αυτό κόβεται και η σφαίρα κινείται ευθύγραμμα κατά την εφαπτομένη της τροχιάς στη θέση που κόπηκε το νήμα.



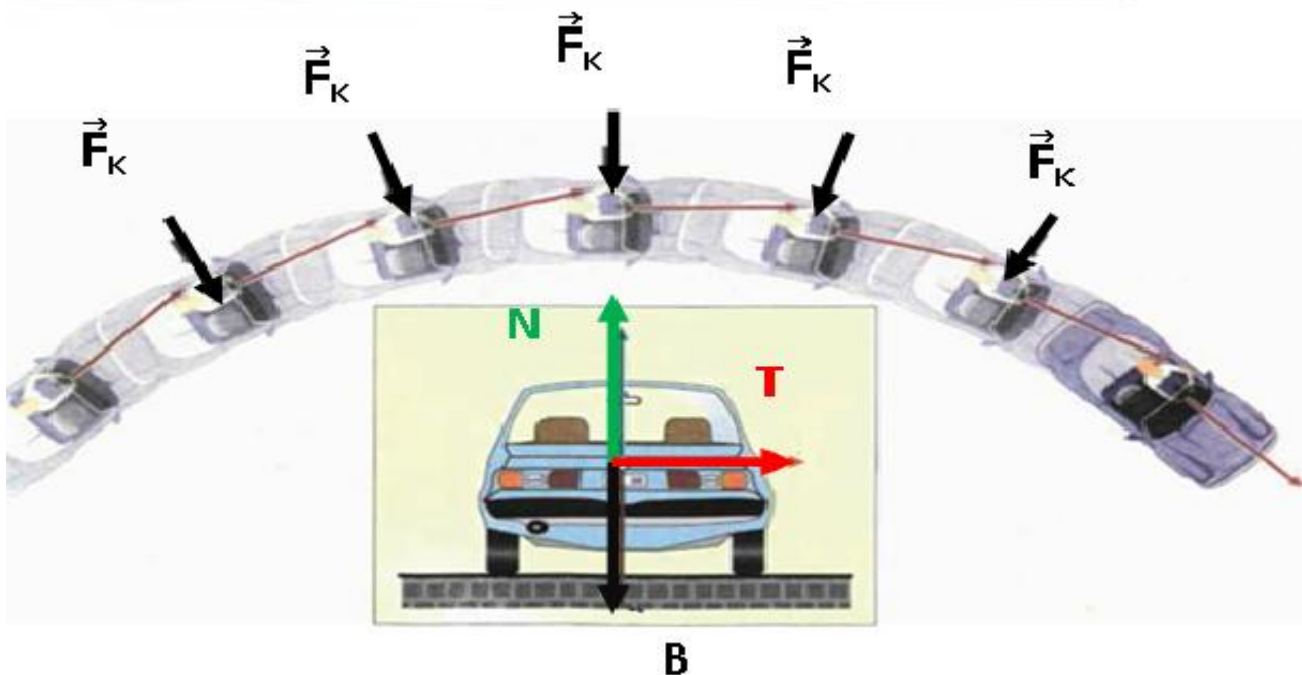
Εικόνα 1-13.

Β) Όταν ένα αυτοκίνητο κινείται σε κυκλική οριζόντια τροχιά κάνοντας ομαλή κυκλική κίνηση (Εικ. 1.14), η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν επάνω του πρέπει να έχει φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Δηλαδή να είναι κεντρομόλος.

Στο αυτοκίνητο ενεργούν οι εξής δυνάμεις (Εικ. 1.14): Το βάρος του $\vec{B}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ του εδάφους και η τριβή $\vec{T}$ (Η αντίσταση του αέρα παραλείπεται).

Οι δύο πρώτες δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν. Άρα η τριβή (στατική) που ασκείται από το έδαφος

στους τροχούς πρέπει να έχει φορά προς το κέντρο της τροχιάς και να είναι οριζόντια, γιατί το αυτοκίνητο κινείται σε οριζόντιο επίπεδο.



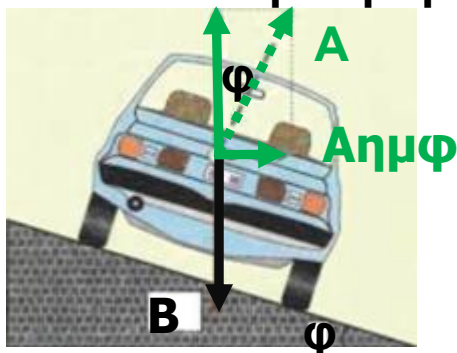
Εικόνα 1-14.

Είναι φανερό ότι όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου τόσο μεγαλύτερη κεντρομόλος δύναμη απαιτείται για να περάσει με ασφάλεια τη στροφή. Αν λοιπόν είναι φθαρμένα τα λάστιχα ή είναι βρεγμένος ο δρόμος, η τριβή που αναπτύσσεται δεν είναι μεγάλη και δεν μπορεί να παίξει τον αναγκαίο ρόλο της κεντρομόλου με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να εκτραπεί.



Γ) Θεωρούμε ένα αυτοκίνητο, όπως στην [εικόνα 1.15](#), που παίρνει στροφή πάνω σε κεκλιμένο ως προς το

οριζόντιο επίπεδο δρόμο, όπως παραδείγματος χάρη σ' ένα αυτοκινητόδρομο μεγάλης ταχύτητας.



Εικόνα 1-15.

Τίθεται το ερώτημα: πώς θα υπολογίσουμε την κλίση του δρόμου, ώστε να αναπτύσσεται η απαραίτητη κεντρομόλος δύναμη για την ασφαλή διέλευση των οχημάτων; Αν, για ευκολία στους υπολογισμούς, θεωρήσουμε αμελητέα την τριβή, στο όχημα ασκούνται δύο δυνάμεις: το βάρος του **B** και η κάθετη δύναμη (**A**) από το οδόστρωμα.

Από το σχήμα προκύπτει:

$$\mathbf{A} \sin \varphi - \mathbf{B} = 0 \text{ ή } \mathbf{A} \sin \varphi = \mathbf{B} \quad (1.11)$$

γιατί στον κατακόρυφο άξονα δεν υπάρχει κίνηση.

Η οριζόντια δύναμη Αημφ αναγκάζει το όχημα να κινηθεί κυκλικά στη στροφή, δηλαδή είναι η απαραίτητη κεντρομόλος δύναμη.

Άρα μπορούμε να γράψουμε:

$$\mathbf{A} \eta \mu \varphi = \frac{m u^2}{R} \quad (1.12)$$

Από τις σχέσεις (1.11) και (1.12) αν τις διαιρέσουμε κατά μέλη, προκύπτει:

$$\frac{\mathbf{A} \eta \mu \varphi}{\mathbf{A} \sin \varphi} = \frac{\frac{m u^2}{R}}{m g} \quad \text{ή} \quad \epsilon \varphi \varphi = \frac{u^2}{R g}$$

Από την τελευταία σχέση φαίνεται ότι για δοσμένη ακτίνα στροφής και ορισμένη κλίση του οδοστρώματος,

η διέλευση είναι ασφαλής μόνο για ορισμένη τιμή της ταχύτητας. Αν ένα όχημα δοκιμάσει να περάσει από τη στροφή αυτή, με μεγαλύτερη ταχύτητα από την ορισμένη, τότε θα ξεφύγει από το δρόμο, γιατί η κεντρομόλος δύναμη που απαιτείται είναι μεγαλύτερη της συνιστώσας Αημφ.

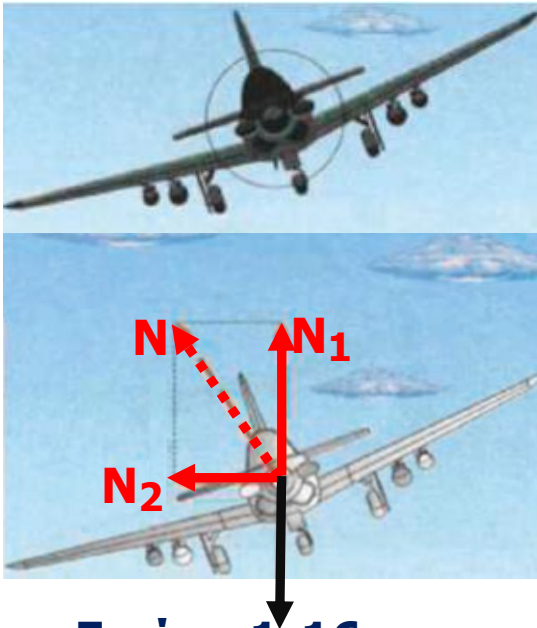


Το αυτοκίνητο κινείται στους δύο τροχούς, έχοντας εξασφαλίσει την απαραίτητη κεντρομόλο δύναμη.

Σε ειδικούς δρόμους που γίνονται αγώνες αυτοκινήτων η κλίση του δρόμου αυξάνει προοδευτικά. Έτσι ο οδηγός μπορεί να διαλέξει το μέρος του δρόμου από το οποίο θα περάσει ανάλογα με την ταχύτητα του αυτοκινήτου του.

Οι γραμμές του τρένου στις στροφές έχουν την εξωτερική σιδηροτροχιά υπερυψωμένη ώστε η αντίδραση να δίνει οριζόντια συνιστώσα προς το μέσα μέρος της στροφής, η οποία αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη.

Δ) Όταν ένα αεροπλάνο πετάει σε οριζόντιο επίπεδο η ανυψωτική δύναμη N αντισταθμίζει το βάρος του B . Για να κάνει στροφή με την βοήθεια ειδικών πηδαλίων παίρνει ορισμένη κλίση (Εικ. 1.16) ώστε η ανυψωτική δύναμη N να αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μία κατακόρυφη (N_1) και μία οριζόντια (N_2), από τις οποίες η συνιστώσα N_2 αποτελεί την κεντρομόλο που θα του επιτρέψει να κάνει τη στροφή.



Εικόνα 1-16.

Τριβή και αυτοκινητιστικά δυστυχήματα

Είναι βέβαιο πως, αν οι οδηγοί γνώριζαν τους νόμους της Δυναμικής και τους εφαρμόζαν, τότε τα δυστυχήματα θα περιορίζονταν σημαντικά.

Ποιες όμως είναι οι αιτίες των δυστυχημάτων; Γιατί τόσοι άνθρωποι, κυρίως νέοι, αφήνουν την τελευταία τους πνοή στην ασφαλτό; Τα στατιστικά στοιχεία δείχνουν ότι οι αιτίες των δυστυχημάτων είναι η υπερβολική ταχύτητα, το βρεγμένο οδόστρωμα, η μεγάλη ταχύτητα στις στροφές, το αντικανονικό προσπέρασμα, η κατάσταση των φρένων, τα φθαρμένα λάστιχα, η κατάσταση του οδηγού (αλκοόλ, αϋπνία κ.λπ.).

Θα προσπαθήσουμε μέσα από παραδείγματα, να δείξουμε την επίδραση του κάθε παράγοντα στα ατυχήματα.

Παράδειγμα 1

Ένα Ι.Χ. αυτοκίνητο που μαζί με το φορτίο του έχει μάζα 1.800kg κινείται στην εθνική οδό. Ξαφνικά ο οδηγός αντιλαμβάνεται ότι ο δρόμος έχει κλείσει από σταματημένα αυτοκίνητα και εφαρμόζει τα φρένα, με αποτέλεσμα οι τροχοί να μην περιστρέφονται. Τη στιγμή που ενεργοποιούνται, η απόσταση του αυτοκινήτου

από το εμπόδιο είναι 150m. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των τροχών και του εδάφους είναι 0,2. Αν τη στιγμή που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα η ταχύτητα του οχήματος είναι α) 144km/h β) 108km/h γ) 72km/h, να βρεθεί σε κάθε περίπτωση αν το όχημα θα πέσει επάνω στα σταματημένα αυτοκίνητα.



Εικόνα 1-17.

Απάντηση

Κατά τον κατακόρυφο άξονα ασκείται η αντίδραση **N** που είναι δύναμη από επαφή. Στο αυτοκίνητο ασκείται και το βάρος **B** που είναι δύναμη από απόσταση.

Η μόνη δύναμη που ασκείται στη διεύθυνση της κίνησης και επιβραδύνει το όχημα είναι η τριβή **T**.

Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε

$$T = m \alpha$$

Επειδή $T = \mu N$ και $N = B$ προκύπτει ότι:

$$\mu m g = m \alpha \quad \text{ή} \quad \alpha = g \mu$$

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι η επιβράδυνση είναι σταθερή επειδή ο συντελεστής τριβής είναι σταθερός. Θα ισχύουν οι σχέσεις της ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης, δηλαδή:

$$x = u_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad (1.1) \quad \text{και}$$

$$v = u_0 - a t \quad (1.2)$$

Όταν το όχημα σταματήσει ($u = 0$) τότε από τη σχέση (1.2) έχουμε:

$$u_0 = \alpha t \quad \text{ή} \quad t = \frac{u_0}{\alpha}$$

Με αντικατάσταση του χρόνου αυτού στη σχέση (1.1) προκύπτει το μέγιστο διάστημα $x_{\max}$.

$$x_{\max} = \frac{u_0^2}{2g\mu}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η ζητούμενη απόσταση είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας τη στιγμή που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα και αντιστρόφως ανάλογη του συντελεστή τριβής ολίσθησης.

Περίπτωση α) Για $u_0 = 144 \text{ km/h} = \frac{144.000 \text{ m}}{3.600 \text{ s}} = 40 \text{ m/s}$

Με αντικατάσταση προκύπτει:

$$x_{\max} = (40^2 / 2) \cdot 10 \cdot 0,2 \text{ m} \quad \text{ή} \quad x_{\max} = 400 \text{ m}$$

Επειδή τα σταματημένα οχήματα είναι σε απόσταση 150m το Ι.Χ. αυτοκίνητο θα προσπείσει επάνω τους, και δεν μπορεί να αποφύγει τη σύγκρουση.

Περίπτωση β) Για $u_0 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$ το απαιτούμενο διάστημα για να σταματήσει το Ι.Χ. αυτοκίνητο είναι $x_{\max} = 225 \text{ m}$.

Άρα και στην περίπτωση αυτή δε θα αποφευχθεί η σύγκρουση.

Περίπτωση γ) $u_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$. Με αντικατάσταση προκύπτει: $x_{\max} = (400/2) \cdot 10 \cdot 0,2 = 100 \text{ m}$.

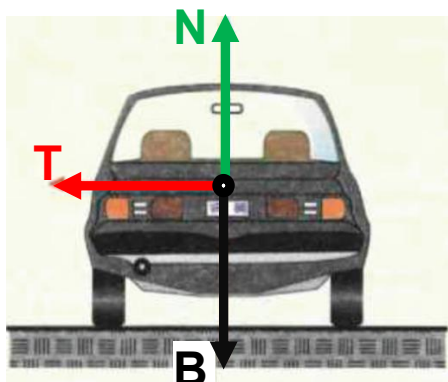
Στην περίπτωση αυτή το Ι.Χ. αυτοκίνητο θα σταματήσει 50m από τα σταματημένα οχήματα.

Από τις περιπτώσεις α και γ προκύπτει ότι, όταν η ταχύτητα είναι διπλάσια (από 72km/h έγινε 144km/h) το

αντίστοιχο διάστημα που απαιτείται για να σταματήσει το όχημα είναι τετραπλάσιο.

Παράδειγμα 2

Ένα Ι.Χ. αυτοκίνητο μάζας 1.800kg, πρόκειται να πάρει στροφή ακτίνας 100m σε οριζόντιο δρόμο. Πόση πρέπει να είναι η μεγίστη ταχύτητά του για να περάσει τη στροφή με ασφάλεια; Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$.



Απάντηση

Στην προκειμένη περίπτωση, αν το όχημα γλιστρήσει θα φύγει προς τα έξω. Συνεπώς η τριβή ως δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση θα έχει φορά προς το μέσα μέρος της στροφής. Άρα θα ενεργεί ως κεντρομόλος δύναμη και θα ισχύει:

$$T = F_k \quad \text{ή} \quad \mu mg = \frac{mv^2}{R} \quad \text{ή} \quad v^2 = \mu g R \quad \text{ή} \quad v = \sqrt{\mu g R}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των μ , g , R έχουμε:

$$v = \sqrt{0,2 \cdot 10 \cdot 100 \text{ m/s}} \quad \text{ή} \quad v = 10\sqrt{2} \text{ m/s} \quad \text{ή} \quad v = 14,1 \text{ m/s} \quad \text{ή} \\ v = 50,8 \text{ km/h.}$$

Τι θα συμβεί αν ο οδηγός θελήσει να περάσει τη στροφή με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ευρεθείσα;

Είναι προφανές, ότι η απαιτούμενη κεντρομόλος δύναμη για να πάρει τη στροφή το όχημα θα είναι μεγαλύτερη. Συνεπώς θα απαιτηθεί μεγαλύτερη τριβή από

την $T = \mu mg$. Επειδή αυτό δεν συμβαίνει, το αυτοκίνητο θα φύγει προς τα έξω στη στροφή

Δραστηριότητα

Εργαζόμενοι ανά δύο μπορείτε να ερευνήσετε την επίδραση που έχει: α) το βρεγμένο οδόστρωμα και β) τα φθαρμένα λάστιχα, όταν το Ι.Χ. αυτοκίνητο κινείται όπως περιγράφεται στα Παραδείγματα 1 και 2;

Να χρησιμοποιήσετε τις σχέσεις των Παραδειγμάτων 1 και 2. Τεκμηριώστε την άποψή σας σε γραπτό κείμενο 10-15 γραμμών



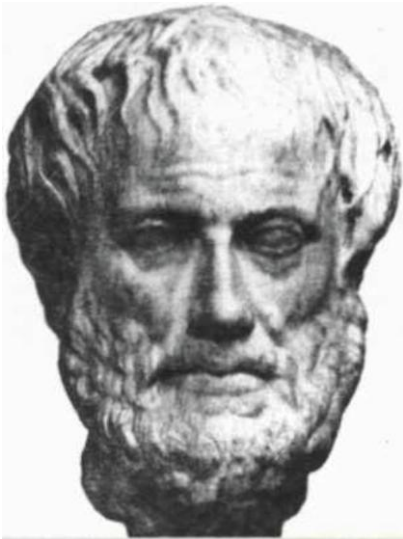
- α) Ελαστικά σε καλή κατάσταση.
- β) Φθαρμένα ελαστικά



Από τον Αριστοτέλη στο Νεύτωνα

Η κίνηση των σωμάτων απασχόλησε τους αρχαίους Έλληνες Φυσικούς Φιλοσόφους οι οποίοι πρότειναν διάφορες θεωρίες για την ερμηνεία τόσο της έναρξης μίας κίνησης όσο και της παύσης της. Από τις διάφορες αυτές θεωρίες σημαντικότερη είναι αυτή του Αριστοτέλη (389-322 π.Χ.) διότι επηρέασε τη σκέψη των επόμενων γενεών ως την περίοδο του Νεύτωνα (1642-1727 μ.Χ.) ο οποίος ανέπτυξε τη θεωρία που δεχόμαστε σήμερα. Αξίζει να γνωρίσουμε λοιπόν τη θεωρία του Αριστοτέλη, η οποία ήταν πειστική για 20 αιώνες και την οποία αποδέχθηκαν επιστήμονες όπως οι Da Vinci, J. Buridan, R.

Descartes, G. Gallileo που έζησαν πριν από το Νεύτωνα.



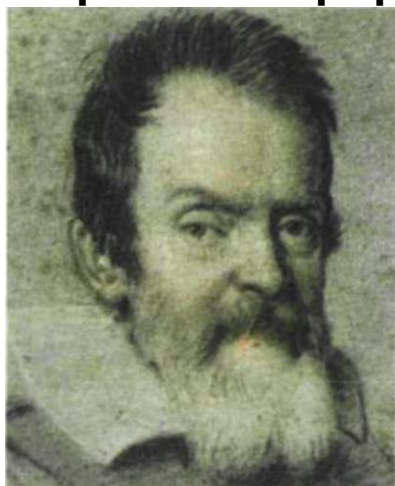
Αριστοτέλης (389-322 π.Χ.)

Ο Αριστοτέλης στο έργο του “περί ουρανού” θεωρεί ότι όλος ο κόσμος είναι φτιαγμένος από τέσσερα στοιχεία: “γη” - “νερό” - “αέρας” - “φωτιά”, τα οποία έχουν σε διαφορετικό βαθμό τις ιδιότητες “βαρύ”, “ελαφρύ”, “ζεστό” και “κρύο”. Τα στοιχεία “γη” και “νερό” έχουν την ιδιότητα να είναι βαριά ενώ ο αέρας και η φωτιά να είναι ελαφρά. Ο Αριστοτέλης πίστευε ότι τα στοιχεία “γη” και “νερό” έχουν τη φυσική τάση να κινούνται προς το κέντρο του κόσμου το οποίο σύμφωνα με τον ίδιο ήταν η Γη. Έτσι αν τα στοιχεί αυτά αφεθούν ελεύθερα και τίποτα δεν διακόψει την κίνησή τους θα κατευθυνθούν προς την επιφάνεια της γης. Αντίθετα τα στοιχεία “φωτιά” και “αέρας” έχουν τη φυσική τάση να κινούνται προς την περιφέρεια του κόσμου, να απομακρύνονται δηλαδή από την επιφάνεια της Γης. Συνεπώς εφόσον όλα τα σώματα πάνω στη γη αποτελούνται από τα τέσσερα αυτά στοιχεία θα έχουν ανάλογα με το συνδυασμό των στοιχείων που τα αποτελούν τη φυσική τάση να κινούνται προς την επιφάνεια της Γης ή να απομακρύνονται από αυτήν. Για παράδειγμα, ένα ξύλο το οποίο αποτελείται κυρίως από το στοιχείο “γη” θα πέ-

φτει προς την επιφάνεια της γης ενώ ο καπνός αποτελούμενος περισσότερο από το στοιχείο “αέρας” θα ανεβαίνει προς τον ουρανό. Η “φυσική”, δηλαδή η ανεμπόδιστη κίνηση των σωμάτων, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη καθορίζεται από το συνδυασμό των στοιχείων από τα οποία αυτά αποτελούνται.

Υπάρχουν, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη και οι άλλες κινήσεις, αυτές που προκαλούνται από κάποια αιτία, και τις οποίες τις αποκαλεί “βίαιες”. Τέτοιου είδους κίνηση κάνει μία πέτρα όταν την πετάμε, ένα βέλος όταν εκτοξεύεται από το τόξο, κ.α. Σύμφωνα με τον Αριστοτέλη “οτιδήποτε κινείται, κινείται από κάτι άλλο”, άποψη που σημαίνει ότι η κίνηση ενός σώματος, αν κάποιος το εκτοξεύει, πρέπει να αποδοθεί σε κάποια αιτία. Η αιτία που έθεσε αρχικά σε κίνηση το σώμα, έθεσε ταυτόχρονα σε βίαιη κίνηση (παλινδρομική) τον αέρα ο οποίος το περιβάλλει. Καθώς ο αέρας δονείται ασκεί δύναμη πάνω στο σώμα και έτσι αυτό συνεχίζει να κινείται. Η παλινδρομική αυτή βίαιη κίνηση μεταδίδεται από το ένα στρώμα του αέρα στο άλλο συντηρώντας την κίνηση του σώματος. Η διάδοση της παλμικής αυτής κίνησης δεν γίνεται χωρίς απώλειες και έτσι μειώνεται βαθμιαία η ικανότητα του αέρα να κινεί το σώμα που εκτοξεύτηκε. Για το λόγο αυτό το σώμα σταδιακά πλησιάζει στη Γη στις οποίας την επιφάνεια τελικά θα πέσει. Εκτός από τη διάκριση σε “φυσικές” και “βίαιες” κινήσεις ο Αριστοτέλης διαχώρισε τις κινήσεις σε αυτές που γίνονται κοντά στην επιφάνεια της Γης και σε αυτές που κάνουν τα ουράνια σώματα, όπως η Σελήνη, οι πλανήτες και τα άστρα. Τα ουράνια σώματα, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη, κινούνται ακατάπαυστα πάνω σε κυκλικές τροχιές γύρω από το κέντρο του κόσμου, τη Γη, σύμφωνα με τις απόψεις του. Η αιτία για αυτές τις κινήσεις ήταν το “πρώτο κινούν”, η πρωταρχική δηλαδή αιτία της δημιουργίας του κόσμου.

Η διάκριση σε φυσικές και βίαιες κινήσεις εξακολούθησε να κυριαρχεί έως την περίοδο του Γαλιλαίου, ο οποίος διατύπωσε το νόμο της αδράνειας σύμφωνα με τον οποίον “εφόσον ένα σώμα κινείται χωρίς την επίδραση κάποιας δύναμης, θα συνεχίσει να κινείται ασταμάτητα με σταθερή ταχύτητα”. Σύμφωνα με τη θεώρηση του Γαλιλαίου, ένα σώμα που εκτοξεύτηκε στον αέρα θα συνεχίσει να κινείται λόγω αδράνειας ενώ η δύναμη του βάρους θα προκαλέσει την καμπύλωση της τροχιάς και τελικά την πτώση του στο έδαφος. Με το νόμο της αδράνειας γίνεται ένα μεγάλο βήμα προς τη διαμόρφωση της έννοιας της δύναμης όπως θα την καθορίσει ο Νεύτωνας. Παρά την πρόοδο που απετέλεσε η εισαγωγή της έννοιας της αδράνειας, η έννοια της δύναμης εξακολούθησε να είναι ασαφής και να συγχέεται με τη μυϊκή δύναμη, τη δύναμη της έκρηξης, την ικανότητα του τοξου να εκτοξεύει το βέλος, την προσπάθεια του εργάτη να ανυψώσει ένα βαρύ σώμα, κ.α.



Galileo Galilei (1564-1642). Isaac Newton (1642-1727).

Το έργο του Νεύτωνα δίνει στη δύναμη το νόημα που και σήμερα δεχόμαστε. Έτσι η δύναμη είναι η αιτία που αλλάζει την κινητική κατάσταση ενός σώματος ενώ η αδράνεια είναι η εγγενής φυσική δυσκολία για αυτήν την αλλαγή.

Σύμφωνα με τον 1ο νόμο, αν ένα σώμα κινείται και δεν ασκηθεί σε αυτό δύναμη, τότε θα συνεχίζει να κινεί-

ται με την ίδια ταχύτητα. Σύμφωνα με το 2ο νόμο η αλλαγή της κινητικής κατάστασης, (ακινησία, κίνηση με συγκεκριμένη ταχύτητα) θα προκληθεί από μία δύναμη ή τη συνισταμένη πολλών δυνάμεων. Η δυσκολία να αλλάξει η κινητική κατά-σταση ενός σώματος εξαρτάται τόσο από την αδράνεια (τη μάζα) του σώματος, όσο και από την αλλαγή που επιχειρούμε να προκαλέσουμε (το Δu). Στο έργο του Νεύτωνα η αδράνεια υπεισέρχεται εκτός από τα φαινόμενα της κίνησης χωρίς την άσκηση δύναμης, και στα φαινόμενα της αλλαγής της κινητικής κατάστασης.

Ο 3ος νόμος του Νεύτωνα, προκάλεσε σημαντική αλλαγή στην ιδιότητα “βαρύ” με την οποία είχε προικίσει τα στοιχεία ο Αριστοτέλης. Το βάρος δεν αποτελεί μία ιδιότητα των σωμάτων αλλά είναι εκδήλωση της αμοιβαίας έλξης μεταξύ του οποιουδήποτε σώματος και της γης. Δεν είναι ένα ξεχωριστό είδος δύναμης αλλά μία δύναμη όπως οι άλλες, η οποία προκαλεί αλλαγή στην κινητική κατάσταση των σωμάτων. Καταργώντας ο Νεύτωνας την ιδιαιτερότητα του βάρους κατάργησε και τη διάκριση των κινήσεων σε “φυσικές” και “βίαιες”. Έτσι η μελέτη της κίνησης των σωμάτων γίνεται με ενιαίο τρόπο σύμφωνα με τους τρεις νόμους που αυτός πρότεινε. Επιπλέον, ο νόμος της παγκόσμιας έλξης μας επιτρέπει να έχουμε μία ενιαία περιγραφή της κίνησης των σωμάτων είτε αυτά κινούνται στη Γη είτε στο διάστημα.

Η σύγκριση των απόψεων του Αριστοτέλη και του Νεύτωνα για την κίνηση και τη δύναμη δείχνει ότι μεταξύ τους υπάρχουν σημαντικές διαφορές. Η μετάβαση από τις απόψεις του Αριστοτέλη στις απόψεις του Νεύτωνα δεν ήταν ούτε απλή ούτε εύκολη. Για να γίνει έπρεπε να αλλάξουν ριζικά οι αντιλήψεις για το Σύμπαν, τα στοιχεία που το αποτελούν, τη μέθοδο με την οποία πρέπει να ερευνάται η φύση, οι απόψεις για το ποια

ερωτήματα πρέπει να απασχολούν τους ερευνητές, το νόημα των λέξεων: δύναμη, κίνηση, βάρος, κ.α.



Ντετερμινισμός ή χάος



Η θαυματική άνοδος της επιστήμης οδήγησε πολλούς σκεπτόμενους ανθρώπους να πιστέψουν στην παγκόσμια ισχύ που εκείνη αξίωνε.

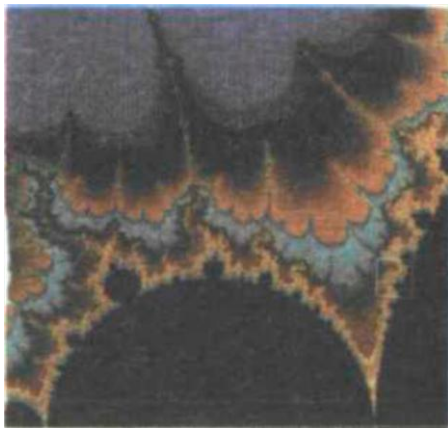
Η όψη αυτή της πραγματικότητας οδήγησε τελικά στο συμπέρασμα, πως το καθετί που συμβαίνει στο Σύμπαν είναι συνέπεια των κινήσεων κι αλληλεπιδράσεων των ατόμων. Στη Νευτώνεια Φυσική, η κίνηση καθορίζεται πλήρως με ντετερμινιστικούς νόμους. Ήδη στις αρχές του 19ου αιώνα, ο Μαθηματικός Φυσικός Πιέρ Σιμόν ντε Λαπλάς (Laplace) υπέθεσε πως, αν κάποιος μπορούσε να παρατηρήσει κάποια χρονική στιγμή όλα τα άτομα στο Σύμπαν και να καταγράψει τις κινήσεις τους, το μέλλον και το παρελθόν θα αποκαλύπτονταν. Αν το θέσουμε διαφορετικά, ολόκληρη η Ιστορία καθορίστηκε μέχρι την τελευταία λεπτομέρειά της όταν το Σύμπαν τέθηκε σε κίνηση. Η άνοδος και η πτώση των αυτοκρατοριών, το πάθος κάθε ξεχασμένης ερωτικής περιπέτειας δεν αντιπροσωπεύουν τίποτα περισσότερο από την αναπόφευκτη λειτουργία των νόμων της Φυσικής, το Σύμπαν προχωρά προς το αμετάβλητο πεπρωμένο του σαν ένα γιγαντιαίο ρολόι.

Τι περιθώρια ελευθερίας, όμως, άφηνε για σωτηρία και καταδίκη, γι' αγάπη και μίσος, όταν η πιο ασήμαντη απόφαση που θα μπορούσε να πάρει οποιοσδήποτε άνθρωπος είχε καθοριστεί πριν από περισσότερο από 10 δισεκατομμύρια χρόνια; Αυτό έδωσε στους ηθικούς στοχαστές του 19ου αιώνα αντικείμενο έρευνας. Αναμφισβήτητα, είναι ασύλληπτο ότι κάποιος θα μπορούσε

πράγματι να φτάσει στην παντογνωσία που ζητούσε ο Λαπλάς. Αλλά το γεγονός ότι γενικά ήταν εφικτό θεωρήθηκε ως ένας “μεγαλοφυής” εφιάλτης.

Η Νευτώνια Φυσική αποτέλεσε ένα μοντέλο στο οποίο έπρεπε ν' αποβλέπει όλη η ανθρώπινη γνώση. Καθώς ξεπρόβαλλαν οι κοινωνικές επιστήμες, έτειναν ν' απομακρύνονται από τις ανθρωπιστικές μελέτες από τις οποίες είχαν αναδυθεί. Οι κοινωνικοί στοχαστές εφάρμοζαν γενικούς νόμους για να εξηγήσουν την Ιστορία και την ανθρώπινη συμπεριφορά. Μερικοί, όπως ο Καρλ Μαρξ κι ο Σίγκμουντ Φρόυντ, επηρέασαν έντονα την Ιστορία.

Είναι σημαντικό να θυμόμαστε πως η κοσμοθεωρία αυτή βασίζεται σ' ένα δίχως προηγούμενο επίτευγμα στην επιστήμη, που από τότε δεν έχει επαναληφθεί. Οι νόμοι του Κέπλερ, που αποδείχθηκαν από τον Νεύτωνα, περιέγραφαν προφανώς το ηλιακό σύστημα όπως υπήρχε στο παρελθόν κι όπως θα υπάρξει στο ατέρμονο μέλλον. Αλλά ο ίδιος ο Νεύτωνας γνώριζε ότι η ιστορία δεν έπρεπε να τελειώνει εκεί. Οι νόμοι του Κέπλερ εφαρμόζονται τέλεια μόνο σ' ένα ηλιακό σύστημα που υπόκειται μόνο στη βαρύτητα του Ήλιου. Δε συνυπολογίζονται οι δυνάμεις που οι πλανήτες, μέσω της βαρύτητάς τους, ασκούν ο ένας στον άλλο.



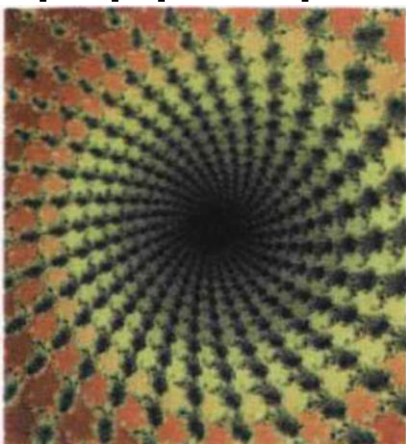
Υπάρχει ένας βασικός λόγος για την παράλειψη αυτή. Δεν υπάρχει καμία απλή ακριβής μαθηματική επί-

λυση για την κίνηση περισσοτέρων από δύο αλληλεπιδρώντων σωμάτων. Αυτό συνέβαινε την εποχή του Νεύτωνα και παραμένει έτσι μέχρι σήμερα. Οι νόμοι του Νεύτωνα ισχύουν γιατί ο Ήλιος είναι πολύ βαρύτερος από κάθε άλλον πλανήτη. Ο Δίας, ο μεγαλύτερος πλανήτης, είναι χίλιες φορές ελαφρύτερος από τον Ήλιο. Έτσι σε μία περίοδο χιλιάδων ετών, μεταφέρει στη Γη ορμή που ισοδυναμεί σε μέγεθος με τη βαρυτική επίδραση που ασκεί σε αυτήν ο Ήλιος σ' ένα χρόνο. Γι' αυτό δε θα προκαλούσε έκπληξη να παρατηρήσουμε σημαντικές αλλαγές στην τροχιά της Γης σε μία χρονική κλίμακα χιλιάδων χρόνων.

Ο Νεύτωνας εξέτασε το πρόβλημα αυτό και δεν του φάνηκε και τόσο ανησυχητικό. Ενδόμυχα, ελάχιστα αποδέχονταν τον απόμακρο Θεό των θεϊστών φίλων του, προτιμώντας κάποια θεότητα της Παλαιάς Διαθήκης που είχε να κάνει με τον καθημερινό συντονισμό των δημιουργημάτων Του. Το ηλιακό σύστημα θα διατηρείτο σταθερό με την άμεση επέμβαση ενός φιλόανθρωπου Κυρίου.

Ο Λαπλάς απέδειξε αργότερα πως οι αμοιβαίες έλξεις των πλανητών τείνουν σ' ένα μέσο όρο και η σταθερότητα που φοβόνταν ο Νεύτωνας ανέρχεται σ' έναν αριθμό αργών, κυκλικών μεταβολών των πλανητικών τροχιών. Αλλά αυτά αποτελούσαν προσεγγιστικούς μόνο υπολογισμούς. Αργότερα, το 19ο αιώνα, ο Ανρί Πουανκαρέ απηύθυνε το γενικό ερώτημα των αμοιβαίων αλληλεπιδράσεων τριών ακριβώς σωμάτων και βρήκε πως μερικές διατάξεις ήταν πολύ ασταθείς. Μερικές, μη μετρήσιμες διαφορές στις αρχικές συνθήκες μπορούσαν να οδηγήσουν σε ριζικές διαφορές στα τελικά αποτελέσματα. Ομολογώντας πως η σκέψη και μόνο των περιπτώσεων αυτών τον αρρώσταινε, ο Πουανκαρέ εγκατέλειψε τη μελέτη αυτή.

Σήμερα, με τη βοήθεια υπολογιστών, έχουν βρεθεί αμέτρητα παραδείγματα μη προβλεψιμότητας. Μελέτες των πιο παθολογικών περιπτώσεων φέρουν όνομα χάος.



Στη δεκαετία του 1960, οι άνθρωποι που προέβλεπαν τις καιρικές συνθήκες στράφηκαν στους υπολογιστές ελπίζοντας σε μία απάντηση για καλύτερες προβλέψεις μακράς διάρκειας. Η ατμόσφαιρα υπάκουε σε φυσικούς νόμους που είχαν καλά κατά-

νοηθεί, αλλά ήταν τόσο μεγάλη και πολύπλοκη που μόνο μία υπερυπολογιστική μηχανή θα μπορούσε να παρακολουθήσει τη μελλοντική της εξέλιξη. Στα κατοπινά χρόνια, η ισχύς των υπολογιστών αυξήθηκε περισσότερο από εκατό χιλιάδες φορές και οι δορυφόροι παρείχαν ακόμη πιο λεπτομερείς πληροφορίες για τον καιρό. Όμως, η προβλεψιμότητα του καιρού παραμένει περιορισμένη στο όριο των πέντε έως δέκα ημερών.

Έχει ειπωθεί ότι κι ένα μόνο φτερούγισμα πεταλούδας σε μία ευαίσθητη περιοχή θα μπορούσε ίσως να καθορίσει κατά πόσο θα ξεσπάσει τυφώνας, ύστερα από εβδομάδες, χιλιάδες μίλια μακριά, σε μία πυκνοκατοικημένη περιοχή, ή θα αποβεί αβλαβής καθώς θα εξελιχθεί σε μία άγονη πεδιάδα.

Σήμερα, έχουμε συνειδητοποιήσει πως υπάρχουν όρια στη δυνατότητά μας να προβλέψουμε το μέλλον. Μερικά πράγματα, όπως οι πλανητικές κινήσεις, μπορούν να προβλεφθούν για χιλιετίες, άλλα για μερικές ώρες, μερικά μόνο για δέκατα του μικροδευτερολέπτου.

Ο εφιάλτης του ντετερμινισμού είναι ακριβώς αυτό που υπονοεί η ίδια η λέξη, ένα κακό όνειρο που έχει μικρή σχέση με την πραγματικότητα. Οποιοδήποτε μικρό σφάλμα στη γνώση μας για το παρόν μπορεί να οδη-

γήσει σε δραστικές αλλαγές στον τρόπο με τον οποίο αντικρίζουμε το μέλλον.

Η κβαντική θεωρία έχει δείξει ότι ποτέ δεν ήταν δυνατό να έχουμε τέλεια γνώση του παρόντος. Το μέλλον, όπως καταλαβαίνουμε και με τη διαίσθησή μας, δε μας ανήκει για να το γνωρίζουμε.

Απόσπασμα από το βιβλίο: “Φυσική για ποιητές” του Robert March.

Περίληψη

Οριζόντια βολή είναι η σύνθετη επίπεδη κίνηση που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μία κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μία οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή. Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε την αρχή της ανεξαρτησίας (ή αρχή της επαλληλίας) των κινήσεων. Σύμφωνα με αυτή την αρχή όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φθάνει το κινητό μετά από χρόνο t , είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t η κάθε μία.

Ένα κινητό εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου και η τιμή της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή. Περίοδος της κυκλικής κίνησης (T) ονομάζεται ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να κάνει μία περιστροφή, ενώ ο αριθμός των περιστροφών που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου λέγεται συχνότητα (f) της κυκλικής κίνησης. Η μεταξύ τους σχέση είναι:

$$f = \frac{1}{T}$$

Η γραμμική ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση έχει σταθερή τιμή και μεταβαλλόμενη κατεύθυνση μία και είναι εφαπτόμενη στην τροχιά ενώ η τιμή της δίνεται από τη σχέση:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R}{T}$$

Στην ομαλή κυκλική κίνηση χρειάζεται η γνώση του ρυθμού με τον οποίο η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες γι' αυτό ορίζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που λέγεται **γωνιακή ταχύτητα** ($\vec{\omega}$). Η τιμή της είναι ίση με το σταθερό πηλίκο της γωνίας θ που διαγράφηκε

από την επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα t δια του αντιστοίχου χρονικού διαστήματος.

Δηλαδή:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

με μονάδα μέτρησης το 1 rad/s και με διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς στο κέντρο της και φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Η σχέση μεταξύ γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας είναι: $u = \omega R$.

Επειδή στην ομαλή κυκλική κίνηση το διάνυσμα της ταχύτητας μεταβάλλεται, εμφανίζεται επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και λέγεται **κεντρομόλος επιτάχυνση**.

Δίνεται δε από τη σχέση:

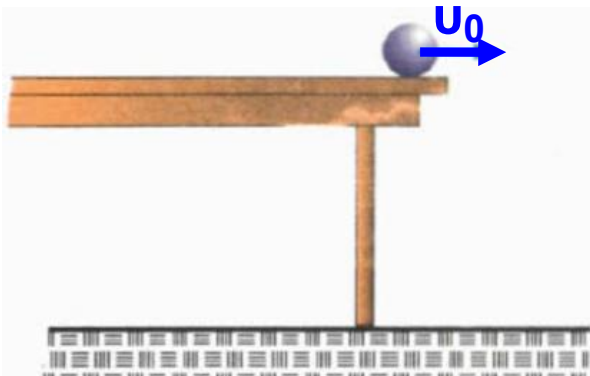
$$a_k = \frac{u^2}{R}$$

Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα επομένως, ασκείται δύναμη με κατεύθυνση επίσης προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και γι' αυτό λέγεται **κεντρομόλος δύναμη**.

$$F_k = m a_k = m \frac{u^2}{R}$$

Ερωτήσεις

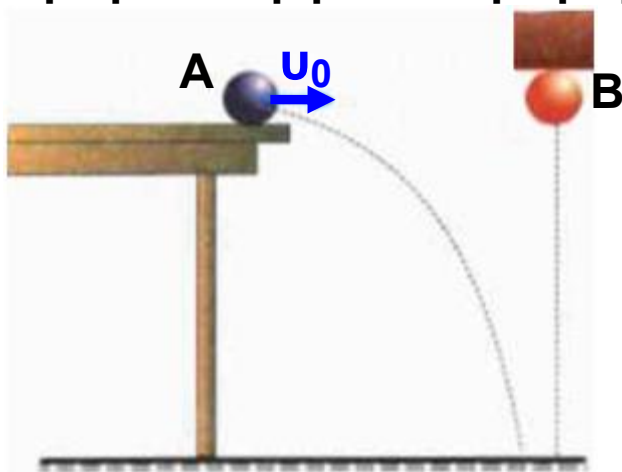
1. Μία σφαίρα ηρεμεί στην άκρη ενός τραπεζιού. Στη σφαίρα δίνεται ταχύτητα u_0 , όπως φαίνεται στην εικόνα. Να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση της σφαίρας και να εξηγήσετε πώς υπολογίζεται ο χρόνος που κάνει να πέσει η σφαίρα στο δάπεδο.



2. Η σφαίρα της προηγούμενης ερώτησης αποκτά αρχική ταχύτητα $2u_0$. Ο χρόνος πτώσης της σφαίρας θα αλλάξει σε σχέση με πριν;
3. Ένα αεροπλάνο ταξιδεύει παράλληλα προς το έδαφος. Από το αεροπλάνο αφήνεται μία βόμβα. Για ποιο λόγο η βόμβα δεν πέφτει κατακόρυφα;
4. Πότε η κίνηση ενός σώματος χαρακτηρίζεται ομαλή κυκλική;
5. Πώς ορίζεται η γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση;
6. Τα σημεία ενός δίσκου CD κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση. Όλα τα σημεία του δίσκου CD έχουν την ίδια περίοδο; Έχουν και ίδιες ταχύτητες;
7. Να αποδείξετε τη σχέση που συνδέει τη γραμμική με τη γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση.
8. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός αντικειμένου εμφανίζεται επιτάχυνση. Από ποια σχέση υπολογίζουμε

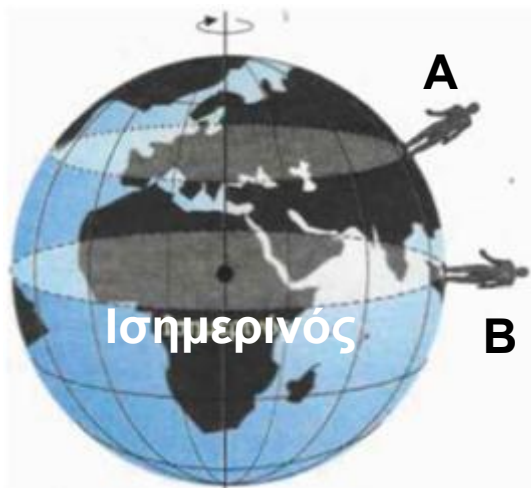
την τιμή της; Ποια είναι η κατεύθυνση της επιτάχυνσης του αντικειμένου;

9. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός αντικειμένου να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής και να βγάλετε σχέση μεταξύ της δύναμης και της ταχύτητας.
10. Στην εικόνα φαίνονται δύο πανομοιότυπες σφαίρες. Η σφαίρα A αφήνει το τραπέζι την ίδια στιγμή που η σφαίρα B αφήνει τον μαγνήτη.

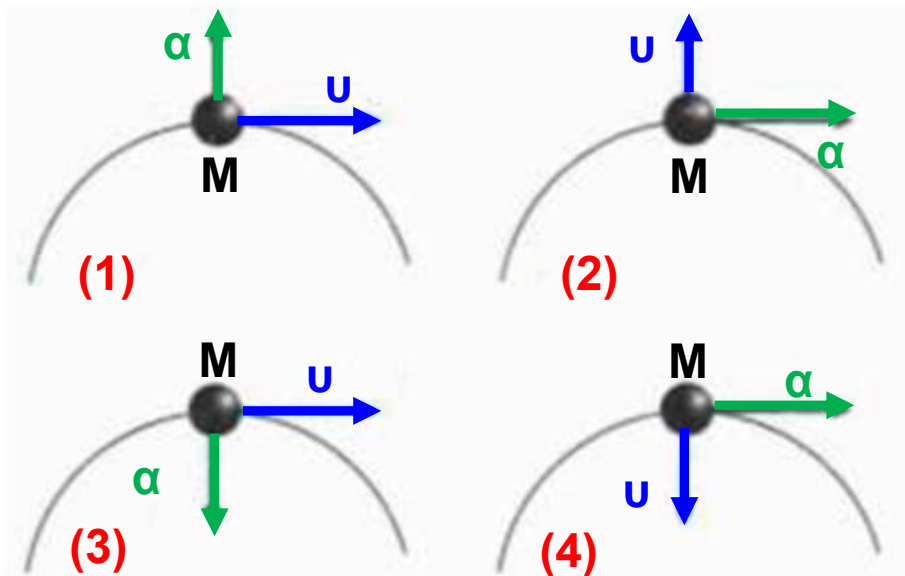


Ποια σφαίρα φτάνει πρώτη στο πάτωμα;

- α) Φτάνει πρώτα η σφαίρα B.
 - β) Φτάνει πρώτα η σφαίρα A.
 - γ) Φτάνουν ταυτόχρονα.
 - δ) Δεν μπορούμε να απαντήσουμε γιατί δεν γνωρίζουμε το ύψος.
11. Θεωρούμε δύο ανθρώπους που βρίσκονται στα σημεία A και B, της γήινης επιφάνειας. Λόγω της περιστροφής της Γης εκτελούν μία περιστροφή σε 24h. Ποιος από τους δύο έχει μεγαλύτερη ταχύτητα;
- α) Ο άνθρωπος που είναι στο σημείο A.
 - β) Ο άνθρωπος που είναι στο σημείο B.
 - γ) Και οι δύο έχουν ίσες ταχύτητες.
 - δ) Δεν μπορούμε να ξέρουμε με αυτά τα δεδομένα.



12. Ένα σημείο M κινείται πάνω σε μία περιφέρεια. Ποιο από τα επόμενα σχήματα είναι σωστό;



13. Μια μοτοσυκλέτα κινείται σε κυκλική πίστα με ταχύτητα σταθερής τιμής. Όταν διπλασιαστεί η τιμή της ταχύτητας η κεντρομόλος επιτάχυνση, είναι:

- α) Ίδια.
- β) Διπλασιάζεται.
- γ) Υποδιπλασιάζεται.
- δ) Τετραπλασιάζεται.

14. Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο.
Ένα μικρό πακέτο αφήνεται από αεροπλάνο που πετά οριζόντια σε ύψος h . Τη στιγμή που αφήνεται το πακέτο αυτό έχει ταχύτητα ίδιας τιμής με τη ταχύτητα Η κίνηση του πακέτου μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από τη σύνθεση δύο

επιμέρους κινήσεων. Μια η οποία εξελίσσεται σε οριζόντια διεύθυνση και είναι και μία που εξελίσσεται σε κατακόρυφη διεύθυνση και είναι

15. Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός αντικειμένου εμφανίζεται επιτάχυνση. Η τιμή της επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση..... Η γραμμική ταχύτητα του αντικειμένου συνδέεται με τη γωνιακή του με τη σχέση Η τιμή της γραμμικής ταχύτητας παραμένει ενώ αλλάζει συνέχεια η της.

16. Στις παρακάτω προτάσεις να συμπληρωθούν τα κενά με τις λέξεις: μεγαλύτερη, μικρότερη, σταθερή.

α) Ο ωροδείκτης ενός ρολογιού έχει γωνιακή ταχύτητα από το λεπτοδείκτη

β) Η τιμή της ταχύτητας του άκρου του λεπτοδείκτη είναι

γ) Ο λεπτοδείκτης έχει περίοδο από τον ωροδείκτη.

17. Στις παρακάτω σχέσεις, που αφορούν την ομαλή κυκλική κίνηση ενός σώματος, να συμπληρώσετε τα κενά με τα σύμβολα, u , ω , f , R .

α) $u=2\pi f \dots$ β) $T=\frac{1}{\dots}$ γ) $u=\dots R$ δ) $s=\dots T$

18. Να συμπληρωθούν τα κενά των παρακάτω σχέσεων.

A. $F_k=m \frac{\dots}{R}$ B. $a=\frac{u^2}{\dots}$ Γ. $\omega=\frac{u}{\dots}$ Δ. $T=\mu \dots$

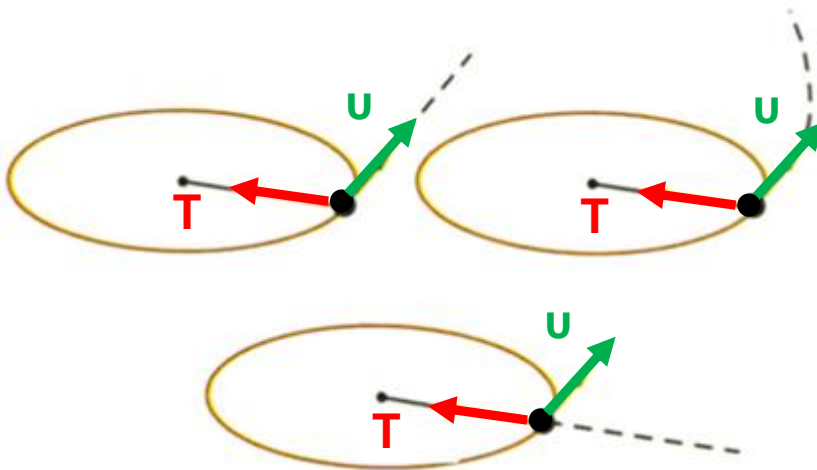
19. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

α) Για να πραγματοποιήσει ένα σώμα κυκλική κίνηση δεν απαιτείται δύναμη.

β) Ένα σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση δεν επιταχύνεται.

γ) Για να πραγματοποιήσει κυκλική κίνηση ένα σώμα πρέπει να ασκείται πάνω του κεντρομόλος δύναμη.

20. Το σφαιρίδιο της εικόνας περιφέρεται κυκλικά σε οριζόντιο επίπεδο λόγω της δύναμης που του ασκεί το νήμα.



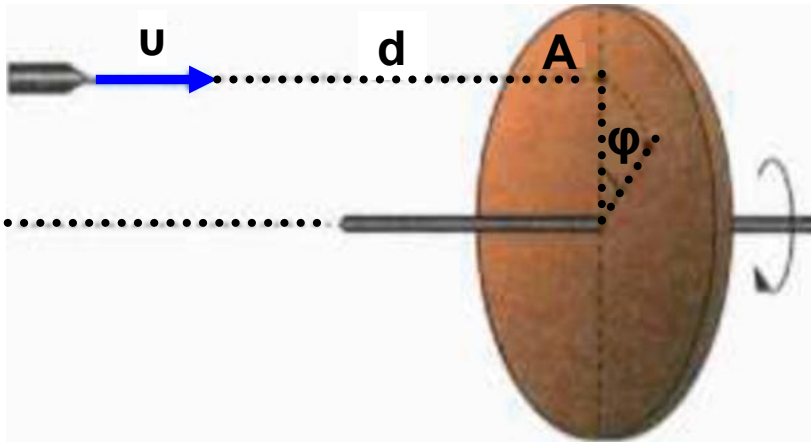
Αν κοπεί το νήμα, στη θέση που φαίνεται στις εικόνες, ποια εικόνα αναπαριστά την μετέπειτα τροχιά του σφαιριδίου;

Ασκήσεις - Προβλήματα

1. Ένας αστροναύτης βρίσκεται στη Σελήνη, και αφήνει ένα σώμα από ύψος $7,2\text{m}$ που φτάνει στο έδαφος μετά από 3s .
 - α) Πόση είναι η επιτάχυνση βαρύτητας στη Σελήνη;
 - β) Αν ο αστροναύτης πετάξει το σώμα οριζόντια με ταχύτητα 12m/s από το ίδιο ύψος,
 - i) Πόσος χρόνος χρειάζεται μέχρι να φτάσει το σώμα στο έδαφος;
 - ii) Πόση οριζόντια απόσταση θα διανύσει μέχρι να φτάσει στο έδαφος;
2. Ένα αεροπλάνο πετά οριζόντια σε ύψος $h=500\text{m}$ με ταχύτητα 150m/s και αφήνει μία βόμβα.
 - α) Να γράψετε τις εξισώσεις για την ταχύτητα και τη μετατόπιση που περιγράφουν την κίνηση της βόμβας.
 - β) Αν ο χρόνος πτώσης της βόμβας είναι 10s , να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.
 - γ) Να βρείτε το σημείο που βρίσκεται το αεροπλάνο όταν η βόμβα φτάνει στο έδαφος.
- *3. Ένα όχημα έχει λάστιχα διαμέτρου $0,8\text{m}$. Βρείτε τη ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου στο πέλμα του ελαστικού όταν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 35m/s .
- *4. Υπολογίστε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση που οφείλεται στην περιστροφή της Γης, ενός αντικειμένου που βρίσκεται στον Ισημερινό της Γης. Δίνεται ότι η ακτίνα του Ισημερινού είναι 6.380km . Η περίοδος περιστροφής της Γης είναι $T=24\text{h}$.
5. Ένα pulsar (ταχέως περιστρεφόμενο αστέρι νετρονίων) έχει διάμετρο $13,8\text{km}$ και περιστρέφεται με

συχνότητα $8,5\text{Hz}$. Υπολογίστε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου που βρίσκεται στον Ισημερινό του αστεριού.

6. Ένας περιστρεφόμενος κάδος στεγνωτήρα λειτουργεί εκτελώντας 780 περιστροφές το λεπτό. Ο κάδος έχει διάμετρο $0,66\text{m}$. Υπολογίστε:
- α) Την ταχύτητα ενός σημείου που βρίσκεται πάνω στο τοίχωμα του κάδου.
 - β) Την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου του τοιχώματος.
- *7. Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα, γύρω από μία κυκλική πλατεία διαμέτρου $135,2\text{m}$. Στην κίνηση αυτή η τριβή μεταξύ των τροχών και του οδοστρώματος, η οποία εμποδίζει την πλευρική ολίσθηση του αυτοκινήτου, λειτουργεί ως κεντρομόλος δύναμη. Εάν αυτή η τριβή δεν πρέπει να υπερβαίνει το 25% του βάρους του αυτοκινήτου, υπολογίστε τη μέγιστη ταχύτητα με την οποία μπορεί να κινείται το αυτοκίνητο χωρίς να ολισθαίνει.
- Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$
8. Να βρεθούν η περίοδος του ωροδείκτη και η περίοδος του λεπτοδείκτη ενός ρολογιού. Κάποια στιγμή το ρολόι δείχνει 12 το μεσημέρι. Μετά από πόση ώρα οι δείκτες σχηματίζουν γωνία $\pi/3$ για πρώτη φορά;
9. Τη στιγμή που το βλήμα που φαίνεται στην εικόνα απέχει από-σταση $d=2\text{m}$ από το σημείο Α του δίσκου έχει ταχύτητα $u=400\text{m/s}$. Ο δίσκος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω . Τη στιγμή που το βλήμα κτυπά στο δίσκο, το σημείο Α έχει περιστραφεί κατά γωνία $\varphi=45^\circ$.



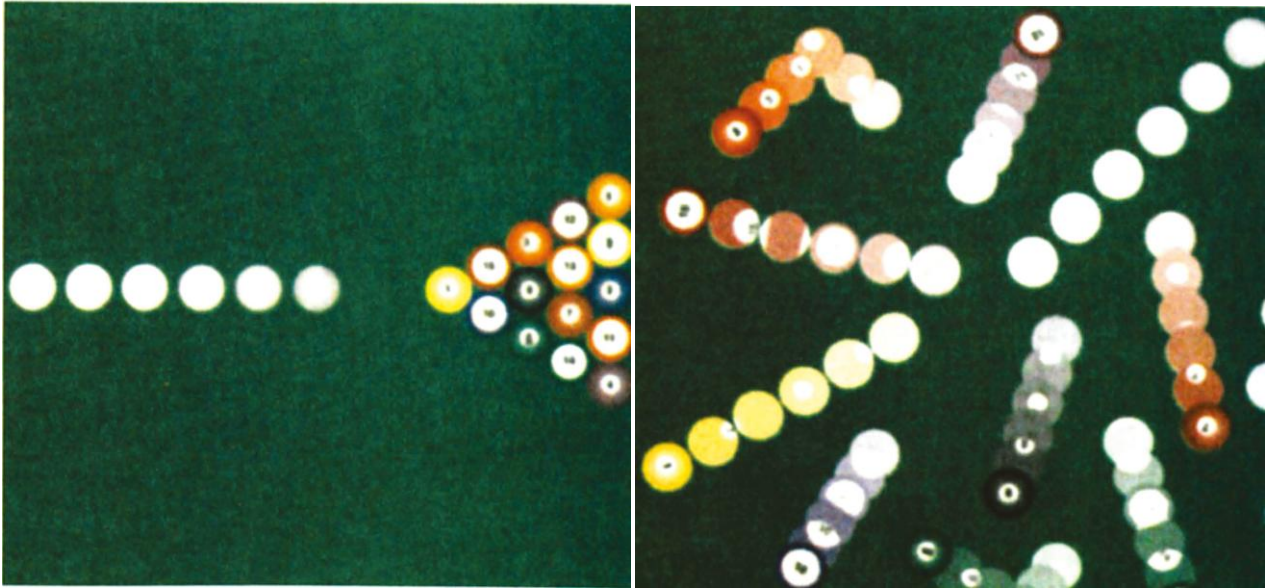
Να βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου.

10. Δορυφόρος εκτελεί κυκλική κίνηση σε ύψος $h=6.400\text{km}$ από την επιφάνεια της Γης και έχει περίοδο 4h . Αν η ακτίνα της Γης είναι $R=6.400\text{km}$, να υπολογιστούν:

- α) Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.
- β) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.

(2

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ



2.1. Η έννοια του συστήματος

Εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις

2.2. Το φαινόμενο της κρούσης

2.3. Η έννοια της ορμής

2.4. Η δύναμη και η μεταβολή της ορμής

2.5. Η αρχή διατήρησης της ορμής

2.6. Μεγέθη που δε διατηρούνται στην κρούση

2.7. Εφαρμογές της διατήρησης της ορμής

Στις προηγούμενες ενότητες, μελετήσαμε την κίνηση των σωμάτων και την αλλαγή της με τη βοήθεια των μεγεθών της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και της δύναμης. Η κίνηση των σωμάτων και ειδικότερα η αλλαγή της ταχύτητάς τους μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια περισσότερο αφηρημένων μεγεθών, όπως η ορμή. Η εισαγωγή του μεγέθους αυτού στη μελέτη των φαινομένων, μας επιτρέπει να δώσουμε ευρύτερο νόημα στο μέγεθος της δύναμης και να μελετήσουμε περισσότερο πολύπλοκα φαινόμενα, όπως η αλληλεπίδραση μεταξύ δύο σωμάτων.

Στο κεφάλαιο αυτό, θα εισαχθεί η έννοια του συστήματος δύο σωμάτων και θα μελετήσουμε τις δυνάμεις που επηρεάζουν την κινητική κατάσταση των σωμάτων του συστήματος. Θα μελετήσουμε τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά την αρχή διατήρησης της ορμής σε συστήματα δύο σωμάτων. Επίσης, θα χρησιμοποιήσουμε τη διατήρηση της ορμής στη μελέτη φαινομένων όπως η κρούση και η κίνηση των πυραύλων.

(2.1.) Η έννοια του συστήματος. Εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις

Σε προηγούμενες ενότητες ασχοληθήκαμε με τα θέματα της δύναμης και της κίνησης. Χαρακτηριστικό του τρόπου μελέτης ήταν ότι εστιάζαμε την προσοχή μας σε ένα μόνο σώμα. Επιπλέον παραβλέπαμε αν το κινούμενο σώμα ήταν αυτοκίνητο, άνθρωπος, αεροπλάνο κ.τ.λ. Τα πραγματικά σώματα τα αντιπροσώπευε μία συμβολική οντότητα: το σωμάτιο. Στην πορεία της μελέτης μάθαμε ότι πρέπει στην περιγραφή μας να συμπεριλάβουμε εκτός από το κινούμενο σώμα, την αιτία της αλλαγής της κίνησης, δηλαδή τη δύναμη.

Έτσι η περιγραφή του φαινομένου της κίνησης έγινε πιο πλήρης.

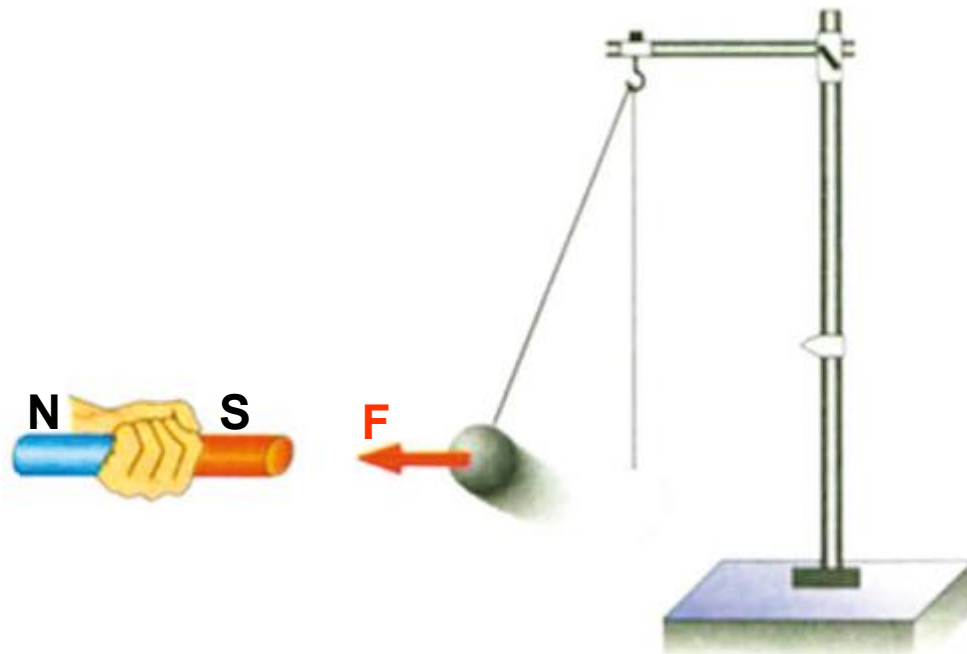
Οι δύο πρώτοι νόμοι του Νεύτωνα αφορούσαν την κίνηση ενός μόνο σώματος. Όμως ο τρίτος νόμος μας υποχρέωσε να συμπεριλάβουμε στην περιγραφή εκτός από το κινούμενο σώμα ένα δεύτερο, αυτό με το οποίο αλληλεπιδρά το πρώτο.

Το βήμα αυτό είναι πολύ σημαντικό καθώς εισάγει στην περιγραφή του φαινομένου της κίνησης και γενικότερα στην περιγραφή της φύσης δύο νέες έννοιες: την έννοια της αλληλεπίδρασης και την έννοια του συστήματος των σωμάτων.

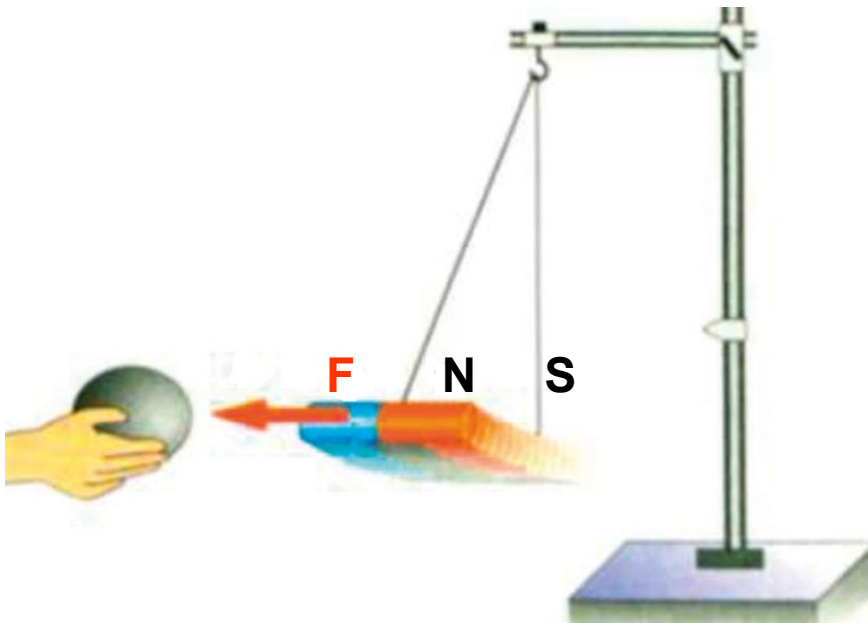
Δύο σώματα αλληλεπιδρούν όταν ασκούν μεταξύ τους δυνάμεις. Για παράδειγμα η μεταλλική σφαίρα αλληλεπιδρά με τον μαγνήτη (Εικ. 2.1). Αν και σε εμάς φαίνεται, ότι μόνο ο μαγνήτης έλκει τη μεταλλική σφαίρα, η πραγματικότητα είναι διαφορετική.

Πράγματι αν κάνουμε το πείραμα που φαίνεται στην [εικόνα 2.2](#), θα δούμε ότι και η μεταλλική σφαίρα έλκει το μαγνήτη. Αυτό λοιπόν που συμβαίνει στη φύση

είναι ότι ο μαγνήτης και η μεταλλική σφαίρα αλληλεπιδρούν.



Ο μαγνήτης έλκει τη σφαίρα.
Εικόνα 2-1.



Η σφαίρα έλκει το μαγνήτη.
Εικόνα 2-2.

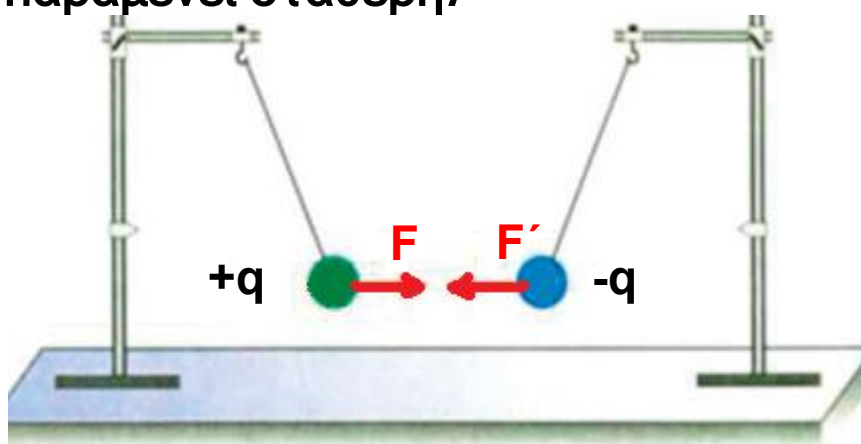
Παραδείγματα αλληλεπίδρασης είναι η έλξη μεταξύ Γης και Σελήνης ([Εικ. 2.3](#)), μεταξύ φορτισμένων σωμάτων ([Εικ. 2.4](#)), κ.τ.λ.



Η βαρυτική αλληλεπίδραση Γης - Σελήνης.
Εικόνα 2-3.

Η έννοια του συστήματος μας είναι γνωστή και από το νόμο διατήρησης της μάζας τον οποίο διατύπωσε ο Lavoissier.

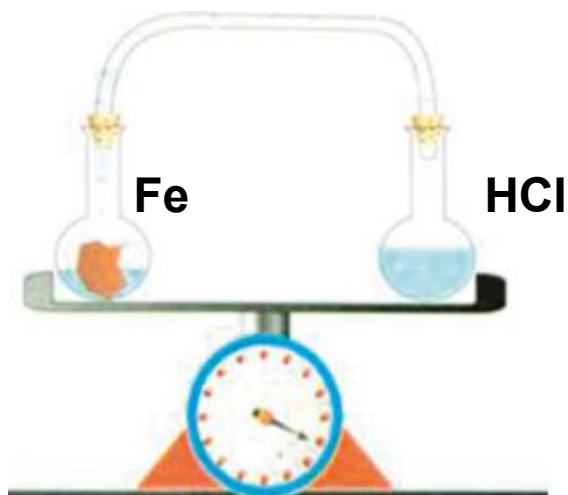
Σύμφωνα με το νόμο αυτό: η μάζα ενός συστήματος σωμάτων που αλληλεπιδρούν χημικά παραμένει σταθερή.



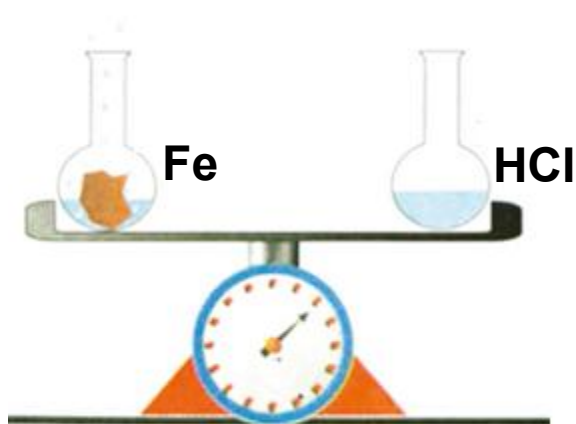
Εικόνα 2-4.

Γνωρίζουμε ότι ο σίδηρος (**Fe**) και το υδροχλωρικό οξύ (**HCl**) αλληλεπιδρούν χημικά. Ας θεωρήσουμε το σύστημα που φαίνεται στην **εικόνα 2.5**. Αν ανυψώσουμε τη φιάλη που περιέχει το **HCl** ώστε αυτό να έρθει σε

επαφή με το Fe θα γίνει χημική αντίδραση και θα παραχθούν H_2 και FeCl_2 . Θα παρατηρήσουμε ότι τόσο στη διάρκεια του φαινομένου, όσο και μετά απ' αυτό η ένδειξη του ζυγού παραμένει η ίδια (Εικ. 2.5). Αν όμως κάνουμε το ίδιο πείραμα με ανοικτά τα δύο δοχεία (Εικ. 2.6), τότε η ένδειξη του ζυγού θα γίνει μικρότερη διότι θα έχει διαφύγει στην ατμόσφαιρα το H_2 .



Κλειστό σύστημα.
Εικόνα 2-5.



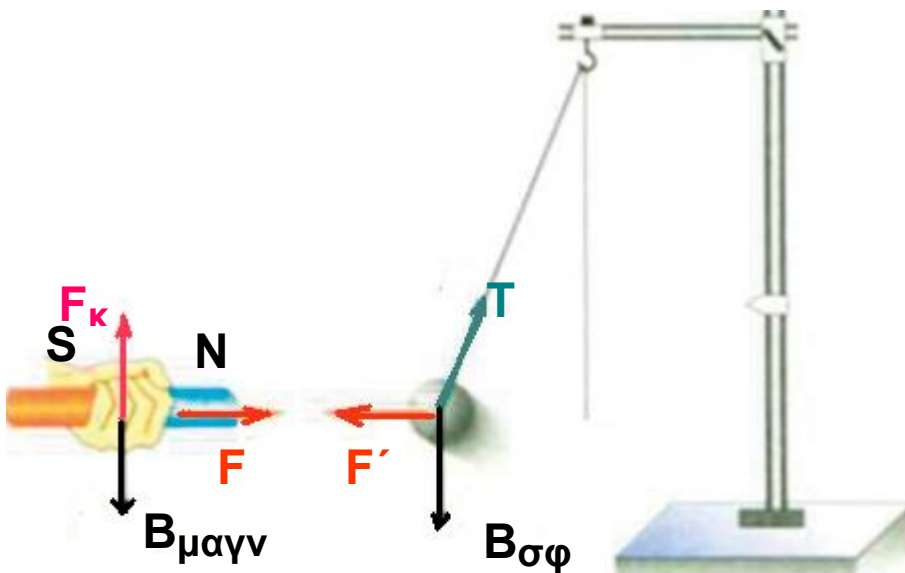
Ανοικτό σύστημα.
Εικόνα 2-6

Συνεπώς η αρχή διατήρησης της μάζας στα χημικά φαινόμενα ισχύει όταν το σύστημα είναι κλειστό, δηλαδή δεν εισέρχεται, ούτε εξέρχεται μάζα στο σύστημα.

Αν στη Χημεία είναι εύκολο να απομονώσουμε ένα σύστημα σωμάτων από το περιβάλλον του, για παράδειγμα τον αέρα που είναι και αυτός σώμα, στη Φυσική τα πράγματα είναι πιο πολύπλοκα. Για παράδειγμα ο μαγνήτης αλληλεπιδρά με τη μεταλλική σφαίρα (**Εικ. 2.1** και **Εικ. 2.2**). Αποτελούν όμως ένα σύστημα;

Η απάντηση είναι ΝΑΙ. Στη Φυσική μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ένα σύνολο δύο ή περισσότερων σωμάτων που αλληλεπιδρούν, αποτελούν σύστημα. Ωστόσο τα σώματα αυτά επειδή αλληλεπιδρούν και με άλλα σώματα μπορούν να ανήκουν και σε άλλα συστήματα. Παραδείγματος χάρη στο μαγνήτη εκτός από την έλξη από τη μεταλλική σφαίρα ασκείται δύναμη από το χέρι μας και δύναμη από τη Γη (**Εικ. 2.7**). Στη μεταλλική σφαίρα ασκείται εκτός από την έλξη του μαγνήτη, το βάρος της και η τάση του νήματος (**Εικ. 2.7**). Επίσης στα σώματα ασκούνται δυνάμεις και από το μαγνητικό πεδίο της Γης τις οποίες θεωρούμε αμελητέες διότι δεν επηρεάζουν την εξέλιξη του φαινομένου. Προκειμένου να αποδώσουμε τις διαφορές μεταξύ αυτών των δυνάμεων χρησιμοποιούμε τους

εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις.



Εικόνα 2-7.

Έτσι για το σύστημα μαγνήτης - σφαίρα, για μεν το μαγνήτη:

Εξωτερικές δυνάμεις είναι το βάρος $B_{\mu\alpha\gamma\nu}$ και η δύναμη F_k από το χέρι.

Εσωτερική δύναμη είναι η ελκτική δύναμη F από τη σφαίρα.

Για δε τη μεταλλική σφαίρα:

Εξωτερικές δυνάμεις είναι το βάρος της $B_{\sigma\phi}$ και η τάση T του νήματος.

Εσωτερική δύναμη είναι η ελκτική δύναμη F του μαγνήτη.

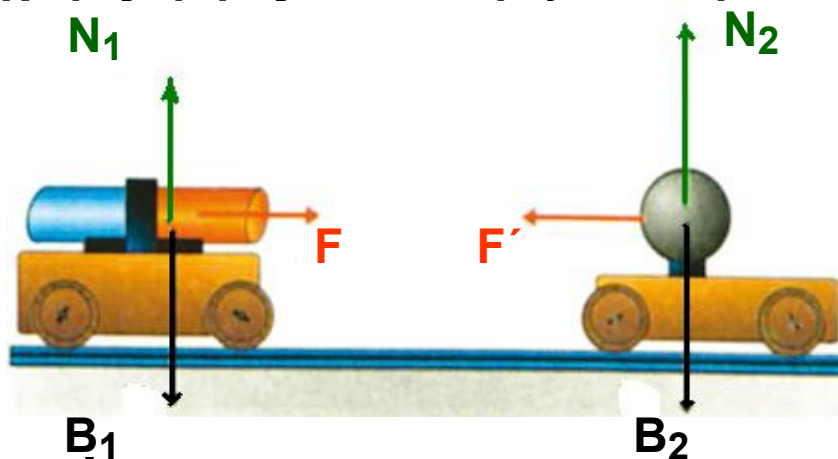
Γενικεύοντας, μπορούμε να συμφωνήσουμε ότι σε ένα σύστημα σωμάτων διακρίνουμε δύο είδη δυνάμεων:

α) αυτές που προέρχονται αποκλειστικά από τα σώματα που αποτελούν το σύστημα και τις οποίες ονομάζουμε **εσωτερικές**,

β) δυνάμεις που προέρχονται από άλλα σώματα και οι οποίες ονομάζονται **εξωτερικές**.

Αν στην περίπτωση της διατήρησης της μάζας στη χημική αλληλεπίδραση μπορέσαμε να “στεγανοποιήσουμε” το σύστημα από το περιβάλλον του, στη Φυσική δύσκολα μπορούμε να “απομονώσουμε” ένα σύστημα από την επίδραση των εξωτερικών δυνάμεων. Αν όμως οι εξωτερικές δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε το σύστημα αυτό θα ονομάζεται **μονωμένο**.

Ας εξετάσουμε το σύστημα που φαίνεται στην **εικόνα 2.8**. Ο μαγνήτης και η σφαίρα έχουν στερεωθεί πάνω σε αμαξάκια τα οποία μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές σε ένα οριζόντιο τραπέζι.



Εικόνα 2-8.

Ποιες είναι οι εσωτερικές και ποιες οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα που αποτελούν το σύστημα;

Ας τις προσδιορίσουμε αναλυτικά.

Στο μαγνήτη ασκούνται οι δυνάμεις

- α) Το βάρος του **B₁**.
- β) Η αντίδραση **N₁** από την επιφάνεια στην οποία βρίσκεται.
- γ) Η έλξη **F** από τη μεταλλική σφαίρα.

Στη μεταλλική σφαίρα ασκούνται οι δυνάμεις

- α) Το βάρος της **B₂**.

β) Η αντίδραση N_2 από την επιφάνεια στην οποία βρίσκεται.

γ) Η έλξη από το μαγνήτη.

Για τα σώματα του συστήματος το βάρος και η α-ντίδραση είναι εξωτερικές δυνάμεις, ενώ οι μεταξύ τους έλξεις είναι εσωτερικές.

Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων για κάθε ένα από τα σώματα είναι μηδέν, διότι ισχύει

$$B_1 = N_1 \text{ και } B_2 = N_2.$$

Συνεπώς το σύστημα μαγνήτης - μεταλλική σφαίρα είναι μονωμένο. Έτσι η κίνησή τους θα καθορίζεται αποκλειστικά από τις εσωτερικές δυνάμεις.

Γενικότερα, σε ένα μονωμένο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν μηδενική συνισταμένη.

Πρέπει να τονίσουμε ότι στη φύση δεν υπάρχουν μονωμένα συστήματα. Μπορούμε όμως να θεωρήσουμε ένα σύστημα μονωμένο κάνοντας προσεγγίσεις στις οποίες θεωρούμε αμελητέες διάφορες εξωτερικές δυνάμεις.

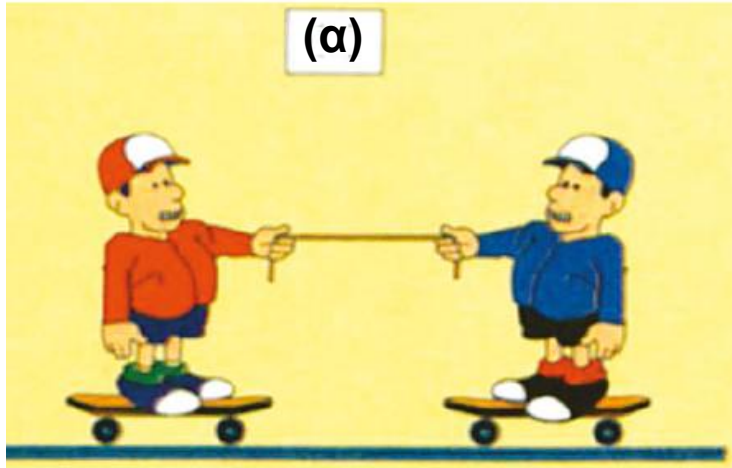
Για παράδειγμα στο σύστημα που μελετήσαμε δεχθήκαμε ότι δεν υπάρχουν τριβές και αγνοήσαμε την α-ντίσταση του αέρα.

Δραστηριότητα

Τα δύο συστήματα που φαίνονται στις εικόνες α, β, μπορούν να θεωρηθούν μονωμένα; Να εξηγήσετε την άποψή σας.



Το ελατήριο είναι συσπειρωμένο και τα αμαξάκια συγκρατούνται με ένα σκοινί.



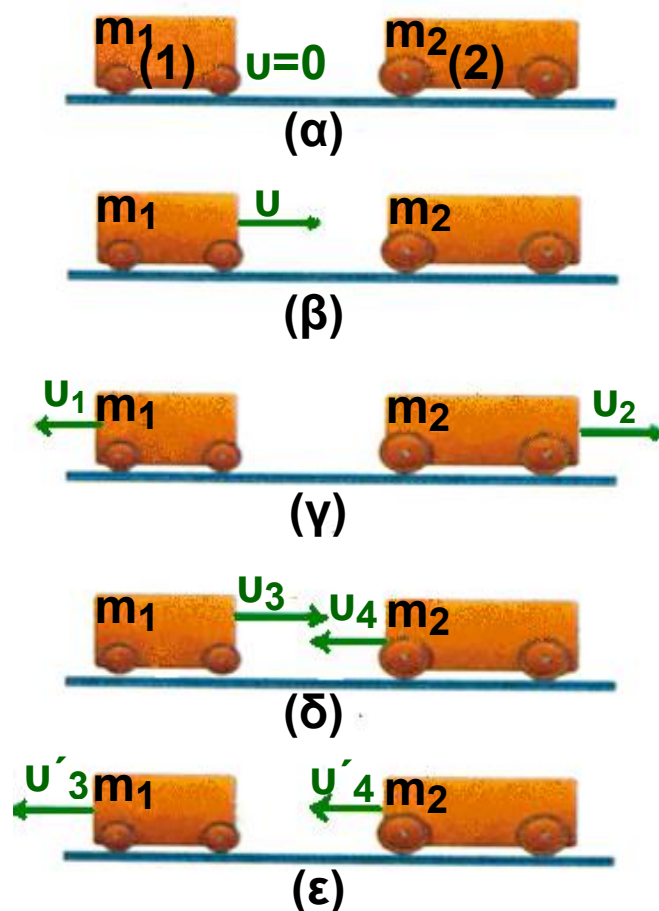
Και τα δύο παιδιά τραβούν προς το μέρος τους το σκοινί.

(β)

(2.2.) Το φαινόμενο της κρούσης

Ας θεωρήσουμε το μονωμένο σύστημα της **εικόνας 2.9α**. Το αμαξάκι (1) έχει μάζα m_1 , το αμαξάκι (2) έχει μάζα m_2 και γνωρίζουμε ότι $m_1 < m_2$.

Αν σπρώξουμε το πρώτο αμαξάκι, αυτό θα αρχίσει να κινείται (**Εικ. 2.9β**). Στη συνέχεια θα χτυπήσει το δεύτερο και μετά τα δύο αμαξάκια θα κινούνται έστω σε αντίθετες κατευθύνσεις με διαφορετικές ταχύτητες (**Εικ. 2.9γ**). Μπορούμε να σπρώξουμε ταυτόχρονα τα δύο αμαξάκια, ώστε αυτά να πλησιάσουν το ένα το άλλο (**Εικ. 2.9δ**). Ανάλογα με τις ταχύτητες που θα δώσουμε μπορεί να προκύψουν μετά τη σύγκρουση διάφορα αποτελέσματα, όπως για παράδειγμα να κινούνται όπως φαίνεται στην **εικόνα 2.9ε**.



Οι ταχύτητες πριν από την κρούση (β), (δ).

Οι ταχύτητες μετά την κρούση (γ), (ε), έχουν αλλάξει.

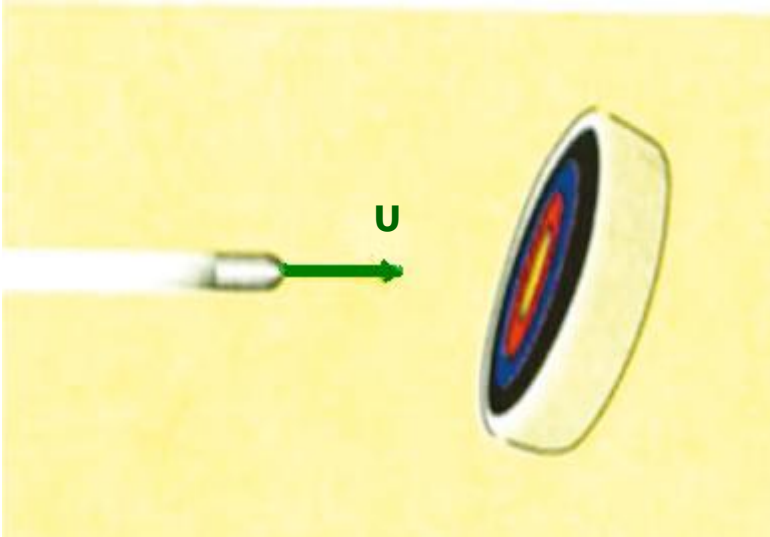
Εικόνα 2-9.



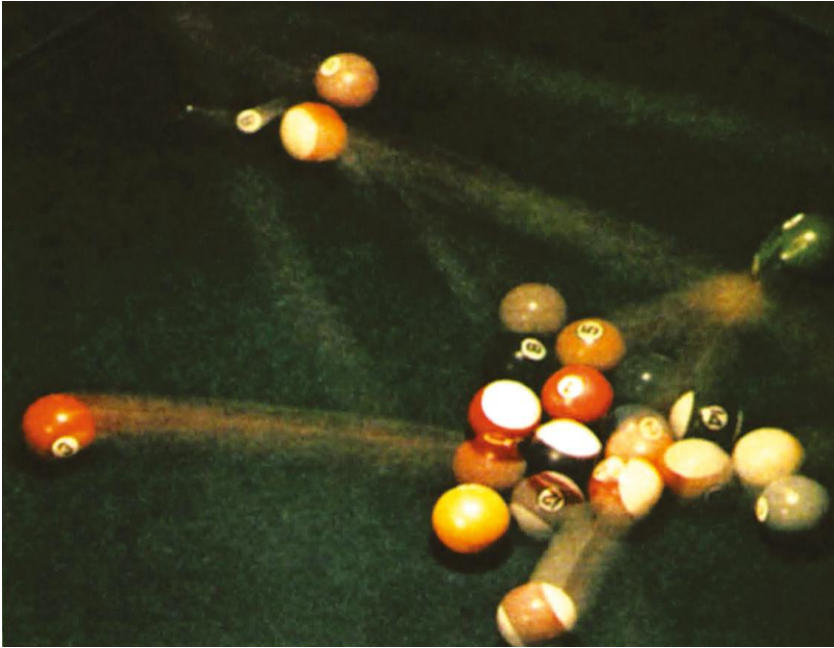
Εικόνα 2-10.

Οι παραπάνω περιπτώσεις ανήκουν σε μία γενικότερη κατηγορία φαινομένων τα οποία ονομάζονται **φαινόμενα κρούσης**.

Στην κατηγορία αυτή υπάγονται φαινόμενα όπως η σύγκρουση δύο αυτοκινήτων (**Εικ. 2.10**), το σφήνωμα του βλήματος στο στόχο (**Εικ. 2.11**), κ.ά. Υπάγονται ακόμα φαινόμενα, όπως η σύγκρουση των σφαιρών του μπιλιάρδου (**Εικ. 2.12**), ο βομβαρδισμός των πυρήνων των ατόμων με σωματίδια, όπως τα πρωτόνια, κ.τ.λ.



Εικόνα 2-11.



Εικόνα 2-12.

Μπορούμε όμως να περιγράψουμε όλα αυτά τα φαινόμενα με έναν απλό και ενιαίο τρόπο; Η απάντηση είναι καταφατική και στηρίζεται στην έννοια του συστήματος. Πράγματι, σε όλες τις περιπτώσεις:

- α) τα σώματα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους,
- β) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αποτελούν ένα μονωμένο σύστημα.

Ακόμα και στην περίπτωση των αυτοκινήτων (Εικ. 2.10) στην οποία οι εξωτερικές δυνάμεις δεν έχουν συνισταμένη μηδέν, επειδή υπάρχουν τριβές, οι δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά τη σύγκρουση είναι τόσο μεγάλες ώστε μπορούμε να αγνοήσουμε όλες τις εξωτερικές δυνάμεις. Δηλαδή να θεωρούμε το σύστημα μονωμένο.

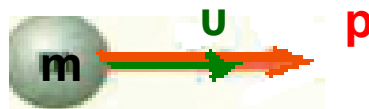
(2.3.) Η έννοια της ορμής

Η μελέτη του φαινομένου της κρούσης και η περιγραφή του με τη βοήθεια κατάλληλα επινοημένων μεγεθών, απασχόλησε τους επιστήμονες πολύ πριν από την εποχή του Νεύτωνα. Το αποτέλεσμα ήταν να καταλήξουν, περί τα τέλη του 17ου αιώνα, στην εισαγωγή ενός νέου φυσικού μεγέθους που σήμερα χαρακτηρίζεται με το όνομα ορμή. Το ερώτημα που προέκυπτε κάθε φορά που μελετούσαν μία σύγκρουση ήταν: το φαινόμενο θα είναι άραγε πιο έντονο αν τα συγκρουόμενα σώματα έχουν μεγάλη μάζα, ή μεγάλη ταχύτητα;

Η απάντηση στην οποία κατέληγαν και που σήμερα και εμείς επιβεβαιώνουμε με την καθημερινή μας εμπειρία ήταν πως το αποτέλεσμα της κρούσης επηρεάζεται τόσο από τη μάζα, όσο και από την ταχύτητα των συγκρουόμενων σωμάτων.

Έτσι ορίζουμε την ορμή $\vec{p}$ ενός σώματος ως το φυσικό μέγεθος που η τιμή του εξαρτάται από τη μάζα και την ταχύτητα του σώματος. Συγκεκριμένα είναι:

$$\vec{p} = m\vec{u} \quad (1)$$



Η ορμή, όπως προκύπτει από τη σχέση (1), είναι μέγεθος διανυσματικό που έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας του σώματος και η τιμή του είναι:

$$p = mu.$$

Η μονάδα μέτρησής της στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων S.I. είναι το 1kgm/s.

Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, η σημασία της έννοιας της ορμής είναι πολύ μεγάλη για τη Φυσική, αφού με αυτήν μπορούμε να μελετήσουμε φαινόμενα κρούσης. Ωστόσο, πολλές φορές χρησιμοποιούμε την έννοια της ορμής για να μελετήσουμε εξίσου καλά μία κίνηση.

Όπως θα δούμε στις επόμενες παραγράφους, η περιγραφή της κρούσης με τη βοήθεια της έννοιας της ορμής, πλεονεκτεί της περιγραφής με τη βοήθεια της έννοιας της ταχύτητας, γιατί η ορμή ως φυσικό μέγεθος διατηρείται.

Η ιδιότητα αυτή της ορμής είναι πολύ χρήσιμη, αφού μας επιτρέπει να κάνουμε προβλέψεις και να καταλήγουμε σε συμπεράσματα που αφορούν στην κίνηση ενός σώματος ή ενός συστήματος, χωρίς να χρειάζεται ο κουραστικός υπολογισμός όλων των λεπτομερειών της κίνησης.

Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι, αν ένα σώμα το οποίο κινείται με ταχύτητα u , είναι εκτός του πεδίου βαρύτητας, δεν μπορεί να έχει ορμή. Συζητήστε στην ομάδα σας αν αληθεύει αυτός ο ισχυρισμός.

Μερικοί μαθητές θεωρούν την ορμή ενός σώματος παρόμοια έννοια με τη δύναμη που “έχει” το σώμα ή τη δύναμη που ασκείται στο σώμα . Ποια είναι η δική σας άποψη;

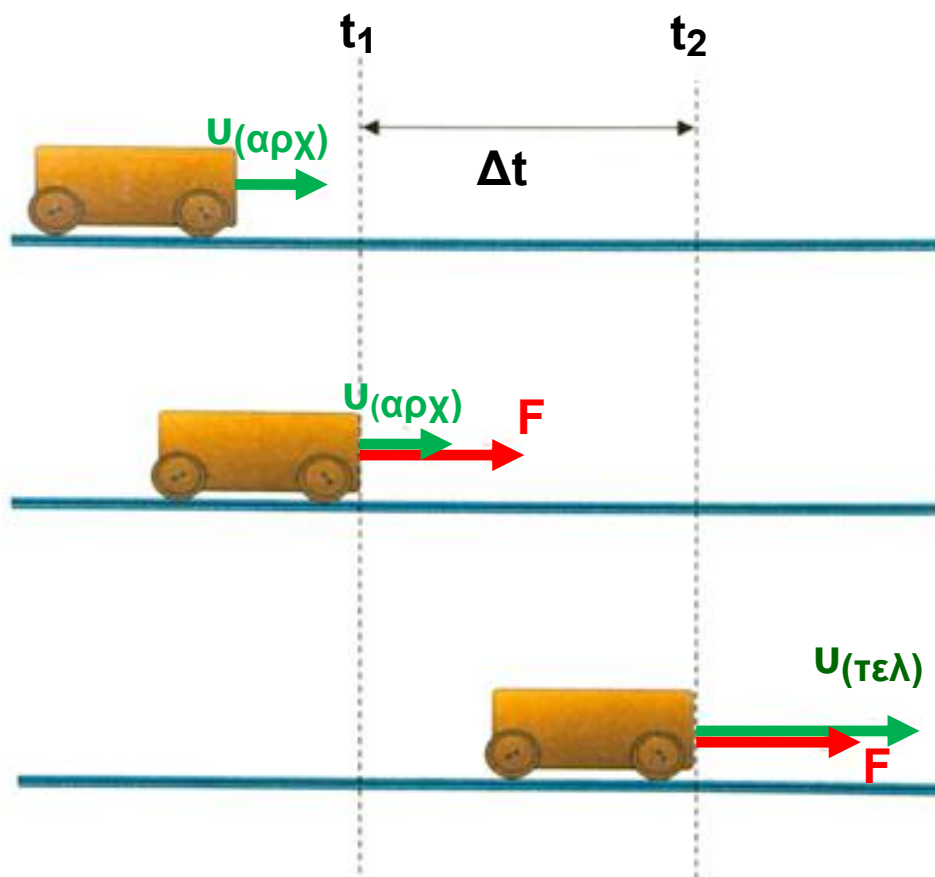
(2.4) Η δύναμη και η μεταβολή της ορμής

Όπως είδαμε στην παράγραφο 2.2, κατά τη διάρκεια της κρούσης εμφανίζονται δυνάμεις μεγάλου μετρου. Αυτές οι δυνάμεις προκαλούν τις αλλαγές στην ταχύτητα και την ορμή των σωμάτων που συγκρούονται.

Συνεπώς πρέπει να αναζητήσουμε σχέση μεταξύ δύναμης και ορμής, **εικόνα 2.13**.

Τη σχέση αυτή μπορούμε να τη βρούμε, αν συνδυάσουμε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής $\vec{F} = m\vec{a}$

με τη σχέση $\vec{a} = \frac{\vec{u}_{\text{τελ}} - \vec{u}_{\text{αρχ}}}{\Delta t}$ που ορίζει την επιτάχυνση.



Η άσκηση της δύναμης F προκάλεσε την αύξηση της ταχύτητας από $u_{\alphaρχ}$ σε $u_{\text{τελ}}$ και συνεπώς αύξηση της ορμής του σώματος.

Εικόνα 2 -13.

Αντικαθιστώντας στην πρώτη την τιμή της επιτάχυνσης από τη δεύτερη προκύπτει ότι:

$$\vec{F} = m \frac{\vec{u}_{\text{τελ}} - \vec{u}_{\text{αρχ}}}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \vec{F} = \frac{m\vec{u}_{\text{τελ}} - m\vec{u}_{\text{αρχ}}}{\Delta t}$$

Γνωρίζουμε όμως ότι το γινόμενο $m\vec{u}_{\text{τελ}}$ είναι η τελική ορμή $\vec{P}_{\text{τελ}}$ του σώματος και $m\vec{u}_{\text{αρχ}}$ η αρχική ορμή του $\vec{P}_{\text{αρχ}}$.

Η παραπάνω σχέση γράφεται έτσι:

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_{\text{τελ}} - \vec{P}_{\text{αρχ}}}{\Delta t} \quad (2)$$

Στην περίπτωση που τα διανύσματα $\vec{P}_{\text{αρχ}}$ και $\vec{P}_{\text{τελ}}$ είναι συγγραμικά, η σχέση (2) γράφεται:

$$F = \frac{P_{\text{τελ}} - P_{\text{αρχ}}}{\Delta t} \quad (3)$$

Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι η μεταβολή της ορμής $(\vec{P}_{\text{τελ}} - \vec{P}_{\text{αρχ}})$ διά του χρόνου Δt εντός του οποίου συμβαίνει αυτή, ισούται με τη δύναμη $\vec{F}$ που την προκαλεί.

Συνεπώς για να αλλάξει η ορμή ενός σώματος απαιτείται η άσκηση δύναμης.

Ας εξετάσουμε το νόημα που έχει αυτό το συμπέρασμα μέσα από ένα παράδειγμα.



Εικόνα 2 -14.

Όλοι μας λέμε ότι στο ποδόσφαιρο για να αποκτήσει η μπάλα μεγάλη ταχύτητα και συνεπώς μεγάλη ορμή πρέπει να της δώσουμε μία “δυνατή κλωτσιά” (Εικ. 2.14). Τι σημαίνει όμως αυτό; Σημαίνει ότι πρέπει στη μπάλα να ασκηθεί μεγάλη δύναμη. Έτσι, όπως προκύπτει από τη σχέση (3) όσο πιο μεγάλη είναι η δύναμη, τόσο πιο μεγάλη θα είναι η μεταβολή της ορμής της μπάλας. Θεωρώντας ότι η μπάλα ήταν αρχικά ακίνητη, προκύπτει ότι:

$$F = \frac{mu}{\Delta t} = \frac{P_{\text{μπάλας}}}{\Delta t}$$

όπου $P_{\text{μπάλας}}$ είναι η ορμή της μπάλας και Δt η διάρκεια της επαφής του ποδιού με τη μπάλα. Συνεπώς η σχέση (3) περιγράφει ικανοποιητικά την εμπειρία μας. Ας εξετάσουμε την ακόλουθη περίπτωση.

Ένας ποδοσφαιριστής δίνει μία “δυνατή κλωτσιά” και η μπάλα αποκτά ταχύτητα 23m/s. Από μετρήσεις βρέθηκε ότι στις δυνατές κλωτσιές η επαφή της μπάλας με το παπούτσι του ποδοσφαιριστή διαρκεί 0,008s. Η μάζα της μπάλας, σύμφωνα με τους κανονισμούς είναι

0,425kg. Μπορούμε χρησιμοποιώντας τη σχέση (3) να υπολογίσουμε τη δύναμη.

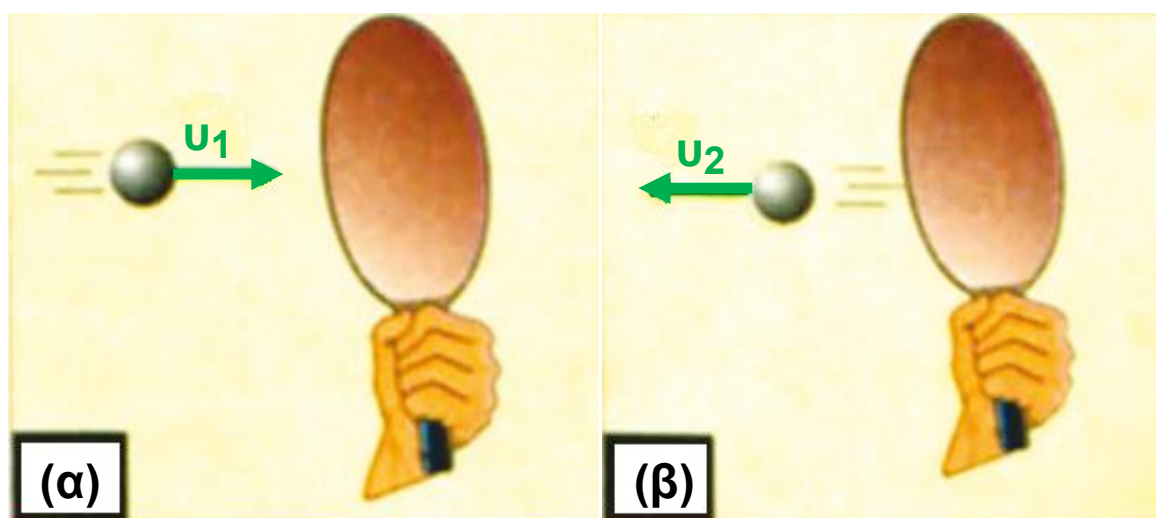
Αντικαθιστούμε τα παραπάνω δεδομένα και έχουμε:

$$F = \frac{0,425\text{kg} \cdot 23\text{m/s}}{0,008\text{s}} = 1381,25\text{N}$$

Για να εκτιμήσουμε το πόσο μεγάλη είναι αυτή η δύναμη μπορούμε να τη συγκρίνουμε με το βάρος του ποδοσφαιριστή. Αν δεχθούμε ότι η μάζα του ποδοσφαιριστή είναι 70kg, το βάρος του είναι $70\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2 = 686,7\text{N}$. Συγκρίνοντας τα μέτρα των δύο αυτών δυνάμεων προκύπτει ότι η δύναμη που άσκησε ο ποδο-σφαιριστής στη μπάλα είναι περίπου διπλάσια από το βάρος του.

Δραστηριότητα 1

Ένα μπαλάκι του πινγκ - πονγκ προσπίπτει κάθετα πάνω στη ρακέτα με ταχύτητα u_1 και ανακλάται με ταχύτητα αντίθετης κατεύθυνσης u_2 . Αν γνωρίζουμε ότι το μπαλάκι έχει μάζα m μπορούμε με τη βοήθεια της σχέσης (3) να υπολογίσουμε τη δύναμη που ασκήθηκε. Δο-κιμάστε διάφορα ζεύγη τιμών και συζητείστε τα αποτελέσματα που βρίσκετε. Η μάζα που έχει το μπαλάκι είναι 10g και το $\Delta t \approx 0,1\text{s}$.



Δραστηριότητα 2

Στις προηγούμενες παραγράφους μελετήσαμε την έννοια ορμής και τη σχέση της με τη δύναμη. Με τη βοήθεια των σχέσεων

$$p = mu \quad \text{και} \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \text{μπορούμε:}$$

α) Να υπολογίσουμε, κατ' εκτίμηση, την ορμή που έχει ένα μικρό ή μεγάλο κινούμενο σώμα.

β) Να εκτιμήσουμε τη δύναμη που απαιτείται για να το σταματήσουμε. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται κατ' εκτίμηση τιμές για τη μάζα και την ταχύτητα.

A/A	Περιγραφή	Τιμές ταχύτητας	Τιμή μάζας	Τιμή ορμής
1	Αθλητής δρόμου 100m	$u=10\text{m/s}$	$m=80\text{kg}$	
2	Βλήμα πυροβόλου όπλου	$u=500\text{m/s}$	$m=10\text{g}$	
3	Κουνούπι που πετάει	$u=7\text{m/s}$	$m=2\text{g}$	

4	Μόριο N ₂ του ατμοσφαιρικού αέρα σε θερμοκρασία 23 °C	$u=800\text{m/s}$	$m = \frac{28}{6 \cdot 10^{23}} \text{g}$	
5	Πετρελαιοφόρο πλοίο (1mi/h=1669km/h)	$u=10\text{mi/h}$	$m=2 \cdot 10^8 \text{kg}$	
6	Μπάλα ποδοσφαίρου που κινείται	$u=12\text{m/s}$	$m=425\text{g}$	

1. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα να υπολογίσετε την ορμή σε κάθε μία περίπτωση. Γράψτε το αποτέλεσμα στην πέμπτη στήλη του πίνακα.

2. Ποιο από τα σώματα έχει τη μεγαλύτερη ορμή και ποιο έχει τη μικρότερη;

3. Υποθέστε ότι όλα τα σώματα ακινητοποιούνται στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt . Για ποιό απ' όλα απαιτείται μεγαλύτερη δύναμη;

4. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα και τα δικά σας αποτελέσματα, να ερμηνεύσετε τα εξής δεδομένα:

α) Ζώντας στην ατμόσφαιρα της Γης βομβαρδιζόμαστε διαρκώς από κινούμενα μόρια, αλλά δεν “αισθανόμαστε τίποτα”.

β) Στους κλειστούς στίβους και συγκεκριμένα στο τέλος της διαδρομής των 100m υπάρχουν κατακόρυφοι τοίχοι καλυμμένοι με παχύ αφρώδες υλικό.

γ) Τα πλοία παθαίνουν μεγάλες ζημιές όταν συγκρούονται με την προβλήτα του λιμανιού, ακόμα και όταν κινούνται με μικρή ταχύτητα.

5. Γιατί μας τραυματίζει μία σφαίρα και όχι η μπάλα ποδοσφαίρου αν και έχουν περίπου ίσες ορμές;

(2.5.) Η αρχή διατήρησης της ορμής

Με τη βοήθεια της έννοιας της ορμής οι επιστήμονες απλοποίησαν τη μελέτη των πολύπλοκων φαινομένων της κρούσης και κατέληξαν στο ακόλουθο συμπέρασμα: **Η συνολική ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή.**

Η πρόταση αυτή είναι άμεση συνέπεια του τρίτου νόμου του Νεύτωνα σύμφωνα με τον οποίο η δράση είναι ίση με την αντίδραση.

Ας θεωρήσουμε δύο σώματα που αλληλεπιδρούν. Εφ' όσον οι δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτά είναι αντίθετες, θα ισχύει $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ ή

$$m_1 \frac{\Delta \vec{u}_1}{\Delta t} = -m_2 \frac{\Delta \vec{u}_2}{\Delta t}$$

Όμως ο χρόνος αλληλεπίδρασης Δt είναι ίδιος και για τα δύο σώματα και κατά συνέπεια

$$m_1 \Delta \vec{u}_1 = -m_2 \Delta \vec{u}_2$$

Συνεπώς για τις μεταβολές της ορμής θα ισχύει:

$$\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2 \quad \text{ή} \quad \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 = 0$$

Εφ' όσον όμως το άθροισμα των μεταβολών των ορμών είναι μηδέν, έπεται ότι το άθροισμα των ορμών των σωμάτων του συστήματος δε μεταβάλλεται, διότι από την προηγούμενη σχέση προκύπτει:

$$\begin{aligned} \vec{p}_{1(\text{τελ})} + \vec{p}_{2(\text{τελ})} &= \vec{p}_{1(\text{αρχ})} + \vec{p}_{2(\text{αρχ})} \\ \text{ή} \quad \vec{p}_{\text{ολ}(\text{τελ})} &= \vec{p}_{\text{ολ}(\text{αρχ})} \end{aligned} \quad (4)$$

Δηλαδή η ορμή του συστήματος είναι σταθερή.

Εφαρμογή

Τα αμαξάκια Σ_1 και Σ_2 τα οποία φαίνονται στην εικόνα έχουν ίσες μάζες και μπορεί να κινηθούν χωρίς

τριβές. Θέτουμε σε κίνηση το αμαξάκι Σ_1 το οποίο φτάνει στο Σ_2 με ταχύτητα u_1 .

Μετά τη σύγκρουση παρατηρούμε το αμαξάκι Σ_1 να ακινητοποιείται, ενώ το Σ_2 να αποκτά ταχύτητα u_2 .



Όπως προκύπτει από τη σχέση

$$\vec{p}_{1(\text{τελ})} + \vec{p}_{2(\text{τελ})} = \vec{p}_{1(\text{αρχ})} + \vec{p}_{2(\text{αρχ})}$$

η ταχύτητα u_2 είναι ίση με την ταχύτητα u_1 , δηλαδή τα δύο αμαξάκια αντάλλαξαν τις ταχύτητές τους.

Τα πορίσματα που προκύπτουν αν εφαρμόσουμε τη διατήρηση της ορμής για την κίνηση των σωμάτων που συγκρούονται, έχουν ελεγχθεί πειραματικά πάρα πολλές φορές, ώστε σήμερα δεν υπάρχει καμία αμφιβολία για την εγκυρότητά τους. Έτσι η διατήρηση της ορμής έχει αναβαθμιστεί στη σκέψη των επιστημόνων και ονομάζεται **Αρχή διατήρησης της ορμής**. Η αρχή αυτή δεν περιορίζεται σε απλές περιπτώσεις, όπως αυτή που εξετάσαμε στο παράδειγμα, αλλά επεκτείνεται και σε περιοχές όπως η Πυρηνική Φυσική, όπου πυρήνες βομβαρδίζονται με σωμάτια όπως τα πρωτόνια ή τα νετρόνια.

Στη Φυσική ισχύουν και άλλες αρχές όπως π.χ. η αρχή διατήρησης της ενέργειας, του ηλεκτρικού φορτίου, κ.τ.λ.

Δραστηριότητα 1

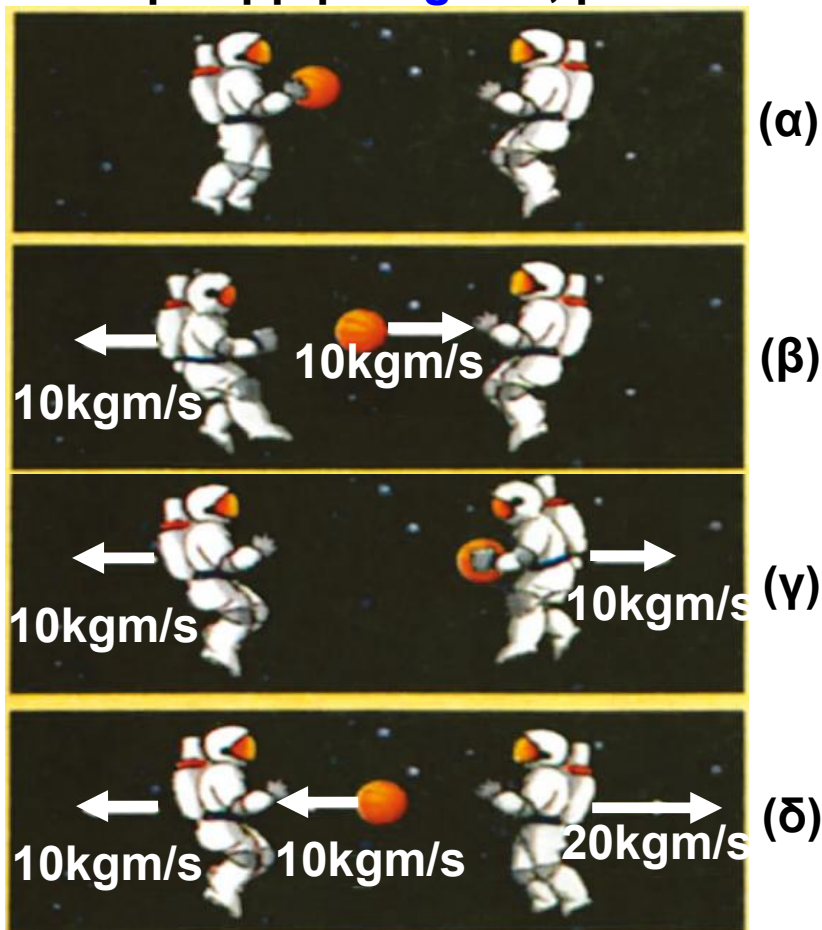
Δύο αστροναύτες βρίσκονται στο διάστημα και σε μία περιοχή όπου η βαρυτική έλξη από τα γειτονικά ουράνια σώματα είναι αμελητέα.

Οι αστροναύτες αποφάσισαν να παίξουν μπάλα. Έτσι ο αστροναύτης **A** πετάει στον αστροναύτη **B** μία μπάλα δίνοντάς της ορμή $p=10\text{kg}\cdot\text{m/s}$. Το ίδιο κάνει και ο αστροναύτης **B** όταν φτάσει η μπάλα σ' αυτόν. Στην εικόνα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ορμών που αποκτούν οι αστροναύτες.

I) Χρησιμοποιώντας τις τιμές της ορμής που αναγράφονται στην εικόνα να δείξετε ότι η ολική ορμή του συστήματος αστροναύτες- μπάλα παραμένει σταθερή σε όλα τα στιγμιότυπα.

II) Να εξηγήσετε γιατί στο στιγμιότυπο (δ) ο αστροναύτης **A** έχει ορμή $10\text{kg}\cdot\text{m/s}$ και ο **B** $20\text{kg}\cdot\text{m/s}$

III) Ποια θα είναι η ορμή του **A** όταν πετάξει τη μπάλα στο **B** με ορμή $10\text{kg}\cdot\text{m/s}$, μετά το στιγμιότυπο (δ);



Δραστηριότητα 2

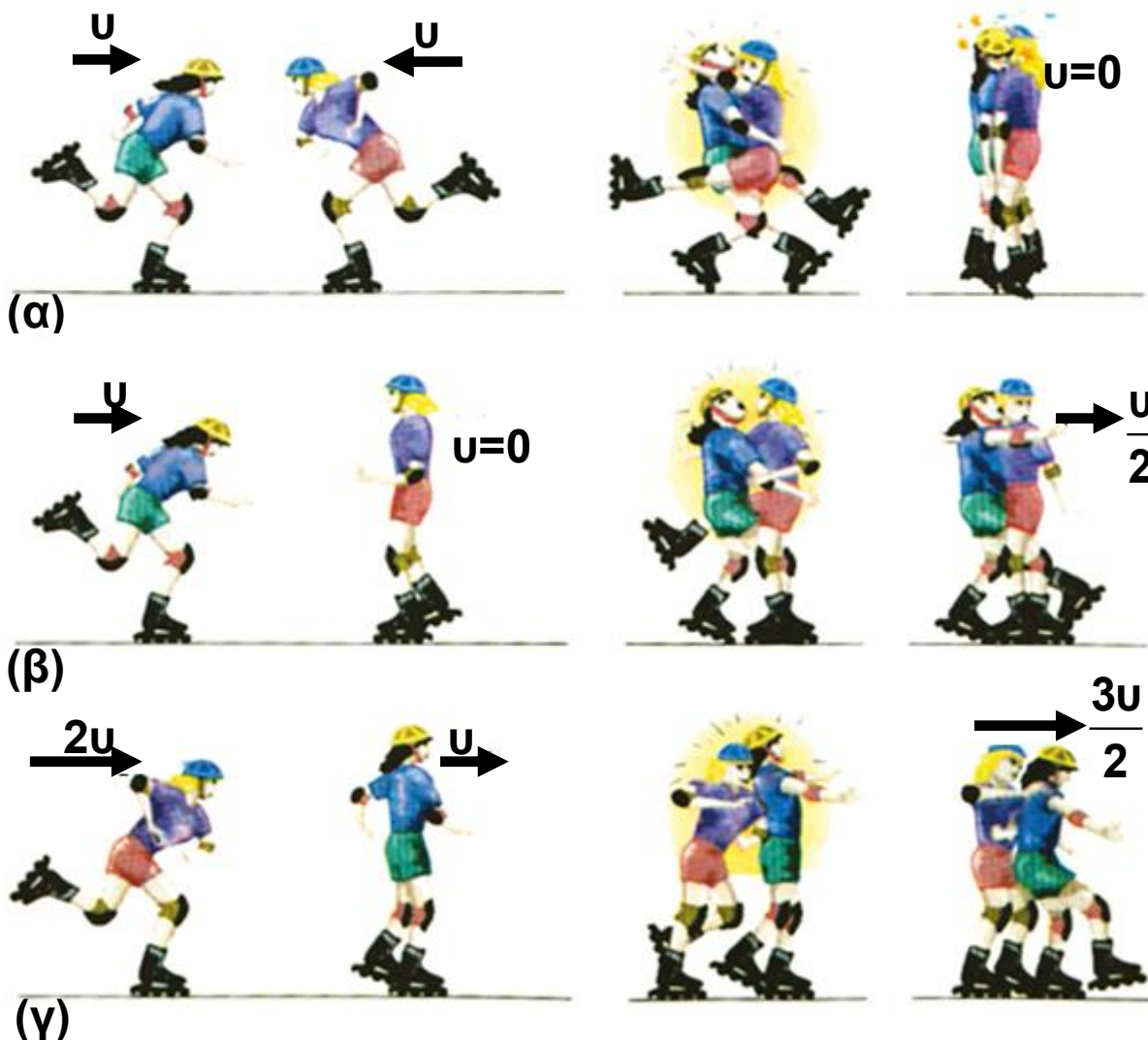
Δύο μαθητές αποφάσισαν να ελέγξουν τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την αρχή διατήρησης της ορμής.

Χρησιμοποιώντας τα πατίνια τους κινήθηκαν πάνω σε μία οριζόντια πίστα και δοκίμασαν τρεις συνδυασμούς κρούσεων. Ένας φίλος τους με τη βοήθεια ειδικού οργάνου μέτρησε τις ταχύτητές τους σε κάθε περίπτωση. Οι ταχύτητες αναγράφονται δίπλα από τον καθένα τους πριν και μετά την κρούση. Επίσης ζυγίστηκαν με όλο τον εξοπλισμό τους και βρήκαν ότι έχουν ίσες μάζες.

Κατόπιν συζήτησαν για να δουν αν επαλήθευσαν την αρχή διατήρησης της ορμής.

Εσείς τι νομίζετε ότι θα συμπέραναν;

Να αιτιολογήσετε αναλυτικά την άποψή σας.



(2.6.) Μεγέθη που δε διατηρούνται στην κρούση

Το πειραματικό γεγονός της διατήρησης της ορμής μας κάνει να διερωτηθούμε εάν και άλλα μεγέθη όπως για παράδειγμα η κινητική ενέργεια, διατηρούνται κατά την κρούση. Ας μελετήσουμε το εξής παράδειγμα:

Έστω δύο αμαξάκια μαζών m_1 και m_2 με ταχύτητες $u_1 \neq 0$ και $u_2 = 0$, αντίστοιχα (Εικ. 2.15). Κατά την κρούση το καρφί που υπάρχει στο αμαξάκι (1) σφηνώνεται στο αμαξάκι (2) και τα δύο κινούνται ως ένα σώμα με μάζα που είναι $(m_1 + m_2)$ και ταχύτητα V . Η κρούση αυτή ονομάζεται πλαστική.



Εικόνα 2 -15. Η πλαστική κρούση δύο αμαξιδίων.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$m_1 u_1 = (m_1 + m_2) V \quad (1)$$

Από την σχέση (1) επειδή $m_1 < m_1 + m_2$ έπεται ότι θα πρέπει:

$$u_1 > V \quad (2)$$

Πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) και διαιρώντας το γινόμενό τους δια 2 προκύπτει:

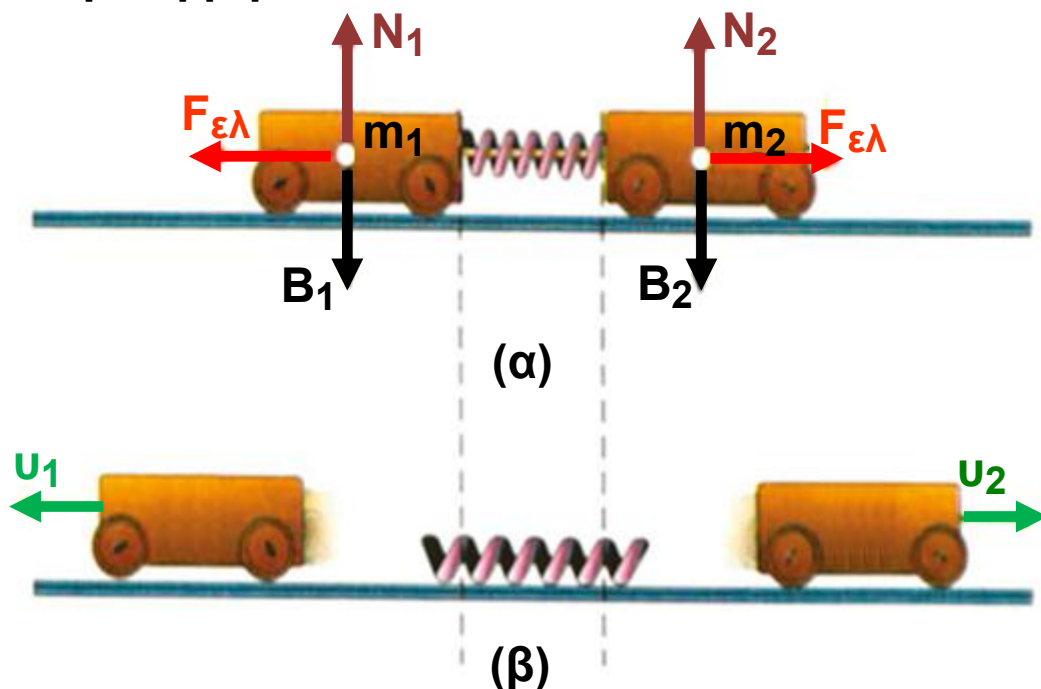
$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 > \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 \quad (3)$$

Το πρώτο μέλος της παραπάνω σχέσης είναι η αρχική κινητική ενέργεια που έχουν τα αμαξάκια και το δεύτερο η τελική. Η σχέση (3) μας επιτρέπει να συμπεράνουμε ότι η κινητική ενέργεια του συστήματος (τα δύο αμαξάκια) μειώθηκε κατά την κρούση. Δηλαδή η κινητική ενέργεια του συστήματος δεν διατηρείται.

(2.7.) Εφαρμογές της διατήρησης της ορμής

1. Σύστημα ελατήριο-μάζα.

Ας θεωρήσουμε το σύστημα με τα δυο αμαξάκια που φαίνονται στην **εικόνα 2.16α**. Αυτά κινούνται χωρίς τριβές πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Αρχικά το ελατήριο που βρίσκεται μεταξύ τους είναι συμπιεσμένο, επειδή αυτά συγκρατούνται με ένα λεπτό νήμα. Αν εξετάσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα αμαξάκια θα συμπεράνουμε ότι αποτελούν ένα μονωμένο σύστημα διότι οι εξωτερικές δυνάμεις (βάρος, αντίδραση) έχουν συνισταμένη μηδέν.



Εικόνα 2 -16 .

Συνεπώς στο σύστημα η ορμή θα διατηρείται, δηλαδή

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \quad \text{ή}$$
$$\vec{p}_{1(αρχ)} + \vec{p}_{2(αρχ)} = \vec{p}_{1(τελ)} + \vec{p}_{2(τελ)} \quad (1)$$

Τι θα συμβεί αν με ένα ψαλίδι κόψουμε το νήμα; Όπως φαίνεται στην **εικόνα 2.16β**, τα αμαξάκια θα κινηθούν σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες u_1 και u_2

αντίστοιχα. Επειδή κινούνται στην ίδια ευθεία τα διανύσματα της ορμής έχουν αντίθετη κατεύθυνση.

Άρα η διανυσματική σχέση (1) γίνεται αλγεβρική. Αν μάλιστα επιλέξουμε την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, η σχέση αυτή γράφεται:

$$0+0=-m_1u_1+m_2u_2 \quad \text{ή}$$
$$m_1u_1=m_2u_2 \quad (2)$$

Από τη σχέση (2) μπορούμε να συμπεράνουμε ότι μετά την απελευθέρωση των σωμάτων, τα αμαξίδια αποκτούν αντίθετες ορμές, ώστε η συνολική ορμή να είναι ίση με την αρχική, δηλαδή ίση με μηδέν.

2. Η αρχή της κίνησης των πυραύλων

Την αρχή διατήρησης της ορμής μπορούμε να τη χρησιμοποιήσουμε στην κίνηση των πυραύλων. Ας θεωρήσουμε το αυτόματο όπλο που βρίσκεται πάνω σε ένα βαγόνι το οποίο μπορεί να κινηθεί χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιες σιδηροτροχιές (Εικ. 2.17).



Εικόνα 2-17.

Αν εκτοξευθεί ένα βλήμα, το όλο σύστημα θα κινηθεί σε αντίθετη κατεύθυνση, ώστε η αρχικά μηδενική ορμή του συστήματος να διατηρηθεί. Αν ενεργοποιήσουμε το μηχανισμό της συνεχούς εκτόξευσης βλημάτων το βαγόνι με το όπλο θα αρχίσει να κινείται με ταχύτητα που συνεχώς αυξάνεται. Τι

νομίζετε ότι θα συμβεί αν πάνω στο βαγόνι, αντί για το όπλο τοποθετήσουμε μία φιάλη που περιέχει αέρα υπό πίεση και ανοίξουμε τη στρόφιγγα; Σε αναλογία με το πυροβόλο όπλο μπορούμε να πούμε ότι το σύστημα βαγόνι - φιάλη επιταχύνεται επειδή “μοριακές σφαίρες” εκτοξεύονται σε αντίθετη κατεύθυνση (Εικ. 2.18).



Εικόνα 2-18.

Τα παραδείγματα αυτά μας βοηθούν να κατανοήσουμε τον τρόπο με τον οποίο κινούνται οι πύραυλοι. Πρέπει όμως να επισημάνουμε, ότι τα αέρια που εξέρχονται από το ακροφύσιο του πυραύλου δεν είναι αποθηκευμένα υπό πίεση μέσα σ' αυτόν αλλά προέρχονται από την καύση ειδικού μίγματος.

Δραστηριότητα 1

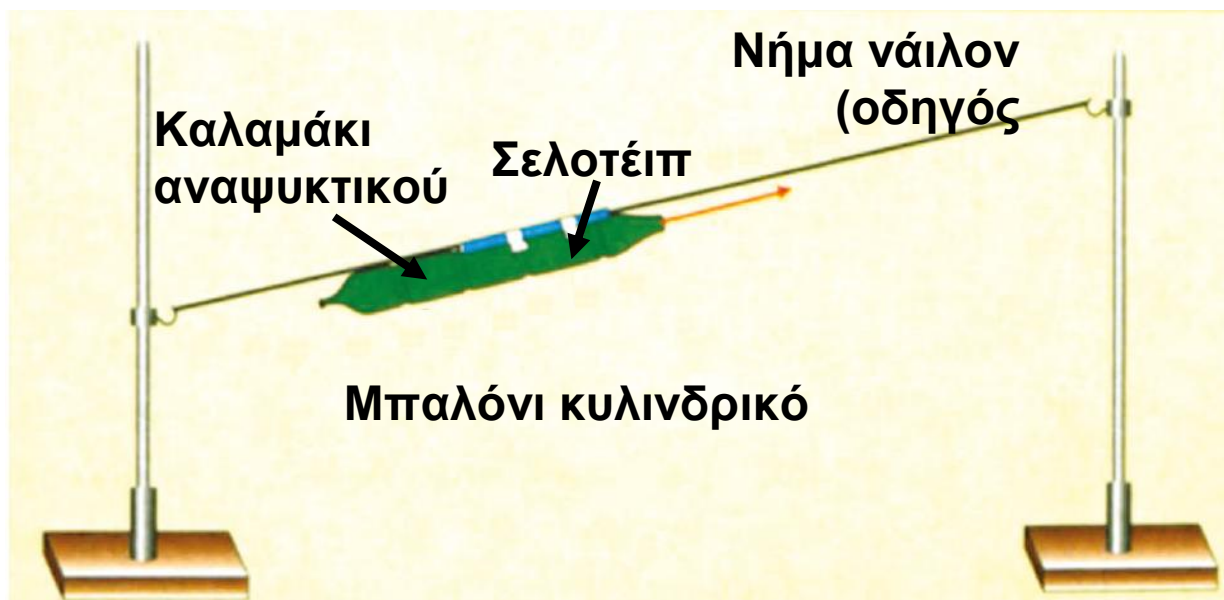


Το πιστόλι μάζας M που φαίνεται στην εικόνα εκτυρσοκροτεί και εκτοξεύει βλήμα μάζας m με ταχύτητα u .

1. Μπορείτε να εφαρμόσετε σ' αυτήν την περίπτωση την αρχή διατήρησης της ορμής;
 2. Σχετικά με την εκτυρσοκρότηση των όπλων υπάρχει έκφραση “ανάκρουση όπλου”. Τι νομίζετε ότι σημαίνει;
 3. Μπορείτε να υπολογίσετε την ταχύτητα ανάκρουσης του πιστολιού;
- Συζητήστε στην ομάδα σας προκειμένου να απαντήσετε στις παραπάνω ερωτήσεις.

Δραστηριότητα 2

Αρχή λειτουργίας του πυραύλου.



1. Φουσκώστε ένα μπαλόνι (κατά προτίμηση κυλινδρικό) και δέστε το στόμιό του.
2. Πραγματοποιήστε τη διάταξη της εικόνας στερεώνοντας το καλαμάκι επάνω στο μπαλόνι με σελοτέιπ. Το μήκος του νήματος να είναι 3 έως 4m.
3. Φέρετε το μπαλόνι κοντά στο ένα άκρο του νήματος. Λύστε το στο-μιο του μπαλονιού και αφήστε το ελεύθερο. Τι παρατηρείτε;
4. Να ερμηνεύσετε την κίνηση του μπαλονιού – πυραύλου με βάση την αρχή διατήρησης της ορμής.
5. Να ερμηνεύσετε την προώθηση ενός πλοίου και ενός ελικοφόρου αεροπλάνου.



Περίληψη

Στο κεφάλαιο αυτό εισάγονται δύο νέες έννοιες στην περιγραφή του φαινομένου της κίνησης και γενικότερα στην περιγραφή της φύσης. Η μία είναι η έννοια της ορμής και η άλλη η έννοια του συστήματος των σωμάτων. Δύο σώματα αλληλεπιδρούν όταν ασκούν μεταξύ τους δυνάμεις. Δύο ή περισσότερα σώματα που αλληλεπιδρούν αποτελούν σύστημα. Σε ένα σύστημα σωμάτων διακρίνουμε δύο είδη δυνάμεων:

- α) αυτές που προέρχονται αποκλειστικά από τα σώματα που αποτελούν το σύστημα και τις οποίες ονομάζουμε **εσωτερικές**, και
- β) αυτές που προέρχονται από άλλα σώματα εκτός του συστήματος και οι οποίες ονομάζονται **εξωτερικές**.

Τα φαινόμενα όπως η σύγκρουση δύο αυτοκινήτων, το σφήνωμα του βλήματος στον στόχο, ο βομβαρδισμός των πυρήνων των ατόμων με σωματίδια όπως τα πρωτόνια, κ.λπ., υπάγονται σε μία γενικότερη κατηγορία και ονομάζονται φαινόμενα κρούσης. Κατά τη διάρκειά τους αναπτύσσονται πολύ μεγάλες δυνάμεις αλληλεπίδρασης και αυτό μας επιτρέπει να θεωρούμε τα συστήματα πρακτικά μονωμένα. Η αλλαγή της κινητικής κατάστασης ενός σώματος μπορεί να περιγράψει με το διανυσματικό μέγεθος που ονομάζουμε ορμή $\vec{p}$. Η ορμή δίνεται από τη σχέση $\vec{p} = m\vec{v}$ και έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας του σώματος. Η δύναμη που προκαλεί τη μεταβολή της ορμής δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}}}{\Delta t}$$

η οποία αποτελεί και τη γενικότερη διατύπωση του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα. Σε ένα μονωμένο σύστημα η ορμή διατηρείται σταθερή, ή όπως λέμε ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Η αρχή διατήρησης της ορμής διατυπώνεται ως εξής:

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$$

Ερωτήσεις

1. Να δώσετε την έννοια του συστήματος σωμάτων και να εξηγήσετε τι σημαίνει ο όρος μονωμένο σύστημα.

2. Η μονάδα μέτρησης της ορμής στο Διεθνές Σύστημα (S.I.) είναι:

A. $1\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ B. $1\text{N}\cdot\text{s}$ Γ. $1\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}$ Δ. $1\frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{s}}$

3. Πάνω στην ακίνητη βάρκα βρίσκεται ένας άνθρωπος, όπως φαίνεται στην εικόνα.

A. Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις για το σύστημα βάρκα άνθρωπος.

B. Ποιες από τις δυνάμεις αυτές, είναι εξωτερικές και ποιες είναι εσωτερικές;



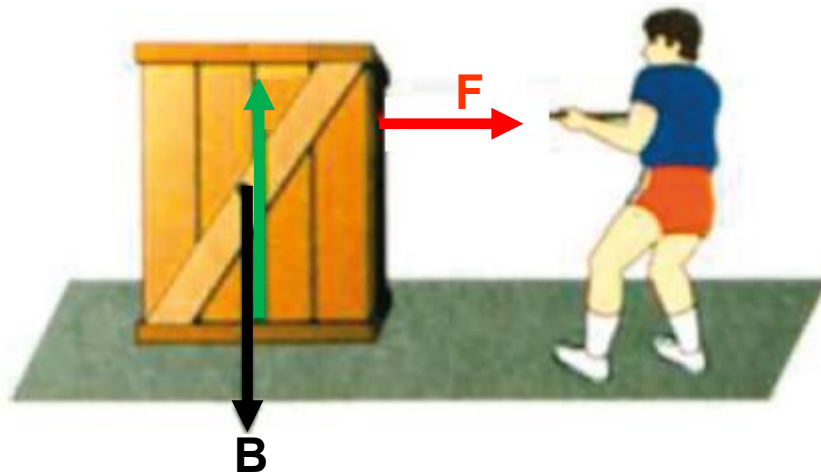
4. Ένας μαθητής τραβάει προς το μέρος του το κιβώτιο, με τη βοήθεια ενός σχοινιού. Να ελέγξετε την ορθότητα των παρακάτω προτάσεων.

A. Η δύναμη F που ασκεί ο μαθητής, είναι εσωτερική δύναμη για το σύστημα μαθητής – κιβώτιο - Γη.

B. Η δύναμη F είναι εξωτερική δύναμη για το σύστημα κιβώτιο -Γη.

Γ. Το βάρος του κιβωτίου, είναι εσωτερική δύναμη για το σύστημα μαθητής - κιβώτιο.

Δ. Το βάρος του κιβωτίου, είναι εξωτερική δύναμη για το σύστημα μαθητής - κιβώτιο - Γη.



5. Ένας ψαράς έχει πιασμένο στην λεπτή πετονιά του, ένα μεγάλο ψάρι, το οποίο έχει πάψει να αντιστέκεται. Αν τραβήξει την πετονιά απότομα, αυτή, μάλλον θα σπάσει, ενώ αν τραβήξει σιγά-σιγά θα αντέξει. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί;

6. Ένας μαθητής πέφτει με άνεση από μία βάρκα στη θάλασσα. Όταν όμως ο ίδιος μαθητής πέφτει στη θάλασσα από μία εξέδρα ύψους αρκετών μέτρων, η πρόσκρουση στο νερό είναι τόσο δυνατή, ώστε το αποτέλεσμα να είναι δυσάρεστο. Ποια νομίζετε ότι είναι η εξήγηση;

*7. Κάποιος ισχυρίζεται ότι είναι δυνατόν κάποια στιγμή που η ορμή ενός σώματος είναι μηδέν, ο ρυθμός μεταβολής της να είναι διάφορος του μηδενός. Αν συμφωνείτε να δώσετε ένα παράδειγμα.

8. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί:

A. Ένα σύστημα δύο σωμάτων μπορεί να έχει μηδενική ορμή ακόμη και αν τα σώματα κινούνται.

B. Η έλξη που ασκεί η Γη στη Σελήνη δεν είναι εσωτερική δύναμη του συστήματος, γιατί προκαλεί την περιφορά της Σελήνης γύρω από τη Γη.

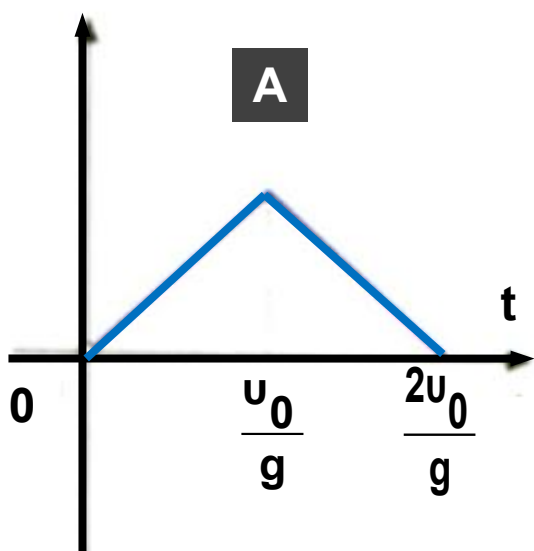
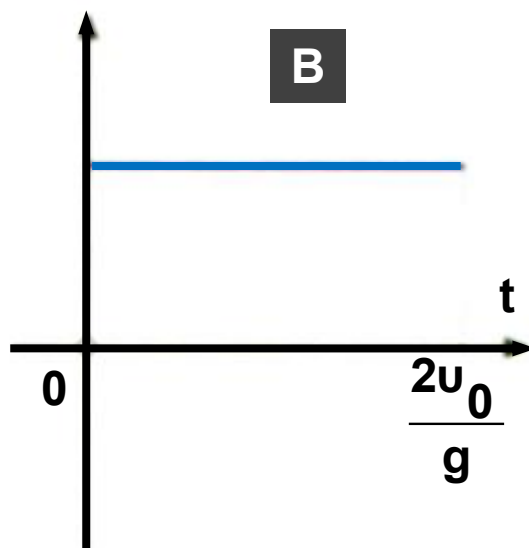
Γ. Δύο σώματα με διαφορετικές μάζες έχουν πάντα διαφορετικές ορμές.

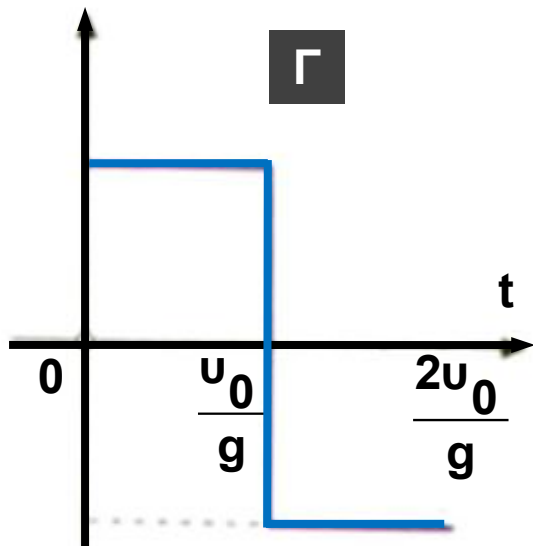
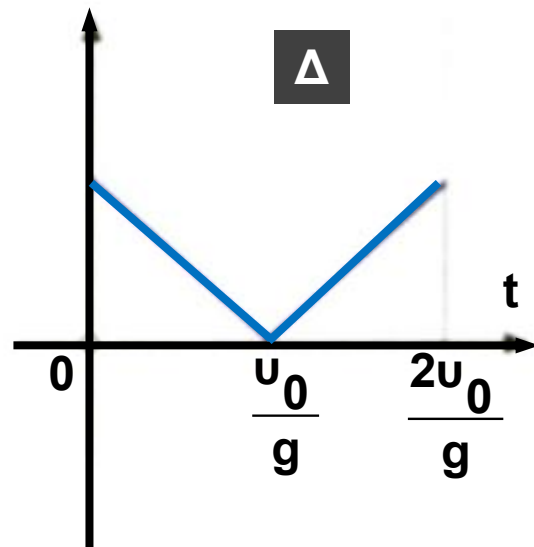
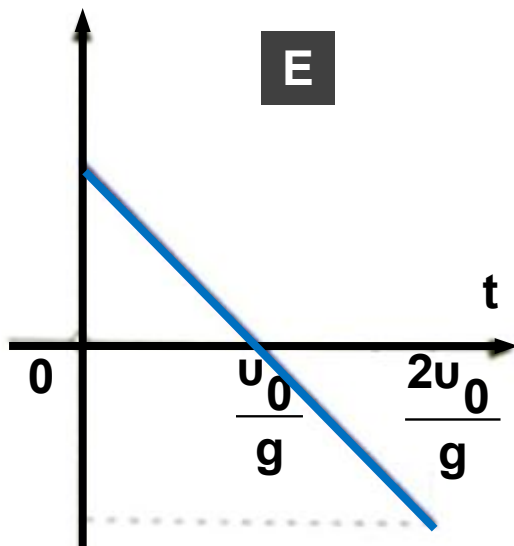
Δ. Δύο ίσες δυνάμεις που ασκούνται σε δύο σώματα με διαφορετικές ορμές, προκαλούν στον ίδιο χρόνο ίσες μεταβολές στην ορμή των σωμάτων.

9. Ένας μαθητής ρίχνει κατακόρυφα προς τα πάνω μία μπάλα, η οποία επιστρέφει στο χέρι του με ταχύτητα ίδιου μέτρου. Ο μαθητής θεωρεί, ότι στην αυτή παραβιάζεται ο θεμελιώδης νόμος του Νεύτωνα επειδή θεωρεί τη μεταβολή της ορμής της μπάλας μηδέν. Ποια είναι η δική σας άποψη;

10. Ένα σώμα ρίχνεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα u_0 και κινείται μόνο με την επί-δραση του βάρους του. Το σώμα φτάνει στο μέγι-στο ύψος σε χρόνο $\frac{u_0}{g}$. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα

αντιστοιχεί στη συνάρτηση $p=f(t)$ και ποιο στη $\frac{\Delta p}{\Delta t} = f(t)$;





11. Στο σύστημα των δύο σωμάτων Σ_1 και Σ_2 που έχουν ίδια μάζα m , ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη F και το κινούμε στο λείο οριζόντιο επίπεδο.



Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί:

Α. Το σύστημα $\Sigma_1 - \Sigma_2$ δεν είναι μονωμένο.

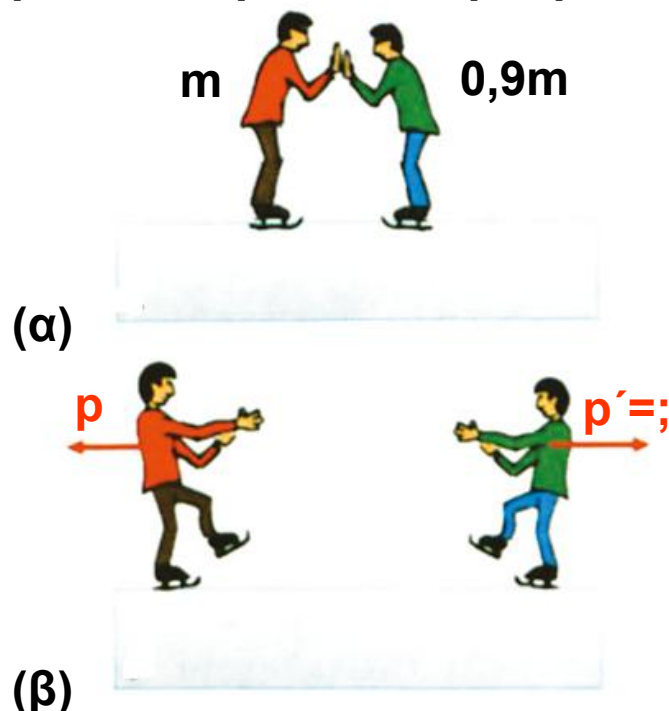
Β. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_1 είναι μικρότερος, από τον αντίστοιχο ρυθμό μεταβολής του σώματος Σ_2 .

Γ. Οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής και για τα δύο σώματα είναι ίσοι.

Δ. Για τις δυνάμεις που δέχονται τα δύο σώματα ισχύει: $F-T=T$.

12. Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω και όταν φτάνει στο μέγιστο ύψος διασπάται σε δύο κομμάτια m_1 και m_2 . Αν το m_1 αμέσως μετά τη διάσπαση έχει οριζόντια ταχύτητα u_1 , να την κατεύθυνση και την τιμή της ταχύτητας u_2 που έχει το κομμάτι m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση. Υποθέτουμε ότι κατά τη διάσπαση ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

13. Δύο παγοδρόμοι Α και Β έχουν μάζα m και $0,9m$ αντίστοιχα και στέκονται ακίνητοι ο ένας απέναντι στον άλλο. Κάποια στιγμή ο πρώτος σπρώχνει το δεύτερο με αποτέλεσμα να κινηθούν απομακρυνόμενοι.



Αν η ορμή που αποκτά ο πρώτος παγοδρόμος είναι p , η ορμή του δεύτερου θα είναι:

A. p B. $0,9p$ Γ. $-p$ Δ. $-0,9p$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

14. Υποθέστε ότι ένα ακίνητο βλήμα διασπάται σε δύο κομμάτια m και $2m$. Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί:

A. Τα δύο κομμάτια αποκτούν ίσες ορμές.

B. Τα δύο κομμάτια αποκτούν αντίθετες ταχύτητες.

Γ. Τα δύο κομμάτια αποκτούν αντίθετες ορμές.

Δ. Το κομμάτι μάζας $2m$ αποκτά διπλάσια ορμή από την ορμή του κομματιού μάζας m .

E. Οι ταχύτητες για κάθε κομμάτι είναι αντίθετης κατεύθυνσης και διαφορετικής τιμής.

15. Ένα σώμα που έχει ορμή p συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα διπλάσιας μάζας. Να εξετάσετε ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές:

A. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση έχει ορμή p .

B. Η ορμή του αρχικά κινούμενου σώματος ελαττώνεται κατά $p/2$.

Γ. Η ορμή του αρχικά ακίνητου σώματος αυξάνει κατά $2p/3$.

16. Σε μία μετωπική σύγκρουση δύο αυτοκινήτων, που έχουν μάζες m και $M=2m$, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

A. Το αυτοκίνητο μάζας M είχε διπλάσια ταχύτητα από το αυτοκίνητο μάζας m .

B. Τα αυτοκίνητα πριν τη σύγκρουση είχαν ίσες ορμές.

Γ. Η ορμή του συστήματος πριν τη σύγκρουση ήταν ίση με μηδέν.

Δ. Τα αυτοκίνητα έχουν αντίθετες μεταβολές στην ορμή τους.

17. Μπαλάκι του πινγκ-πονγκ πέφτει κάθετα πάνω σε ακίνητη ρακέτα. Η ταχύτητα πρόσπτωσης έχει μεγαλύτερη τιμή από την ταχύτητα απομάκρυνσης. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή και γιατί;

Α. Η δύναμη που προκάλεσε την αλλαγή στην ορμή έχει τιμή $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ όπου Δt η χρονική διάρκεια επαφής με την ρακέτα.

Β. Η κατεύθυνση της δύναμης που προκάλεσε την αλλαγή της ορμής είναι ίδια με της ταχύτητας πρόσπτωσης.

Γ. Η κατεύθυνση της δύναμης που προκάλεσε την αλλαγή της ορμής είναι ίδια με της ταχύτητας απομάκρυνσης.

18. Οι αθλητές του καράτε δίνουν απότομα και “κοφτά” κτυπήματα και πετυχαίνουν να σπάσουν στερεά σώματα όπως τούβλα, καδρόνια, κ.τ.λ. Νομίζετε ότι αυτό σχετίζεται με την σχέση: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$;

19. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις που αναφέρονται στην έννοια της ορμής και τη διατήρησή της είναι σωστές;

Α. Η ορμή δεν είναι διάνυσμα.

Β. Η διατήρηση της ορμής ισχύει μόνο στις κρούσεις σωμάτων.

Γ. Η διατήρηση της ορμής ισχύει σε κάθε μονωμένο σύστημα σωμάτων.

Δ. Η διατήρηση της ορμής ισχύει πάντοτε στις κρούσεις σωμάτων.

Ασκήσεις – Προβλήματα

1. Πόση είναι η ορμή ενός λεωφορείου μάζας $m = 2.500\text{kg}$ που κινείται με ταχύτητα $u=72\text{km/h}$;
2. Πόση είναι η δύναμη που επιβραδύνει ένα Boeing 747, αν αυτό αγγίζει το διάδρομο προσγείωσης με ταχύτητα $u=216\text{km/h}$ και ακινητοποιείται μετά από χρόνο $t=120\text{s}$; (Η μάζα του Boeing είναι περίπου 10^5kg)
3. Ένας ποδοσφαιριστής κτυπάει μία ακίνητη μπάλα και αυτή αποκτά ταχύτητα 24m/s . Αν η μπάλα έχει μάζα $0,5\text{kg}$ και η διάρκεια της επαφής του ποδιού του ποδοσφαιριστή με τη μπάλα είναι $0,03\text{s}$, ποια είναι η μέση τιμή δύναμης που ασκήθηκε στην μπάλα;
4. Ένας αλεξιπτωτιστής εγκαταλείπει το ελικόπτερο και πέφτει με το αλεξίπτωτό του να μην έχει ανοίξει ακόμη. Αν η συνολική του μάζα είναι $m=90\text{kg}$, ποιος νομίζετε ότι είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του; Πόση ταχύτητα θα αποκτήσει ο αλεξιπτωτιστής μετά από ένα δευτερόλεπτο;
Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$
5. Μια μπάλα μάζας $0,5\text{kg}$ αφήνεται να πέσει από τέτοιο ύψος, ώστε να φτάσει στο δάπεδο με ταχύτητα $u_1=30\text{m/s}$. Η μπάλα αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα $u_2=10\text{m/s}$, αφού μείνει σ' επαφή με το δάπεδο για χρόνο $\Delta t=0,25\text{s}$. Να βρείτε:
Α. Τη μεταβολή της ορμής της μπάλας κατά τη διάρκεια Δt .
Β. Τη μέση δύναμη που δέχθηκε η μπάλα.
Δίνεται: $g=10\text{m/s}$
6. Ένα σπορ αυτοκίνητο Maserati ξεκινάει από την ηρεμία και αποκτά, κινούμενο σε οριζόντιο δρόμο, ταχύτητα 90km/h σε χρόνο $t=5\text{s}$. Αν η μάζα του αυτοκινήτου είναι 1.600kg να βρείτε:

A. Τη μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου.

B. Τη δύναμη που μπορεί να προκαλέσει μία μεταβολή ορμής στο χρόνο αυτό.

7. Κατά τη διάρκεια μίας καταιγίδας πέφτουν κάθετα σ' ένα υπόστεγο 500 σταγόνες βροχής ανά δευτερόλεπτο με μέση ταχύτητα 17m/s . Οι σταγόνες, που έχουν μέση μάζα $3 \cdot 10^{-5}\text{kg}$ δεν αναπηδούν κατά την πτώση τους στο υπόστεγο, και γλιστρούν χωρίς να συσσωρεύονται σ' αυτό.

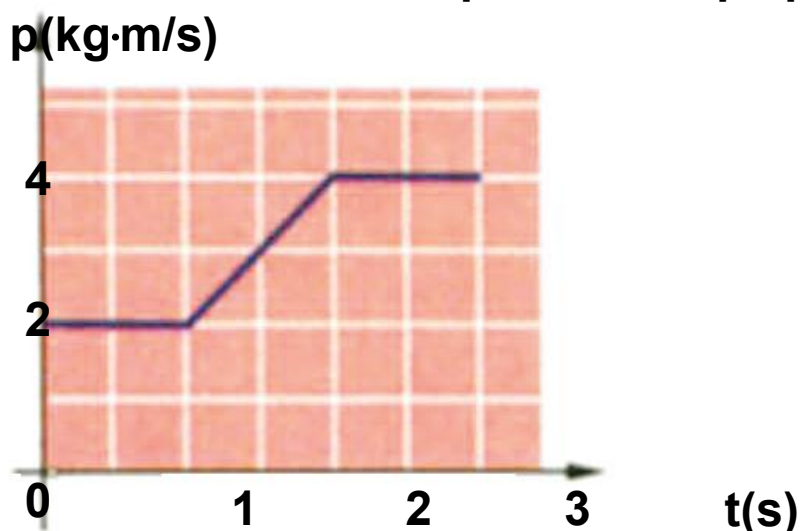
A. Πόση είναι η μεταβολή της ορμής κάθε σταγόνας καθώς πέφτει στο υπόστεγο;

B. Πόση είναι η μέση δύναμη που προκαλείται από τις σταγόνες της βροχής στο υπόστεγο;

8. Η ορμή ενός σώματος μάζας $m=1\text{kg}$ μεταβάλλεται όπως φαίνεται στην εικόνα. Η αρχική και η τελική ορμή έχουν την ίδια κατεύθυνση.

A. Πόση είναι η ελάχιστη και πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα του σώματος;

B. Να παραστήσετε γραφικά τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο.



9. Ένα βαρύ κιβώτιο μάζας 200kg , ωθείται από έναν εργάτη πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο το κιβώτιο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,1$. Ο εργάτης ασκώντας στο αρχικά ακίνητο κιβώτιο

οριζόντια μέση δύναμη $F=500\text{N}$, το μετακινεί για χρόνο $t=4\text{s}$. Πόση νομίζετε ότι θα είναι τότε η ταχύτητα του κιβωτίου;

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$

10. Ένα μπαλάκι του τένις μάζας $m=100\text{g}$ πέφτει με οριζόντια ταχύτητα $u_1=10\text{m/s}$ σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με επίσης οριζόντια ταχύτητα $u_2=8\text{m/s}$. Να βρείτε:

A. Την ορμή που έχει το μπαλάκι πριν και μετά την επαφή του με τον τοίχο.

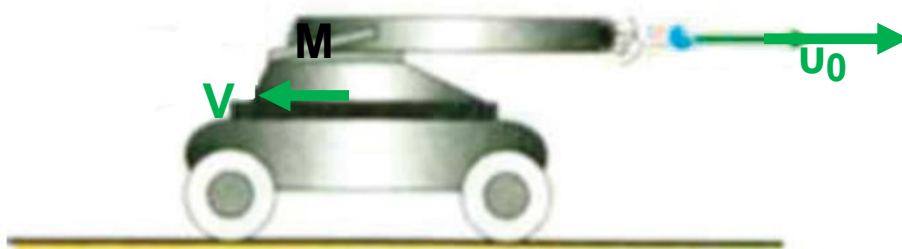
B. Τη μεταβολή της ορμής του, λόγω της σύγκρουσης με τον τοίχο.

Γ. Τη μέση δύναμη που δέχθηκε το μπαλάκι από τον τοίχο, αν η επαφή διαρκεί χρόνο $\Delta t=0,1\text{s}$.

*11. Από ακίνητο πυροβόλο, του οποίου η μάζα είναι $M=1.000\text{kg}$, εκτοξεύεται βλήμα μάζας $m=1\text{kg}$ με οριζόντια ταχύτητα $u_0=1000\text{m/s}$.

A. Πόση ταχύτητα αποκτά το πυροβόλο μετά την εκπυρσοκρότηση;

B. Αν το πυροβόλο έχει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,05$, για πόσο χρόνο θα κινηθεί;



*12. Δύο σώματα $m_1=2\text{kg}$ και $m_2=4\text{kg}$ κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες $u_1=10\text{m/s}$

και $u_2=6\text{m/s}$ αντίστοιχα.

A. Να βρείτε την ορμή του συστήματος m_1-m_2 , στην περίπτωση που οι ταχύτητες των σωμάτων έχουν ίδια

κατεύθυνση και στην περίπτωση που η κατεύθυνση των ταχυτήτων είναι αντίθετη.

B. Υποθέστε, πως ενώ τα σώμα τα κινούνται με ταχύτητες αντίθετης κατεύθυνσης, συγκρούονται πλαστικά. Ποια νομίζετε ότι θα είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά τη σύγκρουση;

13. Ένα βλήμα μάζας $m_1=100g$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα $u_1=400m/s$ και διαπερνά ένα ακίνητο κιβώτιο μάζας $m_2=2kg$, που βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν το βλήμα βγαίνει από το κιβώτιο με ταχύτητα $u_1=100m/s$ σε χρόνο $\Delta t=0,1s$ να βρείτε:

A. Την ταχύτητα που αποκτά το κιβώτιο.

B. Τη μέση οριζόντια δύναμη που ασκεί το βλήμα στο κιβώτιο.

*14. Ένας πύραυλος συνολικής μάζας $M=1.000kg$ κινείται κατακόρυφα απομακρυνόμενος από τη Γη. Κάποια στιγμή και ενώ η ταχύτητά του είναι $u=500m/s$, ο πύραυλος διαχωρίζεται σε δύο κομμάτια. Το ένα κομμάτι έχει μάζα $m_1=800kg$ και η ταχύτητά του αμέσως μετά τη διάσπαση είναι $u_1=1000m/s$, ίδιας κατεύθυνσης με αυτήν της ταχύτητας u . Να βρείτε την ταχύτητα που έχει το άλλο κομμάτι αμέσως μετά τη διάσπαση.

15. Ένας μικρός μαθητής μάζας $m=60kg$, ταξιδεύει με αυτοκίνητο που κινείται με ταχύτητα $u=72km/h$. Ο μαθητής, υπακούοντας στον κώδικα οδικής κυκλοφορίας, φοράει ζώνη ασφαλείας. Το αυτοκίνητο που έχει συνολικά μάζα $M=1.200kg$, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλο αυτοκίνητο που κινείται αντιθέτως, με αποτέλεσμα και τα δύο να ακινητοποιηθούν σε χρόνο $t=0,12s$.

Να βρείτε:

A. Την ορμή του δεύτερου αυτοκινήτου πριν τη σύγκρουση.

B. Τη δύναμη που δέχτηκε ο μαθητής από τη ζώνη ασφαλείας. Να συγκρίνετε αυτή τη δύναμη με βάρος του μαθητή.

16. Ένα όχημα μάζας 2.000kg συγκρούεται πλαστικά με ένα όχημα μάζας 1.000kg το οποίο είναι ακίνητο και με λυμένο το χειρόφρενο. Τα δύο οχήματα κινούνται, μετά τη σύγκρουση, ως ένα σώμα με ταχύτητα 4m/s .

A. Ποια ήταν η ταχύτητα του οχήματος των 2.000kg πριν τη σύγκρουση;

B. Ποια η μεταβολή της ορμής του οχήματος των 1.000kg ;

Γ. Ποια η μεταβολή της ορμής του οχήματος των 2.000kg ;

*17. Δύο σώματα με μάζες $m_1=0,4\text{kg}$ και $m_2=0,6\text{kg}$, κινούνται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά έχοντας κατά τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητες $u_1=20\text{m/s}$ και $u_2=5\text{m/s}$ αντίστοιχα.

Να υπολογίσετε:

A. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

B. Την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης.

Γ. Το διάστημα που θα διανύσει μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ($g=10\text{m/s}^2$).

**1. ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ:
ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ, ΚΥΚΛΙΚΗ
ΚΙΝΗΣΗ**

1.1 Οριζόντια βολή	6
1.2 Ομαλή κυκλική κίνηση	14
1.3 Κεντρομόλος δύναμη	22
1.4 Μερικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης	25
Ένθετο: Από τον Αριστοτέλη στο Νεύτωνα	33
Ένθετο: Ντετερμινισμός ή χάος	38
Περίληψη	43
Ερωτήσεις	45
Ασκήσεις – Προβλήματα	50

2. ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

2.1 Η έννοια του συστήματος. Εσωτερικές και εξωτερικές Δυνάμεις	55
2.2 Το φαινόμενο της κρούσης	64
2.3 Η έννοια της ορμής	67
2.4 Η δύναμη και η μεταβολή της ορμής	69
2.5 Η αρχή διατήρησης της ορμής	76
2.6 Μεγέθη που δε διατηρούνται στην κρούση	80
2.7 Εφαρμογές της διατήρησης της ορμής	81
Περίληψη	86
Ερωτήσεις	88
Ασκήσεις – Προβλήματα	95

Βάσει του ν. 3966/2011 τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου, του Λυκείου, των ΕΠΑ.Λ. και των ΕΠΑ.Σ. τυπώνονται από το ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν στη δεξιά κάτω γωνία του εμπροσθόφυλλου ένδειξη «ΔΙΑΤΙΘΕΤΑΙ ΜΕ ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ». Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δεν φέρει την παραπάνω ένδειξη θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946,108, Α').

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Υπουργείου Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού / ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ.