ΦΥΣΙΚΗ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

3ος τόμος

<u>ΥΠΕΥΘ. ΤΗΣ ΣΥΓΓΡΑΦ. ΟΜΑΔΑΣ</u>

Παναγιώτης Β. Κόκκοτας, Καθηγ. της Διδακτικής των Φυσικών Επιστημών του Παν/μίου Αθηνών.

<u>ΣΥΓΓΡΑΦΙΚΗ ΟΜΑΔΑ</u>

Ιωάννης Α. Βλάχος, Διδάκτορας, Σχολ. Σύμβουλος του κλάδου ΠΕ4.

Ιωάννης Γ. Γραμματικάκης, Επίκουρος Καθηγητής Φυσικής στο Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Βασίλης Α. Καραπαναγιώτης, Φυσικός, Καθηγητής Πειραματικού Σχολείου Πανεπιστημίου Αθηνών.

Παναγιώτης Β. Κόκκοτας, Καθηγ. της Διδακτικής των Φυσικών Επιστημών του Παν/μίου Αθηνών.

Περικλής Εμ. Περιστερόπουλος, Φυσικός, Υποψήφιος Διδάκτορας, Καθηγητής στο 3ο Λύκειο Βύρωνα.

Γιώργος Β. Τιμοθέου, Φυσικός, Λυκειάρχης στο 2ο Λύκειο Αγ. Παρασκευής.

Οι συγγραφείς ευχαριστούν τον <u>Ιωάννη Βαγιωνάκη,</u> Φυσικό, για τη συμβολή του στη συγγραφή ασκήσεων και ερωτήσεων, για τις παρατηρήσεις και υποδείξεις του, καθώς και για τη βοήθειά του στην επιμέλεια έκδοσης.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΚΡΙΣΗΣ

Φλυτζάνης Νικ. (Πρόεδρος), Καθηγ. Τμ. Φυσικής του Παν/μίου Κρήτης.
Καλοψικάκης Εμμανουήλ,
Φυσικός, τ. Σχολικός Σύμβουλος.
Ξενάκης Χρήστος, Δρ. Φυσικός,
Σχολικός Σύμβουλος Φθιώτιδος.
Πάλλας Δήμος, Φυσικός,
Υποδιευθυντής 1ου Λυκείου Λαμίας.
Στεφανίδης Κωνσταντίνος, Δρ. Φυσικός, Σχ. Σύμβουλος Πειραιά.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τους Καθηγητές της Φυσικής που μας

βοήθησαν στο έργο μας:

1. Την Σωτηρία Θεοδωρίδου για τη συμβολή της στις Λύσεις των Ασκήσεων, στις Περιλήψεις, στο Ευρετήριο και στο Γλωσσάρι.

2. Την Σοφία Ιωαννίδου για τη συμβολή της στη Λύση των ασκήσεων Α΄ και Β΄ Λυκείου.

3. Τον Κώστα Ζαχαριάδη και την Ταρσώ Μπουγά για τις εύστοχες παρατηρήσεις τους στο βιβλίο της Γ΄ Λυκείου Γενικής Παιδείας.

4. Την Γεωργία Αγγελοπούλου για τις Ασκήσεις που πρότεινε να συμπεριληφθούν στα βιβλία.

5. Την Μαρία Σωτηράκου για τη συμβολή της στο Ευρετήριο.

Οι συγγραφείς

<u>ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΜΕΙΩΜΕΝΗ ΟΡΑΣΗ</u>

Ομάδα Εργασίας ΥΠΔΒΜΘ

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ,
ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

ΙΩΑΝΝΗΣ Α. ΒΛΑΧΟΣ
ΙΩΑΝΝΗΣ Γ. ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑΚΗΣ
ΒΑΣΙΛΗΣ Α. ΚΑΡΑΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ
ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ Β. ΚΟΚΚΟΤΑΣ
ΠΕΡΙΚΛΗΣ ΕΜ.
ΠΕΡΙΣΤΕΡΟΠΟΥΛΟΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ Β. ΤΙΜΟΘΕΟΥ

ΦΥΣΙΚΗ

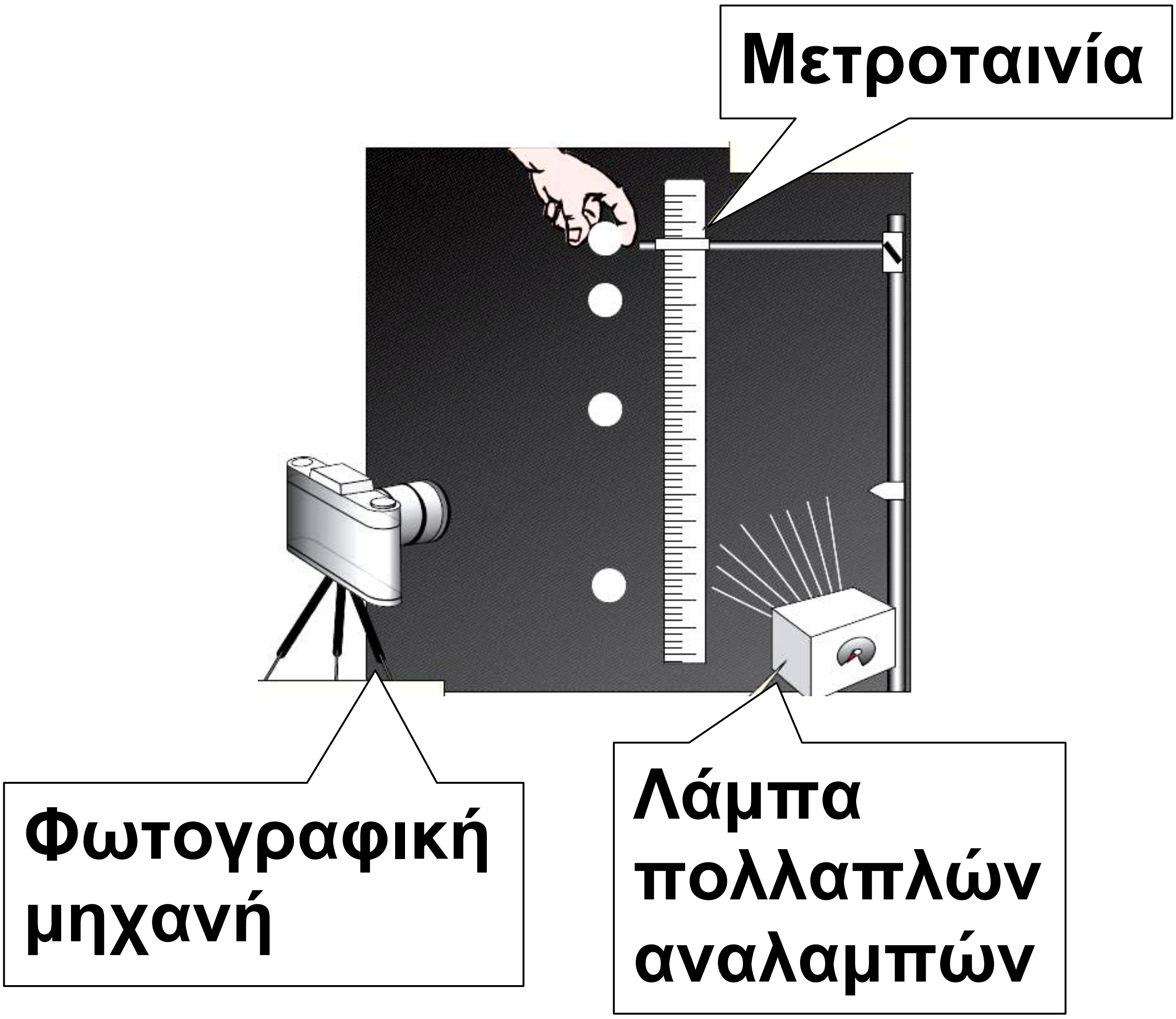
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
Α΄ ΤΑΞΗ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

3ος τόμος

1.2.8 Σύγχρονοι τρόποι μελέτης των κινήσεων

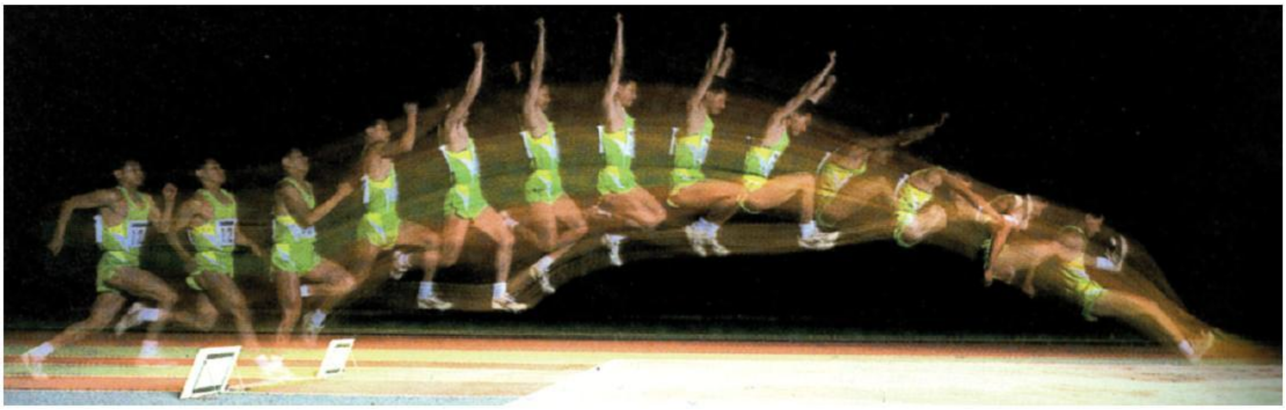
Ένας σύγχρονος τρόπος έρευνας των κινήσεων φαίνεται στην εικόνα 1.2.17. Σε ένα σκοτεινό δωμάτιο υπάρχουν:



Εικόνα 1.2.17

1) Μια ειδική λάμπα (πολλαπλών αναλαμπών) που ανάβει και σβήνει με σταθερό ρυθμό φωτίζοντας το αντικείμενο του οποίου την κίνηση θέλουμε να μελετήσουμε.

2) Μια φωτογραφική μηχανή με το διάφραγμά της συνεχώς ανοικτό. Κάθε φορά που η λάμπα ανάβει, στο φιλμ της μηχανής αποτυπώνεται η εικόνα του αντικειμένου του οποίου μελετάμε την κίνηση. Η μέθοδος αυτή ονομάζεται χρονοφωτογράφηση και έχει πολλές εφαρμογές όπως π.χ. στον αθλητισμό (Εικ. 1.2.18). Με τη μέθοδο αυτή μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα και την επιτάχυνση στην ελεύθερη πτώση όπως φαίνεται στην παρακάτω δραστηριότητα.



Εικόνα 1.2.18
Η χρονοφωτογράφηση χρησιμοποιείται στον αθλητισμό. Στην εικόνα φαίνονται διαδοχικά στιγμιότυπα από ένα άλμα. Μελετώντας τα στιγμιότυπα, ο αθλητής βελτιώνει την τεχνική του.

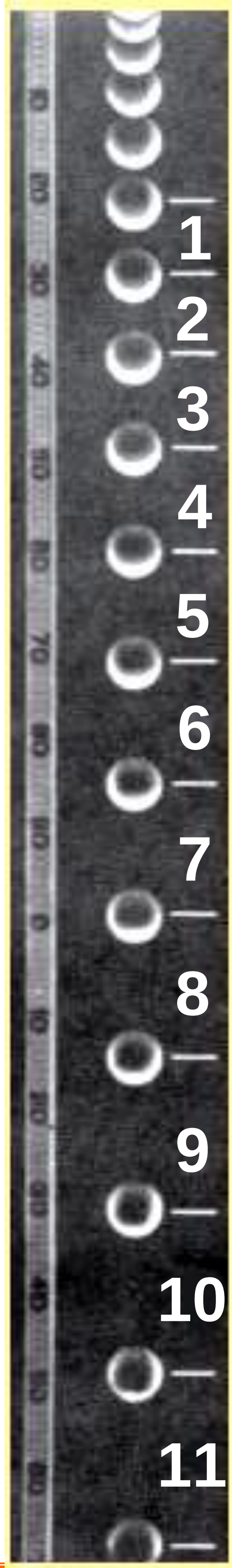
Δραστηριότητα
Μια σφαίρα του μπιλιάρδου αφήνεται να πέσει ελεύθερα δίπλα σε μια μετροταινία και φωτογραφίζεται η πτώση της με διαδοχικές φωτογραφίες που λαμβάνονται σε μικρά διαστήματα (π.χ. κάθε 1/30 του s).

Από την ανάλυση της φωτογραφίας της εικόνας προκύπτει πίνακας τιμών με δέκα διαφορετικές χρονικές στιγμές (1,2,...11) και μετρήσιμες μεταβολές διαστήματος (Δs).

Από τα διάφορα Δs και τη σταθερή διαφορά χρόνου ($\Delta t = 1/30s$) μεταξύ κάθε φωτογραφίας και της επομένης, προκύπτουν διάφορες τιμές για τη μέση ταχύτητα και την επιτάχυνση

$$u = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad g = \frac{\Delta u}{\Delta t} .$$

Συγκεκριμένα, κατά τη διάρκεια του 1ου $\Delta t = 1/30s$ η σφαίρα πέφτει κατά $\Delta s = 7{,}7cm$, όπως φαίνεται από την ανάλυση της εικόνας.



Αριθμός διαστήματος	Μετατόπιση Δs (cm)	Μέση ταχύ-τητα Δs/Δt=υ (cm/s)	Μεταβολή στη μέση ταχύτητα Δυ (cm/s)	Επιτάχυνση Δυ/Δt (m/s^2)
1	7,70	231		
2	8,75	263	32	9,6
3	9,80			
4	10,85			
5	11,99			
6	13,09			
7	14,18			
8	15,22			
9	16,31			
10	17,45			
11	18,52			
Μέση επιτάχυνση =				

Έτσι, η μέση ταχύτητα θα είναι:

$$υ_1 = \frac{Δs}{Δt} \quad ή \quad υ_1 = \frac{7,7\ cm}{0,033\ s} = 231\ cm/s$$

Αντίστοιχα, κατά τη διάρκεια του 2ου $Δt = 1/30\ s$, η σφαίρα πέφτει κατά $Δs = 8,75cm$. Είναι λοιπόν

$$υ_1 = \frac{Δs}{Δt} \quad ή \quad υ_1 = 262,5\ cm/s$$

Από τη μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας ($Δυ = υ_2 - υ_1$) και τη σταθερή μεταβολή χρόνου ($Δt = 1/30s$) προκύπτει η τιμή της επιτάχυνσης, που αντιστοιχεί στη μεταβολή αυτή, δηλαδή:

$$g = \frac{Δυ}{Δt} \quad ή \quad g = \frac{263 - 231\ cm/s}{0,033 \qquad s} \quad ή$$

$$g = 960\ m/s^2.$$

Επαναλαμβάνοντας την ίδια εργασία μεταξύ των στιγμών 2 και 3, 3 και 4, 4 και 5 κ.ο.κ., να βρείτε τελικά ένα σύνολο τιμών από τις οποίες να υπολογίσετε το μέσο όρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

Πρέπει όμως να τονίσουμε ότι, για τη μελέτη της πτώσης των σωμάτων επιλέγουμε μικρά διαστήματα, σ’ ένα συνολικό μήκος που να μην υπερβαίνει τα 2m και σώματα μεγάλης πυκνότητας, ώστε να είναι πρακτικά αμελητέα η αντίσταση του αέρα. Οι αποκλίσεις των τιμών που βρήκατε από τη γνωστή τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας οφείλονται στα πειραματικά σφάλματα.

Η πειραματική μέθοδος

Σε αντίθεση με τον Αριστοτέλη, που βάσιζε τα συμπεράσματά του μόνο στο λογικό συλλογισμό, ο Γαλιλαίος κατέληγε σ’ αυτά με βάση πειραματικά δεδομένα, λεπτομε-

ρειακές παρατηρήσεις και λογικές αιτιολογήσεις. Ο πειραματικός τρόπος έρευνας που θεμελίωσε ο Γαλιλαίος αποτελεί σήμερα το θεμέλιο των Φυσικών Επιστημών. Όμως αυτό δεν αποκλείει το να προηγείται σε πολλές περιπτώσεις ο καθαρά λογικός συλλογισμός και να ακολουθεί το πείραμα ως επιβεβαίωση. Έτσι παραδείγματος χάρη, στη θεμελίωση της σύγχρονης Πυρηνικής Φυσικής προηγήθηκαν οι λογικοί συλλογισμοί του Αϊνστάιν, σχετικά με την ισοδυναμία μάζας και ενέργειας (1905) και πέρασαν περίπου 40 χρόνια (1944) για να επιβεβαιωθεί, με την ατομική βόμβα, η σχετική θεωρία.

Μήκος φρεναρίσματος και απόσταση ασφαλείας

Σύμφωνα με τον κώδικα οδικής κυκλοφορίας, οι οδηγοί πρέπει να διατηρούν απόσταση ασφαλείας από το προπορευόμενο όχημα. Η απόσταση αυτή εξαρτάται από την ταχύτητα με την οποία κινούνται τα οχήματα. Η απόσταση ασφαλείας είναι το άθροισμα δύο διαδοχικών διαστημάτων: α) αυτού που διανύει το όχημα στο χρονικό διάστημα μεταξύ της αισθητοποίησης του εμποδίου και της έναρξης της πέδησης (φρεναρίσματος) και β) του διαστήματος το οποίο διανύει έως ότου ακινητοποιηθεί. Το πρώτο ονομάζεται διάστημα αντίδρασης και το άλλο διάστημα πέδησης.

Το διάστημα αντίδρασης δεν οφείλεται στην αργοπορία του οδη-

γού να ενεργοποιήσει τα φρένα πατώντας το αντίστοιχο πεντάλ, αλλά στο βιολογικό χαρακτηριστικό του χρόνου αντίδρασης, δηλαδή το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να επεξεργαστεί ο εγκέφαλος το οπτικό ή το ακουστικό ερέθισμα, να σταλεί το νευρικό ερέθισμα στους αντίστοιχους μύες και αυτοί με τη σειρά τους να ολοκληρώσουν την αντίδρασή τους. Ο χρόνος αντίδρασης εξαρτάται από την καλή φυσική κατάσταση του οργανισμού και αυξάνεται σε περιπτώσεις κατανάλωσης αλκοόλ, λήψης φαρμάκων και υπνηλίας. Στο διάστημα αντίδρασης το όχημα κινείται με την ταχύτητα την οποία είχε τη στιγμή που δημιουργήθηκε το ερέθισμα στο νευρικό σύστημα του οδηγού, δηλαδή την αρχική ταχύτητα $υ_o$.

Έτσι για το διάστημα αυτό ισχύει η σχέση:

$$s_\alpha = \upsilon_o t_\alpha \qquad (\alpha)$$

όπου t_α ο χρόνος αντίδρασης.

Σήμα Κ.Ο.Κ.

Το διάστημα πέδησης (φρεναρίσματος) διανύεται από το όχημα με σταθερή επιβράδυνση, εφόσον ο οδηγός ασκεί σταθερή δύναμη στο πεντάλ. Για το διάστημα αυτό, όπως μπορεί να αποδειχθεί από τις εξισώσεις της επιβραδυνόμενης κίνησης, ισχύει η σχέση:

$$s = \frac{\upsilon_o^2}{2\alpha}$$

όπου α είναι η επιβράδυνση του οχήματος.

Το διάστημα πέδησης είναι:

α) Αντιστρόφως ανάλογο προς την τιμή της επιβράδυνσης α η οποία εξαρτάται από την κατάσταση του οδοστρώματος (στεγνό ή βρεγμένο), την κατάσταση των ελαστικών (βαθμός φθοράς της επιφάνειας που εφάπτεται με το οδόστρωμα) και την αποτελεσματικότητα του συστήματος πέδησης, β) ανάλογο του τετραγώνου της αρχικής ταχύτητας $υ_ο$.

Συνεπώς ένα όχημα που κινείται με αρχική ταχύτητα $υ_ο$ θα ακινητοποιηθεί σε απόσταση:

$$s = υ_ο t_α + \frac{υ_ο^2}{2α} \qquad (γ)$$

Επειδή οι παράγοντες οι οποίοι καθορίζουν το διάστημα ακινητο-

ποίησης ενός οχήματος μεταβάλλονται ανάλογα με τις καιρικές συνθήκες, την κατάσταση του οχήματος, τη φυσική κατάσταση του οδηγού, κ.α η απόσταση ασφαλείας που προτείνεται από την Τροχαία είναι μεγαλύτερη από την απόσταση ακινητοποίησης.

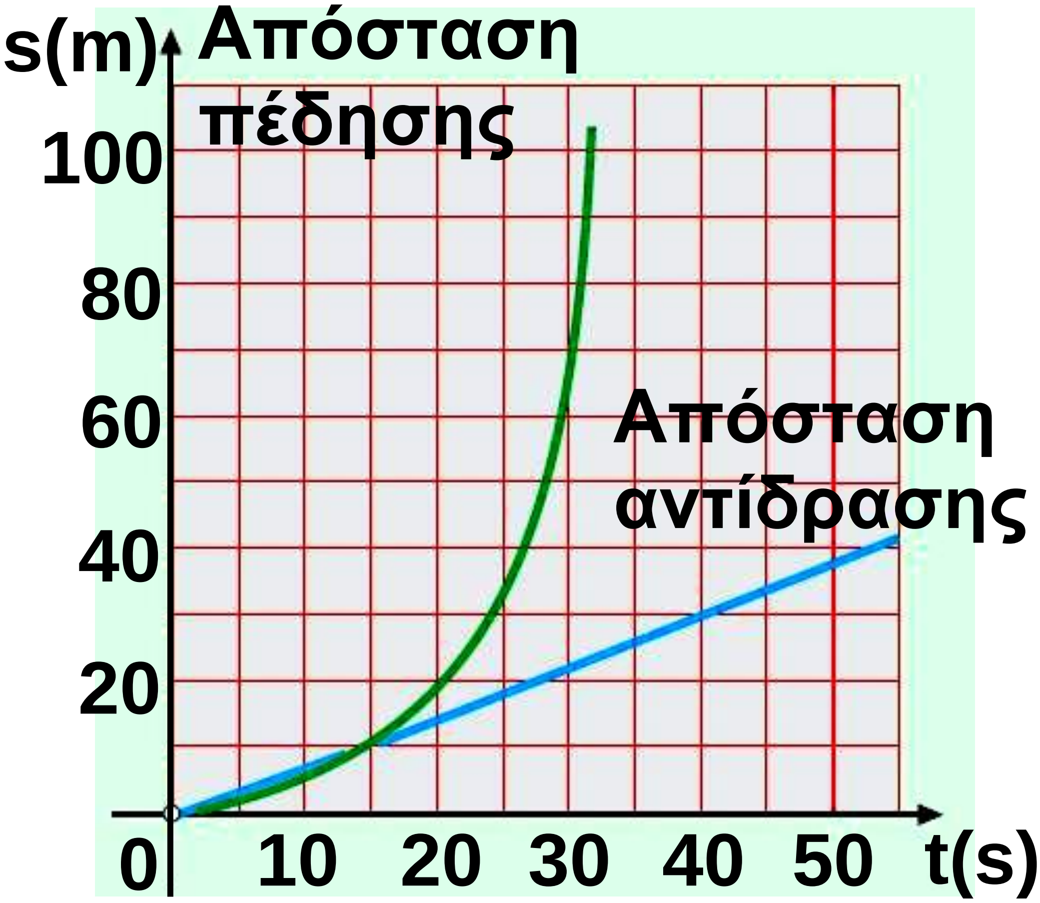
Ο χρόνος αντίδρασης για έναν οδηγό σε καλή φυσική κατάσταση είναι περίπου 1s και έστω ότι η επιβράδυνση είναι $\alpha = 5\ m/s^2$. Με τη βοήθεια της προηγούμενης σχέσης μπορούμε να υπολογίσουμε την απόσταση ακινητοποίησης ενός οχήματος που κινείται με ταχύτητα $\upsilon_o = 72km/h$.

Αν μετατρέψουμε την ταχύτητα αυτή σε μονάδες του συστήματος S.I., δηλαδή σε m/s έχουμε:

$$u_o = \frac{72 \cdot 1.000\ m}{3.600\ s} = 20\ m/s$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (γ) προκύπτει ότι:

$$s = 20m + 40m = 60m.$$



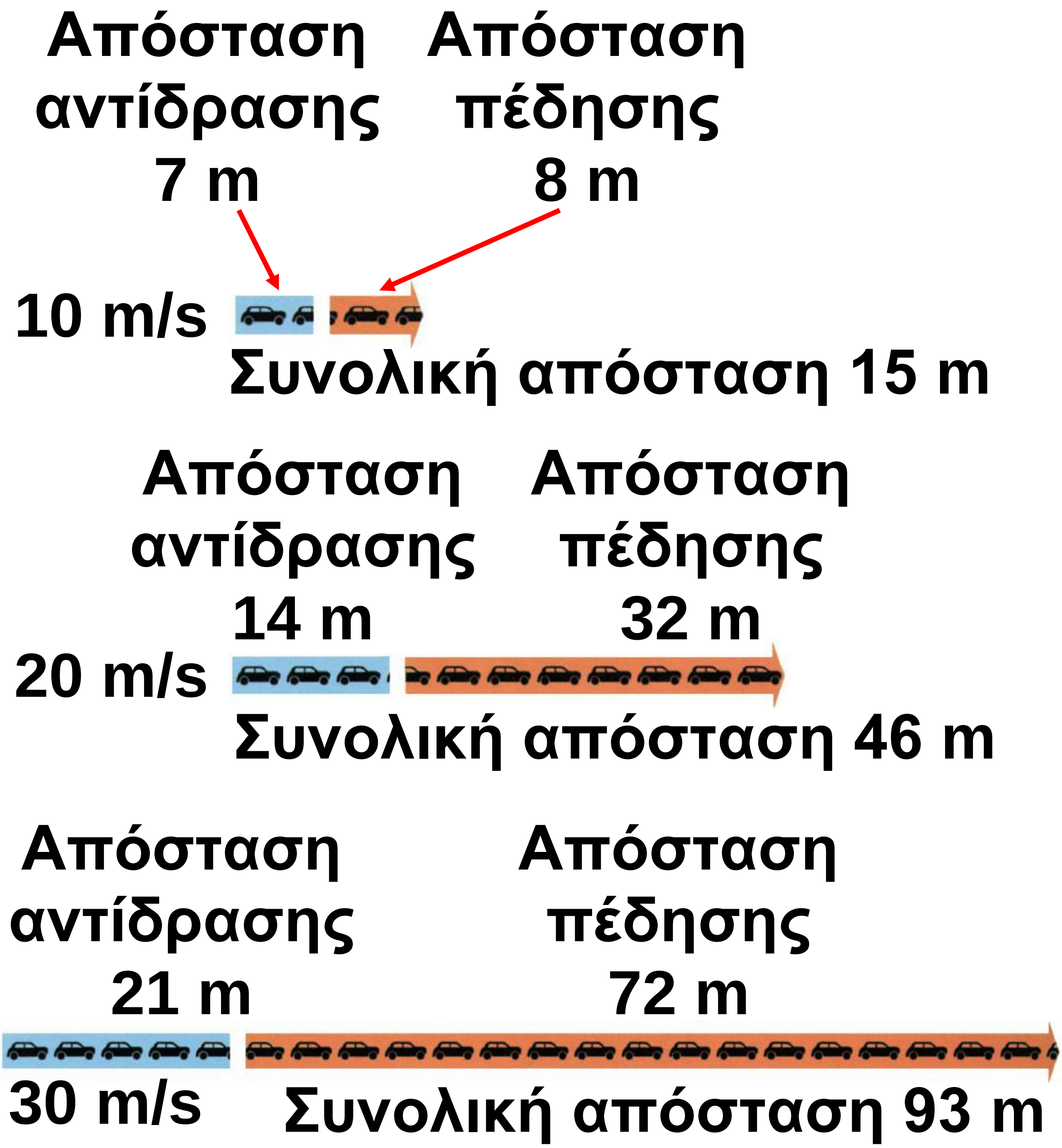
Εικόνα 1

Από τα αριθμητικά αυτά αποτελέσματα προκύπτει ότι το διάστημα της πέδησης ήταν διπλάσιο από το

διάστημα αντίδρασης. Το συμπέρασμα αυτό δεν ισχύει για άλλες ταχύτητες. Αν επαναλάβουμε τη διαδικασία για άλλες τιμές ταχύτητας η σχέση μεταξύ των διαστημάτων αλλάζουν. Στην εικόνα 1 φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των αποστάσεων αντίδρασης και των αποστάσεων πέδησης για οδηγό με φυσιολογικά αντανακλαστικά και στεγνό οδόστρωμα (επιβράδυνση 6,75 m/s^2). Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι η απόσταση πέδησης είναι ανάλογη του τετραγώνου της αρχικής ταχύτητας του οχήματος.

Στην εικόνα 2 έχουν παρασταθεί τα διαστήματα αντίδρασης και πέδησης για τρεις τιμές ταχύτητας, με δεδομένο ότι ο οδηγός έχει φυσιολογικά αντανακλαστικά, ο δρόμος

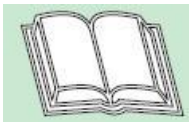
είναι στεγνός, το σύστημα πέδησης και τα λάστιχα του αυτοκινήτου είναι εντός των προδιαγραφών του κατασκευαστή ενός οχήματος.



Εικόνα 2

Από τα στοιχεία της εικόνας 2 προκύπτει ότι, υπό τις προϋποθέσεις που προαναφέραμε, η απόσταση ακινητοποίησης ενός οχήματος εξαρτάται κυρίως από την απόσταση πέδησης δηλαδή από την ταχύτητα του αυτοκινήτου τη στιγμή που υπέπεσε στην αντίληψη του οδηγού η αιτία η οποία του επιβάλλει να ακινητοποιήσει το όχημά του. Για το λόγο αυτό τόσο τα όρια ταχύτητας που αναγράφονται στις πινακίδες της τροχαίας όσο και οι κανονισμοί που αναφέρονται στην απόσταση ασφαλείας μεταξύ των οχημάτων πρέπει να τηρούνται από τους οδηγούς.

Οι ζωνες ασφαλείας και οι αερόσακοι



Οι ζώνες ασφαλείας έχουν σχεδιαστεί να προστατεύουν τα άτομα που ταξιδεύουν με αυτοκίνητο όταν

Εικόνα 1

συμβεί ένα ατύχημα (Εικ. 1). Οι τραυματισμοί του οδηγού και των επιβατών οφείλονται στην απότομη επιβράδυνση του οχήματος. Όπως γνωρίζουμε σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα, κάθε κινούμενο σώμα τείνει να διατηρεί σταθερή την κινητική του κατάσταση. Την ιδιότητα αυτή την ονομάσαμε αδράνεια.

Έτσι τα σώματα των επιβατών τείνουν να κινούνται προς τα εμπρός ενώ το όχημα επιβραδύνεται. Αποτέλεσμα αυτού είναι ο οδηγός και ο επιβάτης του μπροστινού καθίσματος, να χτυπήσουν στο τιμόνι και στο παρμπρίζ του αυτοκινήτου αντίστοιχα.

Κατά την πρόσκρουση ενός αυτοκινήτου σε σταθερό εμπόδιο, π.χ. τοίχο, ο χρόνος στον οποίο το όχημα σταματάει είναι πολύ μικρός, συνήθως κλάσμα του δευτερολέπτου. Έτσι, σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, F = mα,

Εικόνα 2

ή $F = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t}$, η δύναμη F είναι πολύ

μεγάλη και το αποτέλεσμα της σύγκρουσης πολύ σοβαρό. Σε πολλά αυτοκίνητα το εμπρόσθιο τμήμα έχει σχεδιαστεί να θραύεται ώστε ο χρόνος σύγκρουσης να γίνεται μεγαλύτερος. Ίσως για το λόγο αυτό οι προφυλακτήρες των αυτοκινήτων δεν είναι πλέον μεταλλικοί.

Ο αερόσακος είναι ένα σύστημα (Εικ. 2), σχεδιασμένο να φουσκώνει κατά τη σύγκρουση.

Έτσι, προστατεύονται τα σώματα των επιβατών από την πρόσκρουση στο τιμόνι και το παρμπρίζ του αυτοκινήτου και επιπλέον αυξάνει το χρόνο που το σώμα των επιβατών ακινητοποιείται.

Ωστόσο, οι περισσότεροι τραυματισμοί των επιβατών δεν οφείλονται στην απότομη επιβράδυνση του οχήματος αλλά στο γεγονός ότι

οι επιβάτες δεν φοράνε τις ζώνες ασφαλείας.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Δυναμική ονομάζεται η ενότητα της Φυσικής που μελετά τις δυνάμεις και τα αποτελέσματα τους. Στη μία διάσταση μελετά τη σχέση της δύναμης με την κίνηση σε ευθεία γραμμή. Η δύναμη είναι αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο σωμάτων. Μία δύναμη όταν ασκείται σ' ένα σώμα είναι δυνατό να το παραμορφώσει ή να του μεταβάλλει την κινητική του κατάσταση. Η **δύναμη είναι μέγεθος διανυσματικό** και έχει μονάδα μέτρησης στο διεθνές σύστημα το 1 Newton, $1N = 1kg\ m/s^2$.

Η μέτρηση της δύναμης γίνεται με το ζυγό ελατηρίου ή με το δυναμόμετρο και στηρίζεται στην ελαστική παραμόρφωση που προκαλεί η δύναμη όταν ασκηθεί σ’ αυτό. Η **ελαστική παραμόρφωση** διέπεται από το **νόμο του Hooke** και διατυπώνεται ως εξής: "Οι ελαστικές παραμορφώσεις είναι ανάλογες με τις δυνάμεις που τις προκαλούν". Ο νόμος του Hooke εκφράζεται με τη σχέση $F = k\,x$.

Όταν σε κάποιο σώμα ενεργούν δύο ή περισσότερες δυνάμεις ταυτόχρονα στο ίδιο σημείο, η δύναμη που μπορεί να τις αντικαταστήσει λέγεται **συνισταμένη** ΣF ή F, ενώ οι δυνάμεις που αντικαθιστά λέγονται **συνιστώσες** και η διαδικασία ονομάζεται σύνθεση. Για τη σύνθεση συγγραμμικών δυνάμεων F_1 και F_2 ίδιας φοράς ισχύει η σχέση:

$$F = F_1 + F_2$$

ενώ για δυνάμεις F_1, F_2 αντίθετης φοράς με $F_2 > F_1$:

$$F = F_1 - F_2$$

Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα, αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' ένα σώμα είναι μηδέν τότε αυτό ή ηρεμεί ή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά. Αντίθετα, όταν η συνισταμένη των δυνάμεων δεν είναι μηδέν, τότε σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, που είναι ο θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής, το σώμα αποκτά επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ ανάλογη με την συνισταμένη δύναμη:

$$\vec{F} = m\vec{\alpha}$$

Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης είναι ίδια με την κατεύθυνση της δύναμης.

Αδράνεια είναι η ιδιότητα που έχουν τα σώματα να αντιστέκονται στη μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης. Μέτρο της αδράνειας ενός σώματος αποτελεί η μάζα του που λέγεται και αδρανειακή μάζα.

Η **αδρανειακή μάζα** m προκύπτει από τη σχέση:

$$m = \frac{F}{\alpha}.$$

Βαρυτική μάζα λέγεται η μάζα που προκύπτει από τη μέτρηση της δύναμης της βαρύτητας πάνω σ' αυτή:

$$m = \frac{B}{g}.$$

Η βαρυτική και αδρανειακή μάζα είναι ίσες.

Ελεύθερη πτώση εκτελεί ένα σώμα όταν το αφήσουμε να πέσει από κάποιο ύψος και η μόνη δύναμη που ενεργεί σ' αυτό είναι το

βάρος του, το οποίο θεωρείται σταθερό, ενώ θεωρείται αμελητέα η αντίσταση του αέρα. Οι εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης είναι:

Εξίσωση του διαστήματος $s = \frac{1}{2}\alpha t^2$

Εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon = g\,t$**.**

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Να αναφέρετε παραδείγματα από τα οποία να φαίνεται ότι η δύναμη είναι διανυσματικό φυσικό μέγεθος.

2. Περιγράψτε απλό πείραμα από το οποίο να φαίνεται ότι η συνισταμένη δύο ομόρροπων δυνάμεων έχει τιμή που είναι ίση με το άθροισμα των τιμών των δυνάμεων αυτών.

3. Περιγράψτε απλό πείραμα από το οποίο να φαίνεται ότι η συνισταμένη δύο αντίρροπων δυνάμεων έχει τιμή που είναι ίση με τη διαφορά των τιμών των δυνάμεων αυτών.

4. Ποια είναι η φορά της συνισταμένης δύο αντίρροπων δυνάμεων;

5. Ένα αυτοκίνητο κινούμενο με μεγάλη ταχύτητα προσκρούει σε ένα τοίχο. Οι επιβάτες του αυτοκινήτου κινούνται προς τα εμπρός. Δώστε μια εξήγηση για το φαινόμενο.

6. Να εξηγήσετε τι εννοούμε με την έκφραση "ένα σώμα ισορροπεί".

7. Ποια σχέση εκφράζει τον 2ο νόμο του Νεύτωνα; Να εξηγήσετε τα

μεγέθη και να γράψετε τις μονάδες τους στο S.I.

8. Ένα σώμα που αρχικά ηρεμεί δέχεται σταθερή δύναμη (συνισταμένη). Συμφωνείτε με την άποψη ότι το σώμα αυτό κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

9. Ένα σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Τι συμπεραίνετε για την συνισταμένη δύναμη που δέχεται;

10. Μέσα στην τάξη ένας μαθητής αφήνει να πέσουν από το ίδιο ύψος ταυτόχρονα ένα φύλλο χαρτί και ένα μολύβι. Το μολύβι θα φτάσει πιο γρήγορα στο πάτωμα της τάξης. Ποια εξήγηση δίνετε για το φαινόμενο αυτό;

11. **Πότε ένα σώμα λέμε ότι κάνει ελεύθερη πτώση; Με ποια προϋπόθεση θεωρούμε την κίνηση που κάνει ένα μπαλάκι που αφήνουμε να πέσει από κάποιο ύψος, ως ελεύθερη πτώση;**

12. **Να γράψετε τις σχέσεις που δίνουν την ταχύτητα και το διάστημα σε συνάρτηση με το χρόνο, στην ελεύθερη πτώση.**

13. **Ένα σώμα κάνει ελεύθερη πτώση. Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών. ($g=10m/s^2$).**

t(s)	υ(m/s)	s(m)
0	0	0
1		
		20
	40	

14. Να συμπληρώσετε με τους όρους: δύναμη, πλαστική, ελαστική, διανυσματικό μέγεθος, τα κενά στις επόμενες προτάσεις.
Α. Η δύναμη για να ορισθεί πλήρως χρειάζεται τιμή, διεύθυνση και φορά, δηλαδή είναι ....
....
Β. Η παραμόρφωση ενός ελατηρίου χαρακτηρίζεται ως ....
Γ. Η παραμόρφωση μιας πλαστελίνης χαρακτηρίζεται ως ....
....
Δ. Η .... προκαλεί την παραμόρφωση ή τη μεταβολή της κινητικής κατάστασης του σώματος στο οποίο ασκείται.

15. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.
Α. Ένα σώμα το οποίο αρχικά ηρεμούσε εξακολουθεί να ηρεμεί αν η

συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται είναι ....

Β. Αδράνεια είναι η ιδιότητα των σωμάτων να τείνουν να διατηρήσουν την .... τους κατάσταση.

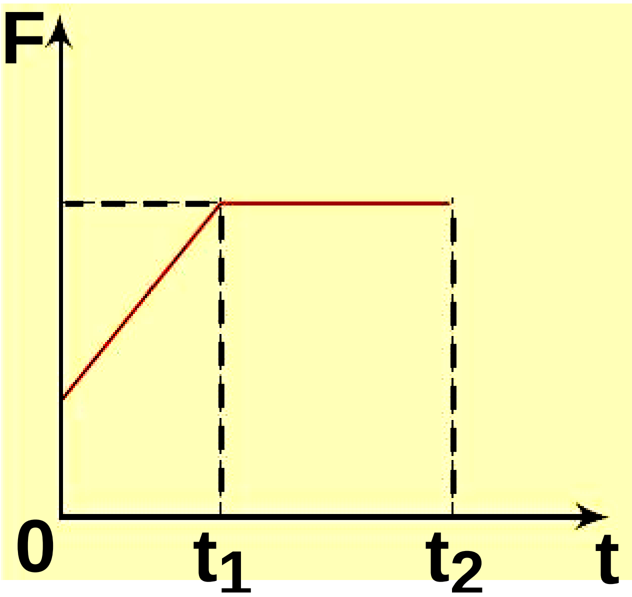
Γ. Το βάρος ενός σώματος .... από τόπο σε τόπο ενώ η μάζα του παραμένει ....

16. Να συμπληρώσετε τα κενά στις επόμενες προτάσεις.

Α. Μια δύναμη F που επενεργεί σε ένα σώμα, μπορεί να αναλυθεί σε συνιστώσες οι οποίες επιφέρουν το ίδιο ……………. με τη δύναμη F.

Β. Η ελεύθερη πτώση ενός σώματος είναι κίνηση .... ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς .... ταχύτητα.

17. Μια μπάλα που αρχικά ηρεμούσε σε λείο οριζόντιο δάπεδο δέχεται οριζόντια δύναμη F. Στο διάγραμμα της εικόνας, φαίνεται πώς μεταβάλλεται η τιμή της δύναμης με το χρόνο.

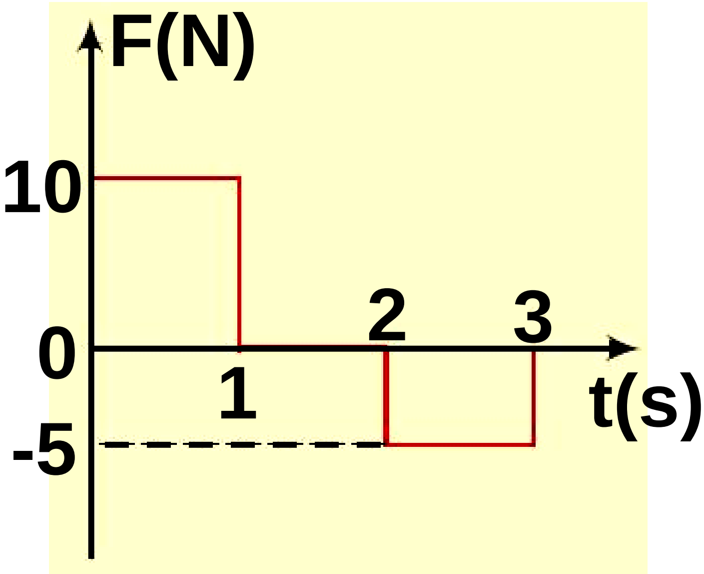


Να δικαιολογήσετε την ορθότητα των προτάσεων.

Α. Μέχρι τη στιγμή t_1 η μπάλα κάνει επιταχυνόμενη κίνηση.

Β. Από τη στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή t_2 η μπάλα κάνει κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη.

18. Ένα σώμα που αρχικά ηρεμούσε σε λείο οριζόντιο δάπεδο δέχεται οριζόντια δύναμη F. Στο διάγραμμα της εικόνας, φαίνεται πώς μεταβάλλεται η τιμή της δύναμης με το χρόνο.



Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα (Σ) τις σωστές προτάσεις και με το γράμμα (Λ) τις λανθασμένες.
Α. Η κίνηση του σώματος είναι:
0 → 1s ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
1s → 2s ευθύγραμμη ομαλή.

2s → 3s ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Β. Η κίνηση του σώματος είναι:

0 → 1s ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

1s → 2s το σώμα ηρεμεί.

2s → 3s το σώμα αρχίζει να κινείται προς τα πίσω.

19. Ένα σώμα πέφτει ελεύθερα από ύψος Η πάνω από το έδαφος. Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα (Σ) και με το γράμμα (Λ), τις σωστές και τις λάθος αντίστοιχα, προτάσεις. (Αντιστάσεις από τον αέρα παραλείπονται).

Α. Το σώμα κάνει ομαλή κίνηση.

Β. Το σώμα στην αρχή έχει επιτάχυνση μηδέν και ταχύτητα μηδέν.

Γ. Το σώμα κάνει κίνηση ευθύγραμμη με σταθερή επιτάχυνση ίση με g.

Δ. Το σώμα κάθε στιγμή βρίσκεται σε ύψος $h = \frac{1}{2}gt^2$ πάνω από το έδαφος.

20. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με το γράμμα (Σ) αν είναι σωστές και με το γράμμα (Λ) αν είναι λάθος.
Α. Η αδράνεια είναι ιδιότητα χαρακτηριστική των στερεών σωμάτων.
Β. Ένα σώμα θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, αν η συνισταμένη των δυνάμεων που θα επενεργήσουν σ' αυτό είναι μηδέν.
Γ. Αν η συνισταμένη δύναμη που επενεργεί σ' ένα σώμα είναι σταθερή, τότε το σώμα θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

21. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο και επιταχύ-

νεται για κάποιο χρονικό διάστημα. Μετά αρχίζει να επιβραδύνεται.
Να χαρακτηρίσετε με το γράμμα (Σ) τις σωστές προτάσεις και με το γράμμα (Λ) τις λανθασμένες.
Α. Το σώμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του τη στιγμή που αρχίζει να επιβραδύνεται.
Β. Το σώμα δέχεται συνισταμένη δύναμη που είναι αρχικά ομόρροπη της κίνησης και μετά είναι αντίρροπη της κίνησης.
Γ. Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα είναι μηδέν όταν αποκτά τη μέγιστη ταχύτητά του.
Δ. Η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται το σώμα είναι σταθερή.

22. Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με το γράμμα (Σ) αν είναι σωστές και με το γράμμα (Λ) αν είναι λάθος.

Α. Το βάρος ενός σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος.
Β. Το βάρος ενός σώματος μεταβάλλεται από τόπο σε τόπο πάνω στην επιφάνεια της Γης.
Γ. Το βάρος ενός σώματος στον ίδιο τόπο μεταβάλλεται με το ύψος που βρίσκεται αυτό από την επιφάνεια της Γης.
Δ. Το βάρος ενός σώματος έχει μέτρο mg.

23. Ένα βαρύτερο σώμα έλκεται από τη Γη με δύναμη μεγαλύτερη από ένα ελαφρύτερο. Όταν τα αφήνουμε από το ίδιο ύψος φτάνουν ταυτόχρονα στην επιφάνεια της Γης (οι κινήσεις θεωρούμε ότι γίνονται μόνο υπό την επίδραση του βάρους των σωμάτων).

Να χαρακτηρίσετε τις επόμενες προτάσεις με το γράμμα (Σ) αν είναι

σωστές και με το γράμμα (Λ) τις λανθασμένες.
Α. Τα δύο σώματα έχουν κάθε στιγμή την ίδια επιτάχυνση (επιτάχυνση βαρύτητας).
Β. Τα δύο σώματα δέχονται διαφορετικές δυνάμεις, όμως έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα.
Γ. Τα δύο σώματα έχουν κάθε στιγμή την ίδια επιτάχυνση και ίσες ορμές και βρίσκονται στο ίδιο ύψος.

24. Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.
Ποια από τις πιο κάτω σχέσεις είναι σωστή;

Α. $F_{ολ} = m\,α$ **Β. $F_{ολ} = 0$**
Γ. $α$ = σταθερό **Δ. $υ = 0$**

25. Η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα υπό την επίδραση μίας δύναμης F, είναι:

Α. Ανάλογη του τετραγώνου της δύναμης F.
Β. Ανάλογη της δύναμης F.
Γ. Δεν εξαρτάται από τη δύναμη F.
Δ. Αντίστροφα ανάλογη της δύναμης F.

26. Η μονάδα 1 Ν ισούται με:

Α. $1\ Kg\ \frac{m}{s}$ **Β.** $1\ Kg\ \frac{m}{s^2}$

Γ. $1\ Kg\ m$ **Δ.** $1\ Kg\ \frac{s^2}{m}$

27. Η ταχύτητα ενός σώματος είναι σταθερή σε τιμή και κατεύθυνση όταν η συνολική δύναμη που ενεργεί σ' αυτό:
Α. Είναι σταθερή σε τιμή και κατεύθυνση.
Β. Είναι μηδενική.
Γ. Μεγαλώνει γραμμικά με το χρόνο.

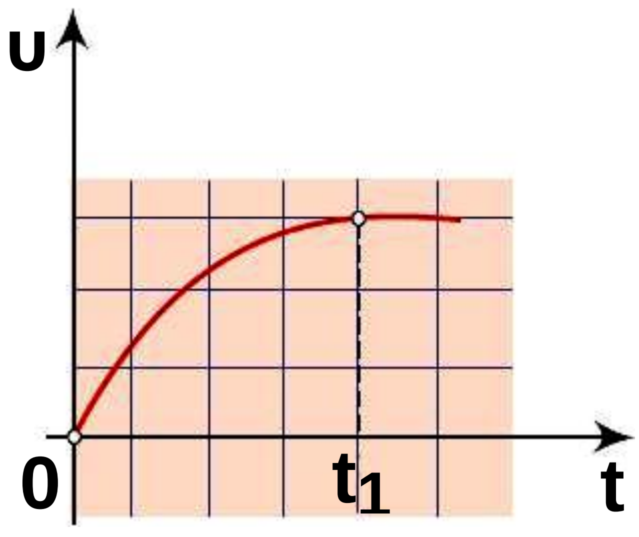
Δ. Μικραίνει γραμμικά με το χρόνο.
Ε. Είναι ανάλογη του διαστήματος που διανύει το σώμα.

28. Ένα σώμα επιταχύνεται ομαλά όταν η δύναμη που το επιταχύνει είναι:
Α. Μηδενική.
Β. Σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση.
Γ. Ανάλογη του διαστήματος που διανύει.
Δ. Αντιστρόφως ανάλογη του διαστήματος που διανύει.
Ε. Η τιμή της μεγαλώνει με σταθερό ρυθμό.

29. Ένα σώμα παύει να επιταχύνεται όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σ' αυτό:
Α. Γίνει μηδέν.

Β. Πάρει την πιο μικρή τιμή της.
Γ. Πάρει την πιο μεγάλη τιμή της.
Δ. Γίνει κάθετη στη διεύθυνση της κίνησής του.

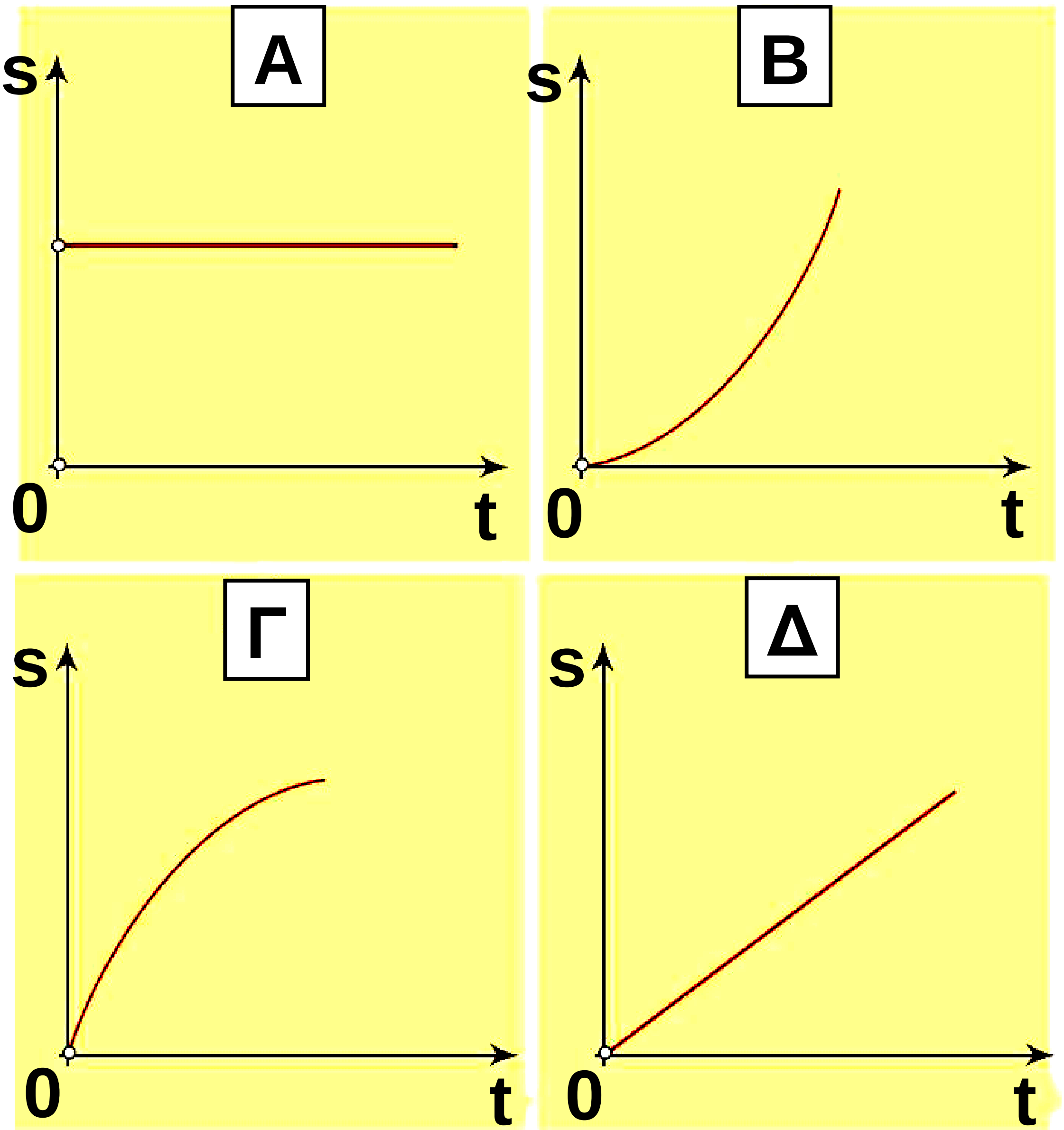
30. Η ταχύτητα ενός σώματος που το αφήνουμε να πέσει από σχετικά μικρό ύψος μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως φαίνεται στην εικόνα. Η κίνηση που κάνει το σώμα είναι:



Α. Ελεύθερη πτώση.
Β. Κινείται υπό την επίδραση του βάρους του, και μίας ακόμη δύναμης ομόρροπης με το βάρος του.

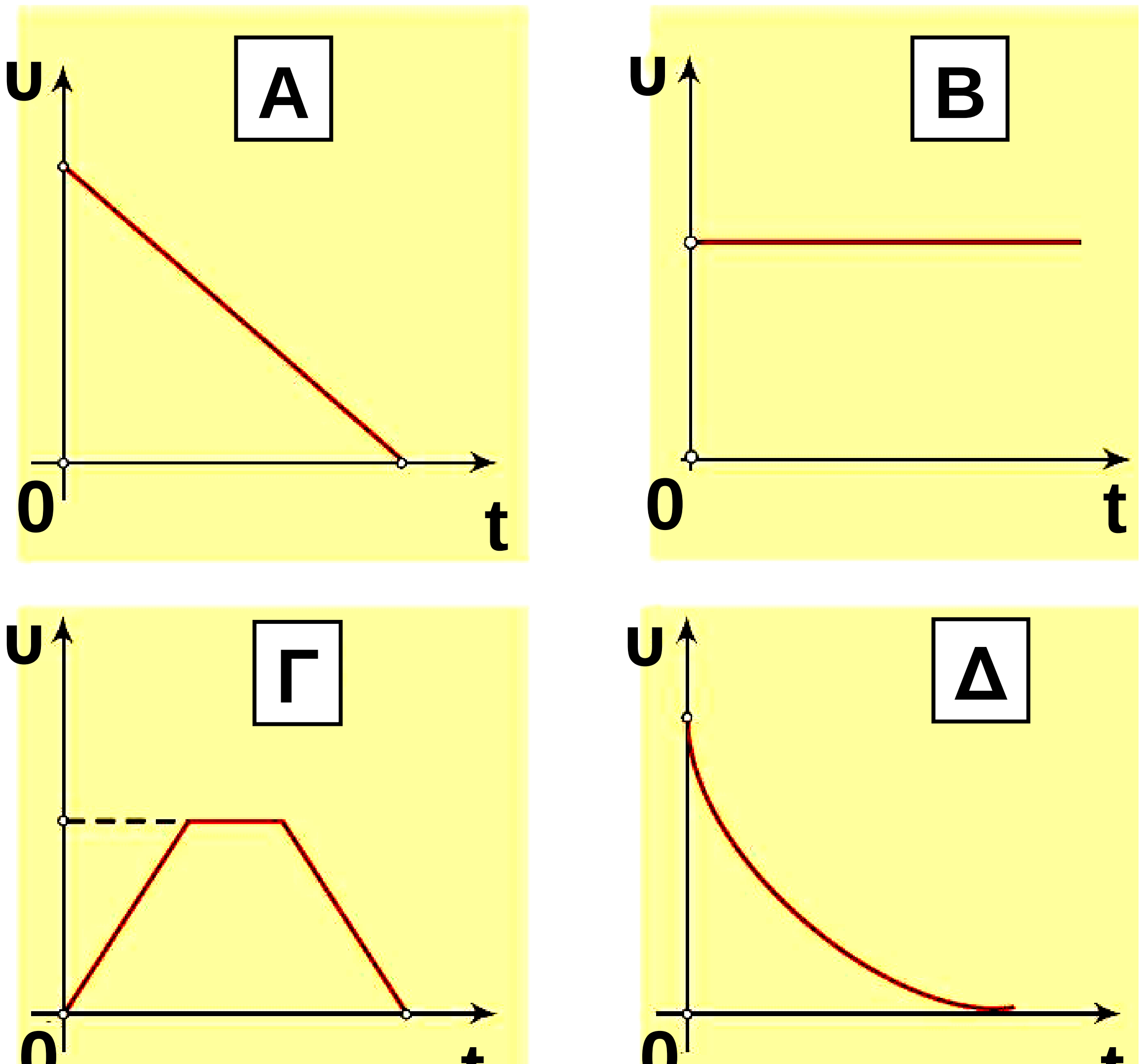
Γ. Κινείται υπό την επίδραση του βάρους του και της αντίστασης του αέρα.
Δ. Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, μέχρι τη στιγμή t_1.

31. Σε ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα, του διαστήματος σε



συνάρτηση με το χρόνο, φαίνεται ότι το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση από μικρό ύψος;

32. Ένα σώμα μάζας m κινείται σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα υ και



τη στιγμή t = 0 ασκείται σταθερή δύναμη F, αντίρροπη της ταχύτητας, μέχρι να σταματήσει το σώμα.

Ποια από τα διαγράμματα, της προηγούμενης σελίδας, δείχνει πως μεταβάλλεται η τιμή της ταχύτητας του σώματος με το χρόνο;

33. Το αποτέλεσμα μιας δύναμης εξαρτάται:
Α. Από το σημείο εφαρμογής της.
Β. Από την κατεύθυνσή της.
Γ. Από την τιμή της.
Δ. Από όλα τα παραπάνω.

34. Να αντιστοιχίσετε σχέσεις με φαινόμενα στο διάγραμμα της επόμενης σελίδας.

Ισορροπία	**F = σταθερή**
Ευθύγραμμη ομαλά επι-ταχυνόμενη κίνηση	**F = 0**
Κίνηση ευθύγραμμη επιταχυνόμενη με μεταβλητή επιτάχυνση	**α≠ σταθερή**

35. **Πετάμε ένα σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω. Να σχεδιάσετε τα διανύσματα της επιτάχυνσης και της ταχύτητας του σώματος:**
Α. Σε μια τυχαία χρονική στιγμή κατά τη διάρκεια της ανόδου του.

Β. Τη χρονική στιγμή που βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της τροχιάς του.
Γ. Σε μια τυχαία χρονική στιγμή κατά την διάρκεια της καθόδου του.

36. Ένας μαθητής πιστεύει ότι αδράνεια έχουν μόνο τα σώματα που βρίσκονται σε κίνηση, ενώ τα ακίνητα σώματα δεν έχουν. Ποια είναι η δική σας άποψη;

37. Ρίχνουμε μια μπάλα κατακόρυφα προς τα πάνω. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω στη μπάλα σε ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς της όταν:
Α. Ανεβαίνει.
Β. Κατεβαίνει.
Γ. Τη χρονική στιγμή που βρίσκεται στο ανώτατο σημείο της τροχιάς της.

38. Αφήνουμε να πέσουν ταυτόχρονα δύο κέρματα, ένα των δέκα και ένα των εκατό δραχμών. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

Α. Τα δύο κέρματα πέφτουν ταυτόχρονα, διότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Β. Το κέρμα των εκατό δραχμών πέφτει πρώτο, διότι είναι βαρύτερο.

Γ. Τα δύο κέρματα πέφτουν ταυτόχρονα, διότι στο βαρύτερο ασκείται μεγαλύτερη δύναμη, αλλά αυτό έχει μεγαλύτερη μάζα και η επιτάχυνση

$$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{B}{m} = g = \text{σταθ.}$$

Δ. Το κέρμα των δέκα δραχμών έχει μεγαλύτερη επιτάχυνση, διότι είναι ελαφρύτερο.

39. **Στην ελεύθερη πτώση ενός σώματος:**
Α. Η επιτάχυνση είναι σταθερή.
Β. Η ταχύτητα είναι σταθερή.
Γ. Η επιτάχυνση και η ταχύτητα είναι ίσες.
Δ. Η επιτάχυνση εξαρτάται από τη μάζα του.
Ποιες από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστές;

40. **Μέσα σε αερόκενο σωλήνα αφήνουμε μια σφαίρα.**

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;
Α. Δεν υπάρχει βαρύτητα μέσα στον αερόκενο σωλήνα.
Β. Στη σφαίρα ασκείται μόνο το βάρος της, το οποίο την επιταχύνει.
Γ. Η αντίσταση του αέρα εμποδίζει τη σφαίρα να πέσει

ελεύθερα. Δ. Το βάρος ασκείται στη σφαίρα μόνο όταν την αφήσουμε να πέσει.

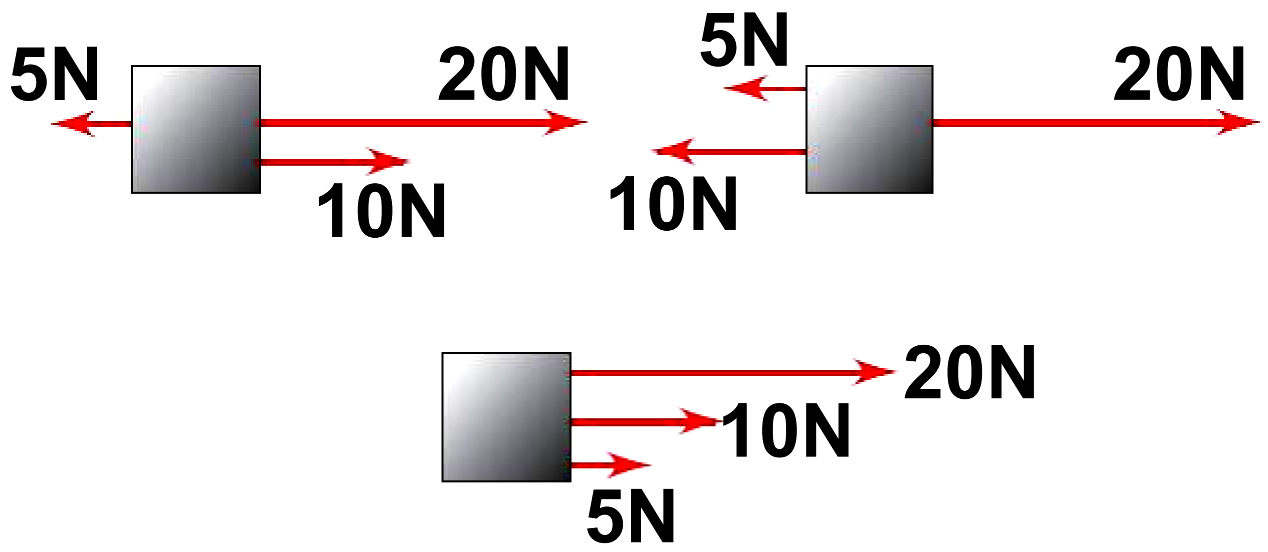
41. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;
Α. Για να κινείται ένα σώμα με σταθερή ταχύτητα πρέπει να ασκούνται πάνω του δυνάμεις, που έχουν συνισταμένη ίση με μηδέν.
Β. Όλα τα σώματα σταματούν να κινούνται όταν παύσουν να ασκούνται πάνω τους δυνάμεις.
Γ. Η αδράνεια είναι η δύναμη που διατηρεί την κίνηση των σωμάτων.
Δ. Δύο σώματα διαφορετικής μάζας που ηρεμούν, έχουν την ίδια αδράνεια.
Ε. Η μάζα των σωμάτων είναι το μέτρο της αδράνειάς τους.
ΣΤ. Τα σώματα έχουν αδράνεια μόνο όταν κινούνται.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Δύο δυνάμεις με τιμές 80Ν και 60Ν ενεργούν στο ίδιο σημείο ενός σώματος.
Να βρείτε τη συνισταμένη τους αν οι διευθύνσεις τους σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία

Α. 0^{o} Β. 180^{o}

2. Στην εικόνα φαίνεται ένα σώμα και οι δυνάμεις που δέχεται σε τρεις περιπτώσεις.



Σε κάθε περίπτωση να υπολογίσετε την συνισταμένη δύναμη σε τιμή και κατεύθυνση.

3. Μια δύναμη F = 10N να αναλυθεί σε δυο συνιστώσες, F_1 και F_2 που είναι:
Α. συγγραμμικές ομόρροπες και $F_1 = 4 F_2$
Β. συγγραμμικές αντίρροπες και $F_1 = 3 F_2$

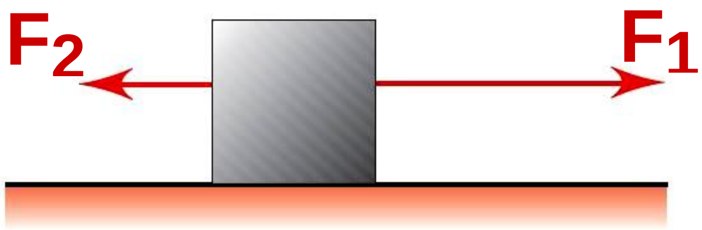
4. Από ένα δυναμόμετρο κρεμάμε σώματα διαφορετικών βαρών.
Α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Επιμήκυνση (cm)	5	8		15	20
Βάρος (Ν)			40		80

Β. Να κάνετε το διάγραμμα της δύναμης που επιμηκύνει το δυναμόμετρο σε συνάρτηση με την επιμήκυνση.

Γ. Να υπολογίσετε την κλίση της γραφικής παράστασης.

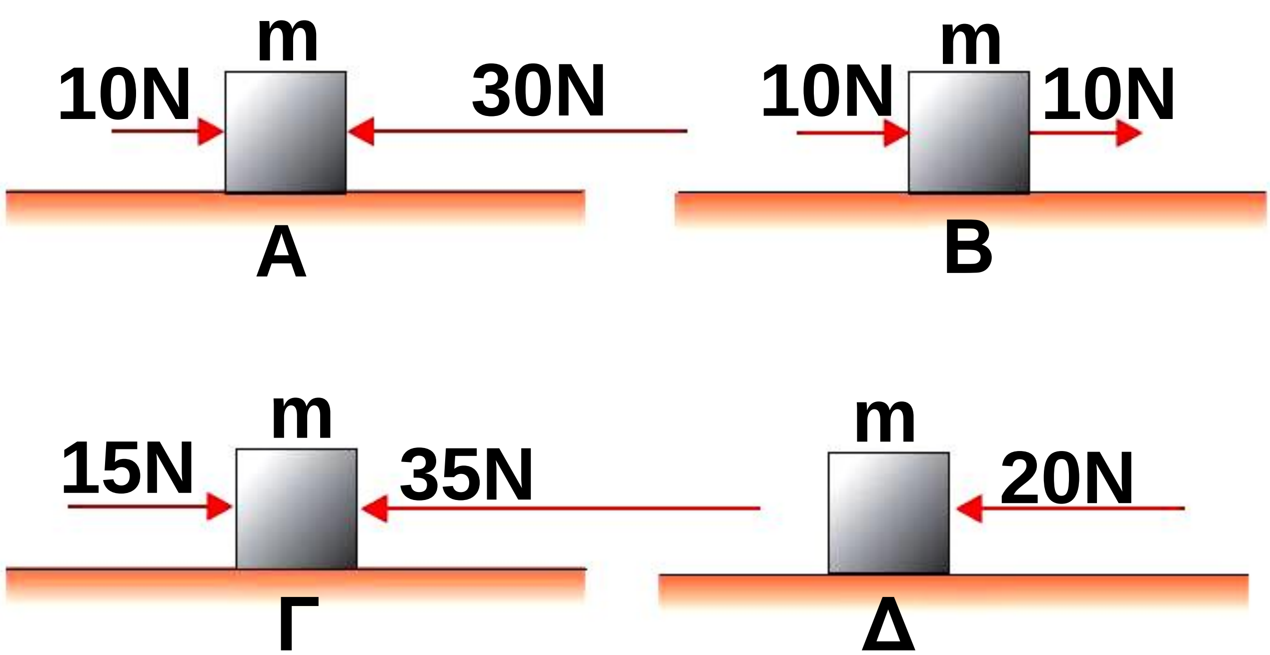
5. Το σώμα που φαίνεται στην εικόνα κινείται με σταθερή ταχύτητα. Είναι γνωστό ότι F_1 = 22N και F_2 = = 7N. Το σώμα δέχεται άλλη δύναμη εκτός των F_1 και F_2 στη διεύθυνση της κίνησής του; Αν ναι να την προσδιορίσετε.



6. Ένα πιθηκάκι κρέμεται από το κλαδί ενός δέντρου και έχει βάρος 200N.

Να προσδιορίσετε τη δύναμη που δέχεται από το κλαδί του δένδρου.

7. Ένα σώμα ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο. Στην εικόνα φαίνονται οι οριζόντιες δυνάμεις που δέχεται σε τέσσερις περιπτώσεις.
Να συγκρίνετε τις επιταχύνσεις του σώματος.



8. Ένα σώμα κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα $υ_1$ =10m/s. Τη χρονική στιγμή t=0 αρχίζει να ενεργεί πάνω στο σώμα δύναμη F, κατά τη διεύθυνση της ταχύτητας αλλά με αντίθετη φορά. Σε χρόνο

t = 2s η τιμή της ταχύτητάς του γί-νεται $υ_2$ =5m/s.

Να υπολογιστεί η τιμή της δύναμης F. Δίνεται η μάζα του σώματος m = 10kg.

9. Ένα σώμα μάζας m=1kg κινείται σε οριζόντιο δάπεδο και η ταχύτητά του δίνεται από τη σχέση

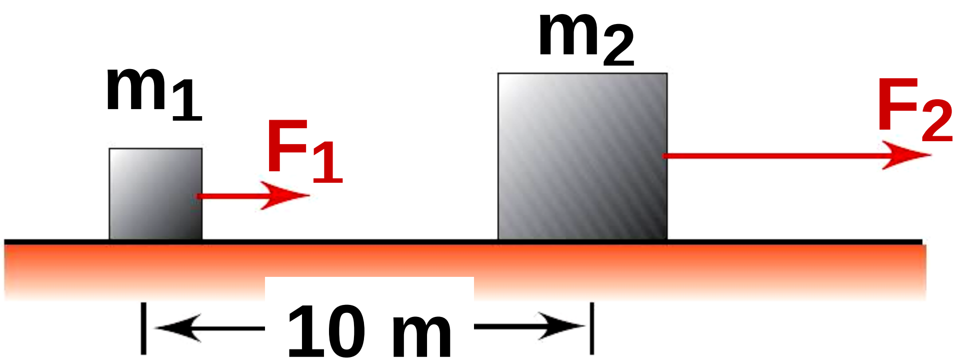
$$υ = 4t \quad (υ \text{ σε } \frac{m}{s}, \ t \text{ σε } s)$$

Να βρείτε την τιμή της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα.

10. Σώμα επιταχύνεται από 10m/s σε 14m/s μέσα σε χρόνο 2s. Η μάζα του σώματος είναι m = 5kg. Να βρεθεί η σταθερή δύναμη που επιταχύνει το σώμα.

***11. Δύο σώματα με μάζες m_1 =1kg και m_2 =3kg ηρεμούν σε λείο οριζό-**

**ντιο δάπεδο. Η μεταξύ τους από-
σταση είναι 10m. Στα σώματα επε-
νεργούν ταυτόχρονα ομόρροπες
δυνάμεις F_1 = 4N και F_2 = 15N αντί-
στοιχα όπως φαίνεται στην εικόνα.**



**Α. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση
κάθε σώματος.
Β. Μετά από πόσο χρόνο το μάζας
m_2 σώμα θα προηγείται του άλλου
κατά 18m;**

**12. Σώμα μάζας m = 20kg αρχικά
ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επί-
πεδο. Τη χρονική στιγμή t = 0 αρχί-
ζει να ενεργεί στο σώμα σταθερή
οριζόντια δύναμη F_1 = 20N. Μετά**

από λίγο χρόνο καταργείται η δύναμη F_1 και την ίδια στιγμή αρχίζει να ενεργεί πάνω στο σώμα αντίρροπη δύναμη σταθερής τιμής $F_2 = 5N$ και το σώμα σταματά αφού διανύσει συνολικά διάστημα 40m.

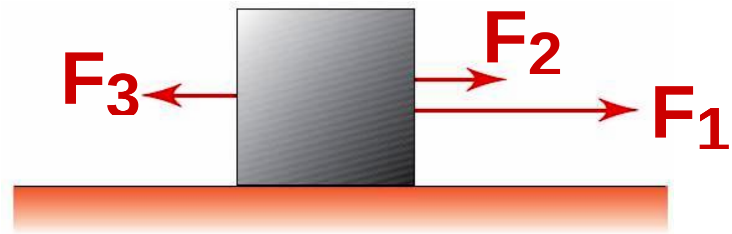
Να υπολογίσετε:

Α. Σε ποιο σημείο της διαδρομής άρχισε να ενεργεί η δύναμη F_2;

Β. Πόση είναι η διάρκεια της κίνησης του σώματος, από τη στιγμή που ξεκίνησε μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του;

13. Στο σώμα της εικόνας της επόμενης σελίδας ασκούνται οι δυνάμεις $F_1 = 6N$, $F_2 = 2N$ και F_3. Το σώμα αρχικά ηρεμεί και σε χρόνο 4s διανύει διάστημα 24m. Αν είναι γνωστό ότι η μάζα του σώματος

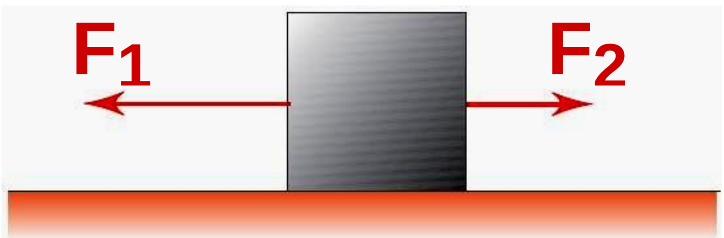
είναι m = 1kg και ότι το δάπεδο είναι λείο, να υπολογιστούν:



Α. Η επιτάχυνση του σώματος.

Β. Η τιμή της δύναμης F_3.

14. **Στο σώμα που φαίνεται στην εικόνα, ασκούνται οι δυνάμεις F_1 και F_2. Όταν οι τιμές των δυνάμεων αυτών είναι: $F_1 = 40N$ και $F_2 = 20N$, το σώμα αποκτά επιτάχυνση $α = 0,3\ m/s^2$. Ποια επιτάχυνση θα έχει το σώμα όταν είναι: $F_1 = 40N$ και $F_2 = 0$;**



15. Μία μπάλα αφήνεται να πέσει από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας που έχει ύψος $h = 20m$. Πόσο χρόνο θα χρειαστεί η μπάλα για να φτάσει στο έδαφος;

Δίνεται ότι $g = 10m/s^2$.

***16.** Ένα πηγάδι έχει βάθος 180m. Από το χείλος του πηγαδιού αφήνουμε να πέσει ελεύθερα ένα σώμα Α και μετά από ένα δευτερόλεπτο αφήνουμε να πέσει ελεύθερα ένα άλλο σώμα Β.

Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $10m/s^2$, πόση θάναι η απόσταση του σώματος Β από τον πυθμένα του πηγαδιού όταν σ' αυτόν θα φτάσει το σώμα Α;

***17.** Ένα αυτοκίνητο έχει μάζα $m = 4.000kg$ και κινείται σ' έναν ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα $υ_ο$. Ξαφνικά ο οδηγός φρενάρει αναπτύσσοντας με σταθερή επιβραδύνουσα δύναμη $F = 2 \cdot 10^4$ N και ακινητοποιεί το αυτοκίνητο μετά από διαδρομή s = 40m.

Α. Να βρείτε την ταχύτητα $υ_ο$ του αυτοκινήτου.

Β. Να υπολογίσετε τη χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης.

Γ. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα υ = f(t).

***18.** Από ένα σημείο που βρίσκεται σε ύψος h = 45m αφήνουμε να πέσει ένα σώμα και ένα δευτερόλεπτο αργότερα ρίχνουμε από το ίδιο σημείο δεύτερο σώμα με αρχική ταχύτητα $υ_ο$ τέτοια, ώστε τα δύο σώματα να φτάσουν στο έδαφος ταυτόχρονα.

Α. Να βρείτε την ταχύτητα $υ_ο$ και το χρόνο που χρειάζεται το δεύτερο σώμα για να φτάσει στο έδαφος.
Β. Να κάνετε τα διαγράμματα υ = f(t) και s = f(t) για το πρώτο σώμα.
Δίνεται ότι $g = 10 m/s^2$.

1.2 Δυναμική στο επίπεδο

Στο προηγούμενο κεφάλαιο της Δυναμικής μάθαμε τους δύο πρώτους νόμους του Νεύτωνα, μιλήσαμε για τη δύναμη του βάρους, για τη μάζα των σωμάτων και μελετήσαμε την κίνηση ενός σώματος που αφήνεται να πέσει από κάποιο ύψος όταν ασκείται σ’ αυτό μόνο το βάρος του.

Σ’ αυτό το κεφάλαιο της Δυναμικής θα μελετήσουμε τη σχέση της δύναμης με την κίνηση ενός σώματος στο επίπεδο.

1.3.1 Τρίτος νόμος του Νεύτωνα. Νόμος Δράσης - Αντίδρασης

Η έννοια της δύναμης χρησιμοποιείται για να περιγράφει την αλληλεπίδραση μεταξύ δύο σωμάτων. Παραδείγματος χάρη σπρώχνουμε ένα κιβώτιο και αυτό επιταχύνεται, τραβάμε με το χέρι μας το ένα άκρο ελατηρίου του οποίου το άλλο είναι στερεωμένο και αυτό παραμορφώνεται. Και στα δύο παραδείγματα ένα σώμα αλληλεπιδρά με ένα άλλο. Ποιο σώμα ασκεί τη δύναμη και ποιο τη δέχεται;

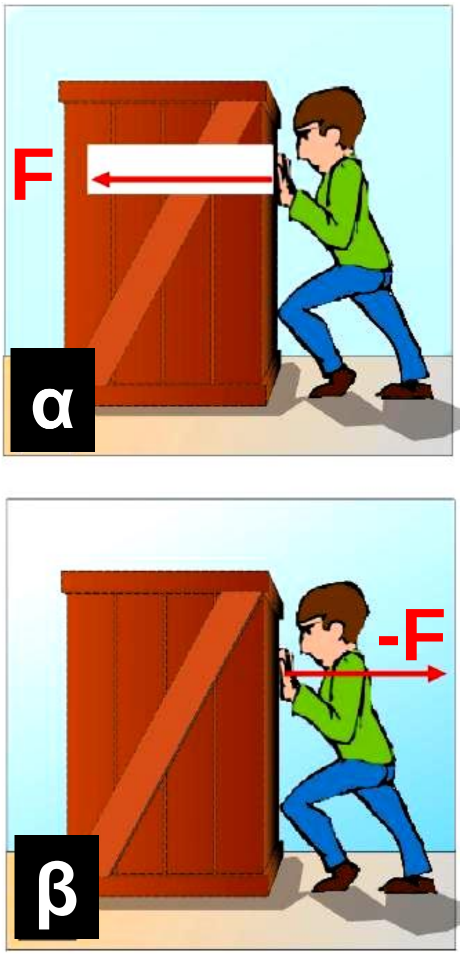
Ο Νεύτωνας πίστευε ότι είναι το ίδιο να δεχθούμε ότι, είτε το πρώτο ασκεί δύναμη και το δεύτερο τη δέχεται ή το αντίστροφο. Δηλαδή:

"Όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν και το πρώτο ασκεί δύναμη

$\vec{F}$ στο δεύτερο, τότε και το δεύτερο ασκεί αντίθετη δύναμη -$\vec{F}$ στο πρώτο".

Η διατύπωση αυτή αποτελεί το νόμο **Δράσης - Αντίδρασης**.

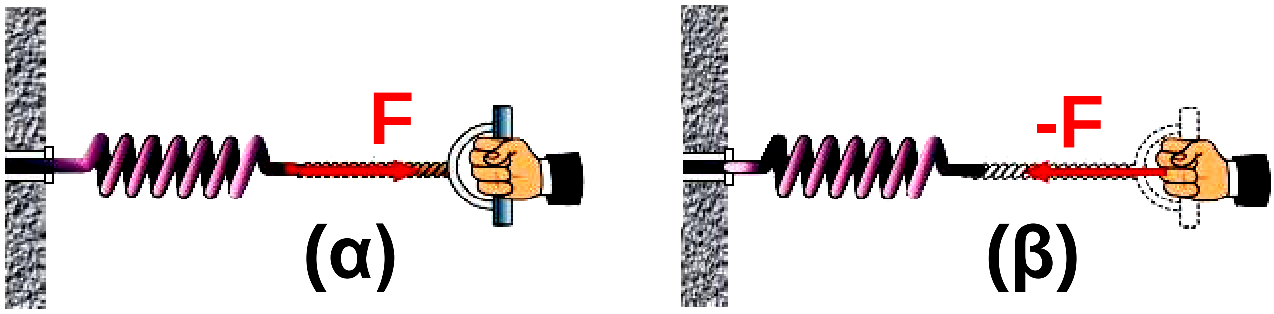
Στο διπλανό παράδειγμα, όταν σπρώχνουμε το κιβώτιο με μια δύναμη $\vec{F}$ τότε αυτό ασκεί σ' εμάς δύναμη $\vec{F}$ (Εικ. 1.3.1). Στο δεύτερο παράδειγμα όταν τραβάμε με το χέρι μας το ελατήριο με δύναμη $\vec{F}$, και το ελατήριο ασκεί στο χέρι μας δύναμη $\vec{F}$ (Εικ. 1.3.2).



Εικόνα 1.3.1

Εκείνο που πρέπει να τονίσουμε είναι ότι οι δυνάμεις της Δράσης - Αντίδρασης ενεργούν σε διαφορε-

τικά σώματα, επομένως δεν έχει νόημα να μιλάμε για συνισταμένη των δύο αυτών δυνάμεων.



Εικόνα 1.3.2

Σύμφωνα με το νόμο αυτό σε κάθε δράση αναπτύσσεται ίση αντίδραση. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι δεν είναι δυνατό να έχουμε την εμφάνιση μιας μόνης δύναμης, γιατί το σώμα στο οποίο αυτή ασκείται θα προκαλεί μια αντίδραση. Λέμε λοιπόν ότι **οι δυνάμεις στη φύση εμφανίζονται κατά ζεύγη.**

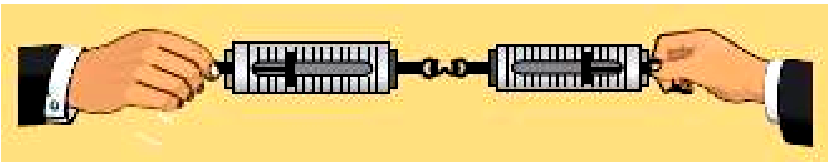
Μερικοί μαθητές θεωρούν ότι, η ισορροπία ενός σώματος είναι συνέπεια του νόμου δράσης - αντίδρασης.

Συζητήστε στην ομάδα σας την άποψη αυτή και γράψτε τη δική σας άποψη.

Δραστηριότητα

Δράση και αντίδραση.

1. Κρατήστε (δύο από σας) τα δύο δυναμόμετρα τεντωμένα, όπως φαίνεται στην εικόνα. Παρατηρήστε τις ενδείξεις των δυναμομέτρων.



2. Ποια είναι η σχέση μεταξύ δράσης και αντίδρασης όσον αφορά τη διεύθυνση, τη φορά και την τιμή;

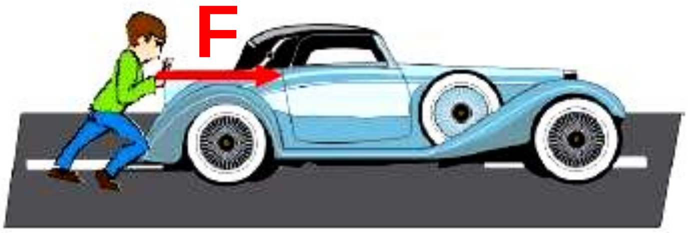
3. Εξηγήστε γιατί μια βάρκα θα φύγει προς τα πίσω αν κάποιος πηδήξει από αυτήν στην προκυμαία.
4. Ένα αντικείμενο βάρους 10Ν ισορροπεί πάνω σε τραπέζι. Προσδιορίστε τη δύναμη που ασκεί το αντικείμενο στο τραπέζι (τιμή, διεύθυνση και φορά). Επίσης, προσδιορίστε τη δύναμη που ασκεί το τραπέζι πάνω στο αντικείμενο.

1.3.2 Δυνάμεις από επαφή και από απόσταση

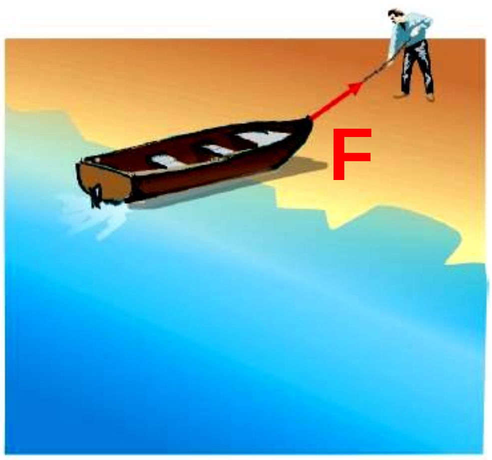
Όπως είδαμε, για να ασκηθεί μια δύναμη σε ένα σώμα είναι απαραίτητη η ύπαρξη ενός δεύτερου σώματος, που είναι είτε σε επαφή, είτε σε κάποια απόσταση από το πρώτο σώμα και αλληλεπιδρά με αυτό.

Όταν σπρώχνουμε ένα αντικείμενο, παραδείγματος χάρη ένα αυτοκίνητο

(Εικ. 1.3.3) ασκούμε δύναμη σ' αυτό. Όταν επίσης τεντώνουμε ένα ελατήριο του οποίου το ένα άκρο είναι στερεωμένο και εμείς τραβάμε το ελεύθερο άκρο του (Εικ. 1.3.2), ασκούμε δύναμη. Όταν με ένα σχοινί τραβάμε μια βάρκα που είναι στη θάλασσα, ενώ εμείς είμαστε στην ξηρά ασκούμε δύναμη (Εικ. 1.3.3α). Το χαρακτηριστικό και των τριών περιπτώσεων είναι ότι υπάρχει επαφή. Οι δυνάμεις που ανήκουν σ' αυτή την κατηγορία λέγονται δυνάμεις από επαφή.



Εικόνα 1.3.3



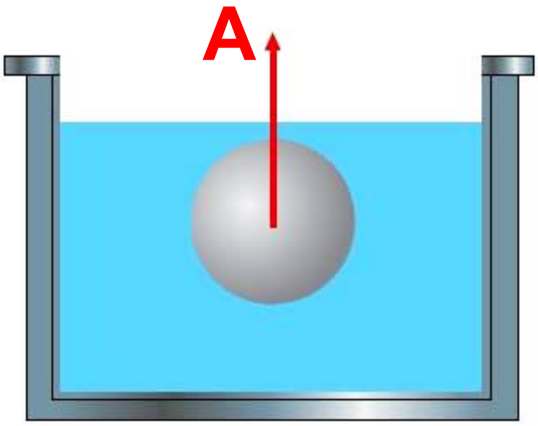
Εικόνα 1.3.3α

Χαρακτηριστικές δυνάμεις επαφής πάνω σε ένα σώμα, που συναντάμε στα προβλήματα Μηχανικής είναι:

1. Η τριβή.
2. Η δύναμη που δέχεται το σώμα από τεντωμένο νήμα, στο άκρο του οποίου είναι δεμένο (λέγεται τάση νήματος).
3. Η δύναμη ελατηρίου που δέχεται το σώμα από παραμορφωμένο ελατήριο.
4. Η κάθετη δύναμη που ασκείται στο σώμα από την επιφάνεια στην οποία αυτό ισορροπεί.
5. Η άνωση που δέχεται ένα σώμα από το υγρό, μέσα στο οποίο είναι βυθισμένο (Εικ. 1.3.4).
6. Η αντίσταση του αέρα που δέχεται ένα σώμα όταν κινείται.

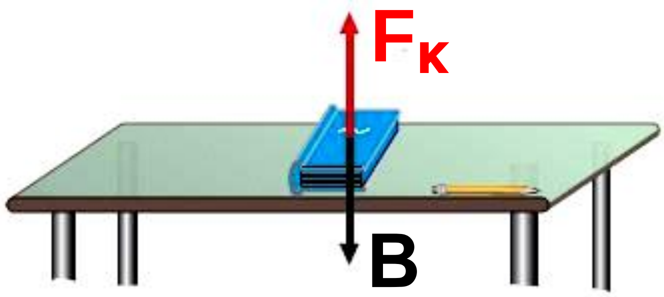
Αντίθετα, οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ ηλεκτρικά φορτισμένων σωμάτων, οι δυνάμεις μεταξύ μαγνητών και οι δυνάμεις λόγω βαρύτητας είναι **δυνάμεις από απόσταση.**

Εικόνα 1.3.4

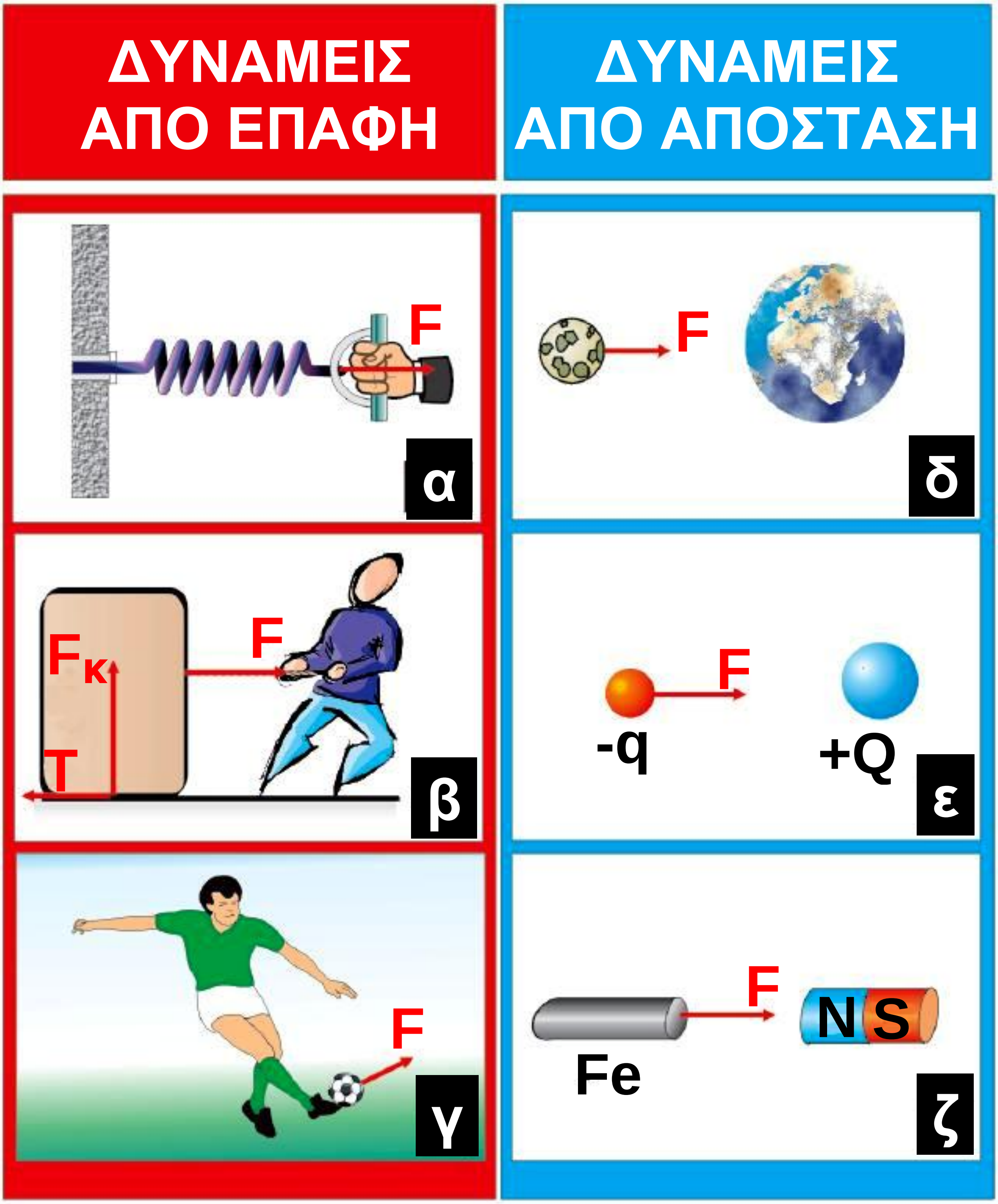


Σ’ ένα σώμα είναι δυνατό να ασκούνται τόσο δυνάμεις από επαφή, όσο και από απόσταση.

Εικόνα 1.3.3



Παραδείγματος χάρη, στο βιβλίο που βρίσκεται στο θρανίο ασκείται το βάρος του, που είναι δύναμη από απόσταση και η δύναμη που



Εικόνα 1.3.6
Εικόνες δυνάμεων από επαφή και από απόσταση.

προέρχεται από το θρανίο και είναι δύναμη από επαφή (Εικ. 1.3.5).

Πολλές φορές στην επίλυση προβλημάτων είναι ανάγκη να σημειώσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα. Έχοντας υπόψη μας ότι οι δυνάμεις αυτές είναι δυνάμεις είτε από επαφή είτε από απόσταση, (Εικ. 1.3.6), μας είναι εύκολο να τις προσδιορίσουμε.

Οι δυνάμεις από επαφή που ασκούνται σε ένα σώμα είναι τόσες όσα είναι τα σώματα με τα οποία αυτό έρχεται σε επαφή.

Συζητείστε στην ομάδα σας το παρακάτω θέμα.

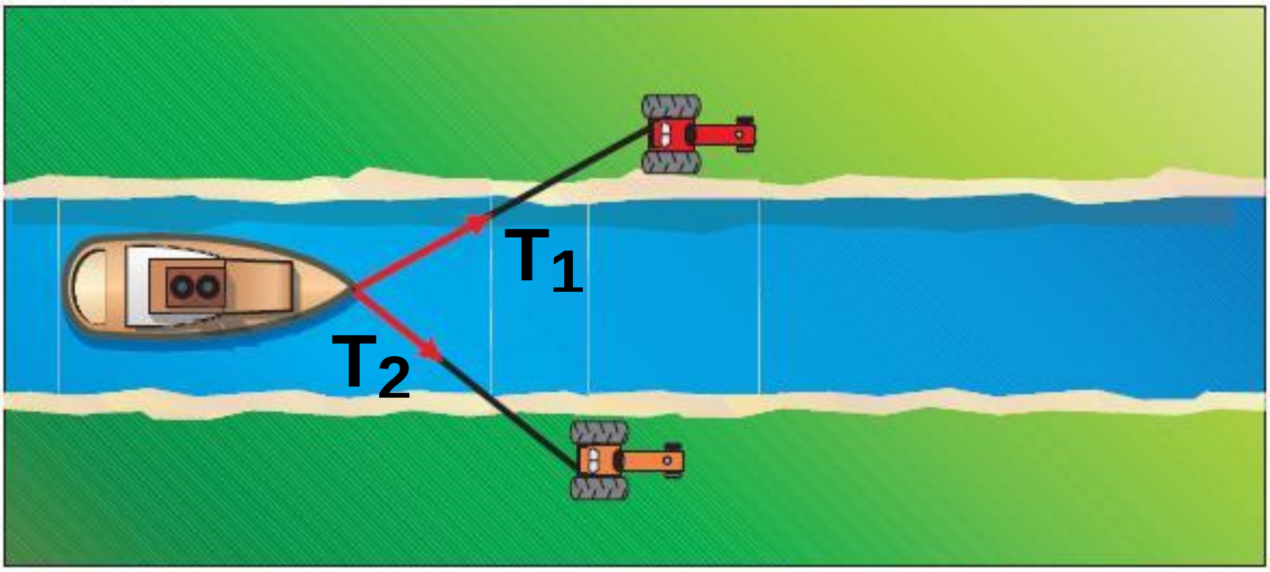
Κρατάμε στο χέρι μας μια κιμωλία. Ποιες δυνάμεις ασκούνται επάνω της; Ποια σώματα τις ασκούν;

Πετάμε την κιμωλία προς τα πάνω. Αν ρωτήσουμε ποιες δυνάμεις ασκούνται πάνω στην κιμωλία κατά την κίνησή της, κάποιοι μαθητές θα απαντήσουν ότι ασκούνται δύο δυνάμεις:
i) το βάρος και
ii) η δύναμη που δώσαμε όταν έφυγε από το χέρι μας.
Συμφωνείτε με αυτή την άποψη;

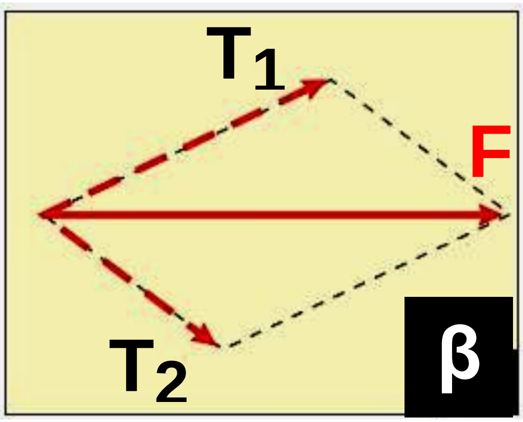
1.3.3 Σύνθεση δυνάμεων στο επίπεδο

Στην εικόνα 1.3.7α φαίνεται ένα πλοιάριο που λόγω μηχανικής βλάβης κινείται στα νερά του ποταμού με τη βοήθεια δύο σχοινιών, τα οποία σύρουν οχήματα από τις όχθες.

Θα μπορούσε άραγε οι δύο δυνάμεις που ασκούν τα οχήματα, να ισοδυναμούν με μια δύναμη, την οποία θα ασκεί ένα άλλο σκάφος και η οποία να φέρει το ίδιο αποτέλεσμα με τις δύο δυνάμεις μαζί; Η απάντηση είναι ναι.



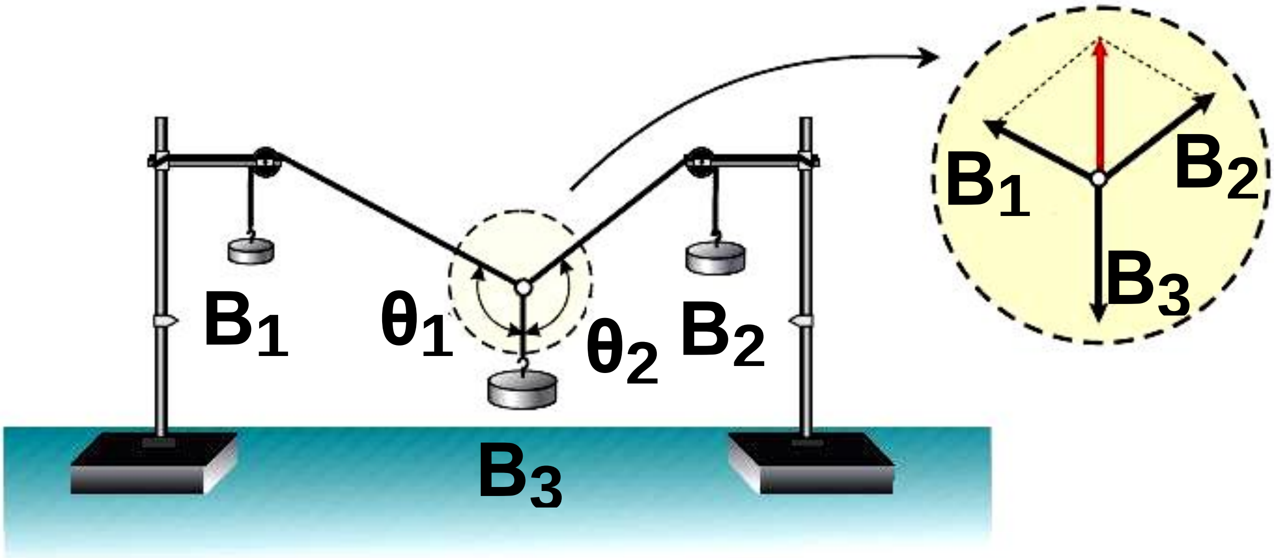
Εικόνα 1.3.7α



Εικόνα 1.3.7β
Προσδιορισμός συνισταμένης δύναμης F

Στην εικόνα 1.3.7β με T_1 και T_2 έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις (τάσεις

των σχοινιών) που ασκούν τα οχήματα. Κατασκευάζουμε ένα παραλληλόγραμμο με πλευρές τις τάσεις T_1 και T_2 των σχοινιών. Η συνισταμένη τους συμβολίζεται με τη διαγώνιο του παραλληλογράμμου που περιέχεται μεταξύ των T_1 και T_2 (Εικ. 1.3.7β).



Εικόνα 1.3.8
Διάταξη για το σχεδιασμό του παραλληλογράμμου δυνάμεων

Στην εικόνα 1.3.8 φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο σχεδιάζεται το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων

στην τάξη με την βοήθεια δύο τροχαλιών και τριών γνωστών βαρών.

Δραστηριότητα

Δίνονται τα βάρη B_1 = 1,5N, B_2 = 2N και B_3 = 2,5N των σωμάτων που φαίνονται στην εικόνα 1.3.8. Αφού κατασκευάσετε τη διάταξη, να κάνετε τις ακόλουθες δραστηριότητες:

α) Μετρήστε με το μοιρογνωμόνιο τις γωνίες θ_1 και θ_2 που σχηματίζουν τα νήματα λόγω των βαρών.

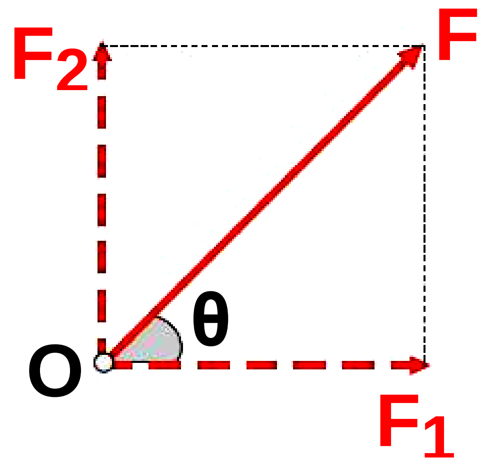
β) Κατασκευάστε το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων και προσδιορίστε το μέτρο και την κατεύθυνση της συνισταμένης. Αντιστοιχίστε 1N σε 4cm.

Η τάση σε κάθε νήμα οφείλεται στο βάρος που συγκρατείται είτε απευθείας είτε μέσω των τροχαλιών. Οι γωνίες $θ_1$ και $θ_2$ μεταξύ των νημάτων μετριούνται με το μοιρογνωμόνιο. Στη συνέχεια κατασκευάζεται υπό κλίμακα το παραλληλόγραμμο στο οποίο τα διανύσματα $Β_1$ και $Β_2$ αντιπροσωπεύουν τις παρακείμενες πλευρές. Η συνισταμένη τους πρέπει να έχει και αντίθετη κατεύθυνση με το βάρος $Β_3$, επειδή το σύστημα των τριών δυνάμεων ισορροπεί.

Σύνθεση δυνάμεων που σχηματίζουν γωνία 90^o

Ας υποθέσουμε ότι σε ένα σημείο Ο ενεργούν δύο δυνάμεις F_1 και F_2 που σχηματίζουν γωνία 90^o

(Εικ. 1.3.9). Ζητάμε τον προσδιορισμό της συνισταμένης τους. Δηλαδή τον υπολογισμό της τιμής καθώς και την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης.



Εικόνα 1.3.9

Η κατεύθυνση της συνισταμένης θα προσδιοριστεί αν υπολογισθεί η γωνία θ που αυτή σχηματίζει με τη συνιστώσα F_1. Κατασκευάζοντας το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων προκύπτει ότι η συνισταμένη είναι η υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου του οποίου οι κάθετες πλευρές είναι οι δυνάμεις F_1 και F_2. Αν εφαρμόσουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα βρίσκουμε την τιμή της που είναι:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_1^2} \quad (1.3.1)$$

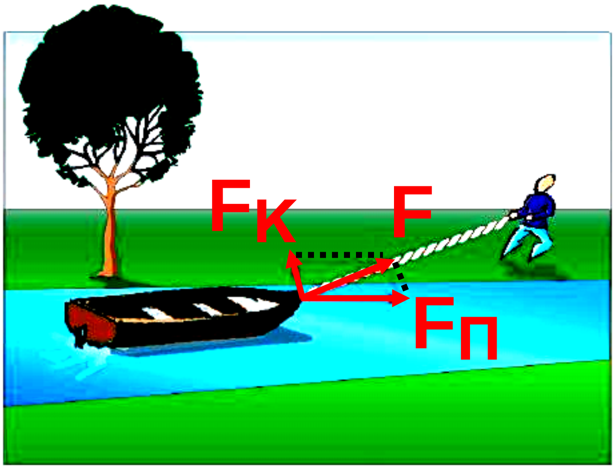
Η γωνία θ προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_2}{F_1} \quad (1.3.2)$$

1.3.4 Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες

Όπως είναι δυνατό να συνθέσουμε δύο διανύσματα που έχουν κοινή αρχή και να τα αντικαταστήσουμε με ένα τρίτο διάνυσμα ισοδύναμο με αυτά, κατά αντίστοιχο τρόπο μπορούμε να αναλύσουμε ένα διάνυσμα σε δύο άλλα ισοδύναμα με αυτό. Το ερώτημα είναι "μπορούμε να αναλύσουμε και μια δύναμη σε συνιστώσες;"

Σύμφωνα με το προηγούμενο σκεπτικό η δύναμη ως διανυσματικό μέγεθος θα μπορεί να αναλυθεί σε συνιστώσες.



Εικόνα 1.3.10
Ανάλυση δύναμης σε δύο συνιστώσες

Η ανάγκη της ανάλυσης μίας δύναμης σε συνιστώσες φαίνεται από το εξής παράδειγμα.

Μια βάρκα σύρεται σε ένα κανάλι με τη βοήθεια σχοινιού από άνθρωπο που κινείται παράλληλα στο κανάλι (Εικ. 1.3.10). Για να κατανοήσουμε την κίνηση της βάρκας πρέπει να αναλύσουμε τη δύναμη που ασκεί ο άνθρωπος σε δύο συνιστώσες. Μια παράλληλη, F_{Π}, προς

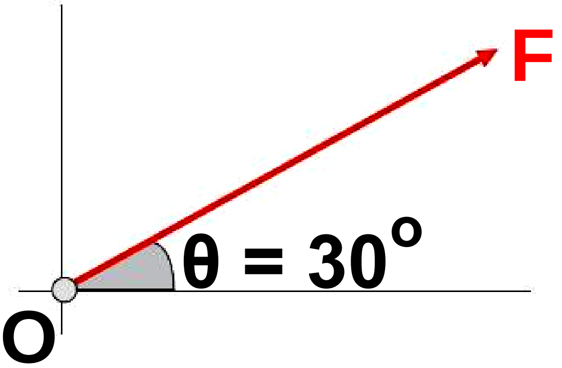
το ρεύμα του ποταμού και μια κάθετη F_K σ' αυτό. Η παράλληλη συνιστώσα, $F_Π$ κινεί τη βάρκα προς τα εμπρός ενώ η κάθετη την έλκει προς την ακτή.

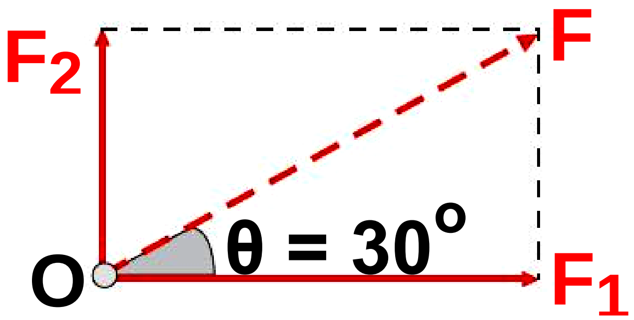
Συνήθως αναλύουμε μια δύναμη σε δύο κάθετες συνιστώσες.

Παράδειγμα

Να αναλυθεί μια δύναμη F = 15N σε δύο συνιστώσες F_1 και F_2 κάθετες μεταξύ τους, εκ των οποίων η συνιστώσα F_1 είναι οριζόντια. Η γωνία θ που σχηματίζει η δύναμη F με την οριζόντια συνιστώσα είναι 30^o.

Στην εικόνα φαίνεται η δύναμη F και οι δυο συνιστώσες της. Από την Τριγωνομετρία και συγκεκριμένα από τον ορισμό του συνημιτόνου και του ημιτόνου μιας γωνίας, προκύπτει:





$$συνθ = \frac{F_1}{F} \quad και \quad ημθ = \frac{F_2}{F}$$

Επιλύοντας τη πρώτη σχέση ως προς F_1 προκύπτει:

$$F_1 = F\ συνθ$$

Με αντικατάσταση των τιμών $F = 15N$ και $θ = 30^o$ παίρνουμε:

$$F_1 = 15N\ συν30^o \quad ή$$

$$F_1 = 15\,\frac{\sqrt{3}}{2}\,N = 12{,}75N$$

Εργαζόμενοι κατά τον ίδιο τρόπο υπολογίζουμε τη συνιστώσα F_2.

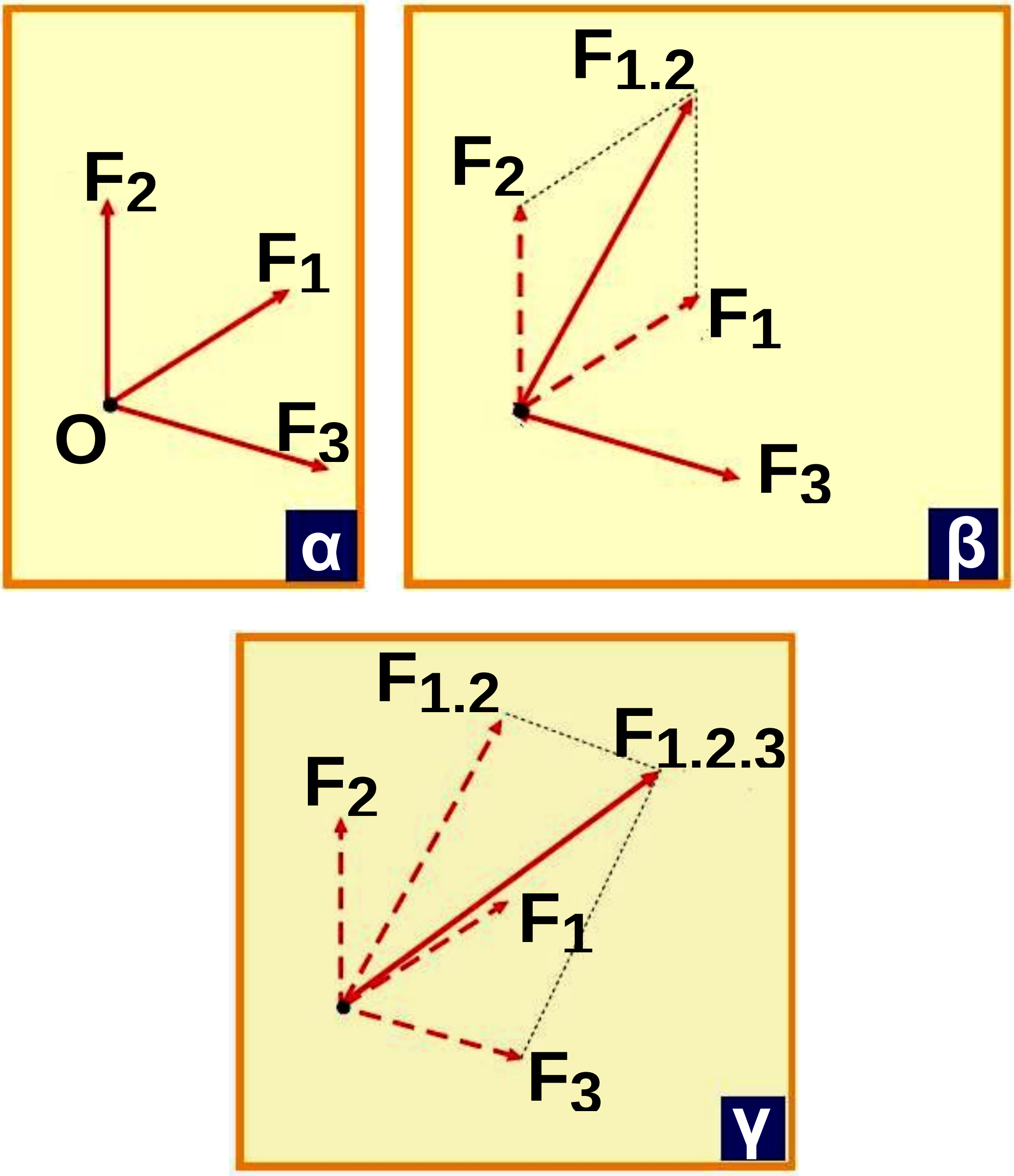
$$F_2 = F\ \eta\mu\ 30^o \ \text{ή}$$

$$F_2 = 15N\,\frac{1}{2} \ \text{ή}$$

$$F_2 = 7{,}5N$$

1.3.5 Σύνθεση πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων

Για να υπολογίσουμε τη συνισταμένη πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων που έχουν κοινό σημείο εφαρμογής, μπορούμε να βρούμε τη συνισταμένη των δύο πρώτων δυνάμεων με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου και στη συνέχεια να συνθέσουμε τη δύναμη αυτή με την τρίτη δύναμη, τη νέα συνισταμένη με την τετάρτη, κ.ο.κ. μέχρι να τελειώσουν όλες οι δυνάμεις (Εικ. 1.3.11).



Εικόνα 1.3.11
Προσδιορισμός της συνισταμένης τριών ομοεπιπέδων δυνάμεων με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου.

Η πορεία αυτή είναι συνήθως περίπλοκη και γι' αυτό δεν ενδείκνυται.

Συνήθως εργαζόμαστε ως εξής: Σε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, του οποίου η αρχή συμπίπτει με το σημείο εφαρμογής των ομοεπιπέδων δυνάμεων, αναλύουμε όλες τις δυνάμεις σε συνιστώσες. Παρατηρούμε τότε, ότι όλες οι συνιστώσες που βρίσκονται στον ίδιο άξονα, έχουν την ίδια ή αντίθετη κατεύθυνση και επομένως η πρόσθεσή τους είναι εύκολη. Με τον τρόπο αυτό καταλήγουμε στην σύνθεση δύο δυνάμεων καθέτων μεταξύ τους.

Αυτό θα φανεί αναλυτικά στο παράδειγμα που ακολουθεί. Για ευκολία ας θεωρήσουμε τρεις δυνάμεις F_1, F_2, F_3, που σχηματίζουν με τον άξονα των x γνωστές γωνίες θ_1,

θ_2, θ_3, (Εικ. 1.3.12). Αναλύουμε κάθε δύναμη σε συνιστώσες στους άξονες x και y.

Η συνισταμένη των δυνάμεων στον x άξονα έχει τιμή:

$$\Sigma F_x = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}$$

Το ίδιο ισχύει και για τη συνισταμένη των δυνάμεων στον y άξονα:

$$\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}$$

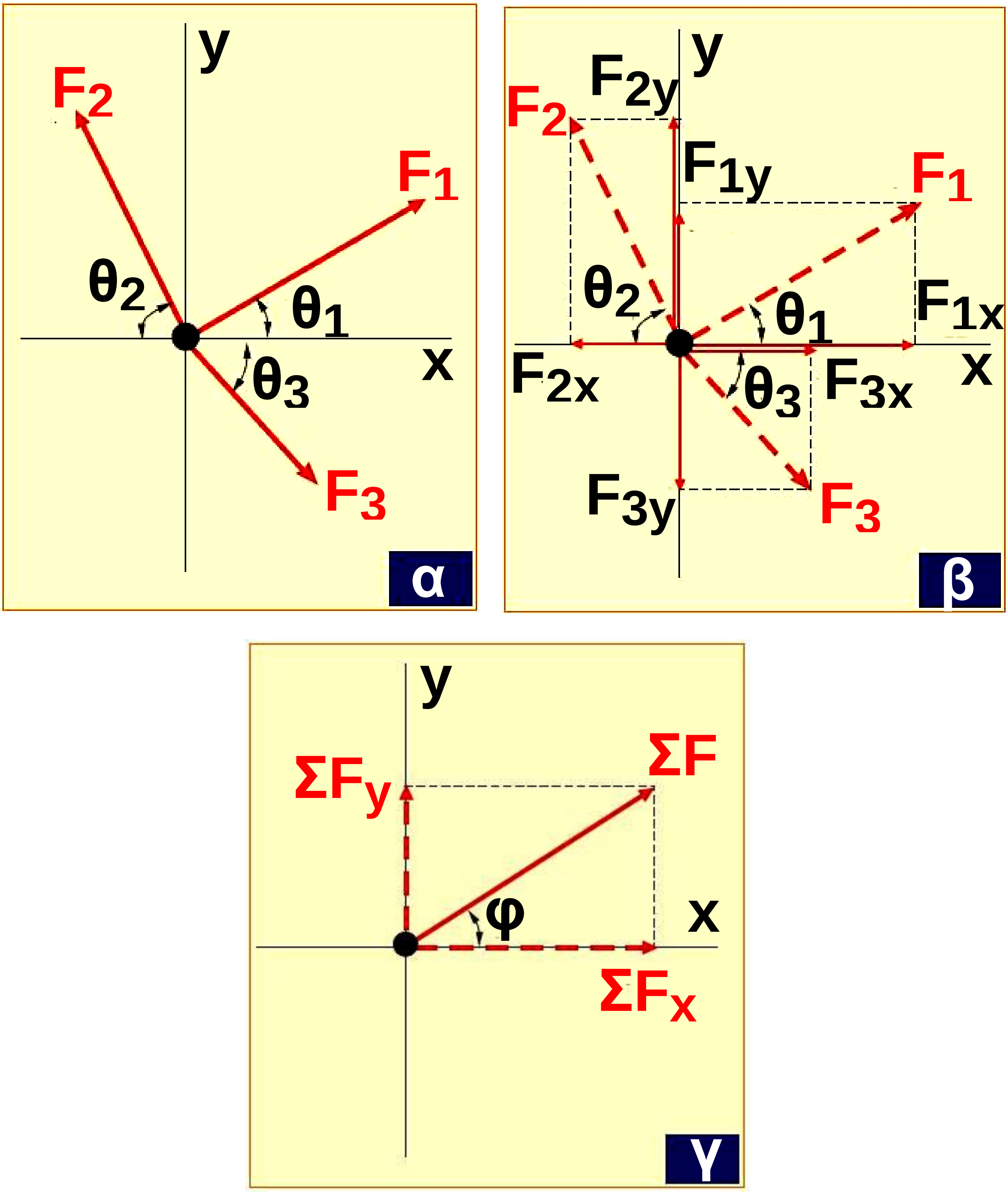
Τα αθροίσματα αυτά είναι αλγεβρικά.

Τελικά, θα έχουμε:

$$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} \qquad (1.3.3)$$

Η γωνία φ που σχηματίζει η συνισταμένη με τον άξονα των x προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \qquad (1.3.4)$$



Εικόνα 1.3.12
Προσδιορισμός της συνισταμένης τριών ομοεπιπέδων δυνάμεων με ανάλυση σε συνιστώσες

1.3.6 Ισορροπία ομοεπιπέδων δυνάμεων

Αν σε ένα σώμα ασκούνται πολλές δυνάμεις, που διέρχονται από το ίδιο σημείο, αυτό ισορροπεί, όταν η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν.

Σύμφωνα με όσα αναφέραμε στην προηγούμενη παράγραφο η συνισταμένη των δυνάμεων ανάγεται τελικά στη σύνθεση δύο δυνάμεων των ΣFx και ΣFy. Άρα θα πρέπει να ισχύει:

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \qquad (1.3.5)$$

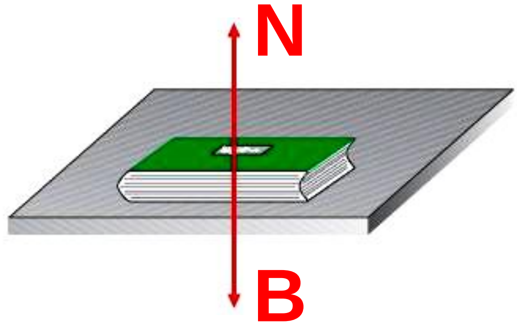
Τα αθροίσματα αυτά είναι αλγεβρικά και οι δυνάμεις είναι ομοεπίπεδες.

Μερικές περιπτώσεις

α. Ισορροπία σώματος υπό την επίδραση δύο δυνάμεων.

Σε ένα βιβλίο που ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο (Εικ. 1.3.13) ασκούνται δυνάμεις:

Το βάρος του B και η δύναμη N του επιπέδου.



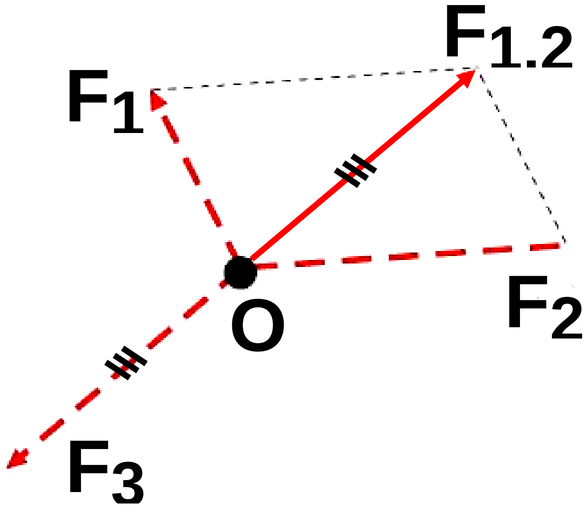
Εικόνα 1.3.13

Αφού το βιβλίο ισορροπεί θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή}$$
$$B - N = 0 \quad \text{ή}$$
$$N = B$$

Δηλαδή η δύναμη από το επίπεδο και το βάρος του βιβλίου είναι δυνάμεις αντίθετες.

β. Ισορροπία σώματος υπό την επίδραση τριών δυνάμεων (ομοεπιπέδων).



Εικόνα 1.3.14
Η F_3 και η $F_{1,2}$ είναι αντίθετες

Στην εικόνα 1.3.14, έχουμε τρεις ομοεπίπεδες δυνάμεις σε ισορροπία. Σύμφωνα με την παράγραφο 1.3.6 θα πρέπει η συνισταμένη των τριών δυνάμεων να είναι ίση με μηδέν. Δηλαδή η συνισταμένη των δυο να είναι αντίθετη της τρίτης.

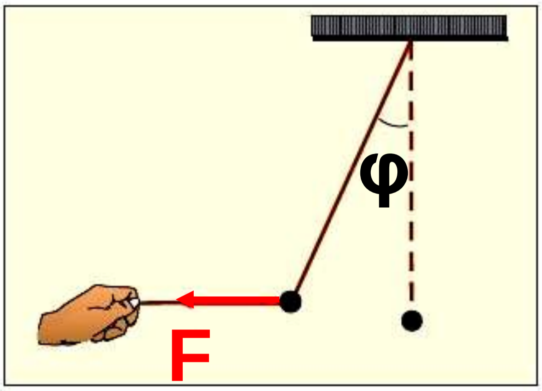
Παράδειγμα

Σφαίρα βάρους Β = 10Ν είναι δεμένη στην άκρη ενός σχοινιού

που είναι στερεωμένο στην οροφή και ισορροπεί. Στη σφαίρα ασκούμε μια οριζόντια δύναμη F και τότε ισορροπεί σε νέα θέση, όπου το νήμα σχηματίζει γωνία φ (ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8) με την κατακόρυφη.

1) Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα πριν ασκηθεί η δύναμη F και να βρεθεί η συνισταμένη τους.

2) Να υπολογιστεί η δύναμη F καθώς επίσης και η δύναμη που ασκεί το νήμα στη σφαίρα, στη νέα θέση ισορροπίας.

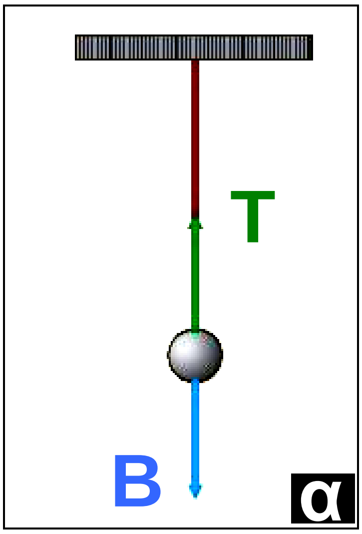


Λύση

1) Στη σφαίρα ασκούνται δύο δυνάμεις:

το βάρος της λόγω της έλξης της Γης και

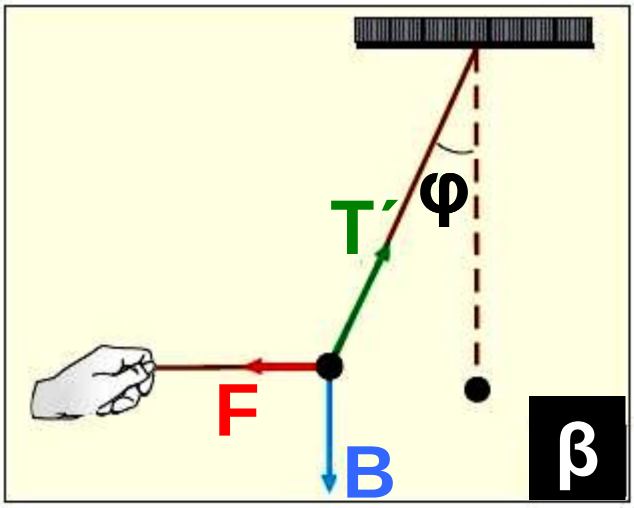
η δύναμη T που ασκεί το νήμα, την οποία ονομάζουμε τάση του νήματος.



Αφού η σφαίρα ισορροπεί, θα ισχύει:

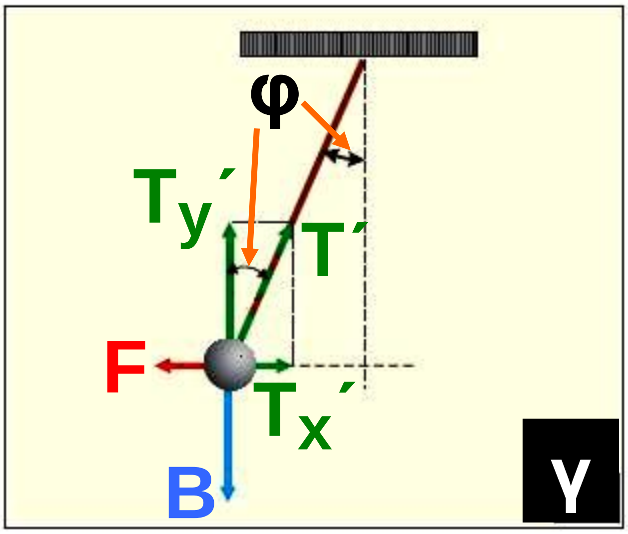
T = B

άρα T = 10N



2) Η σφαίρα ισορροπεί υπό την επίδραση τριών δυνάμεων B, T΄ και F.

Αν αναλύσουμε την τάση του νήματος σε δύο συνιστώσες, από το σχήμα προκύπτει ότι:



T΄x = T΄ημφ

$T'_y = T'$συνφ

Αφού η σφαίρα ισορροπεί, θα ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

Δηλαδή T'συνφ $= B$ και

$F = T'$ημφ

Με αντικατάσταση παίρνουμε:

$T' \cdot 0{,}8 = 10$ N ή $T' = 12{,}5$ N

και $F = 12{,}5$ N $\cdot 0{,}6$ ή $F = 7{,}5$ N

1.3.7 Ο νόμος της τριβής

Έχετε δοκιμάσει να περπατήσετε σε γυαλισμένο πάτωμα ή σε παγωμένο δρόμο; Έχετε ακούσει ότι τα περισσότερα δυστυχήματα με αυτοκίνητα συμβαίνουν όταν οι δρόμοι είναι βρεγμένοι;

Στις παραπάνω περιπτώσεις υπάρχει κίνηση που όμως γίνεται σε ιδιόμορφες συνθήκες που επι-

κρατούν στην επιφάνεια πάνω στην οποία κινούνται τα σώματα. Το αίτιο που δυσκολεύει την κίνηση σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις, είναι όπως ξέρουμε και από την εμπειρία μας, η ελάττωση των δυνάμεων της τριβής.

Όταν ένα σώμα ολισθαίνει (γλιστράει) πάνω σε μια επιφάνεια, υπάρχει μια δύναμη στο σώμα που αντιστέκεται στην κίνησή του.

Η δύναμη αυτή λέγεται **τριβή** ή **τριβή ολίσθησης.**

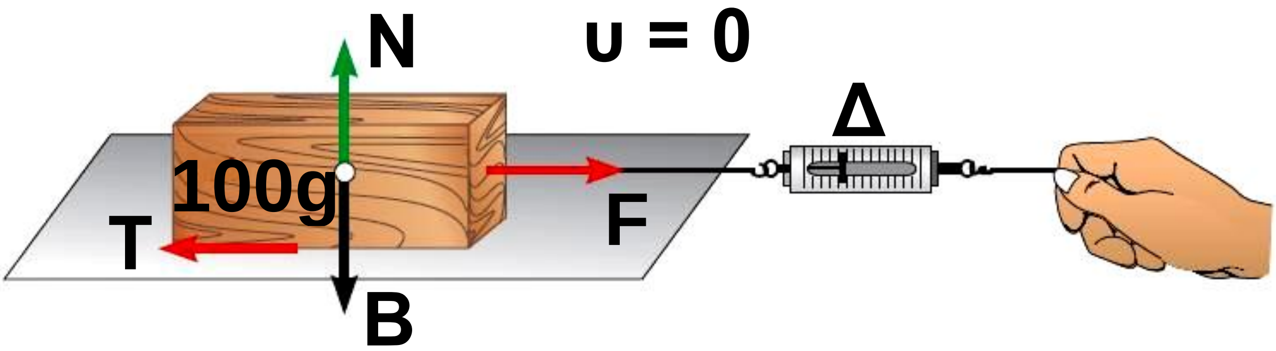
Τριβή εμφανίζεται επίσης όταν ένα σώμα κινείται μέσα σε ρευστό (στον αέρα ή σε υγρό). Στην περίπτωση αυτή μιλάμε για αντίσταση αντί για τριβή.

Η τριβή είναι μια πολύ σημαντική δύναμη γιατί επιτρέπει σε εμάς να περπατάμε, να κρατάμε αντικείμενα στα χέρια μας, στα τροχοφόρα οχήματα να κινούνται, κ.τ.λ. Η τριβή στα υγρά είναι πολύ μικρότερη σε σύγκριση με αυτή μεταξύ δύο επιφανειών στερεών. Αυτός είναι ο λόγος που για την ελάττωση των τριβών μεταξύ δύο μεταλλικών επιφανειών χρησιμοποιούνται λάδια ως λιπαντικά. Τα τελευταία χρόνια έχει αναπτυχθεί η τεχνολογία της χρήσης του αέρα υπό πίεση για την κίνηση σωμάτων πάνω σε λεπτό στρώμα αέρα οπότε η τριβή ελαττώνεται πολύ σημαντικά. Μπορεί κανείς να αναφέρει ως παράδειγμα την κίνηση του Hovercraft στην ξηρά και στη θάλασσα (Εικ. 1.3.15).

Εικόνα 1.3.15
Hovercraft

Προκειμένου να μελετήσουμε ποσοτικά την τριβή εργαζόμαστε ως εξής (Εικ. 1.3.16):

Έστω ένα ξύλινο παραλληλεπίπεδο βάρους Β πάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια. Στο παραλληλεπίπεδο ασκούνται δύο δυνάμεις, το βάρος του Β και η κάθετη δύναμη Ν από το επίπεδο. Η συνισταμένη των δύο δυνάμεων είναι μηδέν και το σώμα ισορροπεί.



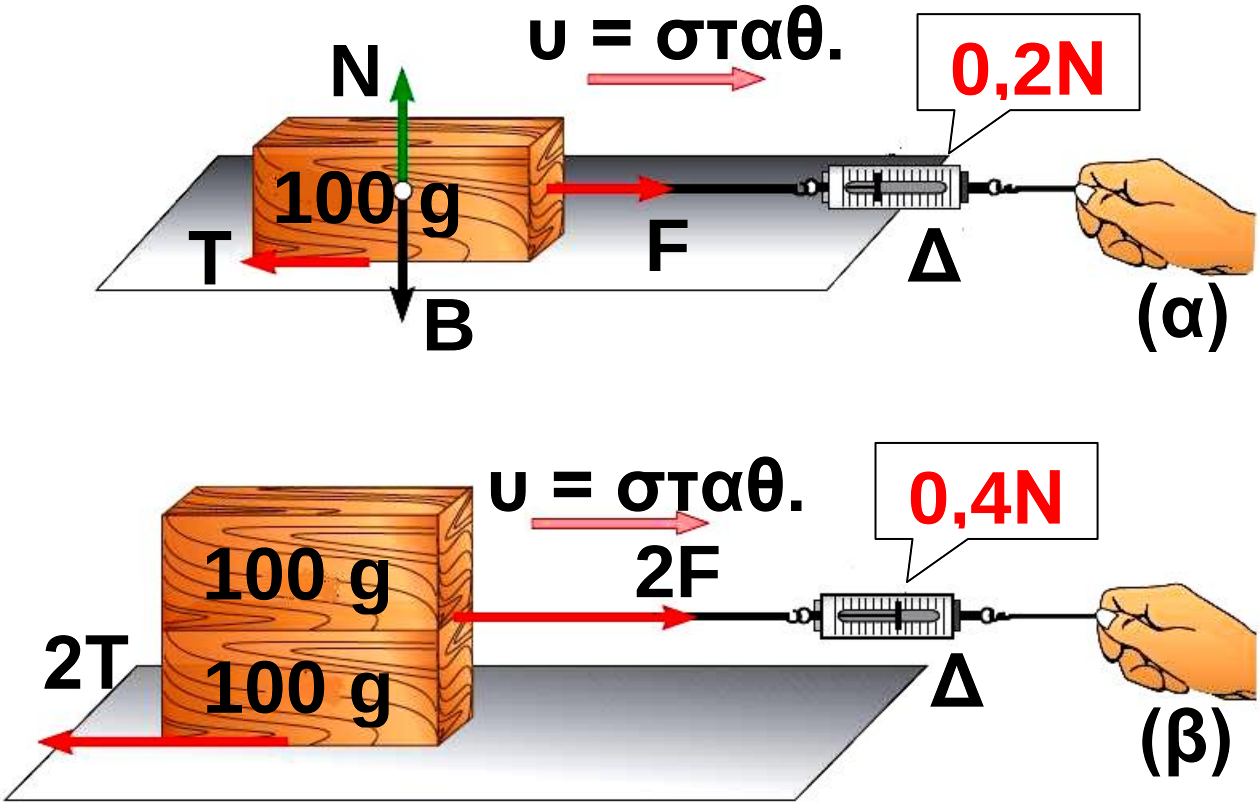
Εικόνα 1.3.16
Όταν το σώμα παραμένει ακίνητο, η τριβή ονομάζεται στατική.

Με το δυναμόμετρο Δ εφαρμόζουμε μια μικρή οριζόντια δύναμη F

και παρατηρούμε ότι το σώμα παραμένει ακίνητο. Αυτό φανερώνει ότι εκτός από τη δύναμη F που ασκούμε μέσω του δυναμομέτρου, υπάρχει και κάποια άλλη οριζόντια δύναμη που είναι αντίθετη της δύναμης F. Τη δύναμη αυτή τη συμβολίζουμε με T και εμφανίζεται στις διαχωριστικές επιφάνειες των δύο σωμάτων τα οποία εφάπτονται (ξύλινο παραλληλεπίπεδο και τραπέζι) και λέγεται **τριβή.**

Αν αυξήσουμε προοδευτικά το μέτρο της δύναμης F παρατηρούμε ότι το σώμα πάλι δεν κινείται, γεγονός που δείχνει ότι και η τιμή της δύναμης T αυξάνεται. Επειδή το σώμα παραμένει ακίνητο η δύναμη T ονομάζεται **στατική τριβή**.

Αν εξακολουθήσουμε να αυξάνουμε την τιμή της δύναμης F που ασκούμε στο σώμα, μέσω του δυναμομέτρου, θα παρατηρήσουμε ότι σε κάποια στιγμή το σώμα θα αρχίσει να γλιστράει (ολισθαίνει) πάνω στο επίπεδο. Η δύναμη της στατικής τριβής έχει πάρει τη μέγιστη τιμή και λέγεται **οριακή τριβή**.



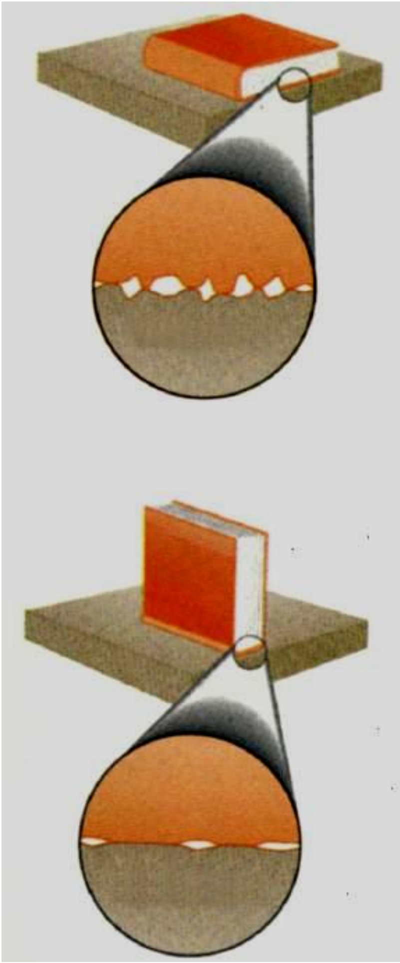
Εικόνα 1.3.17
Όταν το σώμα ολισθαίνει, μιλάμε για τριβή ολίσθησης.

Το συμπέρασμα που βγαίνει είναι ότι η στατική τριβή δεν έχει σταθερή τιμή, αλλά η τιμή της αυξάνεται από μηδέν μέχρι μια μέγιστη τιμή την οριακή τριβή.

Αν σύρουμε το παραλληλεπίπεδο (Εικ. 1.3.17α) έτσι ώστε να γλιστράει με σταθερή ταχύτητα παρατηρούμε ότι η ένδειξη του δυναμομέτρου γίνεται ελαφρώς μικρότερη της προηγούμενης τιμής της. Κατά συνέπεια και η δύναμη της τριβής που αντιστέκεται στην κίνηση (ολίσθηση) και λέγεται τριβή ολίσθησης, πρέπει να είναι μικρότερη της οριακής τριβής.

Αν επαναλάβουμε το πείραμα πολλές φορές, βάζοντας πάνω στο παραλληλεπίπεδο κάθε φορά και ένα διαφορετικό βάρος (Εικ. 1.3.17β), βρίσκουμε ότι αυξάνονται ανάλογα με την κάθετη δύναμη

(είναι πάντοτε N = B), τόσο η οριακή τριβή, όσο και η τριβή ολίσθησης.



Εικόνα 1.3.18
Ακόμα και οι επιφάνειες που φαίνονται απόλυτα λείες, παρουσιάζουν ανωμαλίες αν τις εξετάσουμε με ισχυρό μεγενθυτικό φακό.

Μπορούμε λοιπόν να γράψουμε για την τριβή ολίσθησης:

$$\mathbf{T = \mu N} \qquad (1.3.6)$$

Στη σχέση (1.3.6), T είναι η τριβή ολίσθησης, μ ο συντελεστής που

ονομάζουμε συντελεστή τριβής ολίσθησης και Ν η κάθετη δύναμη με την οποία συμπιέζονται οι επιφάνειες.

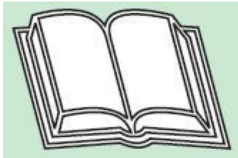
Η έκφραση Τ = μ Ν αποτελεί την ποσοτική έκφραση του νόμου της τριβής ολίσθησης που διατυπώνεται ως εξής:

1. Η τριβή ολίσθησης έχει τιμή ανάλογη της κάθετης δύναμης Ν.

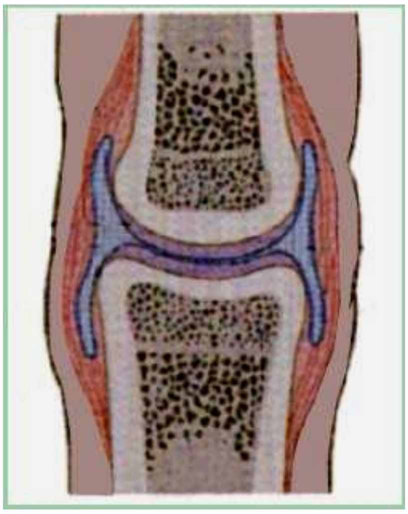
2. Ο συντελεστής αναλογίας μ λέγεται συντελεστής τριβής ολίσθησης και εκφράζει την εξάρτηση της τριβής ολίσθησης από τη φύση των επιφανειών που είναι σε επαφή, εικόνα 1.3.18.

Επίσης πρέπει να αναφερθεί, ότι η τριβή ολίσθησης είναι ανεξάρτητη του εμβαδού των τριβομένων επιφανειών και ανεξάρτητη της ταχύτητας του ενός σώματος ως προς το άλλο, εφόσον η ταχύτητα δεν υπερβαίνει ορισμένο όριο.

Μείωση των τριβών στο ανθρώπινο σώμα



Στον οργανισμό του ανθρώπου υπάρχουν ειδικά συστήματα μείωσης της τριβής. Όταν περπατάμε δεν αισθανόμαστε την τριβή μεταξύ των οστών στις αρθρώσεις των ποδιών. Αυτό συμβαίνει γιατί το αρθρικό υγρό στον αρθρικό θύλακα λειτουργεί ως λιπαντικό (βλέπε εικόνα).

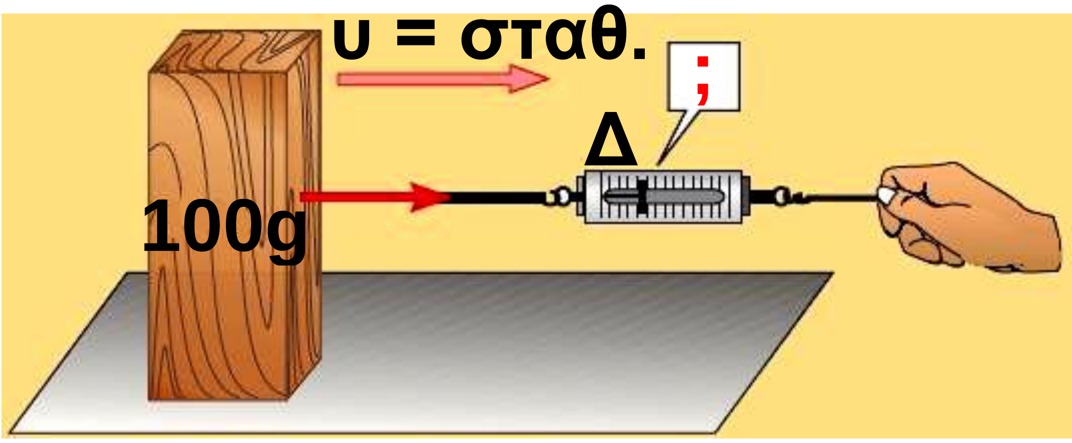


Όταν ο άνθρωπος είναι ακίνητος, το αρθρικό υγρό τείνει να απορροφηθεί με αποτέλεσμα να αυξάνεται η τριβή, γεγονός που επιτρέπει τη σταθερή στήριξη του σώματος. Μπορεί να πει κανείς ότι αυτό είναι ένα πολύ καλό παράδειγμα της βιολογικής μηχανικής που η φύση χρησιμοποιεί για τη στήριξη των ζωντανών οργανισμών. Μπορεί κανείς να αναφέρει και άλλα παραδείγματα χρησιμοποίησης ειδικών λιπαντικών στον οργανισμό του ανθρώπου. Παραδείγματος χάρη, για τη μείωση των τριβών των πνευμόνων και της καρδιάς ο οργανισμός χρησιμοποιεί ένα είδος βλένας. Για την κατάποση των στερεών τροφών και τη μείωση της τριβής στον οισοφάγο χρησιμοποιείται το σάλιο.

Δραστηριότητα

Πραγματοποιήστε το προηγούμενο πείραμα τοποθετώντας το ξύλινο παραλληλεπίπεδο πάνω στο τραπέζι με διαφορετική έδρα

απ' ότι αρχικά, όπως φαίνεται στην εικόνα.



Χρειάζεται να ασκηθεί, μέσω του δυναμομέτρου, η ίδια δύναμη F σε σχέση με πριν, ώστε το παραλληλεπίπεδο να κινείται με σταθερή ταχύτητα;

Μεταξύ των τριβομένων επιφανειών να βάλετε μικρή ποσότητα λιπαντικού (λάδι).

Για την ισοταχή κίνηση του παραλληλεπιπέδου η απαιτούμενη δύναμη είναι μικρότερη, ίση ή μεγαλύτερη σε σχέση με πριν;

Συντελεστές τριβής ολίσθησης (προσεγγιστικές τιμές)	
Υλικό	
Χάλυβας- Χάλυβας	0,57
Αλουμίνιο - Χάλυβας	0,47
Χαλκός - Χάλυβας	0,36
Ορείχαλκος - Χάλυβας	0,44
Ψευδάργυρος - Χυτοσίδηρος	0,21
Χαλκός - Χυτοσίδηρος	0,29
Γυαλί - Γυαλί	0,40
Χαλκός - Γυαλί	0,53
Τεφλόν - Τεφλόν	0,04
Τεφλόν - Χάλυβας	0,04
Καουτσούκ - Σκυρόδεμα (ξηρό)	0,8
Καουτσούκ - Σκυρόδεμα (υγρό)	0,25

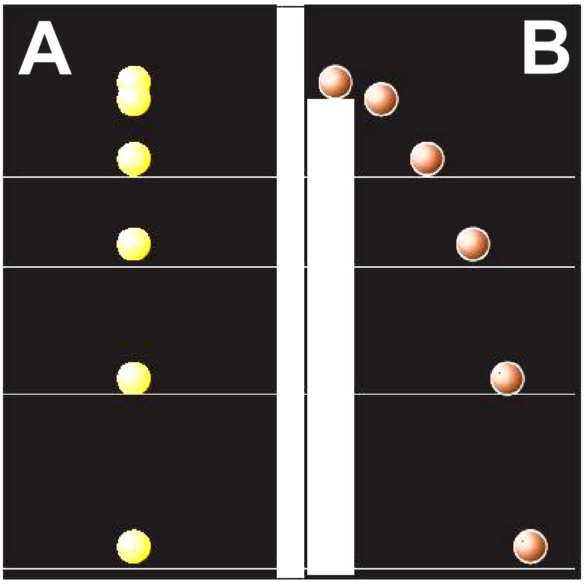
Πολλοί μαθητές πιστεύουν, ότι η δύναμη της τριβής έχει κατεύθυνση πάντοτε αντίθετη της κατεύθυνσης της κίνησης του σώματος πάνω στο οποίο δρα.

Συζητήστε το θέμα αυτό στην ομάδα σας και γράψτε την άποψή σας. (Στη συζήτησή σας να αναφερθείτε και στην περίπτωση της κίνησης ενός αυτοκινήτου ή ανθρώπου).

1.3.8 Οριζόντια βολή

Χρησιμοποιώντας τη διάταξη μελέτης των κινήσεων την οποία περιγράψαμε στην παράγραφο 1.2.8, μπορούμε να μελετήσουμε την οριζόντια βολή. Από ένα ύψος αφήνουμε να πέσει ελεύθερα το αντικείμενο Α ξεκινώντας από την ηρεμία. Από το ίδιο ύψος ένα άλλο αντικείμενο Β αρχίζει να κινείται συγχρόνως με το αντικείμενο Α, αλλά τη στιγμή της εκκίνησης του δίνεται μια ώθηση προς τα δεξιά που προσδίδει στο σώμα οριζόντια ταχύτητα.

Εικόνα 1.3.19
Χρονοφωτογραφίες
α) ελεύθερη πτώση
β) οριζόντια βολή



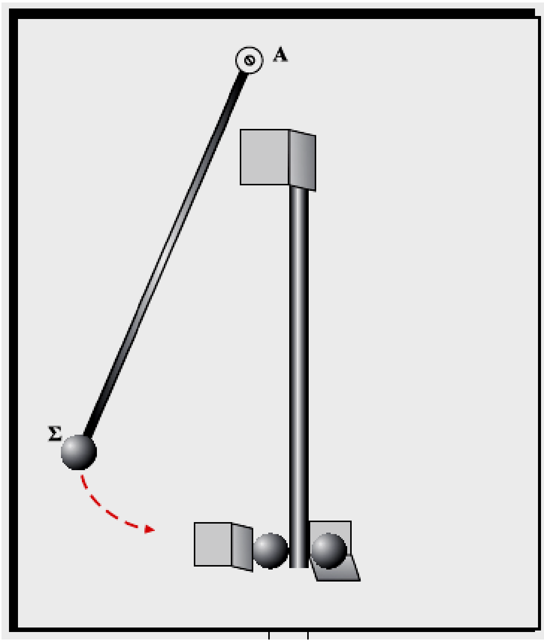
Τα αντικείμενα φωτογραφίζονται κατά τη διάρκεια της πτώσης με τον τρόπο που περιγράψαμε στην παράγραφο 1.2.8 . Οι φωτογραφίες της κίνησης φαίνονται στην εικόνα 1.3.19. Τι παρατηρείτε για την κίνηση του αντικειμένου Β σε σχέση με την κίνηση του Α;

Από την εικόνα φαίνεται ότι τις ίδιες χρονικές στιγμές βρίσκονται στο ίδιο ύψος, δηλαδή έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση.

Το αντικείμενο Β ενώ πέφτει ταυτόχρονα μετατοπίζεται και οριζόντια. Τι μπορούμε να συμπεράνουμε για την κίνηση του αντικειμένου Β; Από τη φωτογραφία φαίνεται ότι το αντικείμενο Β διανύει ίσα οριζόντια διαστήματα σε ίσους χρόνους. Η κίνηση που κάνει το αντικείμενο Β λέγεται **οριζόντια βολή.**

Δραστηριότητα 1

Σύγχρονες κινήσεις - Ανεξαρτησία κινήσεων.



1. Στερεώστε τη συσκευή συγχρόνων κινήσεων επάνω σε οριζόντια ράβδο, η οποία στηρίζεται επάνω σε ορθοστάτη.
2. Υψώστε τη μεταλλική σφαίρα Σ, ώστε το στέλεχος ΣΑ (το οποίο μπορεί να στρέφεται γύρω από το άλλο άκρο του Α) να γίνει περίπου

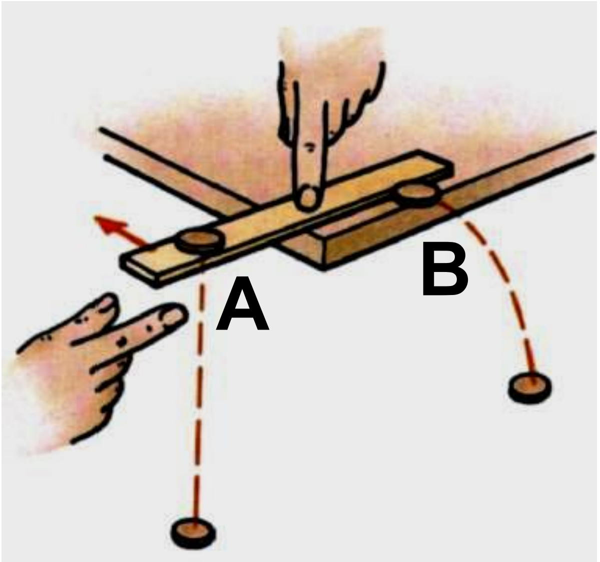
οριζόντιο. Αφήστε ελεύθερη τη σφαίρα Σ.
3. Μετά τη σύγκρουση τι κίνηση θα κάνει καθεμία από τις δύο μεταλλικές σφαίρες που συγκρατούνται από τα ελάσματα; Ακούγεται ένας χτύπος; Δηλαδή φθάνουν ταυτόχρονα στο δάπεδο;
4. Η κίνηση της σφαίρας που εκτινάσσεται οριζόντια είναι απλή ή συνδυασμός άλλων κινήσεων; Αν ισχύει το δεύτερο, προσδιορίστε τις επιμέρους απλές κινήσεις από τις οποίες συντίθεται.

Δραστηριότητα 2

Κατακόρυφη και οριζόντια κίνηση.

1. Τοποθέτησε ένα πλαστικό χάρακα και δύο πανομοιότυπα νομίσματα όπως φαίνεται στην εικόνα.

2. Πίεσε το χάρακα στο μέσο του με το δείκτη του ενός χεριού και χτύπησε απότομα την άκρη του χάρακα με το δείκτη του άλλου.



Με τον τρόπο αυτό, το νόμισμα Α ελευθερώνεται και πέφτει κατακόρυφα, ενώ το Β εκτινάσσεται οριζόντια με κάποια αρχική ταχύτητα.

3. Άκουσε τα νομίσματα καθώς χτυπούν στο δάπεδο.

i) Αν δεν υπήρχε η δύναμη της βαρύτητας τι κίνηση θα έκανε το νόμισμα Β μετά το χτύπημα από τον χάρακα; Αν δεν υπήρχε η αρχική οριζόντια ταχύτητα από το χτύπημα του χάρακα, τι κίνηση θα έκανε το νόμισμα Β, όταν θα αφηνόταν ελεύθερο από το ίδιο ύψος; Δικαιολόγησε τις απαντήσεις σου.

ii) Η κίνηση του νομίσματος Β είναι απλή ή συνδυασμός άλλων απλών κινήσεων; Αν συμβαίνει το δεύτερο, τότε ποιες είναι αυτές;
iii) Τα δύο νομίσματα αρχίζουν τις κινήσεις τους συγχρόνως. Μήπως επίσης φθάνουν συγχρόνως στο δάπεδο; Αν ναι, τότε τι συμπεραίνεις για τις (κατακόρυφες) επιταχύνσεις τους;
4. Η οριζόντια κίνηση του νομίσματος Β επηρεάζει την άλλη επιμέρους κίνησή του (την πτώση του κατά την κατακόρυφη διεύθυνση); Είναι ανεξάρτητη η μία κίνηση από την άλλη; Μπορούμε επομένως, όταν ασχολούμαστε με μία σύνθετη κίνηση σώματος, να μελετούμε ξεχωριστά τις επιμέρους απλές κινήσεις που τη συνθέτουν;

Συνοψίζοντας, μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι **η οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση** που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μία κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μία οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή. Οι δύο κινήσεις εξελίσσονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο που ορίζεται από την ταχύτητα του αντικειμένου Β. Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε **την αρχή ανεξαρτησίας (ή αρχή της επαλληλίας) των κινήσεων**, που διατυπώνεται ως εξής:

"Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t,

είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t κάθε μία".

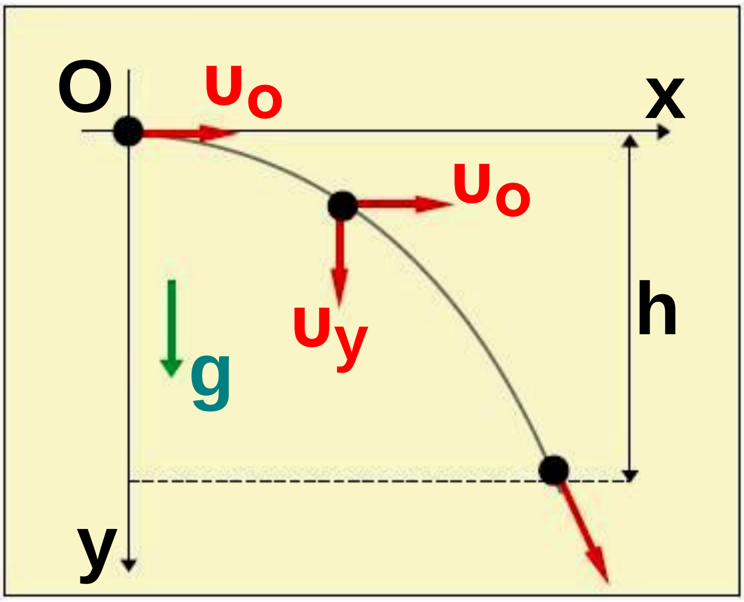
Για τον υπολογισμό της ταχύτητας και της μετατόπισης, μετά από χρόνο t, γράφουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων ή των μετατοπίσεων αντίστοιχα, που θα είχε το κινητό, αν εκτελούσε κάθε μία κίνηση ανεξάρτητα και επί χρόνο t. Δηλαδή:

$$\boxed{\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2} \text{ και } \boxed{\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2} \quad (1.3.7)$$

Ας επανέλθουμε στο αρχικό παράδειγμα για να μελετήσουμε την κίνηση του αντικειμένου Β. Έστω h ότι είναι το ύψος από το οποίο βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα u_o, το αντικείμενο Β.

Εφαρμόζουμε την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων σε σύστημα αξόνων Ox και Oy, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.3.20.

Εικόνα 1.3.20



Άξονας Ox: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα $υ_ο$ και οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση (x) είναι:

$$υ_x = υ_ο$$

$$x = υ_ο\, t$$

Άξονας Oy: Η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση που είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση $\vec{g}$.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση (y) είναι:

$$\upsilon_y = g\,t$$

$$y = \frac{1}{2}\,g\,t^2$$

Κάθε στιγμή η ταχύτητα του σώματος είναι: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_x + \vec{\upsilon}_y$.

Ο χρόνος κίνησης του σώματος βρίσκεται από την τελευταία σχέση, αν αντικαταστήσουμε όπου y = h.

Δηλαδή $h = \frac{1}{2}\,gt^2$ ή $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Στο χρόνο αυτό το σώμα διάνυσε οριζόντια απόσταση ίση με:

$$\boxed{x = \upsilon_o\,t} \qquad (1.3.8)$$

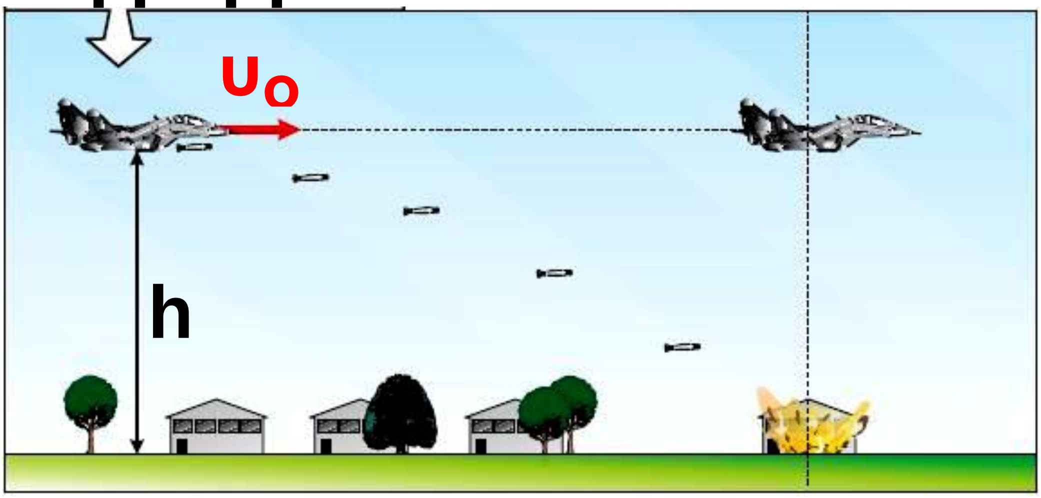
Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι δυο κινήσεις εκτελούνται από το σώμα Β, ανεξάρτητα η μία από την άλλη, είτε ταυτόχρονα είτε διαδοχικά. Κάθε μια κίνηση διαρκεί χρόνο.

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (1.3.9)$$

Παράδειγμα

Ας θεωρήσουμε ένα βομβαρδιστικό αεροπλάνο που κινείται σε ύψος h από το έδαφος με ταχύτητα $υ_o$. Η βόμβα βρίσκεται στο αεροπλάνο άρα τη στιγμή που αφήνεται να πέσει έχει την ίδια ταχύτητα με το αεροπλάνο. Ποιους παράγοντες πρέπει να λάβει υπόψη ο πιλότος ώστε η βόμβα να χτυπήσει το στόχο; Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα.

Το αεροπλάνο ελευθερώνει τη βόμβα.



Είναι προφανές ότι, οι παράγοντες που θα παίξουν καθοριστικό ρόλο, είναι το ύψος στο οποίο το αεροπλάνο πετά, η ταχύτητα του και η οριζόντια απόστασή του από το στόχο τη στιγμή που απελευθερώνει τη βόμβα.

Η κίνηση της βόμβας στον κατακόρυφο άξονα είναι ελεύθερη πτώση ($υ = υ_ο$) και άρα ισχύει:

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

Στην εξίσωση αυτή ο μόνος άγνωστος είναι ο χρόνος κατά τον οποίο κινείται η βόμβα. Επομένως μπορεί να προσδιοριστεί. Επιπλέον η βόμβα κινείται οριζόντια με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή επί χρόνο t, όσο δηλαδή διαρκεί η ελεύθερη πτώση της.

Το οριζόντιο διάστημα που θα διανύσει η βόμβα, προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$s = \upsilon_o\, t$$

όπου υ_o είναι η οριζόντια ταχύτητα της βόμβας, που είναι ίση με την ταχύτητα του αεροπλάνου τη στιγμή που αυτή απελευθερώνεται.

Συνεπώς, για να συναντήσει η βόμβα το στόχο, το αεροπλάνο πρέπει να την απελευθερώσει, όταν απέχει απ' αυτόν οριζόντια απόσταση $s = \upsilon_o\, t$.

Τη χρονική στιγμή που η βόμβα βρίσκει το στόχο το αεροπλάνο βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη (αεροπλάνο και βόμβα έχουν ίδια οριζόντια ταχύτητα άρα μετατοπίζονται το ίδιο στην οριζόντια διεύθυνση στον ίδιο χρόνο).

1.3.9 Ο δεύτερος νόμος τον Νεύτωνα σε διανυσματική και σε αλγεβρική μορφή

Στην παράγραφο 1.2.4 του προηγούμενου κεφαλαίου μελετήσαμε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής $\vec{F} = m\,\vec{\alpha}$ και καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι το αίτιο της επιτάχυνσης είναι η δύναμη. Στη σχέση που περιγράφει το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, $\vec{F}$ είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα (μπορούμε να γράφουμε και

$\Sigma\vec{F}$). Έτσι, για να υπολογιστεί η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα πρέπει πρώτα να συνθέσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό.

Αν το σώμα δέχεται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις η σχέση $\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ισοδυναμεί με τις σχέσεις:

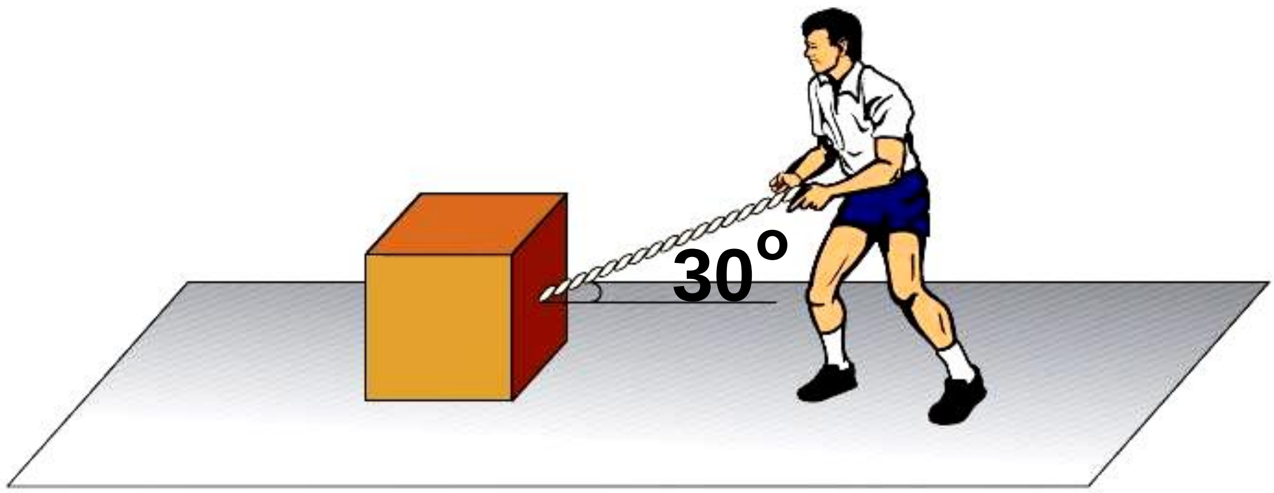
$$\begin{cases} \Sigma F_x = m\,\alpha_x \\ \Sigma F_y = m\,\alpha_y \end{cases} \qquad (1.3.10)$$

όπου ΣF_x, ΣF_y, α_x και α_y είναι οι συνιστώσες της συνισταμένης δύναμης και της επιτάχυνσης σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων αντίστοιχα.

Παράδειγμα

Σώμα μάζας m = 10kg αρχίζει να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο όταν επιδράσει πάνω του δύναμη μέτρου F = 80N που σχηματίζει γωνία $\theta = 30^o$ με το οριζόντιο

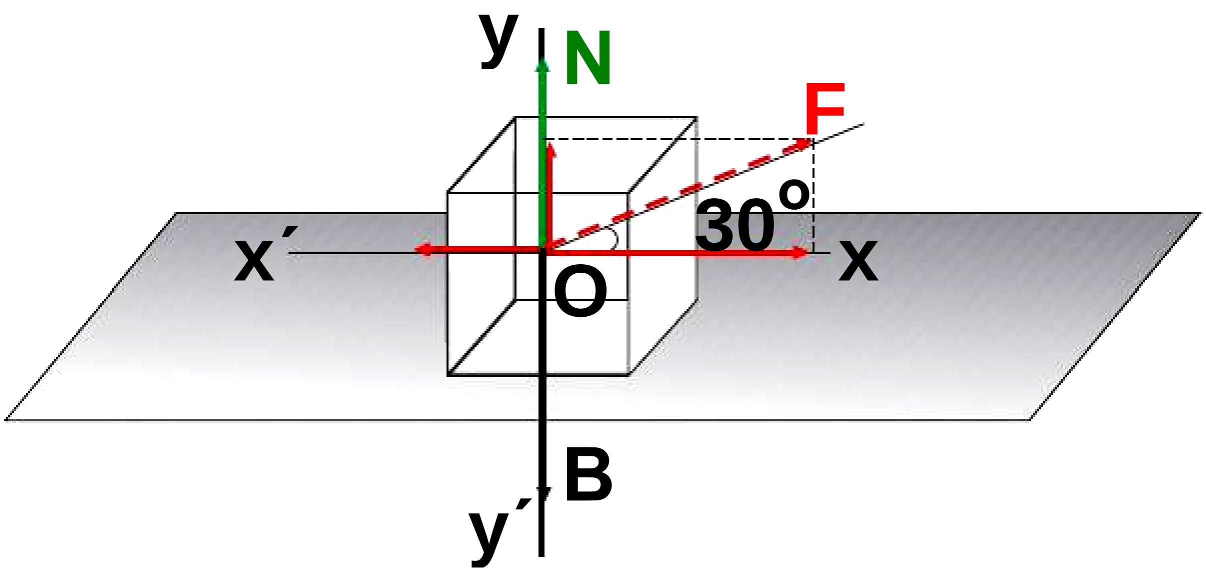
επίπεδο. Να υπολογίσετε:
α) Το μέτρο της τριβής ολίσθησης.



β) Την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.
γ) Το διάστημα που διανύει το σώμα μετά από χρόνο $t = 4s$ από τη στιγμή που εφαρμόζεται η δύναμη.
Δίνονται: $g = 10m/s^2$, $\mu = 0,25$.

Απάντηση
α) i) Βρίσκουμε πρώτα τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, οι οποίες είναι: το βάρος του Β, η δύναμη F, η κάθετη δύναμη Ν από το οριζόντιο επίπεδο και η τριβή Τ.

ii) Θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση Ο. Αναλύουμε τις δυνάμεις σε δύο συνιστώσες στους άξονες O_x και O_y.



iii) Στον οριζόντιο άξονα O_x ασκούνται δύο δυνάμεις, η τριβή Τ και η συνιστώσα F_x της δύναμης F. Είναι:

$$T = \mu N \qquad (1)$$

και $$F_x = F\sigma\upsilon\nu 30^o \qquad (2)$$

Στον κατακόρυφο άξονα O_y ασκούνται τρεις δυνάμεις, το βάρος Β, η δύναμη Ν και η συνιστώσα F_y της δύναμης F. Επειδή κατά τη διεύθυν-

ση του άξονα O_y δεν υπάρχει κίνηση, η συνισταμένη των δυνάμεων κατά τη διεύθυνση αυτή θα είναι μηδέν και θα ισχύει:

$$N + F\eta\mu 30^o - B = 0$$

$$\text{ή} \quad N = B - F\eta\mu 30^o \qquad (3)$$

Από τις σχέσεις (1) και (3) υπολογίζεται η τιμή της τριβής Τ, αν αντικαταστήσουμε την τιμή της δύναμης Ν από τη σχέση (3) στη σχέση (1), και θέσουμε Β = m g.

$$T = \mu\,(m\,g - F\eta\mu 30^o)$$

Οι τιμές των μεγεθών στο δεύτερο μέλος είναι γνωστές, άρα με αντικατάσταση προκύπτει:

$$T = 15N$$

β) Το σώμα κινείται κατά την οριζόντια διεύθυνση με φορά προς τα δεξιά. Η συνισταμένη των δυνάμεων κατά τον άξονα αυτόν θα ισούται με mα, δηλαδή:

$$F_x - T = m\,\alpha$$

Η τελευταία σχέση λόγω της σχέσης (2) γράφεται:

$$F\sigma\upsilon\nu 30^o - T = m\,\alpha$$

Από τη σχέση αυτή υπολογίζεται η επιτάχυνση α.

$$\alpha = \frac{F\sigma\upsilon\nu 30^o - T}{m}$$

Με αντικατάσταση προκύπτει η τιμή της επιτάχυνσης:

$$\alpha = 5{,}4 m/s^2$$

γ) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και το διάστημα που διανύει σε χρόνο t δίνεται από τη σχέση:

$$s = \frac{1}{2}\,at^2$$

Με αντικατάσταση των τιμών μεγεθών α και t υπολογίζουμε το διάστημα:

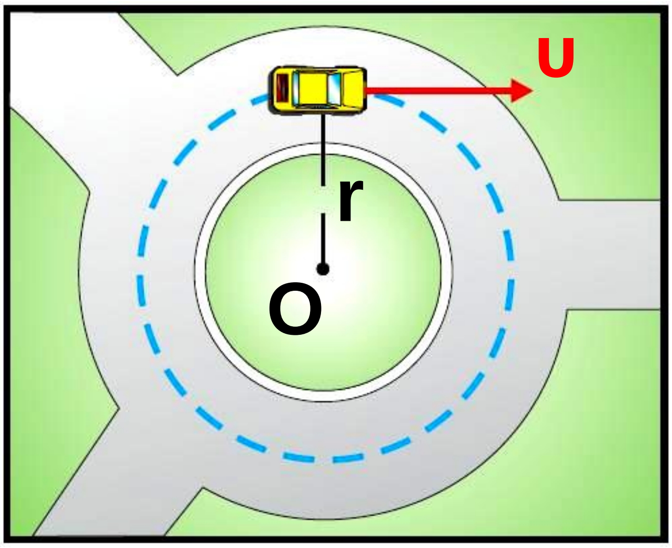
$$s = 43{,}4m.$$

1.3.10 Ομαλή κυκλική κίνηση

Ένα κινητό κάνει κυκλική κίνηση όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου (Εικ. 1.3.21). Η πιο απλή από τις κυκλικές κινήσεις είναι η ομαλή κυκλική (Εικ. 1.3.22).

Εικόνα 1.3.21
Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονα της με σταθερή περίοδο. Αν τοποθετήσουμε στο Βόρειο Πόλο μία φωτογραφική μηχανή, αυτή στη διάρκεια της νύχτας θα φωτογραφί-

σει τις τροχιές των άστρων. Όπως φαίνεται στη φωτογραφία, τα άστρα φαίνεται να κάνουν κυκλική κίνηση.



Εικόνα 1.3.22
Το αυτοκίνητο κινείται στην κυκλική πλατεία με σταθερή ταχύτητα.

Ομαλή χαρακτηρίζεται η κυκλική κίνηση ενός κινητού, όταν η τιμή της ταχύτητας του παραμένει σταθερή.

Ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να κάνει μια περιφορά, λέγεται περίοδος της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με T.

Ο αριθμός των περιφορών που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου λέγεται συχνότητα της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με f.

Από τον ορισμό της συχνότητας προκύπτει ότι η περίοδος και η συχνότητα συνδέονται με τη σχέση:

$$f = \frac{1}{T} \qquad (1.3.11)$$

Μονάδα της συχνότητας είναι ο κύκλος ανά δευτερόλεπτο (c/s) που λέγεται 1Hz (Χερτζ) προς τιμή του φυσικού Hertz που θεωρείται ένας από τους πρωτοπόρους στη μελέτη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

Πολλαπλάσια της μονάδας αυτής είναι: 1kHz = 10^3Hz, 1MHz = 10^6Hz, 1GHz = 10^9Hz.

Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι γνωστή σε όλους μας. Τέτοια κίνη-

ση κάνει το άκρο του λεπτοδείκτη του ρολογιού, ένα σημείο του περιστρεφόμενου δίσκου στο πικάπ κ.τ.λ.

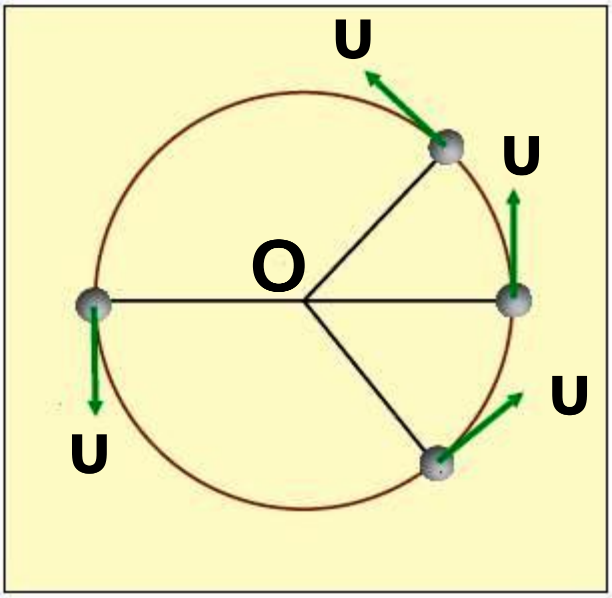
Η ομαλή κυκλική κίνηση εντάσσεται σε μια μεγάλη κατηγορία κινήσεων που λέγονται περιοδικές. Μια τέτοια κίνηση έχει το χαρακτηριστικό ότι επαναλαμβάνεται η ίδια στον ίδιο πάντα χρόνο που λέγεται περίοδος (Τ).

Γραμμική ταχύτητα

Σύμφωνα με τον ορισμό της ομαλής κυκλικής κίνησης η τιμή της ταχύτητας του κινητού παραμένει σταθερή, ενώ η κατεύθυνση της μεταβάλλεται συνεχώς, επειδή κάθε στιγμή είναι εφαπτόμενη στην τροχιά (Εικ. 1.3.23). Άρα τα διανυόμενα τόξα είναι ανάλογα των χρόνων

στους οποίους διανύονται. Μπορούμε συνεπώς να γράψουμε:

$$s = \upsilon\, t$$



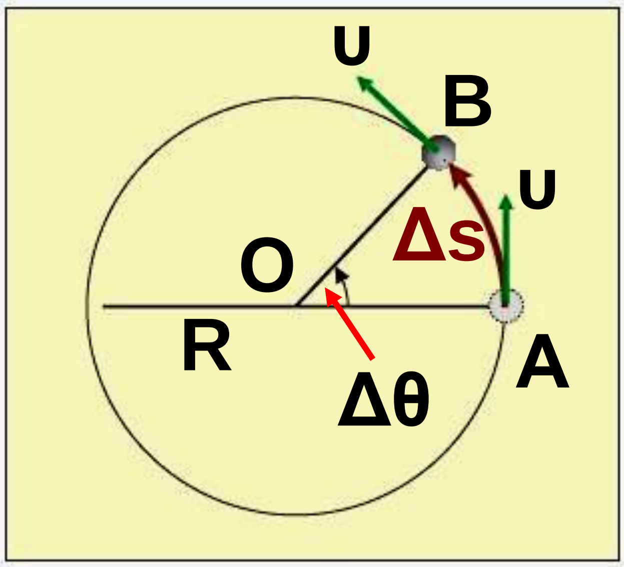
Εικόνα 1.3.23

Επομένως το μέτρο της ταχύτητάς του, που ονομάζεται **γραμμική ταχύτητα** θα είναι:

$$\upsilon = \frac{s}{t}$$

Αν στον τελευταίο τύπο θέσουμε t = T, τότε το τόξο που θα διανύσει το κινητό θα έχει μήκος s = 2π R (το μήκος της περιφέρειας της κυκλικής τροχιάς), οπότε:

$$\upsilon = \frac{2\pi R}{T} \qquad (1.3.12)$$



Εικόνα 1.3.24

Ας υποθέσουμε ότι τη χρονική στιγμή t = 0 το κινητό βρίσκεται στη θέση Α και μέτα από χρόνο t, κινούμενο κατά τη φορά που φαίνεται στην εικόνα 1.3.24, με γραμμική ταχύτητα υ, βρίσκεται στη θέση Β, έχοντας διανύσει το τόξο Δs. Η θέση του κινητού πάνω στην τροχιά του μπορεί να προσδιορισθεί, κάθε στιγμή, με δύο τρόπους (Εικ. 1.3.24):

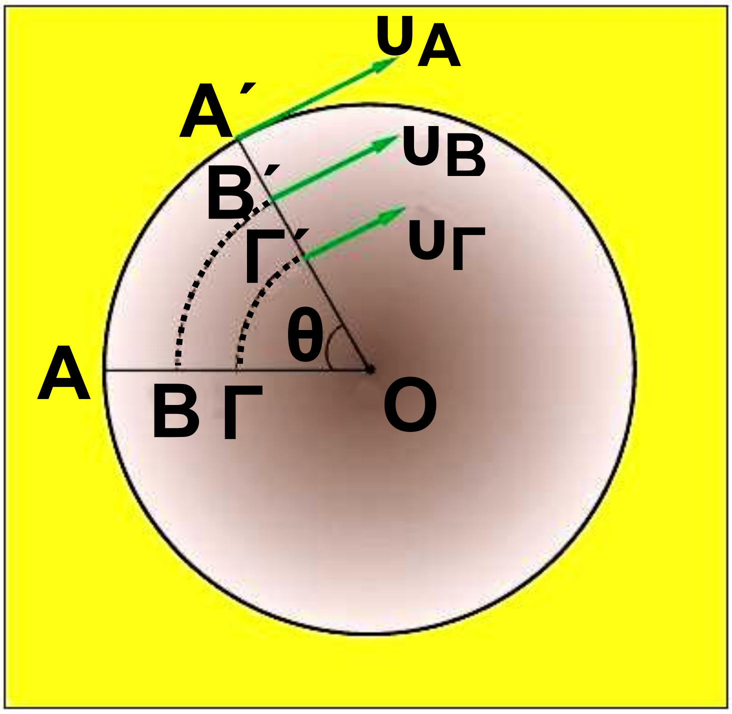
1) Με τη μέτρηση του μήκους του τόξου AB ($\Delta s = \upsilon \Delta t$).

2) Με τη μέτρηση της γωνίας $A\hat{O}B$ ($A\hat{O}B = \Delta\theta$) την οποία διαγράφει μια ακτίνα, που θεωρούμε ότι συνδέει κάθε στιγμή το κινητό με το κέντρο της τροχιάς του (επιβατική ακτίνα). Έτσι όταν το κινητό θα έχει "διανύσει" τόξο μήκους Δs η επιβατική ακτίνα θα έχει "διαγράψει" επίκεντρη γωνία Δθ.

Γωνιακή ταχύτητα

Ας θεωρήσουμε το σχήμα της εικόνας (Εικ. 1.3.25) όπου φαίνεται ένας δίσκος που περιστρέφεται και τα σημεία του κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση. Έστω τρία σημεία Α, Β και Γ του δίσκου που βρίσκονται πάνω στην ίδια ακτίνα. Σε ένα μικρό χρονικό διάστημα, τα τρία σημεία βρίσκονται στις θέσεις Α΄, Β΄

και Γ΄ αντίστοιχα και έχουν διαγράψει την ίδια γωνία θ. Ωστόσο τα μήκη των αντίστοιχων τόξων ΛΛ΄, ΒΒ΄, ΓΓ΄ είναι διαφορετικά μεταξύ τους, γεγονός που σημαίνει ότι οι γραμμικές ταχύτητες των σημείων Α, Β, Γ, διαφέρουν (Εικ. 1.3.25).



Εικόνα 1.3.25

Στην ομαλή κυκλική κίνηση λοιπόν, εκτός από την ταχύτητα (γραμμική) που δίνει το ρυθμό με τον οποίο διανύει το κινητό διαστήματα, χρειαζόμαστε και ένα άλλο μέγεθος που να δείχνει με τι ρυθμό η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες. Γι' αυτό ορίζουμε ένα νέο φυσικό μέγεθος που λέγεται **γωνιακή ταχύτητα** και συμβολίζεται με ω.

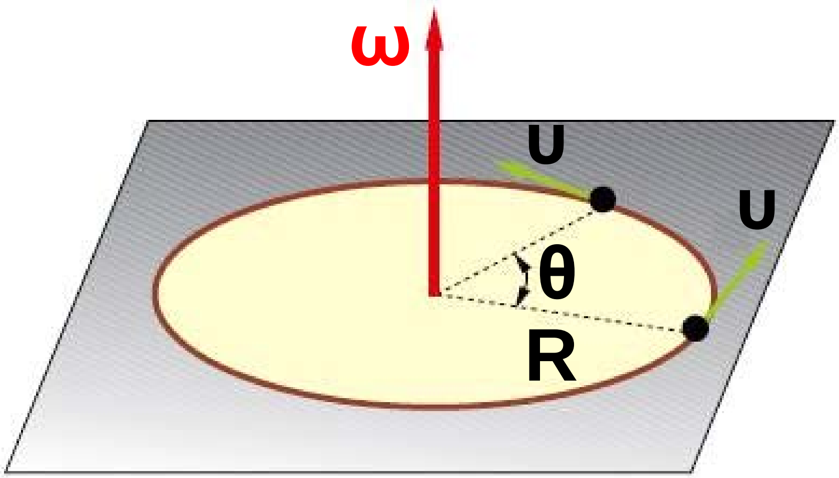
Γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός κινητού, ονομάζουμε ένα διανυσματικό μέγεθος του οποίου:

● Η τιμή είναι ίση με το σταθερό πηλίκο της γωνίας θ που διαγράφηκε από την επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα t διά του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος. Δηλαδή (Εικ. 1.3.26):

$$\omega = \frac{\theta}{t} \qquad (1.3.13)$$

● Η διεύθυνση είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς.

● Η φορά καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού όπως στην εικόνα. Το διάνυσμα $\vec{\omega}$ έχει τη φορά, του αντίχειρα του δεξιού χεριού όταν η φορά περιστροφής του κινητού συμπίπτει με τη φορά των υπόλοιπων δακτύλων.



Εικόνα 1.3.26

Στην ομαλή κυκλική κίνηση σε χρόνο μιας περιόδου Τ η επιβατική ακτίνα θα έχει διαγράψει γωνία 2π rad. Άρα η σχέση (1.3.13) γράφεται:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (1.3.14)$$

Επειδή $\frac{1}{T} = f$ η σχέση (1.3.14) γράφεται: $\omega = 2\pi f$.

Μονάδα γωνιακής ταχύτητας

Ως μονάδα γωνιακής ταχύτητας, σύμφωνα με τη σχέση (1.3.13), χρησιμοποιούμε το ακτίνιο ανά δευτερόλεπτο (1rad/s).

Σχέση μεταξύ της γραμμικής και της γωνιακής ταχύτητας

Για να βρούμε τη σχέση που συνδέει τη γραμμική με τη γωνιακή ταχύτητα αντικαθιστούμε στη σχέση (1.3.12) το πηλίκο $2\pi/T$ με το ω, οπότε προκύπτει:

$$\upsilon = \omega R \qquad (1.3.15)$$

Η σχέση αυτή συνδέει τη γραμμική ταχύτητα με τη γωνιακή και με

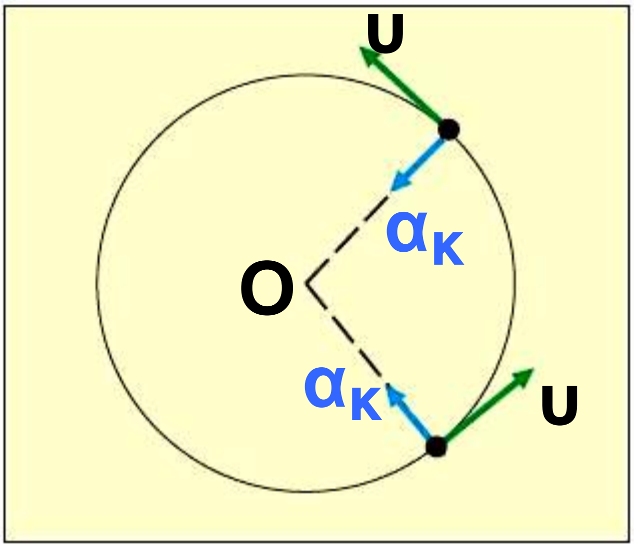
την ακτίνα της τροχιάς. Φαίνεται απ' αυτήν πως όλα τα σημεία ενός περιστρεφόμενου δίσκου (Εικ. 1.3.25), ενώ έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα (ω), έχουν γραμμικές ταχύτητες (υ) η τιμή των οποίων είναι ανάλογη με την απόσταση τους από τον άξονα (κέντρο) περιστροφής.

Κεντρομόλος επιτάχυνση

Στην ομαλή κυκλική κίνηση η τιμή της ταχύτητας είναι σταθερή, όμως η διεύθυνση και η φορά αλλάζουν συνεχώς. Άρα το διάνυσμα της ταχύτητας αλλάζει με αποτέλεσμα να εμφανίζεται επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς (Εικ. 1.3.27) και λέγεται κεντρομόλος επιτάχυνση $α_κ$.

Αποδεικνύεται ότι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_K = \frac{u^2}{R} \qquad (1.3.13)$$



Εικόνα 1.3.27

Δραστηριότητα

Ξεκινώντας από τη σχέση (1.3.16) και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (1.3.11), (1.3.14) και (1.3.15), να εκφράσετε την κεντρομόλο επιτάχυνση και με άλλες σχέσεις.

Παράδειγμα

Το άκρο (Α) του πτερυγίου ενός ανεμιστήρα στρέφεται με γραμμική ταχύτητα, 15m/s και η ακτίνα του έχει μήκος 60cm.

● Να υπολογιστούν: η περίοδος, η συχνότητα και η γωνιακή ταχύτητα.

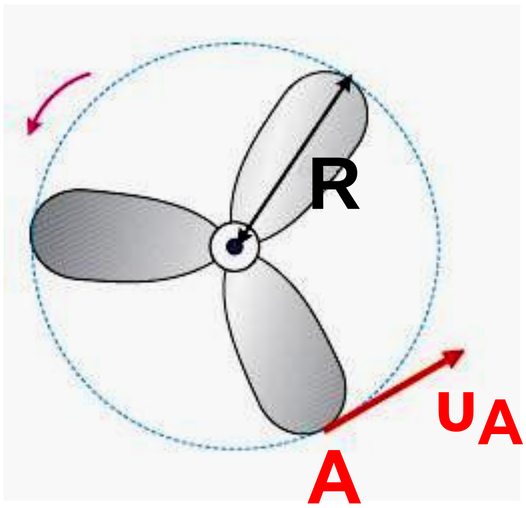
● Να υπολογισθεί επίσης ποιο μήκος τόξου s θα έχει διανυθεί σε χρόνο ενός εκατοστού του δευτερολέπτου.

Απάντηση:

Από τη σχέση $υ = \frac{2πR}{T}$ επιλύοντας ως προς την περίοδο Τ βρίσκουμε:

$T = \frac{2πR}{υ}$ ή

$T = 0{,}25$ s



Η σχέση μεταξύ συχνότητας και περιόδου είναι:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Αντικαθιστώντας την περίοδο T με την τιμή της, βρίσκουμε την τιμή της συχνότητας.

$$f = \frac{1}{0{,}25s} \quad ή \quad f = 4\ Hz$$

Η γωνιακή ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση: ω = 2π f από την οποία με αντικατάσταση έχουμε:

$$ω = 6{,}28 \cdot 4rad/s \quad ή \quad ω = 25{,}12rad/s.$$

Το μήκος του τόξου που θα διανυθεί σε χρόνο t = 0,01s θα υπολογιστεί από τη σχέση: s = υ t.

Με αντικατάσταση έχουμε:

$$s = 15 \cdot 0{,}01m \quad ή \quad s = 0{,}15m.$$

Περιεχόμενα 3ου τόμου