

# ΦΥΣΙΚΗ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

2ος τόμος

## ΥΠΕΥΘ. ΤΗΣ ΣΥΓΓΡΑΦ. ΟΜΑΔΑΣ

**Παναγιώτης Β. Κόκκοτας, Καθηγ.  
της Διδακτικής των Φυσικών  
Επιστημών του Παν/μίου Αθηνών.**

## ΣΥΓΓΡΑΦΙΚΗ ΟΜΑΔΑ

**Ιωάννης Α. Βλάχος, Διδάκτορας,  
Σχολ. Σύμβουλος του κλάδου ΠΕ4.**

**Ιωάννης Γ. Γραμματικάκης,  
Επίκουρος Καθηγητής Φυσικής στο  
Πανεπιστήμιο Αθηνών.**

**Βασίλης Α. Καραπαναγιώτης,  
Φυσικός, Καθηγητής Πειραματικού  
Σχολείου Πανεπιστημίου Αθηνών.**

**Παναγιώτης Β. Κόκκοτας, Καθηγ.  
της Διδακτικής των Φυσικών  
Επιστημών του Παν/μίου Αθηνών.**

**Περικλής Εμ. Περιστερόπουλος,  
Φυσικός, Υποψήφιος Διδάκτορας,  
Καθηγητής στο 3ο Λύκειο Βύρωνα.**

**Γιώργος Β. Τιμοθέου, Φυσικός,  
Λυκειάρχης στο 2ο Λύκειο  
Αγ. Παρασκευής.**

**Οι συγγραφείς ευχαριστούν τον Ιωάννη Βαγιωνάκη, Φυσικό, για τη συμβολή του στη συγγραφή ασκήσεων και ερωτήσεων, για τις παρατηρήσεις και υποδείξεις του, καθώς και για τη βοήθειά του στην επιμέλεια έκδοσης.**

### **ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΚΡΙΣΗΣ**

**Φλυτζάνης Νικ. (Πρόεδρος), Καθηγ. Τμ. Φυσικής του Παν/μίου Κρήτης.**

**Καλοψικάκης Εμμανουήλ,**

**Φυσικός, τ. Σχολικός Σύμβουλος.**

**Ξενάκης Χρήστος, Δρ. Φυσικός,**

**Σχολικός Σύμβουλος Φθιώτιδος.**

**Πάλλας Δήμος, Φυσικός,**

**Υποδιευθυντής 1ου Λυκείου Λαμίας.**

**Στεφανίδης Κωνσταντίνος, Δρ.**

**Φυσικός, Σχ. Σύμβουλος Πειραιά.**

### **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

**Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τους Καθηγητές της Φυσικής που μας**

**βοήθησαν στο έργο μας:**

**1. Την Σωτηρία Θεοδωρίδου για τη συμβολή της στις Λύσεις των Ασκήσεων, στις Περιλήψεις, στο Ευρετήριο και στο Γλωσσάρι.**

**2. Την Σοφία Ιωαννίδου για τη συμβολή της στη Λύση των ασκήσεων Α΄ και Β΄ Λυκείου.**

**3. Τον Κώστα Ζαχαριάδη και την Ταρσώ Μπουγά για τις εύστοχες παρατηρήσεις τους στο βιβλίο της Γ΄ Λυκείου Γενικής Παιδείας.**

**4. Την Γεωργία Αγγελοπούλου για τις Ασκήσεις που πρότεινε να συμπεριληφθούν στα βιβλία.**

**5. Την Μαρία Σωτηράκου για τη συμβολή της στο Ευρετήριο.**

**Οι συγγραφείς**

**ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΓΙΑ  
ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΜΕΙΩΜΕΝΗ ΟΡΑΣΗ**

**Ομάδα Εργασίας ΥΠΔΒΜΘ**

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ,  
ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ  
ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ**

**ΙΩΑΝΝΗΣ Α. ΒΛΑΧΟΣ  
ΙΩΑΝΝΗΣ Γ. ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑΚΗΣ  
ΒΑΣΙΛΗΣ Α. ΚΑΡΑΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ  
ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ Β. ΚΟΚΚΟΤΑΣ  
ΠΕΡΙΚΛΗΣ ΕΜ.  
ΠΕΡΙΣΤΕΡΟΠΟΥΛΟΣ  
ΓΙΩΡΓΟΣ Β. ΤΙΜΟΘΕΟΥ**

**ΦΥΣΙΚΗ**

**ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ  
ΛΥΚΕΙΟΥ**

**2ος τόμος**

## 1.1.8 Η έννοια της επιτάχυνσης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

Οι κατασκευαστές αυτοκινήτων και δικύκλων, για να περιγράψουν τις δυνατότητες που έχουν αυτά, αναφέρουν σε πόσα δευτερόλεπτα “πιάνουν” τα 100km/h, ξεκινώντας από την ηρεμία, ή από κάποια άλλη ταχύτητα, για παράδειγμα 60km/h.

Παρατηρήστε τον πίνακα της επόμενης σελίδας. Ποιο από τα αυτοκίνητα είναι το πιο “γρήγορο”; Ποιου αυτοκινήτου αλλάζει η ταχύτητα γρηγορότερα, ή ποιο έχει μεγαλύτερη επιτάχυνση; Διαπιστώνουμε ότι η μεταβολή της ταχύτητας για όλα τα αυτοκίνητα είναι ίδια:

$$\Delta u = u - u_0 = 100\text{km/h} \quad \text{ή}$$

$$\Delta u = 100 - 60 = 40\text{km/h},$$

ενώ η χρονική διάρκεια  $\Delta t$  για να επιτευχθεί αυτή η μεταβολή της

## ΠΙΝΑΚΑΣ 1

<b>Επιτάχυνση 0 - 100 χλμ/ώρα (δλ)</b>	
Daihatsu Charade 1.5 4d	10,5
Seat Cordoba 1.4 16V	10,9
Opel Astra 1.4 16V 4d	11,9
Alfa Romeo 146 1.4 16V T.S.	12,2
Nissan Almera 1.4 4d	12,2
Suzuki Baleno 1.3 Sedan	12,5
Mitsubishi Lancer 1.3	12,6
Kia Shephia Altiva 1.5 4d	12,9
Hyundai Accent 1.3 4d	13,0
Toyota Corolla 1.3 Sedan	13,0
Citroen Xsara 1.4 5d	13,9
Fiat Brava 1.4	14,1
Peugeot 306 1.4 5d	14,2
Daewoo Lanos 1.3 4d	14,5
Ford Escort 1.4 4d	15,8

ταχύτητας είναι διαφορετική για  
κάθε αυτοκίνητο.

## ΠΙΝΑΚΑΣ 2

<b>Επιτάχυνση 60 - 100 χλμ/ώρα (δλ)</b>	
Opel Astra 1.4 16V 4d	11,4
Seat Cordoba 1.4 16V	11,7
Daihatsu Charade 1.5 4d	12,4
Alfa Romeo 146 1.4 16V T.S.	12,6
Hyundai Accent 1.3 4d	13,1
Citroen Xsara 1.4 5d	13,4
Kia Shephia Altiva 1.5 4d	13,7
Fiat Brava 1.4	13,9
Peugeot 306 1.4 5d	14,0
Mitsubishi Lancer 1.3	14,2
Nissan Almera 1.4 4d	14,5
Toyota Corolla 1.3 Sedan	14,7
Ford Escort 1.4 4d	16,7
Suzuki Baleno 1.3 Sedan	16,7
Daewoo Lanos 1.3 4d	17,1

Θα μπορούσαμε να συγκρίνουμε τις επιταχύνσεις των αυτοκινήτων αν γνωρίζαμε την ταχύτητα που αποκτούν μέσα σε οποιοδήποτε χρόνο, ξεκινώντας από την ηρεμία, π.χ. σε  $\Delta t = 10\text{s}$ . Αντί να αναφερόμαστε σε οποιοδήποτε χρόνο μπορούμε να συμφωνήσουμε να χρησιμοποιήσουμε  $\Delta t = 1\text{s}$ , δηλαδή να αναχθούμε στη μονάδα του χρόνου, διαιρώντας τη μεταβολή της ταχύτητας  $\Delta v$  με τον αντίστοιχο χρόνο  $\Delta t$ .

Στη Φυσική, για να συγκρίνουμε τις επιταχύνσεις των κινητών, των οποίων η κίνηση δεν είναι ομαλή, εργαζόμαστε με τον προηγούμενο τρόπο, δηλαδή βρίσκουμε πόσο αλλάζει η ταχύτητα στη μονάδα του χρόνου, διαιρώντας τη μεταβολή της ταχύτητας με το χρόνο. Έτσι υπολογίζουμε την επιτάχυνση ή το

ρυθμό με τον οποίο αλλάζει η ταχύτητα, όπως λέμε.

Το πηλίκο  $\frac{\Delta u}{\Delta t}$  το ονομάζουμε επιτάχυνση και το συμβολίζουμε με το γράμμα  $\alpha$ , δηλαδή:

$$\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta t} \quad (1.1.5).$$

Μονάδα επιτάχυνσης στο Διεθνές Σύστημα S.I. είναι το

$$\frac{1\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{1\text{m}}{\text{s}^2}$$

Στο κεφάλαιο αυτό θα περιοριστούμε μόνο στην περιγραφή κινήσεων που η ταχύτητά τους αλλάζει το ίδιο στη μονάδα του χρόνου ή αλλάζει όπως λέμε με σταθερό ρυθμό, δηλαδή σε κινήσεις στις οποίες η επιτάχυνση  $\alpha = \frac{\Delta u}{\Delta t}$  είναι σταθερή.

Για παράδειγμα αν  $a = 2 \text{ m/s}^2$ , τότε σε κάθε δευτερόλεπτο η ταχύτητα αλλάζει  $2\text{m/s}$ .

**Τις κινήσεις αυτές τις ονομάζουμε ευθύγραμμες ομαλά μεταβαλλόμενες.**

Στις κινήσεις αυτές διακρίνουμε δυο περιπτώσεις:

α) η ταχύτητα του κινητού αυξάνεται, οπότε η κίνηση ονομάζεται ομαλά επιταχυνόμενη.

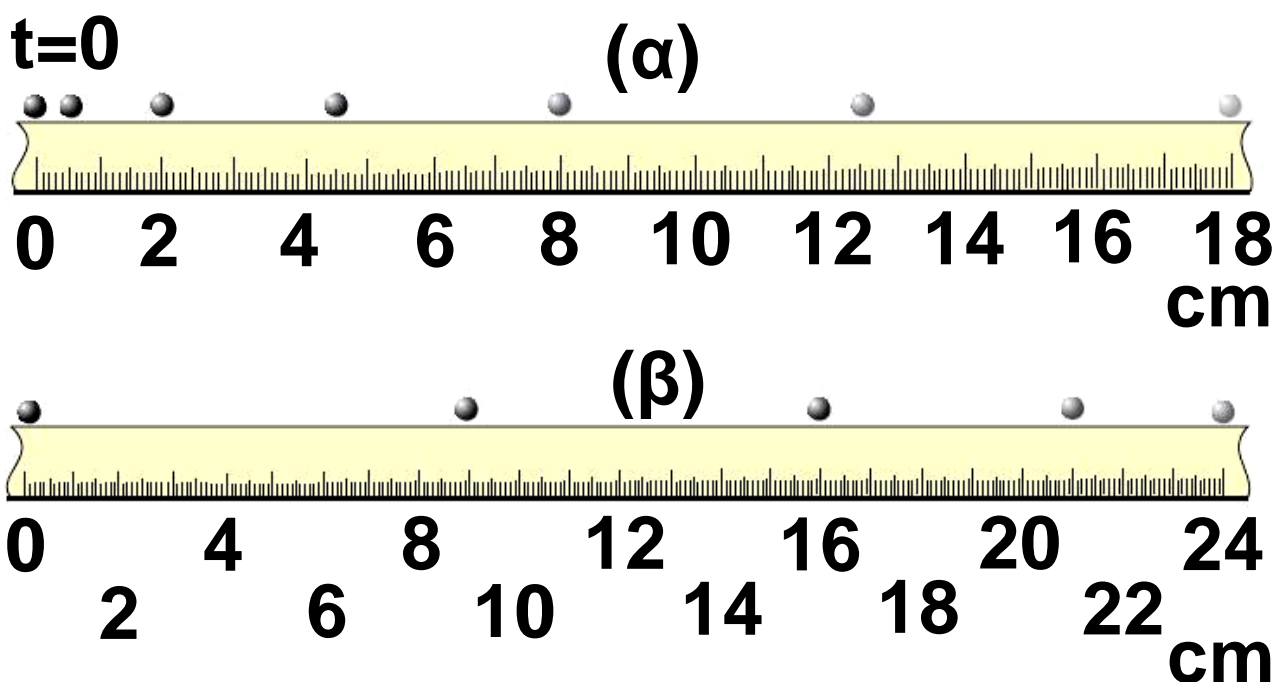
β) η ταχύτητα του κινητού μειώνεται, οπότε η κίνηση ονομάζεται ομαλά επιβραδυνόμενη (Εικ. 1.1.15).

Μέχρι τώρα ασχοληθήκαμε με την τιμή της επιτάχυνσης, αλλά η ταχύτητα και η μεταβολή της ταχύτητας είναι διανύσματα, οπότε και η επιτάχυνση είναι διάνυσμα.

Ορίζουμε ως επιτάχυνση  $\vec{a}$  σε μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλ-

Λόμενη κίνηση, το διανυσματικό μέγεθος του οποίου η τιμή ισούται με το πηλίκο της μεταβολής  $\Delta\vec{u}$  της ταχύτητας διά του χρόνου  $\Delta t$  στον οποίο γίνεται η μεταβολή αυτή. Στη γλώσσα των μαθηματικών μπορούμε να γράψουμε:

$$\vec{\alpha} = \frac{\Delta\vec{u}}{\Delta t} \quad (1.1.6).$$



**Εικόνα 1.1.15**

Οι διαδοχικές θέσεις δύο σφαιρών σε ίσα χρονικά διαστήματα:

- α) επιταχυνόμενη κίνηση,  
β) επιβραδυνόμενη.

### Δραστηριότητα

- α) Υπολογίστε τις επιταχύνσεις στις κινήσεις που φαίνονται στις στροβοσκοπικές φωτογραφίες της εικόνας 1.1.15. Θεωρήστε ότι  $\Delta t = 1/50 \text{ s}$ .  
β) Σχεδιάστε τις ταχύτητες και τις επιταχύνσεις σε δύο σημεία των κινήσεων.

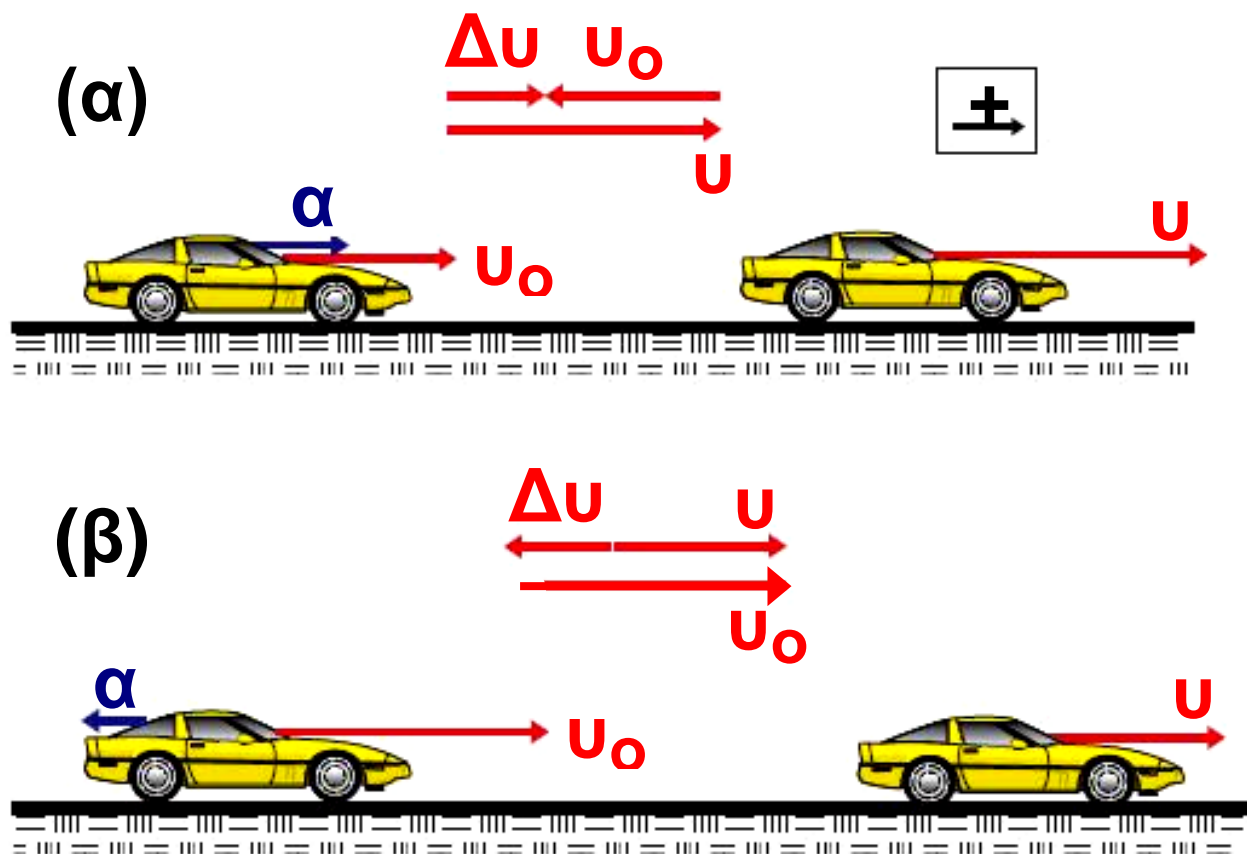
### Δραστηριότητα

Υπολογίστε το πηλίκο  $\frac{\Delta u}{\Delta t}$  για μερικά από τα αυτοκίνητα του Πίνακα 1. Χρησιμοποιήστε ως μονάδα το  $1 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ . Συζητήστε τα αποτελέσματα στην ομάδα σας.

Μερικοί μαθητές ισχυρίζονται, ότι αν η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου είναι μηδέν, τότε και η επιτάχυνσή του πρέπει να είναι μηδέν.

Συζητήστε στην ομάδα σας αν αληθεύει ο ισχυρισμός αυτός.

Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης στις περιπτώσεις α, β, φαίνεται στην εικόνα 1.1.16, όπου παρατηρούμε ότι η επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα  $\vec{v}$  στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και αντίθετη κατεύθυνση με αυτήν στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Πάντοτε όμως η κατεύθυνση της επιτάχυνσης  $\vec{a}$  είναι ίδια με την κατεύθυνση της μεταβολής της ταχύτητας  $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ , εικόνα 1.1.16.



### Εικόνα 1.1.16

α) Επιταχυνόμενη κίνηση: τα διανύσματα  $\vec{u}_0$ ,  $\vec{u}$ ,  $\Delta\vec{u}$ ,  $\vec{\alpha}$ , έχουν την ίδια κατεύθυνση.

β) Επιβραδυνόμενη κίνηση: τα διανύσματα  $\Delta\vec{u}$ ,  $\vec{\alpha}$ , έχουν αντίθετη κατεύθυνση με τα διανύσματα  $\vec{u}_0$ ,  $\vec{u}$ .

## 1.1.9 Οι εξισώσεις προσδιορισμού της ταχύτητας και της θέσης ενός κινητού στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

Για να περιγράψουμε μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, πρέπει σε κάθε χρονική στιγμή να προσδιορίσουμε την ταχύτητα του κινητού και τη θέση του. Οι εξισώσεις που μας δίνουν τις πληροφορίες αυτές, λέγονται εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης και προκύπτουν ως εξής:

### α) Η εξίσωση της ταχύτητας.

Από τον ορισμό της επιτάχυνσης  $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{u}}{\Delta t}$  προκύπτει ότι η μεταβολή  $\Delta\vec{u}$  της ταχύτητας στο χρόνο  $\Delta t$  είναι:

$$\Delta \vec{u} = \vec{a} \Delta t$$

Αν τη χρονική στιγμή μηδέν, η ταχύτητα του κινητού είναι  $u_0$  (αρχική ταχύτητα) και τη χρονική στιγμή  $t$  είναι  $u$ , τότε η μεταβολή  $\Delta \vec{u}$  είναι:

$$\vec{u} - \vec{u}_0 = \vec{a}(t - 0) \text{ ή } \vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{a}t.$$

Επειδή τα διανύσματα  $\vec{u}_0$ ,  $\vec{u}$ ,  $\vec{a}$  είναι συγγραμμικά στην ευθύγραμμη κίνηση, η πρόσθεσή τους ανάγεται σε αλγεβρική πρόσθεση των τιμών τους. Μπορούμε λοιπόν να καθορίσουμε θετική και αρνητική φορά (Εικ. 1.1.16), και να οδηγηθούμε στην αλγεβρική μορφή των προηγούμενων εξισώσεων:

στην επιταχυνόμενη κίνηση:

$$u = u_0 + at \quad (1.1.7)$$

στην επιβραδυνόμενη κίνηση:

$$u = u_0 - at \quad (1.1.8)$$

Αν η αρχική ταχύτητα είναι  $u_0=0$  από τη σχέση (1.1.7) προκύπτει:

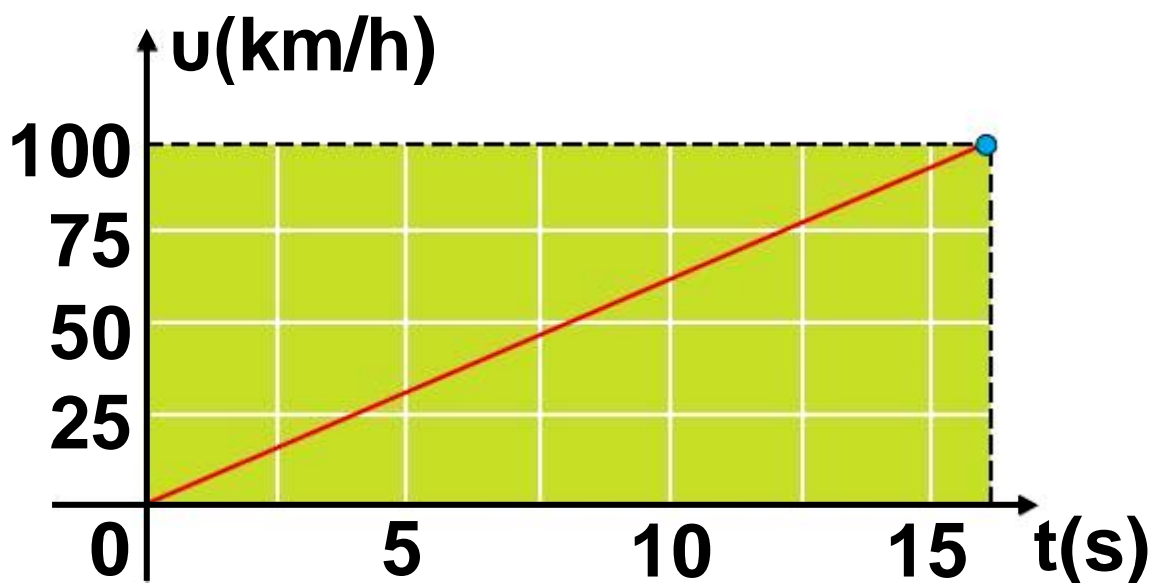
$$u = at \quad (1.1.9)$$

Η εξίσωση της ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο, είναι εξίσωση πρώτου βαθμού και μπορεί να παρασταθεί γραφικά σε διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου με ευθεία γραμμή. Π.χ. ας υποθέσουμε ότι το τελευταίο αυτοκίνητο του Πίνακα 1 της παραγράφου 1.1.8 επιταχύνεται ομαλά στο ευθύγραμμο τμήμα μιας πίστας αγώνων αυτοκινήτων από την ηρεμία και αποκτά ταχύτητα 100km/h σε 15,8s. Για να παραστήσουμε γραφικά την ταχύτητα σε σχέση με το χρόνο, αρκούν δύο σημεία, γιατί όπως είπαμε η γραφική παράστα-

ση είναι ευθεία γραμμή. Αν πάρουμε την αρχική και την τελική ταχύτητα, έχουμε τη γραφική παράσταση που φαίνεται στην εικόνα 1.1.17.

### Πίνακας 3

$t(s)$	$υ(km/h)$
0	0
15,8	100



**Εικόνα 1.1.17**

Ας υποθέσουμε ότι το πρώτο αυτοκίνητο του Πίνακα 2 της παραγράφου 1.1.8 επιταχύνεται ομαλά

σε ευθύγραμμο τμήμα της πίστας των αγώνων αυτοκινήτων με αρχική ταχύτητα 60km/h και τελική 100km/h σε χρόνο 11,4s. Όπως και προηγουμένως, παίρνουμε την αρχική και την τελική ταχύτητα, οπότε έχουμε τον πίνακα τιμών και τη γραφική παράσταση της εικόνας 1.1.18.

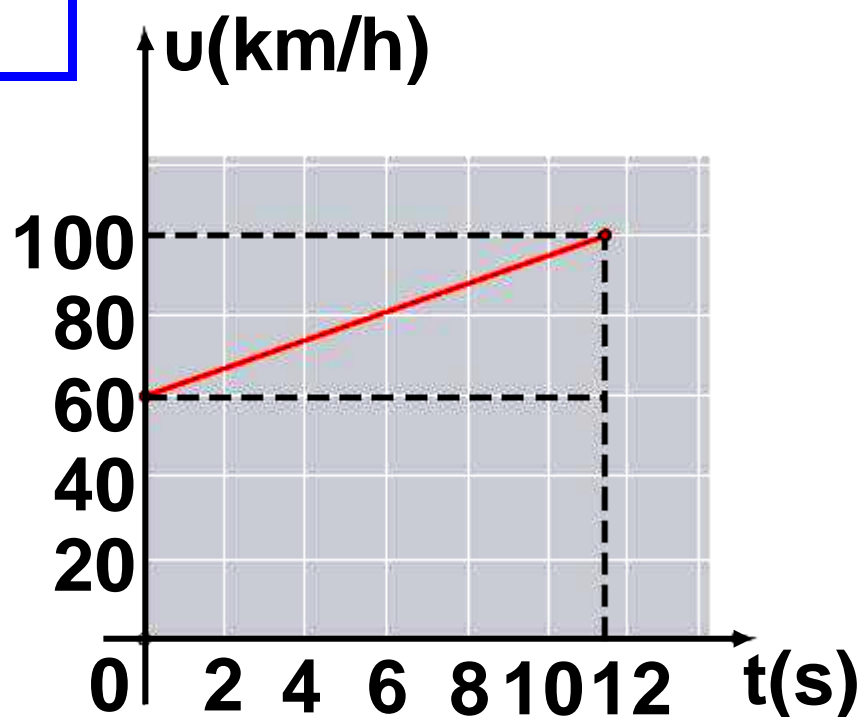
Τίθεται το ερώτημα: ποια είναι η φυσική σημασία της κλίσης της ευθείας της εικόνας 1.1.18;

Επειδή η κλίση προκύπτει ως το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας με το χρόνο,  $\frac{\Delta u}{\Delta t}$ , με το οποίο έχουμε ορίσει την επιτάχυνση, συμπεραίνουμε ότι η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την επιτάχυνση στην ευθύ-

γραμμή ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

### Πίνακας 4

t(s)	υ(km/h)
0	60
11,4	100



Εικόνα 1.1.18

Κλίση ευθείας:

$$\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{40\text{km/h}}{11,4\text{s}} = 3,51\frac{\text{km/h}}{\text{s}} = \alpha$$

## Σημείωση:

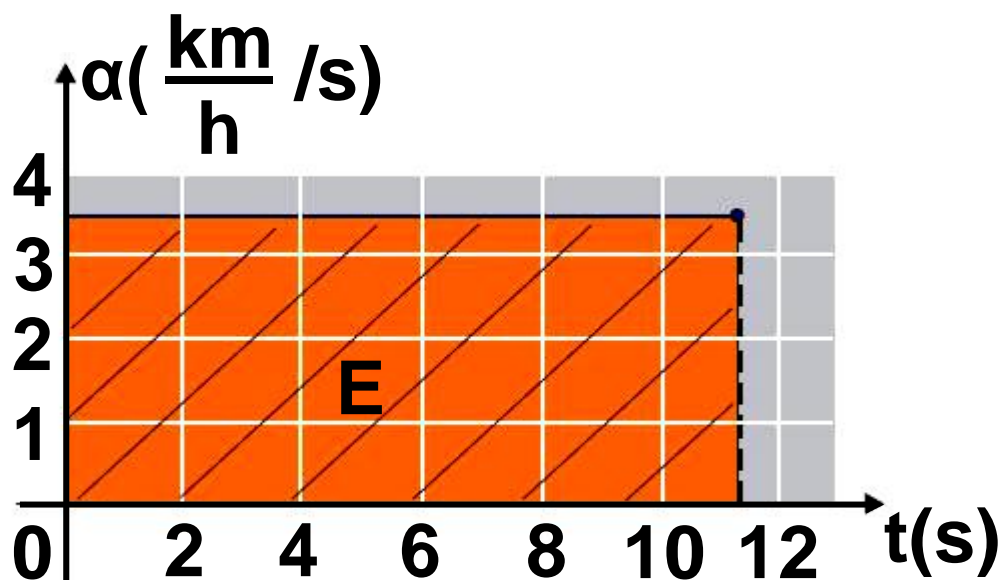
Χρησιμοποιούμε τη μονάδα  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$  <sup>S</sup> διότι είναι πιο κοντά στην εμπειρία μας, δηλαδή καταλαβαίνουμε τι σημαίνει ότι η ταχύτητα άλλαξε σε 1s κατά 3,5 km/h. Αν μετατρέψουμε τις μονάδες στο Διεθνές Σύστημα S.I., η επιτάχυνση γίνεται

$$\frac{3,51 \cdot \frac{1.000\text{m}}{3.600\text{s}}}{\text{s}} = 0,975 \text{ m/s}^2$$

Η γραφική παράσταση της σταθερής επιτάχυνσης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση του αυτοκινήτου που μελετάμε, θα είναι ευθεία γραμμή, παράλληλη στον άξονα του χρόνου  $t$ , όπως φαίνεται στην εικόνα 1.1.19.

Ποια μπορεί να είναι η φυσική σημασία του γραμμοσκιασμένου εμβαδού της εικόνας 1.1.19; Το

εμβαδόν μεταξύ της γραφικής παράστασης (ευθείας) και των αξόνων επιτάχυνσης και χρόνου είναι:



**Εικόνα 1.1.19**

$$E = \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = 3,51 \frac{\text{km/h}}{\text{s}} \cdot 11,4\text{s} \\ = 40 \text{ km/h} = v$$

Παρατηρούμε ότι το εμβαδόν είναι αριθμητικά ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας κατά την χρονική διάρκεια των 11,4s της επιτάχυνσης του αυτοκινήτου. Άρα το εμβαδό, μεταξύ της ευθείας που αναπαριστά

την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο, και των αξόνων επιτάχυνσης και χρόνου, είναι αριθμητικά ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας  $\Delta u$ .

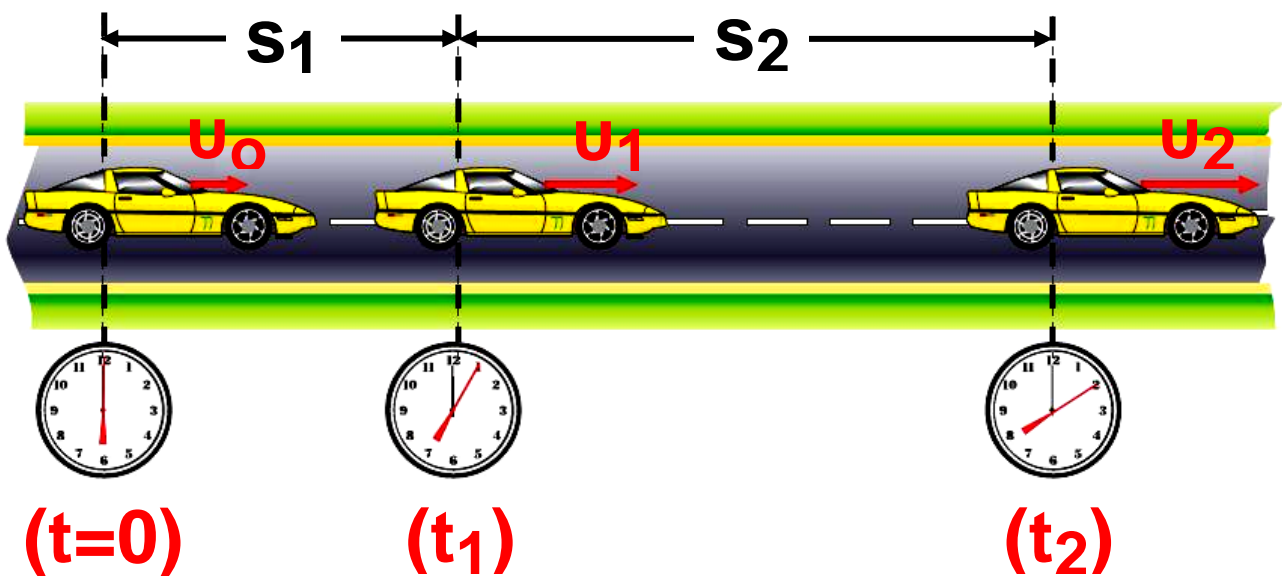
Ομοίως εργαζόμαστε για την κατασκευή των διαγραμμάτων της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο  $u = f(t)$  και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο  $a = f(t)$  στην περίπτωση της ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης.

## **β) Η εξίσωση της κίνησης.**

Η εξίσωση κίνησης, δηλαδή ο προσδιορισμός της θέσης ενός αντικειμένου, το οποίο επιταχύνεται ομαλά, σε συνάρτηση με το χρόνο, προκύπτει με γραφικό τρόπο από το διάγραμμα  $u = f(t)$ .

Στη μελέτη της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, παράγραφος 1.1.5,

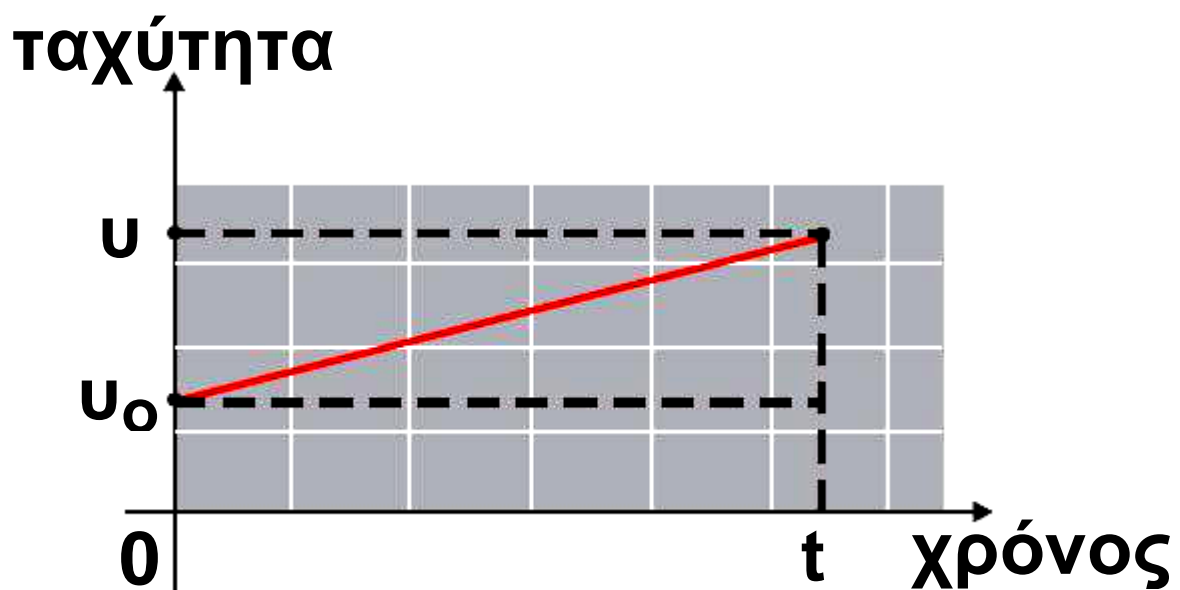
είδαμε ότι το εμβαδόν που περι-  
κλείεται μεταξύ της γραμμής που  
παριστά την ταχύτητα και των αξό-  
νων ταχύτητας και χρόνου είναι ίσο  
με τη μετατόπιση.



Το αυτοκίνητο εκτελεί επιταχυνόμε-  
νη κίνηση.

Ομοίως μπορεί να αποδειχθεί ότι  
το εμβαδόν του τραπεζίου που πε-  
ρικλείεται μεταξύ της γραμμής που  
παριστά την ταχύτητα και των αξό-  
νων  $u$ ,  $t$  (Εικ. 1.1.20) είναι ίσο με τη  
μετατόπιση στην ευθύγραμμη ομα-

λά μεταβαλλόμενη κίνηση. Οπότε, αν υπολογίσουμε το εμβαδόν, εικόνα 1.1.20, χρησιμοποιώντας αντί των αριθμητικών τιμών, τα σύμβολα  $u$ ,  $t$ , οδηγούμαστε στην εξίσωση για τη μετατόπιση  $\Delta x$ . Δηλαδή:



**Εικόνα 1.1.20**

$$E_{\text{τραπ}} = \frac{\text{άθροισμα βάσεων}}{2} \cdot \text{ύψος} \quad \text{ή}$$

$$\Delta x = \frac{u + u_0}{2} (t - 0)$$

Αλλά γνωρίζουμε ότι η ταχύτητα είναι:  $u = u_0 + at$ . Συνεπώς:

$$\Delta x = \frac{u_0 + at + u_0}{2} t = \frac{2u_0 + at^2}{2} \quad \text{ή}$$

$\Delta x = u_0 t + \frac{1}{2} at^2$  και αν  $x_0=0$ ,  
έχουμε:

$$x = u_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (1.1.10)$$

Ομοίως στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση προκύπτει ότι:

$$x = u_0 t - \frac{1}{2} at^2 \quad (1.1.11)$$

## Δραστηριότητα

Να παραστήσετε γραφικά τη σχέση ταχύτητας - χρόνου στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Από τη γραφική παράσταση να αποδείξετε τη σχέση 1.1.11.

**Τίθεται το ερώτημα:**

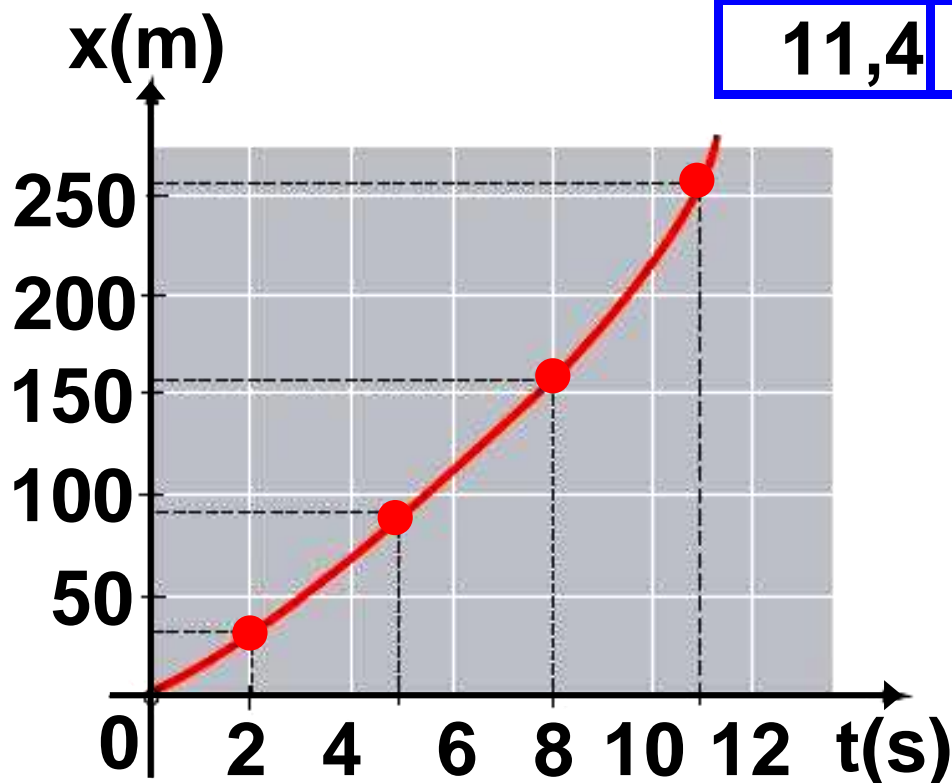
**Η γραφική παράσταση της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι ευθεία γραμμή ή καμπύλη;**

**Για να απαντήσουμε στο ερώτημα πρέπει να ελέγξουμε την εξίσωση κίνησης αν είναι πρώτου ή δευτέρου βαθμού ως προς  $t$ . Όπως προκύπτει από τη σχέση (1.1.11), η εξίσωση είναι δευτέρου βαθμού ως προς το χρόνο, άρα η γραφική παράσταση είναι καμπύλη γραμμή. Για να τη σχεδιάσουμε, συμπληρώνουμε έναν πίνακα τιμών. Π.χ. στην περίπτωση του πρώτου αυτοκινήτου του πίνακα 2, από τα δεδομένα: αρχική ταχύτητα  $u_0=60\text{km/h} = 16,67\text{m/s}$ , επιτάχυνση  $a=0,975\text{m/s}^2$ , απαιτούμενος χρόνος για να αποκτήσει ταχύτητα  $u=100\text{km/h}$ ,  $t=11,4\text{s}$**

και την εξίσωση κίνησης

$$x = u_0 t + \frac{1}{2} a t^2 ,$$

t(s)	x(m)
0	0
2	35,3
5	95,5
8	164,6
11,4	253,4



**Εικόνα 1.1.21**

Γραφική παράσταση του διαστήματος (θέσης)  $x$  σε συνάρτηση με τον χρόνο στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, με αρχική ταχύτητα.

προκύπτει ο πίνακας τιμών της προηγούμενης σελίδας, και η αντίστοιχη γραφική παράσταση (Εικ. 1.1.21).

Ομοίως εργαζόμαστε για την κατασκευή της γραφικής παράστασης της θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο  $x=f(t)$ , στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

## Εφαρμογή 1

Θέλουμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση και το χρόνο που απαιτείται για να σταματήσει ένα αυτοκίνητο που έχει αρχική ταχύτητα  $u_0 = 72\text{km/h}$ , αν φρενάροντας αποκτά επιβράδυνση  $a = 10\text{m/s}^2$ .

Στο Διεθνές Σύστημα S.I. είναι

$$u_0 = \frac{72.000 \text{ m}}{3.600 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} .$$

Γνωρίζουμε ότι η μετατόπιση και η ταχύτητα δίνονται από τις σχέσεις:

$$x = u_0 t - \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (1)$$

και  $u = u_0 - \alpha t \quad (2)$

Η τελική ταχύτητα  $u$  του αυτοκινήτου, εφόσον σταματά είναι  $u = 0$ . Από τη σχέση (2) προκύπτει:

$$0 = u_0 - \alpha t \quad \text{ή} \quad t = \frac{u_0}{\alpha} = \frac{20}{10} \text{ s} = 2 \text{ s.}$$

Άρα ο χρόνος που απαιτείται για να σταματήσει το αυτοκίνητο είναι  $t = 2 \text{ s}$ .

Αντικαθιστώντας το χρόνο στη σχέση (1) προκύπτει:

$$x = 20 \cdot 2 - \frac{1}{2} 10 \cdot 2^2 \text{ m} \quad \text{ή} \quad x = 20 \text{ m,}$$

Δηλαδή το αυτοκίνητο θα μετατοπισθεί 20m έως ότου σταματήσει.

## Δραστηριότητα

Να υπολογίσετε πόσο θα μετατοπισθεί ώσπου να σταματήσει, το αυτοκίνητο της Εφαρμογής 1, αν έχει τη διπλάσια αρχική ταχύτητα και την ίδια επιβράδυνση.

Πόσες φορές θα αυξηθεί η μετατόπιση του αυτοκινήτου ώσπου να σταματήσει;

## Εφαρμογή 2

Δύο αυτοκίνητα, κινούνται σε ευθύγραμμο τμήμα του εθνικού δρόμου Θεσσαλονίκης - Αλεξανδρούπολης με σταθερή ταχύτητα  $u = 80\text{km/h}$  και απέχουν  $30\text{m}$ . Κάποια στιγμή ο οδηγός του δεύτερου αυτοκινήτου αποφασίζει να προσπεράσει το προπορευόμενο αυτοκίνητο, που συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η κίνηση του

δευτέρου αυτοκινήτου είναι ομαλά επιταχυνόμενη και η επιτάχυνση έχει τιμή

$$\alpha = 0,975 \text{ m/s}^2 = 3,51 \frac{\text{km/h}}{\text{s}} . \text{ Στο}$$

αντίθετο ρεύμα κυκλοφορίας έρχεται ένα άλλο αυτοκίνητο που κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_1 = 100 \text{ km/h}$  και απέχει από το δεύτερο αυτοκίνητο  $400\text{m}$ .

Το μήκος των αυτοκινήτων είναι περίπου  $4\text{m}$ .

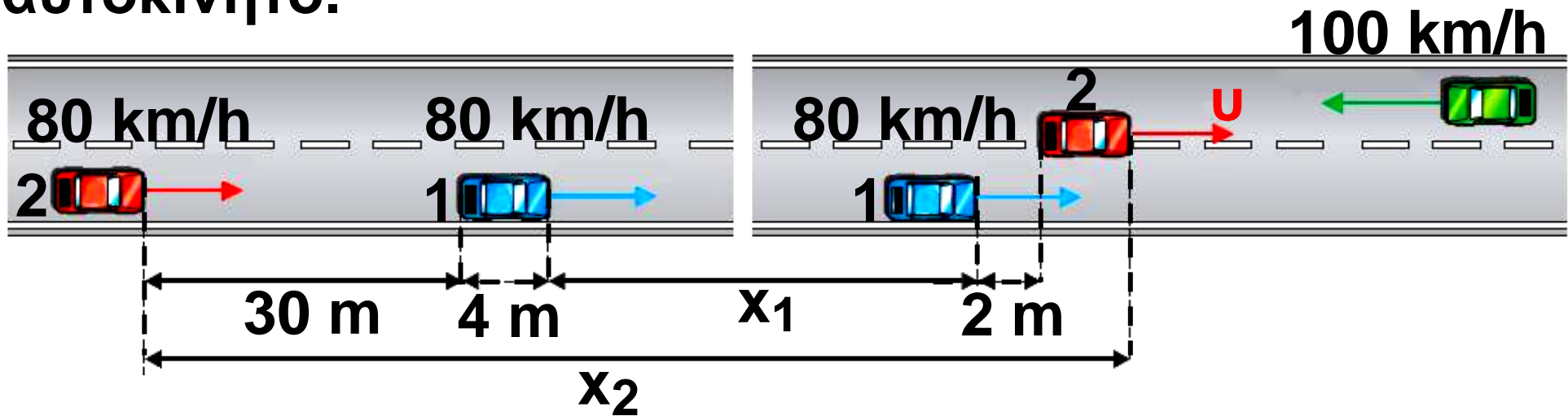
**Θα υπολογίσουμε:**

**α)** τη χρονική διάρκεια που απαιτείται για το προσπέρασμα, το οποίο θεωρούμε ότι ολοκληρώθηκε, όταν το αυτοκίνητο που προσπερνά βρίσκεται  $2\text{m}$  μπροστά από το αυτοκίνητο που προσπέρασε.

**β)** τη μετατόπιση του κάθε αυτοκινήτου κατά τη διάρκεια του προσπεράσματος.

γ) την ταχύτητα που απέκτησε το δεύτερο αυτοκίνητο στο τέλος του προσπεράσματος.

δ) αν είναι ασφαλές το προσπέρασμα ή αν υπάρχει κίνδυνος σύγκρουσης με το αντίθετα κινούμενο αυτοκίνητο.



α) Το πρώτο αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα, άρα:

$$x_1 = u t \quad (1)$$

Το δεύτερο αυτοκίνητο επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση, συνεπώς η μετατόπισή του θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$x_2 = ut + \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

Στην εικόνα της προηγούμενης σελίδας φαίνεται ότι η διαφορά των μετατοπίσεων των αυτοκινήτων είναι:

$$x_2 - x_1 = (30 + 4 + 2 + 4)m = 40m.$$

Οπότε, από τις εξισώσεις (1), (2) με αφαίρεση προκύπτει:

$$x_2 - x_1 = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{ή}$$

$$40m = \frac{1}{2} \cdot 0,975 \frac{m}{s^2} t^2 \quad \text{ή } t = 9s.$$

Δηλαδή ο απαιτούμενος χρόνος για την ολοκλήρωση του προσπεράσματος είναι 9s.

β) Από την εξίσωση (1) προκύπτει:

$$x_1 = 80\text{km/h} \cdot 9\text{s} \quad \text{ή} \quad x_1 = \frac{80.000\text{m}}{3.600\text{s}} \cdot 9\text{s}$$

$$\text{ή} \quad x_1 = 200\text{m.}$$

Από την εξίσωση (2) προκύπτει:

$$x_2 = \frac{80.000\text{m}}{3.600\text{s}} \cdot 9\text{s} + \frac{1}{2} \cdot 0,975 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (9\text{s})^2$$

$$\text{ή} \quad x_2 = 200\text{m} + 39,5\text{m} = 239,5\text{m.}$$

γ) Το δεύτερο αυτοκίνητο επιταχύνεται, άρα η ταχύτητα του δίνεται από τη σχέση

$$u' = u + at \quad \text{ή}$$

$$u' = 80 \text{ km/h} + 3,51 \frac{\text{km/h}}{\text{s}} \cdot 9\text{s}$$

$$\text{ή} \quad u' = 111,6\text{km/h.}$$

δ) Στη χρονική διάρκεια του προσπεράσματος, το αυτοκίνητο που κινείται στο αντίθετο ρεύμα κυκλοφορίας μετατοπίστηκε κατά:

$$x = v_1 t = 100\text{km/h} \cdot 9\text{s} = \\ = \frac{100.000\text{m}}{3.600\text{s}} \cdot 9\text{s} \quad \text{ή} \quad x = 250\text{m}.$$

Η αρχική απόσταση μεταξύ του δεύτερου αυτοκινήτου και του αυτοκινήτου που κινείται στο αντίθετο ρεύμα κυκλοφορίας, δίνεται ότι είναι 400m. Βρήκαμε ότι  $x_2 = 239,5\text{m}$  και  $x = 250\text{m}$ , δηλαδή το συνολικό διάστημα που διάνυσαν τα αντιθέτως κινούμενα αυτοκίνητα είναι  $x_{ολ} = x + x_2$  ή  $x_{ολ} = 489,5\text{m}$ .

Αυτό σημαίνει ότι, πριν ολοκληρωθεί το προσπέρασμα τα αυτοκίνητα διασταυρώθηκαν με προφανή κίνδυνο σύγκρουσης.

## Το θεώρημα Merton



Οι κινήσεις των σωμάτων μελετήθηκαν θεωρητικά τον 13ο αιώνα, πολύ πριν από την εποχή

του Γαλιλαίου (16ος αιώνας), ο οποίος θεωρείται ο θεμελιωτής της Φυσικής Επιστήμης όπως τη γνωρίζουμε εμείς σήμερα.

Ένα από τα αποτελέσματα των μελετών της περιόδου αυτής, που χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα στη διδασκαλία της ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης, είναι το “Θεώρημα της μέσης ταχύτητας”. Το θεώρημα αυτό ονομάζεται και θεώρημα Merton, επειδή μελετήθηκε στο αντίστοιχο κολλέγιο της Οξφόρδης.

Με σύγχρονη ορολογία, το θεώρημα αναφέρεται σε μία κίνηση που είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα  $u_0$ , διαρκεί χρόνο  $t$  και έχει τελική ταχύτητα  $u$ . Το θεώρημα ορίζει ότι, το διάστημα που διανύθηκε είναι το ίδιο με αυτό που θα διήνυε στον ίδιο χρόνο άλλο κινητό

που θα είχε σταθερή ταχύτητα ίση με τη μέση τιμή των ταχυτήτων  $u_0$ ,  $u$ .

Δηλαδή η απόσταση αυτή είναι:

$$s = \frac{(u_0 + u)}{2} t.$$

Ενδιαφέρον έχει η ιδιαίτερη μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε για την απόδειξη του θεωρήματος από τον Oresme, στο Πανεπιστήμιο του Παρισιού, στις αρχές του 14<sup>ου</sup> αιώνα. Ο Oresme σκέφτηκε, όσον η ποσότητα  $u_0 t$  είναι γινόμενο δύο αριθμών, μπορεί να παρασταθεί με το εμβαδόν ορθογώνιου παραλληλόγραμμου με πλευρές  $u_0$ ,  $t$ , όπως το OABΓ στην εικόνα. Ομοίως, το  $ut$  θα είναι το εμβαδόν OADE. Ο Oresme επίσης συμπέρανε, ότι το εμβαδόν OADΓ θα παριστάνει το διάστημα που διανύθηκε



$$\text{και } \Delta x = u_0 + \frac{(u_0 - u)}{2} = \frac{(u_0 + u)}{2} .$$

Άρα το διάστημα που διανύεται με τη μέση ταχύτητα είναι ίσο με αυτό που διανύεται με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Για να περιγράψουμε μία κίνηση που γίνεται σε ευθεία γραμμή, χρειάζεται σε κάθε χρονική στιγμή να προσδιορίσουμε τη θέση του σωματίου ή κινητού. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να ορίσουμε ένα σημείο αναφοράς που θα είναι η αρχή για τις μετρήσεις μας. Σε περίπτωση που το σωματίο κινείται σε επίπεδο, η θέση του προσδιορίζεται εφόσον ορισθεί σύστημα αναφοράς, που τώρα είναι ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων. Κατά την

κίνησή του το κινητό αλλάζει θέσεις. Η μετατόπιση είναι διάνυσμα που έχει αρχή την αρχική θέση του κινητού και τέλος την τελική του θέση, ανεξάρτητα από τη διαδρομή του, και τιμή:

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$$

Όταν η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή, το κινητό διανύει ίσες μετατοπίσεις σε ίσους χρόνους, κινούμενο κατά την ίδια φορά. Η ταχύτητα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι το διανυσματικό μέγεθος που προκύπτει ως το πηλίκο της μετατόπισης προς την αντίστοιχη χρονική διάρκεια, σύμφωνα με τον τύπο

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$$

και έχει μονάδα μέτρησης στο Διεθνές Σύστημα S.I. το 1 m/s.

**Στις μη ομαλές κινήσεις η ταχύτητα αλλάζει. Τότε χρησιμοποιούμε την έννοια της μέσης ταχύτητας που προκύπτει ως το πηλίκο της συνολικής απόστασης που διανύει το κινητό προς τη συνολική διάρκεια της κίνησής του με σχέση**

$$v_{\mu} = \frac{s}{t}$$

**με μονάδα μέτρησης ίδια με αυτήν της ταχύτητας.**

**Στην ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η ταχύτητα του κινητού αλλάζει κατά το ίδιο ποσό στην μονάδα του χρόνου ή αλλάζει όπως λέμε με σταθερό ρυθμό. Στην κίνηση αυτή χρησιμοποιείται το διανυσματικό μέγεθος της επιτάχυνσης που ισούται με το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας  $\Delta \vec{v}$  δια του χρόνου  $\Delta t$  στον οποίο γίνεται η μεταβολή αυτή, και δίνεται από τη σχέση:**

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t}$$

Η μονάδα μέτρησης της επιτάχυνσης στο Διεθνές Σύστημα S.I. είναι το  $1 \text{ m/s}^2$ .

Στην ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση, είναι οι εξής:

$u = u_0 + at$  : Εξίσωση ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$u = u_0 - at$  : Εξίσωση ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

$x = u_0 t + \frac{1}{2} at^2$  : Εξίσωση κίνησης στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 : \text{Εξίσωση κίνησης}$$

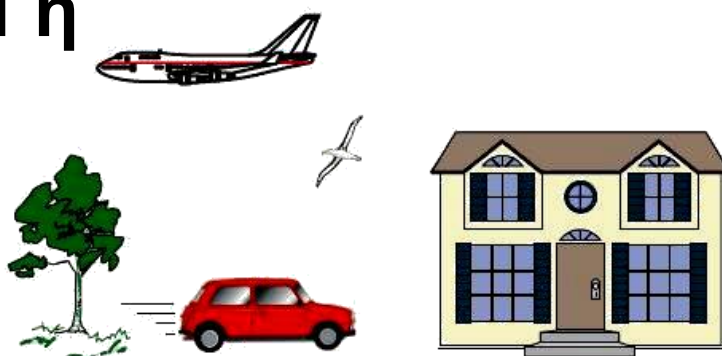
στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

# ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Να αναφέρετε ποια από τα σώματα που φαίνονται στην εικόνα κινούνται

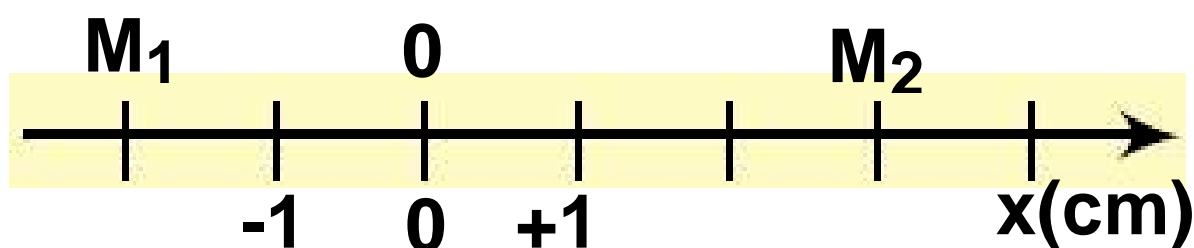
A. Ως προς τη Γη

B. Ως προς το αυτοκίνητο.

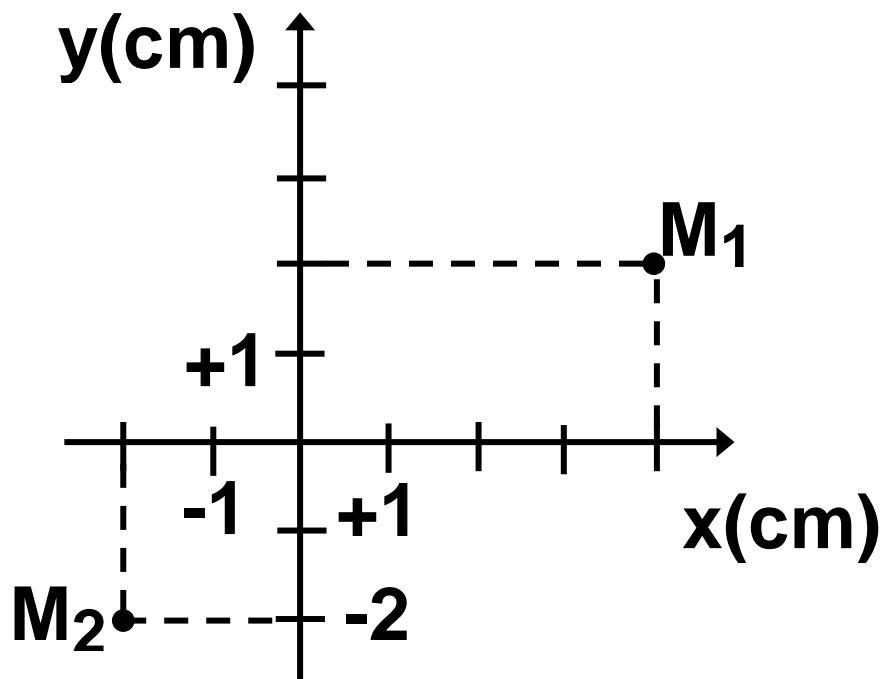


2. Τι ονομάζουμε τροχιά ενός κινητού; Πως διακρίνονται οι κινήσεις με κριτήριο τη μορφή της τροχιάς του κινητού;

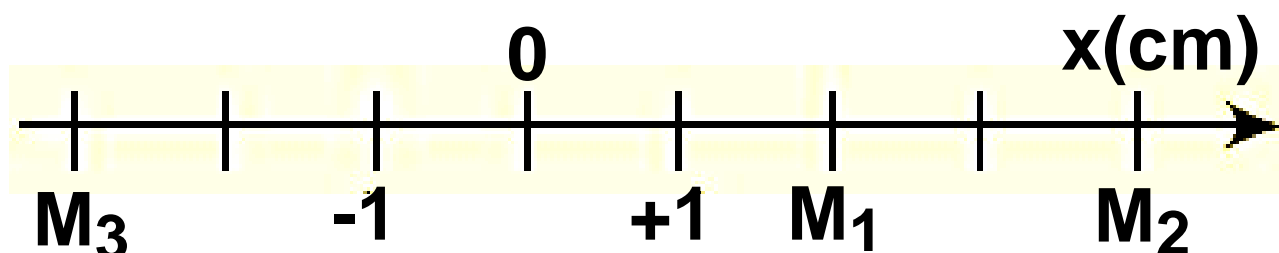
3. Να προσδιοριστεί η θέση των σημείων  $M_1$  και  $M_2$  της εικόνας.



4. Να προσδιοριστεί η θέση των σημείων  $M_1$  και  $M_2$  της εικόνας.



5. Ένα κινητό μετατοπίζεται από τη θέση  $M_1$  στη θέση  $M_2$ . Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της μετατόπισης του και να βρείτε την τιμή της. Πόσο είναι το διάστημα που διάνυσε το κινητό στη διαδρομή αυτή;



**6. Το κινητό της προηγούμενης ερώτησης κάνει τη διαδρομή  $M_1-M_2-M_3$ . Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της μετατόπισης του κινητού και να βρείτε την τιμή της. Υπολογίστε το διάστημα που διάνυσε το κινητό στη διαδρομή αυτή. Να συγκρίνετε τη μετατόπιση με το διάστημα.**

**7. Πότε χαρακτηρίζεται η κίνηση ενός σώματος ως ευθύγραμμη ομαλή; Από το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, ποιο μέγεθος μπορεί να υπολογιστεί;**

**8. Ένας ποδηλάτης λέει σε ένα φίλο του: “Πήγα από την τοποθεσία A στην τοποθεσία B και διέτρεξα μια απόσταση ίση με την μετατόπισή μου”. Τι μπορούμε να συμπερά-**

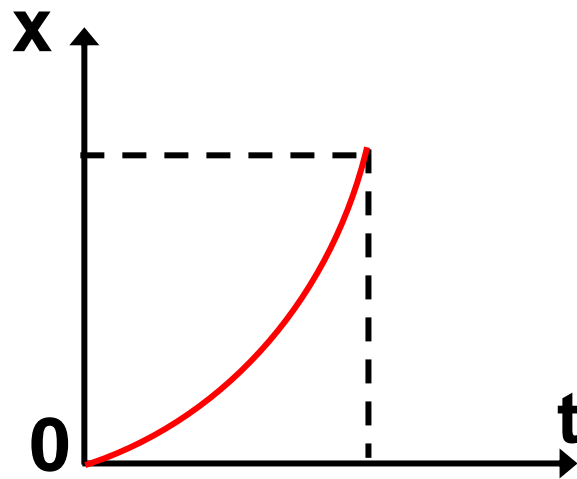
**νουμε για το είδος της τροχιάς του ποδηλάτη;**

**9. Να συγκρίνετε τις ταχύτητες  $10\text{m/s}$  και  $36\text{km/h}$ .**

**10. Σε ποια κίνηση ταυτίζονται η τιμή της μέσης και της στιγμιαίας ταχύτητας;**

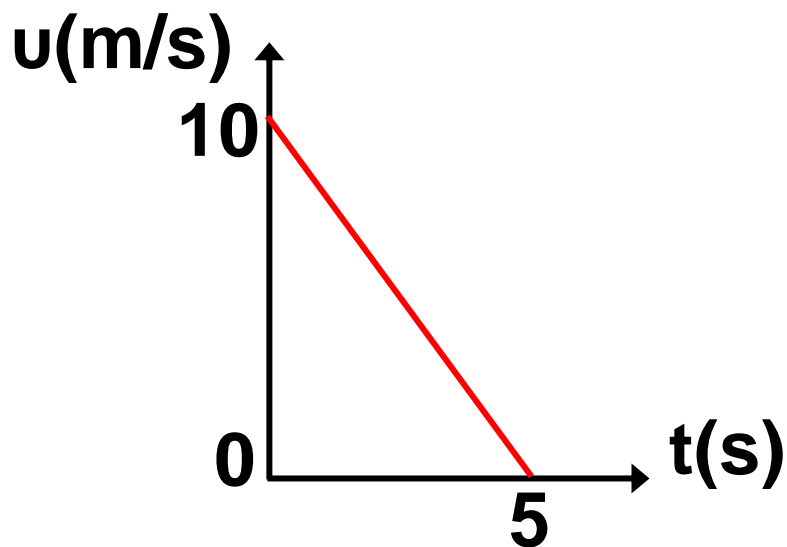
**11. Πώς γίνεται ο υπολογισμός της επιτάχυνσης ενός κινητού, το οποίο κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, από το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου;**

**12. Ένας σκιέρ κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντια πίστα και το διάγραμμα της θέσης του με το χρόνο φαίνεται στην εικόνα της επόμενης σελίδας. Μπορούμε από το διάγραμμα να συμπεράνουμε ότι η ταχύτητα του σκιέρ αυξάνεται;**



**13. Δύο μαθητές A και B συζητούν για ένα θέμα Φυσικής. Ο μαθητής A ρωτά τον B. “Στην εικόνα της επόμενης σελίδας φαίνεται το διάγραμμα της ταχύτητας ενός κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο. Μπορούμε να υπολογίσουμε το διάστημα που διέτρεξε το κινητό, μέχρι να σταματήσει;”**

**Ο μαθητής B αφού σκέφτηκε λίγο είπε: “Το διάστημα που διέτρεξε το κινητό είναι 25m”. Να εξετάσετε την ορθότητα της απάντησης του μαθητή B.**

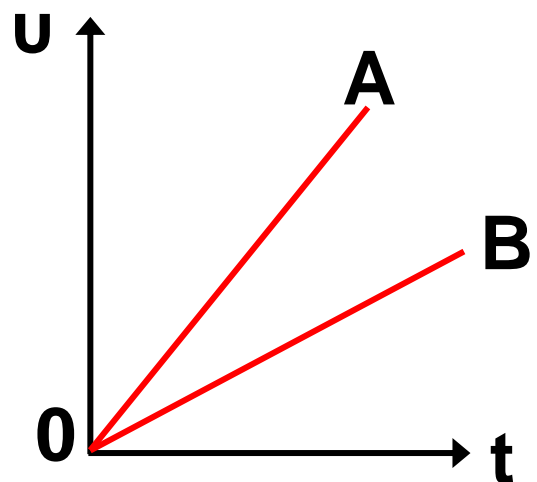


**14.** Στην εικόνα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα

δύο κινητών, που κινούνται ευθύγραμμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.

A. Να συγκρίνετε τις επιταχύνσεις των δυο κινητών.

B. Ποιο από τα δύο κινητά διανύει μεγαλύτερη απόσταση στον ίδιο χρόνο κίνησης; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



**15.** Να συμπληρώσετε τις προτάσεις: Α. Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση εκτελεί ένα κινητό, όταν η τροχιά που διαγράφει είναι ..... και το διάνυσμά της ..... μένει σταθερό ως προς την τιμή και .....

Β. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η μέση ταχύτητα είναι ..... με την τιμή της στιγμιαίας ταχύτητας.

Γ. Η επιτάχυνση ενός κινητού είναι μέγεθος ..... και η μονάδα της στο S.I. είναι το .....

**16.** Ένα όχημα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Να συμπληρωθεί ο πίνακας της επόμενης σελίδας.

$t(s)$	$v(m/s)$	$s(m)$
0	0	0
1	2	
		4
	8	

**17.** Για τρία οχήματα που κάνουν ευθύγραμμη κίνηση, ομαλή ή ομαλά επιταχυνόμενη δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

$t(s)$	A $v(m/s)$	B $v(m/s)$	Γ $s(m)$
0	4	2	0
1	4	4	5
2	4	6	10
3	4	8	15
4	4	10	20

Τι είδους κίνηση κάνει το κάθε όχημα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**18.** Η θέση ενός κινητού που κινείται σε ένα επίπεδο, προσδιορίζεται κάθε στιγμή αν:

**A.** Είναι γνωστές οι συντεταγμένες του κινητού  $(x,y)$  ως συναρτήσεις του χρόνου.

**B.** Είναι γνωστό το διάστημα που διάνυσε το κινητό.

**Γ.** Είναι γνωστή η μέση ταχύτητα του κινητού.

**19.** Μία κίνηση λέγεται ευθύγραμμη ομαλή όταν:

**A.** Το κινητό κινείται σε ευθεία γραμμή.

**B.** Η επιτάχυνση του κινητού είναι σταθερή.

**Γ.** Το κινητό σε ίσους χρόνους διανύει ίσα διαστήματα.

**Δ.** Το κινητό κινείται σε ευθεία γραμμή και η ταχύτητά του είναι σταθερή.

**20.** Η έκφραση  $1\text{m/s}^2$  δηλώνει ότι:

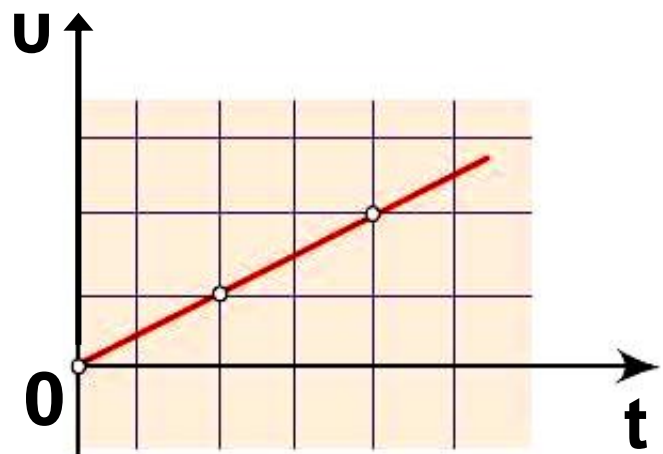
**A.** Η απόσταση του κινητού μεταβάλλεται κατά  $1\text{m}$  σε κάθε ένα δευτερόλεπτο.

**B.** Το διάστημα του κινητού μεταβάλλεται κατά  $1\text{m}$  σε κάθε ένα δευτερόλεπτο.

**Γ.** Η ταχύτητα του κινητού μεταβάλλεται κατά  $1\text{m/s}$  σε κάθε ένα δευτερόλεπτο.

**Δ.** Τίποτα από τα παραπάνω.

**21.** Στην εικόνα φαίνεται πως μεταβάλλεται η ταχύτητα ενός κινητού σε συνάρτηση με το



χρόνο, σε μια ευθύγραμμη κίνηση.

Η κίνηση που κάνει το σώμα είναι:

**A.** Ευθύγραμμη ομαλή.

**Β. Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.**

**Γ. Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.**

**Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.**

**22. Το διάστημα που διανύει ένα σώμα, αυξάνεται ανάλογα με το τετράγωνο του χρόνου.**

**Η κίνηση που κάνει το σώμα είναι:**

**Α. Ευθύγραμμη ομαλή.**

**Β. Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα.**

**Γ. Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.**

**Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.**

**23. Η ταχύτητα ενός κινητού που κάνει ευθύγραμμη κίνηση ελαττώνεται μέχρι να μηδενιστεί. Μετά το κινητό συνεχίζει την κίνησή του σε αντίθετη κατεύθυνση.**

Να χαρακτηρίσετε με (Σ) τις σωστές και με (Λ) τις λάθος προτάσεις.

Α. Το διάστημα που διανύει το κινητό συνέχεια αυξάνεται.

Β. Το διάστημα που διανύει το κινητό αυξάνεται και όταν γυρίσει προς τα πίσω αρχίζει να μειώνεται.

Γ. Η μετατόπιση του κινητού συνέχεια αυξάνεται.

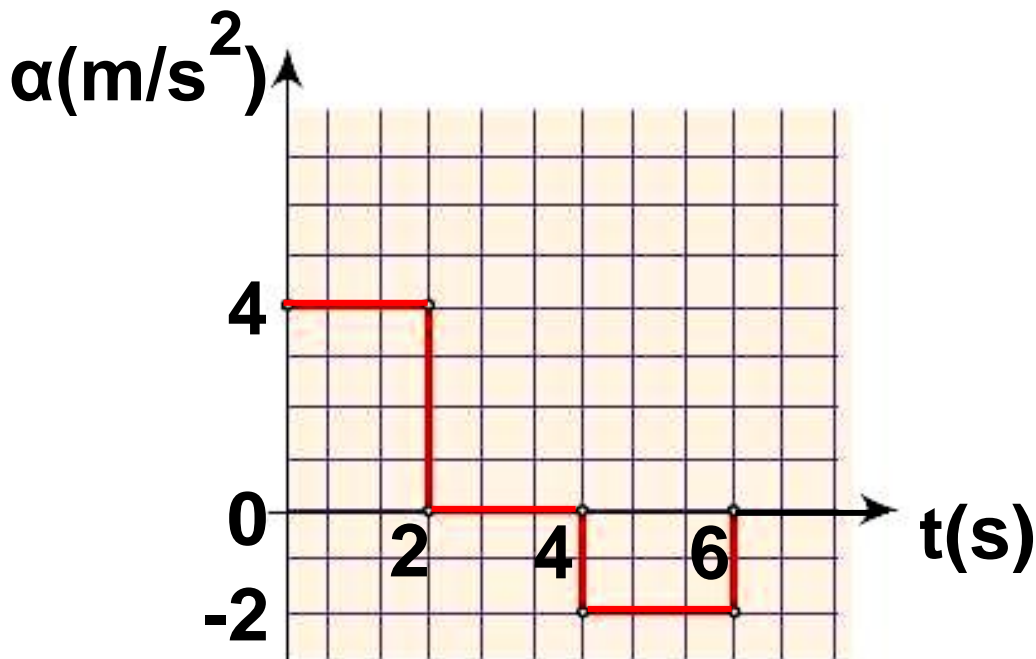
**24.** Στην εικόνα της επόμενης σελίδας δίνεται το διάγραμμα επιτάχυνση - χρόνος, ενός οχήματος που ξεκινά από την ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα για χρόνο  $t = 6s$ .

Να συμπληρωθούν τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους:

“ευθύγραμμη ομαλή”

“ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη”.

“ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη”.



A. Στο χρονικό διάστημα από 0-2s η κίνηση είναι .....

.....

B. Στο χρονικό διάστημα από 2s-4s η κίνηση είναι .....

.....

Γ. Στο χρονικό διάστημα από 4s-6s η κίνηση είναι .....

.....

**25. Να συμπληρωθούν τα κενά στις επόμενες προτάσεις:**

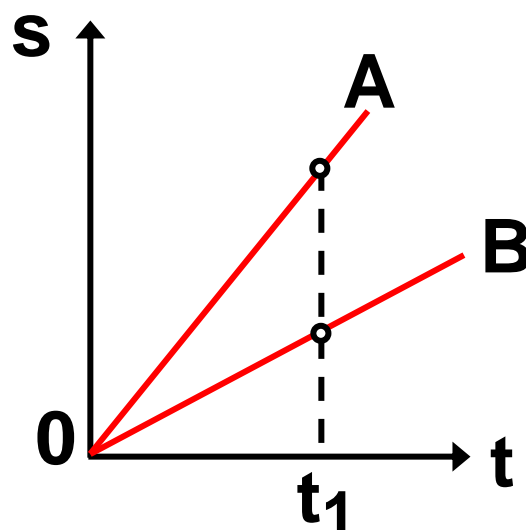
**A. Σε διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για ένα κινητό, από το ..... του τμήματος μεταξύ γραφικής παράστασης και άξονα χρόνου, υπολογίζουμε τη θέση του κινητού.**

**B. Σε ένα διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για ένα κινητό από την ..... της γραφικής παράστασης υπολογίζουμε την τιμή της επιτάχυνσης.**

**26. Στο διάγραμμα της εικόνας της επόμενης σελίδας φαίνεται η γραφική παράσταση διαστήματος - χρόνου για δύο κινητά A και B. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;**

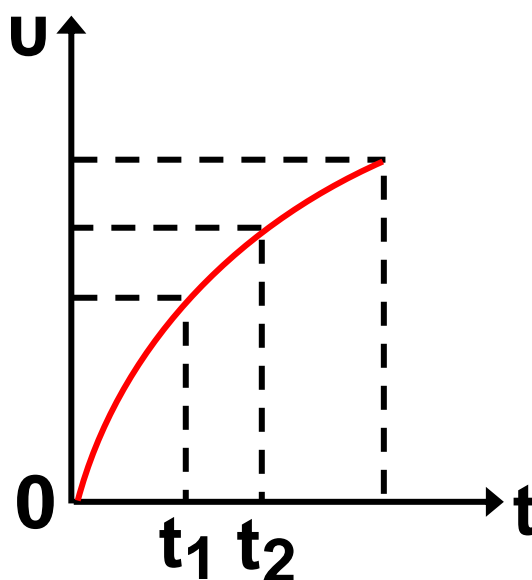
**A. Το κινητό A έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το B.**

- Β.** Το κινητό Β έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από το Α.  
**Γ.** Τα κινητά έχουν την ίδια ταχύτητα.  
**Δ.** Τα κινητά δεν έχουν ταχύτητα.



**27.** Ένα αυτοκίνητο κάνει ευθύγραμμη κίνηση και η ταχύτητά του μεταβάλλεται όπως φαίνεται στην εικόνα.

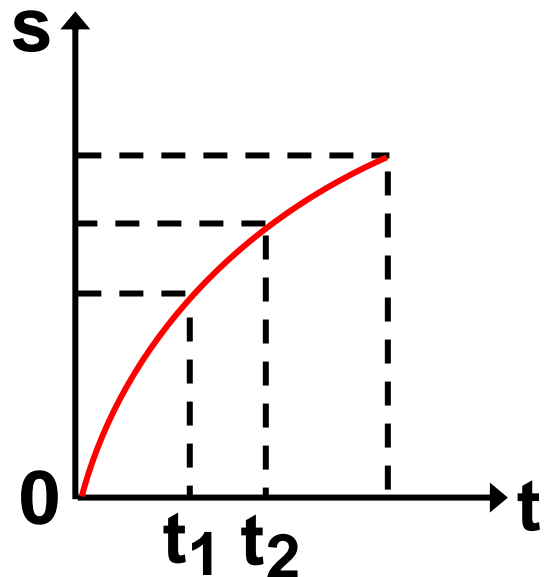
Να δικαιολογήσετε γιατί η κίνηση δεν είναι ομαλά επιταχυνόμενη. Σε ποια από τις χρονικές στιγμές  $t_1$  και



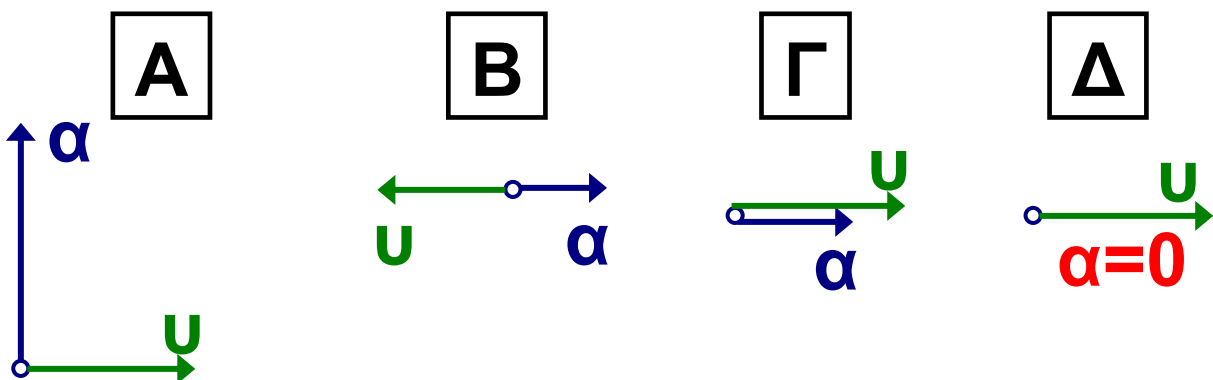
$t_2$  η επιτάχυνση του αυτοκινήτου είναι μεγαλύτερη;

**28.** Ένα κινητό κάνει ευθύγραμμη κίνηση και το διάστημα που διανύει μεταβάλλεται όπως στην εικόνα.

Σε ποια από τις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2$  η ταχύτητα του κινητού είναι μεγαλύτερη; Να δικαιολογήσετε γιατί η κίνησή του δεν είναι ομαλή.



**29.** Ποιο από τα διαγράμματα της εικόνας ανταποκρίνεται σε ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση;



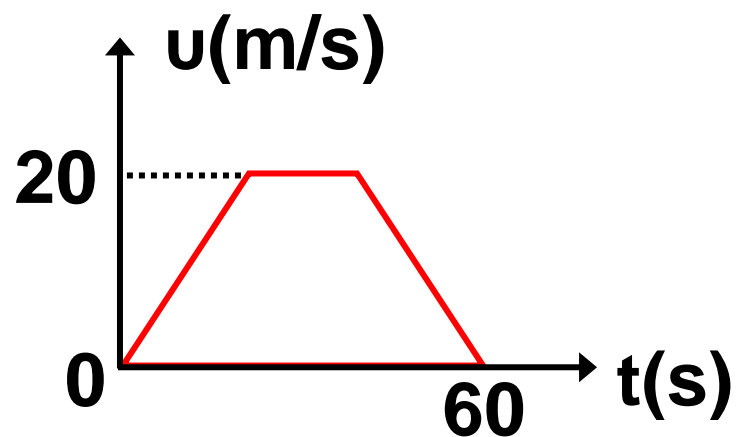
**30.** Στην εικόνα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, ενός αυτοκινήτου. Το εμβαδό του τραπέζιου αντιπροσωπεύει.

**A.** Την ταχύτητα του αυτοκινήτου.

**B.** Την επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

**Γ.** Το διανυόμενο διάστημα.

**Δ.** Δεν αντιπροσωπεύει τίποτα από αυτά.



**31.** Στην εικόνα της επόμενης σελίδας φαίνονται τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου για δύο δρομείς που κινούνται ευθύγραμμα.

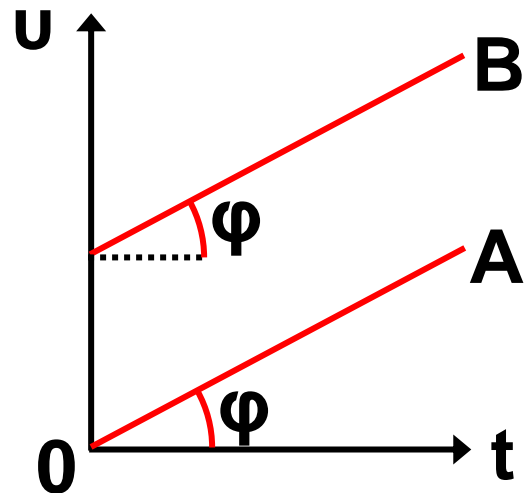
Με ποια από τις παρακάτω προτάσεις συμφωνείτε;

**A.** Οι δύο δρομείς κινούνται με την ίδια επιτάχυνση.

**Β. Οι δύο δρομείς κινούνται με την ίδια ταχύτητα.**

**Γ. Οι δύο δρομείς κινούνται ο ένας δίπλα στον άλλο.**

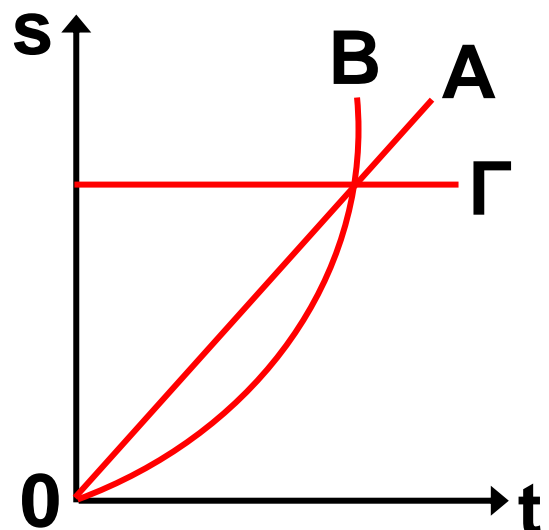
**Δ. Στον ίδιο χρόνο διανύουν ίσες αποστάσεις.**



**32. Στην εικόνα φαίνονται τα διαγράμματα διαστήματος - χρόνου για τρία σώματα  $A$ ,  $B$  και  $\Gamma$  που κινούνται ευθύγραμμα.**

**Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;**

**Α. Το σώμα  $A$  κινείται με σταθερή επιτάχυνση, το σώμα  $B$  κινείται με σταθερή ταχύτητα και το  $\Gamma$  είναι σταματημένο.**



**Α. Το σώμα  $A$  κινείται με σταθερή επιτάχυνση, το σώμα  $B$  κινείται με σταθερή ταχύτητα και το  $\Gamma$  είναι σταματημένο.**

**Β. Το σώμα Α κινείται με σταθερή ταχύτητα, το σώμα Β με σταθερή επιτάχυνση και το σώμα Γ είναι σταματημένο.**

**Γ. Το σώμα Α κινείται με σταθερή επιτάχυνση το σώμα Β είναι σταματημένο και το σώμα Γ με σταθερή ταχύτητα.**

**33. Το ταχύμετρο ενός αυτοκινήτου δείχνει:**

**Α. Την τιμή της στιγμιαίας ταχύτητας.**

**Β. Την τιμή της μέσης ταχύτητας.**

**Γ. Την ταχύτητα του αυτοκινήτου σε τιμή και κατεύθυνση.**

**Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.**

**34. Ο χιλιομετρητής ενός αυτοκινήτου δείχνει 24.532km. Η ένδειξη αυτή αντιπροσωπεύει:**

- A. Τη συνολική μετατόπιση του αυτοκινήτου.
- B. Το συνολικό διάστημα που έχει διανύσει το αυτοκίνητο.
- Γ. Κατά μέσο όρο τη μετατόπιση του αυτοκινήτου.
- Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

**35.** Να αντιστοιχίσετε τα φυσικά μεγέθη με τις μονάδες τους:

χρόνος	$m/s^2$
ταχύτητα	s
μετατόπιση	m/s
επιτάχυνση	m

**36.** Να κατατάξετε τα παρακάτω φυσικά μεγέθη σε μονόμετρα και διανυσματικά.

Χρόνος, ταχύτητα, μετατόπιση, επιτάχυνση, διάστημα.

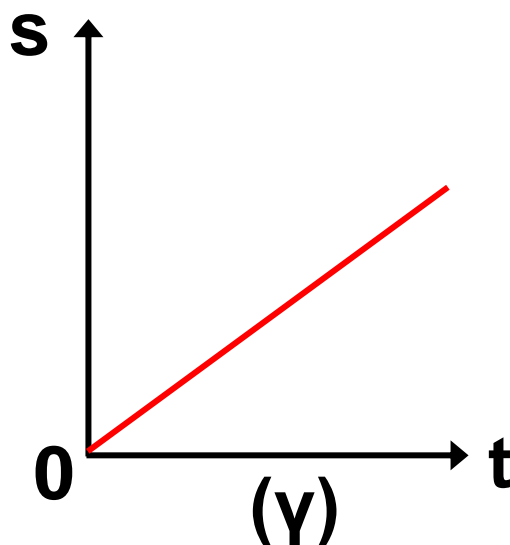
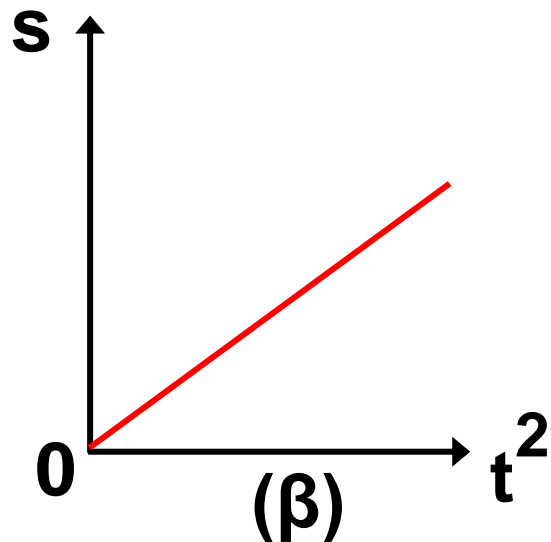
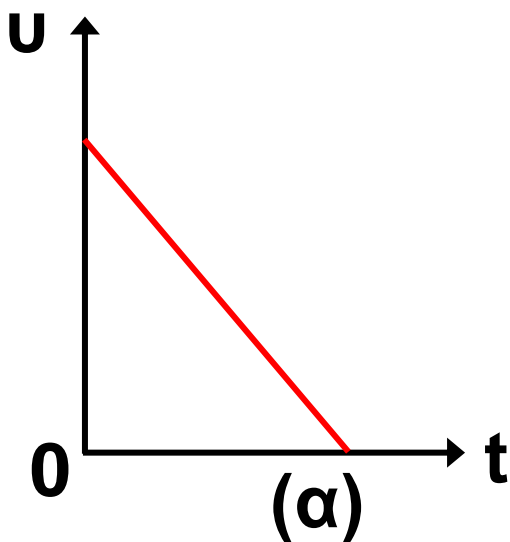
**37. Να αντιστοιχίσετε τα είδη κινήσεων με τα διαγράμματα. ευθύγραμμη ομαλή**

.....

**ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη**

.....

**ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη** .....



**38.** Ένα αυτοκίνητο προσπερνά ένα άλλο. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα δύο αυτοκίνητα βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο:

**A.** Η ταχύτητα του ενός είναι ίση με την ταχύτητα του άλλου.

**B.** Οι ταχύτητες τους είναι διαφορετικές. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**39.** Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου φρενάρει όταν βλέπει να ανάβει το πορτοκαλί φως στο σηματοδότη ενός δρόμου:

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

**A.** Η επιτάχυνση και η ταχύτητα έχουν αντίθετη φορά.

**B.** Η επιτάχυνση και η ταχύτητα έχουν την ίδια φορά.

**Γ.** Η επιτάχυνση έχει ίδια φορά με τη μεταβολή της ταχύτητας.

**Δ. Η επιτάχυνση έχει αντίθετη φορά με τη μεταβολή της ταχύτητας.**

**40. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις αν είναι σωστές (Σ), ή λανθασμένες (Λ).**

- Τη χρονική στιγμή που ξεκινά ένα ποδήλατο η ταχύτητά του είναι μηδέν.
- Τη χρονική στιγμή που ξεκινά ένα ποδήλατο η επιτάχυνσή του είναι μηδέν.
- Η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν την ίδια διεύθυνση στην ευθύγραμμη κίνηση.
- Η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν πάντοτε την ίδια φορά στην ευθύγραμμη κίνηση.

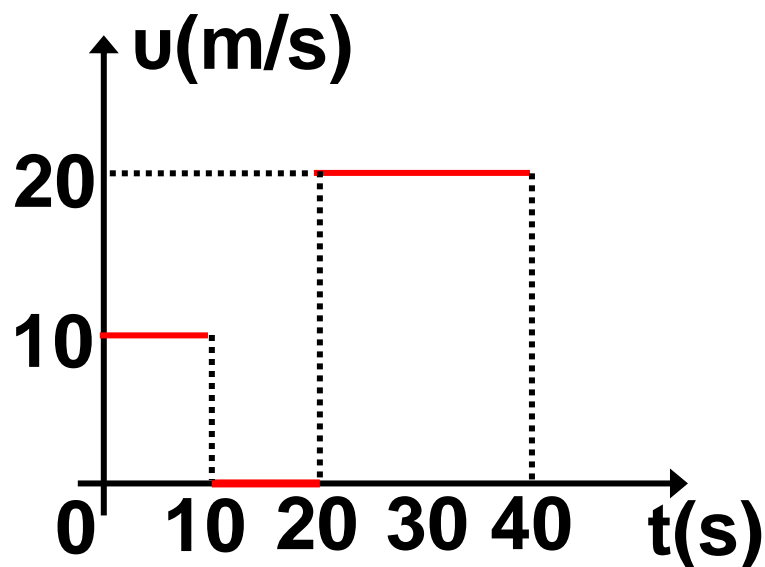
**41. Να περιγράψετε ένα τουλάχιστον τρόπο, με τον οποίο μπορείτε να διαπιστώσετε το είδος της κίνησης ενός ποδηλάτου.**

# ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα αυτοκίνητο διανύει απόσταση  $120\text{m}$  σε χρόνο  $4\text{s}$  με σταθερή ταχύτητα. Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας του αυτοκινήτου και να κάνετε τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου και διαστήματος - χρόνου.

2. Μια ατμομηχανή έχει μήκος  $\ell = 20\text{m}$ , κινείται με ταχύτητα  $u = 10\text{m/s}$  και περνά μια γέφυρα μήκους  $s = 1.980\text{m}$ . Για πόσο χρόνο θα βρίσκεται τμήμα της ατμομηχανής πάνω στη γέφυρα;

3. Όχημα κάνει ευθύγραμμη κίνηση και το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου φαίνεται στην εικόνα της επόμενης σελίδας.



**A. Να βρεθεί το συνολικό διάστημα που διανύει το όχημα.**

**B. Ποια είναι η τιμή της μέσης ταχύτητας του οχήματος;**

**Γ. Να γίνει το διάγραμμα διαστήματος -χρόνου.**

**4. Δύο αυτοκίνητα ξεκινάνε ταυτόχρονα από τα σημεία A και B μιας ευθύγραμμης διαδρομής κινούμενα αντίθετα με σταθερές ταχύτητες**

**$u_1 = 36\text{km/h}$  και  $u_2 = 54\text{km/h}$  αντίστοιχα.**

**A. Να βρεθεί μετά από πόσο χρόνο και σε ποιο σημείο θα συναντηθούν**

τα αυτοκίνητα, αν είναι  $AB = 1\text{km}$ .

B. Να γίνουν τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου και διαστήματος χρόνου και για τα δύο κινητά σε κοινά συστήματα αξόνων.

5. Περιπολικό αρχίζει να καταδιώκει μοτοσυκλετιστή που βρίσκεται σε απόσταση  $d = 500\text{m}$  μπροστά από το περιπολικό. Το περιπολικό έχει σταθερή ταχύτητα  $u_{\pi} = 30\text{m/s}$ , ενώ ο μοτοσυκλετιστής κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_{\mu} = 20\text{m/s}$ .

Να βρεθούν:

A. Ο χρόνος  $t$  που απαιτείται για να φτάσει το περιπολικό τον μοτοσυκλετιστή.

B. Το διάστημα που θα διανύσει το περιπολικό στο χρόνο αυτό.

**6. Η εξίσωση κίνησης ενός ποδηλάτη που κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά είναι:**

$$x=10t \text{ (} x \text{ σε m, } t \text{ σε s).}$$

**Να γίνει το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για την κίνηση αυτή, από  $t=0$  μέχρι  $t=5s$ .**

**Να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε ο ποδηλάτης σε  $5s$ .**

**7. Ένας μοτοσυκλετιστής ξεκινά από την ηρεμία και κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή επιτάχυνση  $2m/s^2$ .**

**Να υπολογιστούν:**

**A. Η ταχύτητά του μετά από  $15s$ .**

**B. Η απόσταση που διάνυσε στο χρόνο αυτό.**

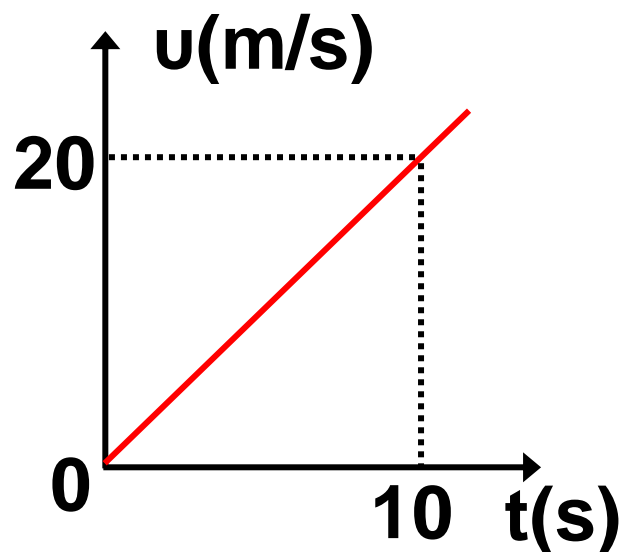
**8. Στην εικόνα της επόμενης σελίδας φαίνεται το διάγραμμα ταχύ-**

τητας - χρόνου για ένα κινητό που κάνει ευθύγραμμη κίνηση.

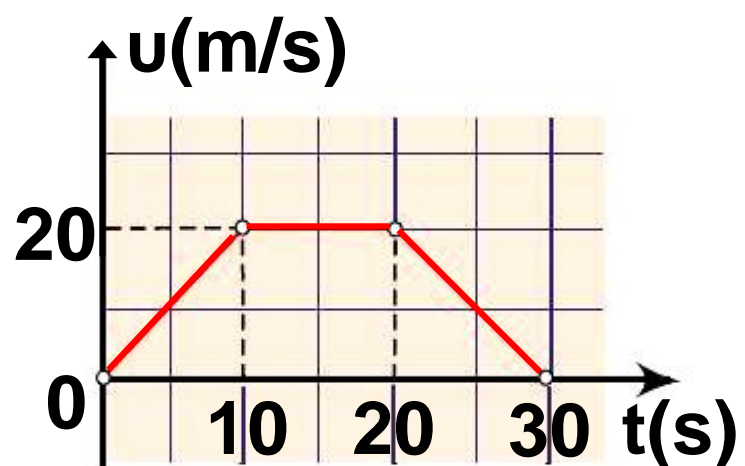
Να υπολογίσετε:

A. Το διάστημα που διάνυσε το κινητό σε χρόνο 10s.

B. Το διάστημα που διάνυσε το κινητό στο 2ο δευτερόλεπτο της κίνησής του.



9. Η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας ενός κινητού σε συνάρτηση



με το χρόνο, στα πρώτα 30s της κίνησής του δίνεται από το διάγραμμα της εικόνας.

Να υπολογιστούν:

**A. Το συνολικό διάστημα που διάνυσε το κινητό.**

**B. Η τιμή της μέσης ταχύτητας του κινητού.**

**10. Η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου σε μια ευθύγραμμη κίνηση δίνεται από τη σχέση**

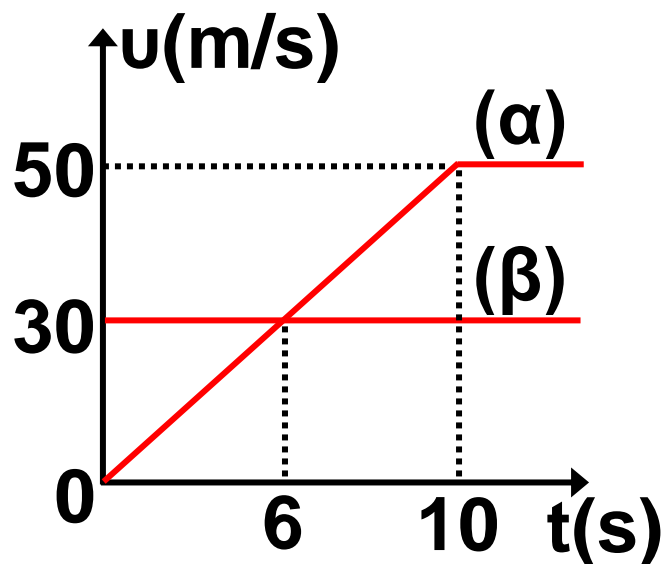
$$u = 8 + 2t \text{ (} u \text{ σε m/s, } t \text{ σε s).}$$

**Να βρείτε το διάστημα που διάνυσε το αυτοκίνητο από τη χρονική στιγμή 2s μέχρι τη χρονική στιγμή 4s.**

**\*11. Δύο κινητά βρίσκονται στο ίδιο σημείο ευθύγραμμου δρόμου και ξεκινούν ταυτόχρονα. Στο διάγραμμα της επόμενης σελίδας της εικόνας φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας - χρόνου για τα δύο αυτά κινητά.**

**Να υπολογιστούν:**

A. Σε ποια χρονική στιγμή η ταχύτητα των κινητών έχει την ίδια τιμή;  
B. Στα 10s πόσα m προηγείται το κινητό β του κινητού α;  
Γ. Σε ποια χρονική στιγμή συναντώνται τα κινητά;



12. Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Για να περάσει από δύο σημεία A και B που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $d=200\text{m}$  χρειάζεται χρόνο 10s. Αν η ταχύτητα του αυτοκινήτου τη στιγμή που περνά από το σημείο B είναι  $v_B = 30\text{m/s}$  να βρεθούν:

A. η ταχύτητά του όταν περνά από το σημείο A και

**B. η επιτάχυνσή του.**

**\*13. Αυτοκίνητο κινείται σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα μέτρου  $u_0 = 72\text{km/h}$ . Ξαφνικά σε απόσταση  $50\text{m}$  ο οδηγός βλέπει εμπόδιο. Ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού είναι  $t_1 = 0,7\text{s}$  (ο χρόνος από τη στιγμή που βλέπει το εμπόδιο μέχρι να πατήσει το φρένο).**

**Να εξετάσετε αν αποφεύγεται η σύγκρουση του αυτοκινήτου με το εμπόδιο. Η επιβράδυνση που προκαλούν τα φρένα είναι  $10\text{m/s}^2$ .**

**14. Τρένο μήκους  $\ell = 70\text{m}$  περνά από γέφυρα μήκους  $s = 55\text{m}$ . Το τρένο έχει αρχική ταχύτητα  $u_0 = 20\text{m/s}$  και τη στιγμή που φτάνει στην γέφυρα αρχίζει να επιταχύνεται ομαλά με  $a = 2\text{m/s}^2$ .**

Να βρείτε επί πόσο χρόνο βρίσκεται τμήμα του τρένου πάνω στη γέφυρα.

**15.** Οι εξισώσεις κίνησης δύο οχημάτων τα οποία κινούνται κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα  $Ox$  είναι:

$$x_1 = 10t \text{ και } x_2 = 4t^2 \text{ στο S.I.}$$

A. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που τα κινητά συναντώνται.

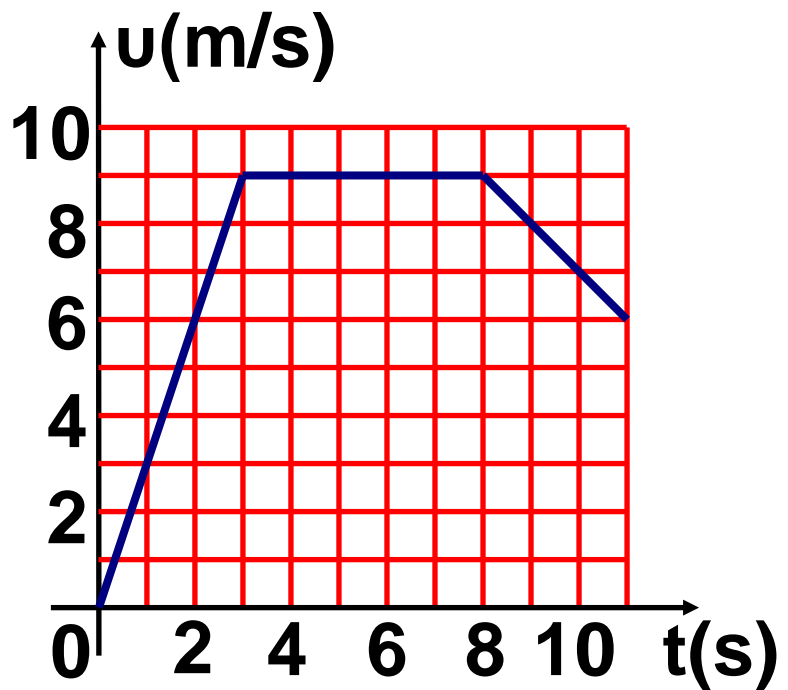
B. Να κατασκευάσετε τα διαγράμματα, ταχύτητας - χρόνου και διαστήματος - χρόνου.

**16.** Η κίνηση ενός δρομέα των 100m δίνεται προσεγγιστικά από το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου της επόμενης σελίδας.

Να υπολογίσετε:

A. Τη μέση ταχύτητα του δρομέα και

**B. Την επιτάχυνσή του, όπου η κίνηση είναι μεταβαλλόμενη.**



**17. Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_0 = 10 \text{ m/s}$  και ο οδηγός κάνοντας χρήση των φρένων προκαλεί στο αυτοκίνητο σταθερή επιβράδυνση  $a = 2 \text{ m/s}^2$ .**

**A. Μετά από πόσο χρόνο η ταχύτητα του αυτοκινήτου θα υποδιπλασιαστεί και πόσο διάστημα θα έχει διανύσει στο χρόνο αυτό;**

**B. Για πόσο χρόνο θα κινηθεί το αυτοκίνητο με τη σταθερή αυτή επιβράδυνση και πόσο διάστημα θα διανύσει;**

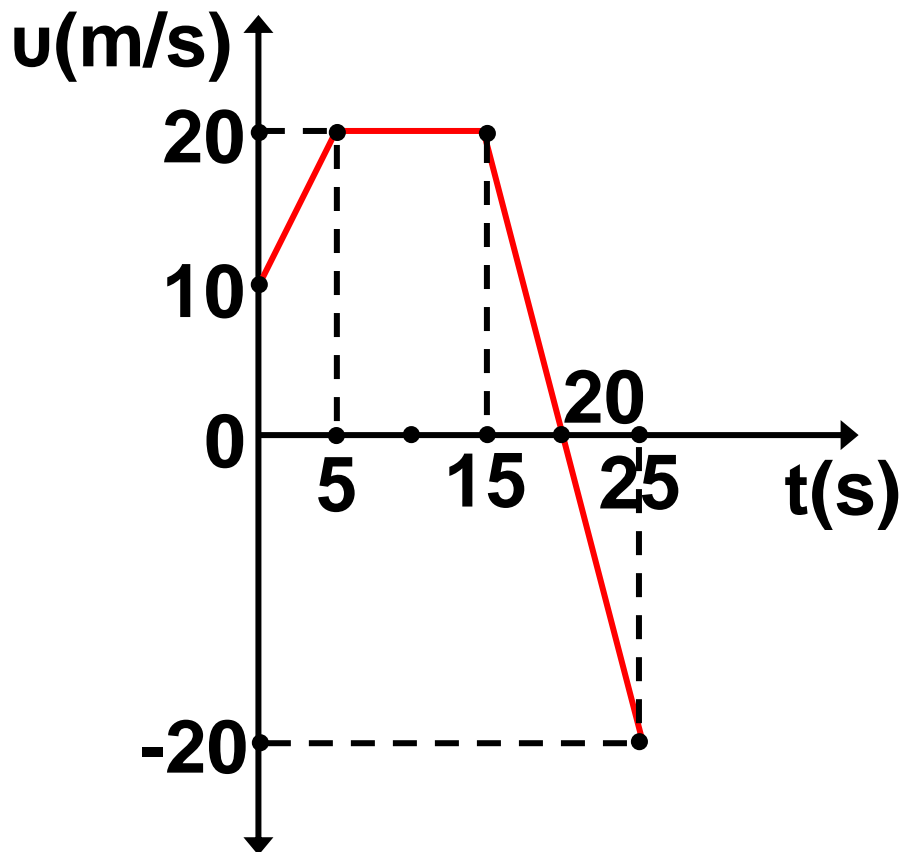
**\*18.** Ένα αυτοκίνητο και μια μοτοσυκλέτα είναι ακίνητα στην αρχή μιας αγωνιστικής πίστας. Το αυτοκίνητο ξεκινάει κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha_1 = 1,6 \text{ m/s}^2$  και 4 δευτερόλεπτα κατόπιν, ξεκινάει ο μοτοσυκλετιστής ο οποίος καταδιώκει το αυτοκίνητο με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha_2 = 2,5 \text{ m/s}^2$ .

**A.** Μετά από πόσο χρόνο, από το ξεκίνημα του αυτοκινήτου, ο μοτοσυκλετιστής θα φτάσει το αυτοκίνητο και τι διάστημα θα έχουν διανύσει μέχρι τότε;

**B.** Πόση είναι η ταχύτητα κάθε οχήματος τη στιγμή της συνάντησης και πόση η μέση ταχύτητα με την οποία κινήθηκε μέχρι τότε το αυτοκίνητο;

**Γ.** Να κάνετε για το αυτοκίνητο τα διαγράμματα  $v = f(t)$  και  $s = f(t)$ .

**19.** Στο διάγραμμα αποδίδεται γραφικά η ταχύτητα ενός κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο.



- A.** Να περιγράψετε την κίνηση του κινητού έως τη χρονική στιγμή 25s.
- B.** Να υπολογίσετε την επιτάχυνσή του, από τη χρονική στιγμή μηδέν έως τη χρονική στιγμή 5s.
- Γ.** Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το κινητό και τη μετατόπισή του για τα 25s της κίνησής του.

**Δ. Να βρείτε τη μέση ταχύτητα του  
κινητού στη διάρκεια των 25s.**

1.2

# Δυναμική σε μια διάσταση



**Σ**το πρώτο κεφάλαιο αυτού του βιβλίου μάθαμε να περιγράφουμε απλές κινήσεις διαφόρων σωμάτων. Έτσι παραδείγματος χάρη, μάθαμε να υπολογίζουμε την ταχύτητα που πρέπει να έχει ένα αυτοκίνητο για να διατρέξει μια απόσταση, σε συγκεκριμένο χρόνο ή πόσο χρόνο χρειάζεται ένας δρομέας για να διανύσει τα 100m, αν θεωρήσουμε την κίνησή του ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Όμως το να περιγράψουμε κινήσεις χωρίς ταυτόχρονα να γνωρίζουμε τις αιτίες που τις προκαλούν δεν είναι αρκετό, γιατί δε θα έχουμε πλήρη γνώση των φαινομένων. Έτσι δε θα μπορούμε να ελέγξουμε και να προβλέψουμε τις κινήσεις που μπορούν να εκτελέσουν τα σώματα. Τα ταξίδια στο διάστημα παραδείγματος χάρη, θα ήταν αδύ-

νατο να πραγματοποιηθούν αν δε γνωρίζαμε λεπτομερώς πώς μπορούν να κινηθούν τα διαστημόπλοια.

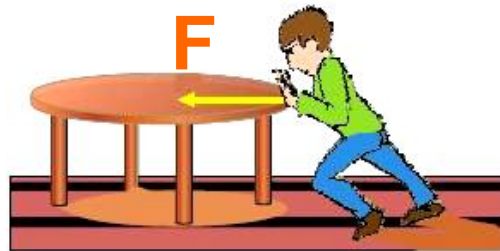
Σ' αυτό και στο επόμενο κεφάλαιο, θα μελετήσουμε τις δυνάμεις που είναι τα αίτια που προκαλούν τις κινήσεις ή ακριβέστερα τις μεταβολές των κινήσεων των σωμάτων. Επίσης θα αναφερθούμε στο βάρος και τη μάζα των σωμάτων, στην ελεύθερη πτώση τους κ.τ.λ.

Η ενότητα της Φυσικής που μελετά τις δυνάμεις και τα αποτελέσματά τους, λέγεται **Δυναμική**.

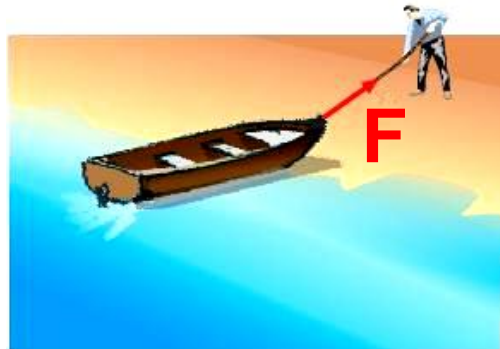
Αρχικά θα μελετήσουμε τη σχέση της δύναμης με την κίνηση σε μια μόνο διάσταση, δηλαδή σε ευθεία γραμμή.

## 1.2.1 Η έννοια της δύναμης

Όλοι οι άνθρωποι έχουν την εμπειρία της δύναμης. Ο καθένας μας έχει σπρώξει ή σύρει αντικείμενα. Για την ώθηση ή την έλξη αντικειμένων απαιτείται η άσκηση δύναμης (Εικ. 1.2.1).



**Εικόνα 1.2.1**  
Με τη δύναμη έλκουμε ή απωθούμε τα σώματα.



Γενικότερα μια δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα είναι δυνατό να το παραμορφώσει, να το σταματήσει όταν κινείται, να το κινήσει όταν

**είναι ακίνητο ή να του αλλάξει την κίνηση όταν κινείται.**

**Είναι σημαντικό να τονίσουμε εξ' αρχής ότι για να ασκηθεί μια δύναμη σε ένα σώμα είναι απαραίτητη η ύπαρξη ενός δεύτερου σώματος, που είναι είτε σε επαφή είτε σε κάποια απόσταση από το πρώτο. Η δύναμη είναι αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο σωμάτων.**

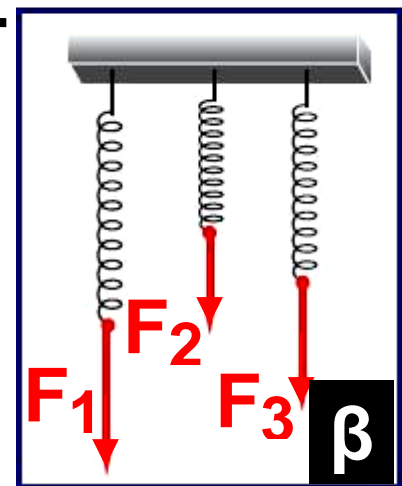
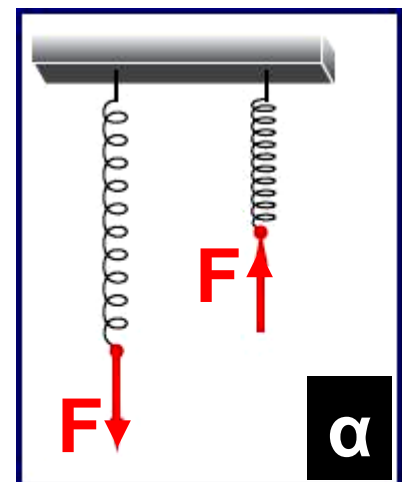
**Πιο αναλυτικά όμως για το θέμα αυτό θα αναφερθούμε στις παραγράφους 1.3.1 και 1.3.2 του επόμενου κεφαλαίου.**

**Το αποτέλεσμα μιας δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα, εξαρτάται τόσο από την τιμή της όσο και από την κατεύθυνσή της. Στην εικόνα 1.2.2α φαίνονται δυνάμεις ίδιου μέτρου αλλά διαφορετικής φοράς, που προκαλούν συσπείρωση και επιμήκυνση του ίδιου**

ελατηρίου αντίστοιχα, ενώ στην εικόνα 1.2.26 δυνάμεις ίδιας κατεύθυνσης διαφορετικού μέτρου να προκαλούν διαφορετική επιμήκυνση του ίδιου ελατηρίου.

### Εικόνα 1.2.2

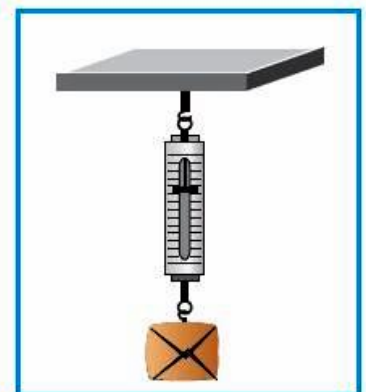
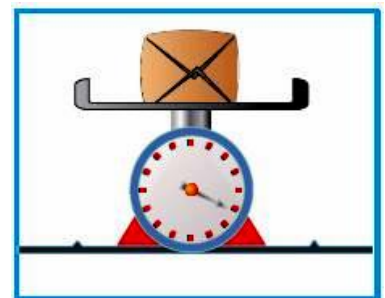
Στην εικόνα α, οι δυνάμεις, παρόλο που έχουν το ίδιο μέτρο, προκαλούν διαφορετικά αποτελέσματα, γιατί έχουν διαφορετική φορά. Στην εικόνα β, δυνάμεις διαφορετικού μέτρου προκαλούν διαφορετικά αποτελέσματα.



Η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος δηλαδή για τον προσδιορισμό της απαιτείται να γνωρίζουμε την κατεύθυνσή της (διεύθυνση και

φορά) και την τιμή της. Η τιμή της δύναμης είναι το στοιχείο εκείνο που καθορίζει πόσο πολύ ή πόσο δυνατά η δύναμη σπρώχνει ή έλκει ένα σώμα.

Η μονάδα μέτρησης της δύναμης στο Διεθνές Σύστημα (S.I.) είναι το 1Newton (Νιούτον) ή 1N. Η ονομασία προέρχεται από το όνομα του Νεύτωνα (Newton). Τον τρόπο με τον οποίο ορίζεται το 1N θα τον συναντήσουμε στη παράγραφο 1.2.4.



### Εικόνα 1.2.3

- α. Ζυγός ελατηρίου.
- β. Δυναμόμετρο.

## Μέτρηση της δύναμης

Μια δύναμη μπορεί να μετρηθεί με το ζυγό ελατηρίου (Εικ. 1.2.3α) ή με το δυναμόμετρο (Εικ. 1.2.36).

Στο ζυγό με ελατήριο το ελατήριο είναι κλεισμένο για λόγους προστασίας μέσα σε κουτί και στο ένα άκρο του έχει στερεωμένο ένα δείκτη.

Η αρχή μέτρησης της δύναμης με τα παραπάνω όργανα στηρίζεται στην ελαστική παραμόρφωση που αυτή προκαλεί. Όταν από το ελατήριο κρεμάσουμε ένα σώμα, η επιμήκυνση εξαρτάται από το βάρος του σώματος αυτού. Διπλάσιο βάρος προκαλεί διπλάσια επιμήκυνση. Έτσι κρεμώντας διαφορετικά σώματα γνωστών βαρών και σημειώνοντας τις αντίστοιχες επιμηκύνσεις είναι δυνατό να βαθμολογή-

σουμε το ελατήριο και να κατασκευάσουμε ένα δυναμόμετρο.

## Εφαρμογή

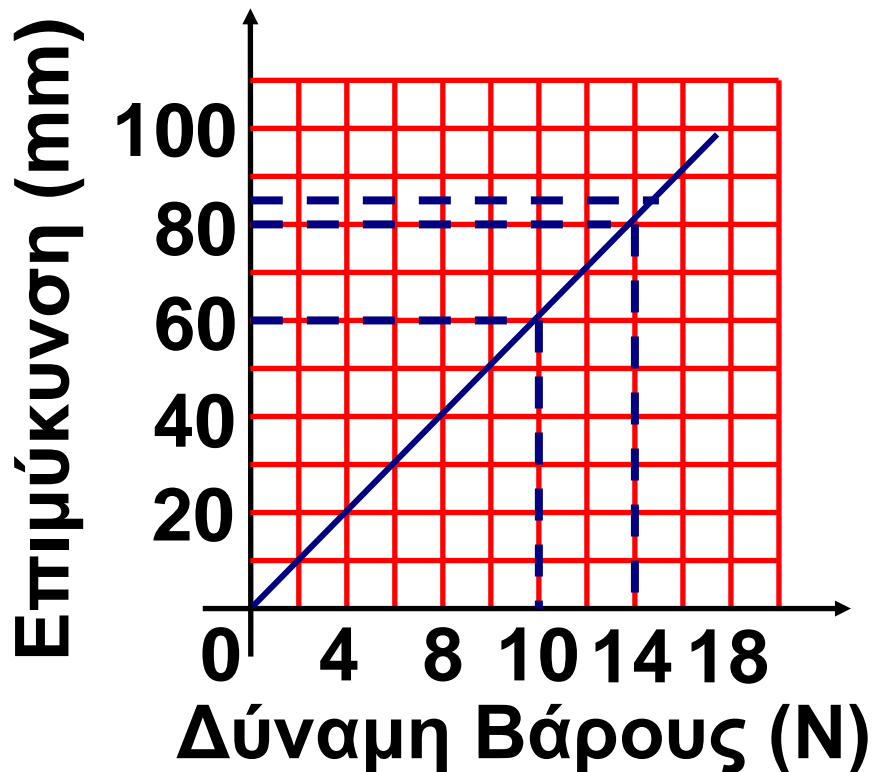
### Μέτρηση δύναμης.

Δύο κορίτσια αγόρασαν ένα πεπόνι και θέλουν να το ζυγίσουν. Δεν έχουν ζυγαριά αλλά ένα ελατήριο και ένα πακέτο ζάχαρη του ενός kg. Η σακούλα με τη ζάχαρη επιμηκύνει το ελατήριο 60mm. Το πεπόνι προκαλεί μια επιμήκυνση 84mm. Πόσο είναι το βάρος του;

Η μάζα της ζάχαρης είναι 1kg. Οπότε το βάρος της (η δύναμη της βαρύτητας πάνω της) είναι 10N.

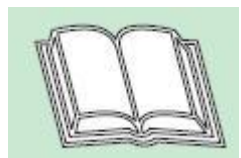
Αυτή τεντώνει το ελατήριο κατά 60mm, άρα μπορούμε να σχεδιάσουμε μία γραφική παράσταση της δύναμης που επιμηκύνει το ελατή-

ριο σε συνάρτηση με την επιμήκυνση.



Από το διάγραμμα αυτό μπορεί να υπολογιστεί η δύναμη, όταν κρέμεται το πεπόνι από το ελατήριο, η οποία είναι 14N. (Αυτό σημαίνει ότι η μάζα είναι 1,4kg).

## Ελαστική παραμόρφωση



Η παραμόρφωση ενός σώματος λέγεται ελαστική όταν το σώμα επανέρχεται στην αρχική του

μορφή, μόλις πάψει να ενεργεί σε αυτό η δύναμη που προκάλεσε την παραμόρφωσή του. Παραδείγματος χάρη, το κοντάρι του άλτη στη διπλανή εικόνα υφίσταται ελαστική παραμόρφωση.



## **Νόμος του Hooke.**

Ο νόμος του Hooke διατυπώνεται ως εξής:

“Οι ελαστικές παραμορφώσεις είναι ανάλογες με τις δυνάμεις που τις προκάλεσαν”.

Η μαθηματική έκφραση του νόμου του Hooke, για τα ελατήρια, είναι:  $F = K x$ .

Η σταθερά  $K$  ονομάζεται σταθερά του ελατηρίου και εξαρτάται από τη φύση και τα γεωμετρικά χαρακτη-

ριστικά του ελατηρίου (μήκος, πάχος κ.λπ.) και  $x$  η μεταβολή του μήκους του.

## 1.2.2 Σύνθεση συγγραμμικών δυνάμεων



### Εικόνα 1.2.4

Οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  μπορούν να αντικατασταθούν από μία δύναμη.

Στην εικόνα 1.2.4 φαίνεται ένα κιβώτιο που προσπαθούν να το κινήσουν δύο άνθρωποι με τη βοήθεια σχοινιού. Θα ήταν δυνατόν

**άραγε οι δύο δυνάμεις που ασκούν οι άνθρωποι, να αντικατασταθούν με μια δύναμη, την οποία θα ασκούσε ίσως ένα όχημα και η οποία να έφερνε το ίδιο αποτέλεσμα με αυτές; Η απάντηση είναι ναι.**

**Γενικότερα, σε κάποιο σώμα που επενεργούν δύο ή περισσότερες δυνάμεις ταυτόχρονα, στο ίδιο σημείο του, υπάρχει μια δύναμη που μπορεί να αντικαταστήσει τις δυνάμεις αυτές και να επιφέρει το ίδιο αποτέλεσμα. Η δύναμη αυτή λέγεται συνισταμένη (πολλές φορές συμβολίζεται με  $\Sigma F$ ) και οι δυνάμεις που αντικαθιστά λέγονται συνιστώσες της.**

**Τη διαδικασία που ακολουθούμε για τον προσδιορισμό της συνισταμένης δύναμης δύο ή περισσότερων δυνάμεων, που ενεργούν στο**

ίδιο σώμα, την ονομάζουμε **σύνθεση δυνάμεων**.

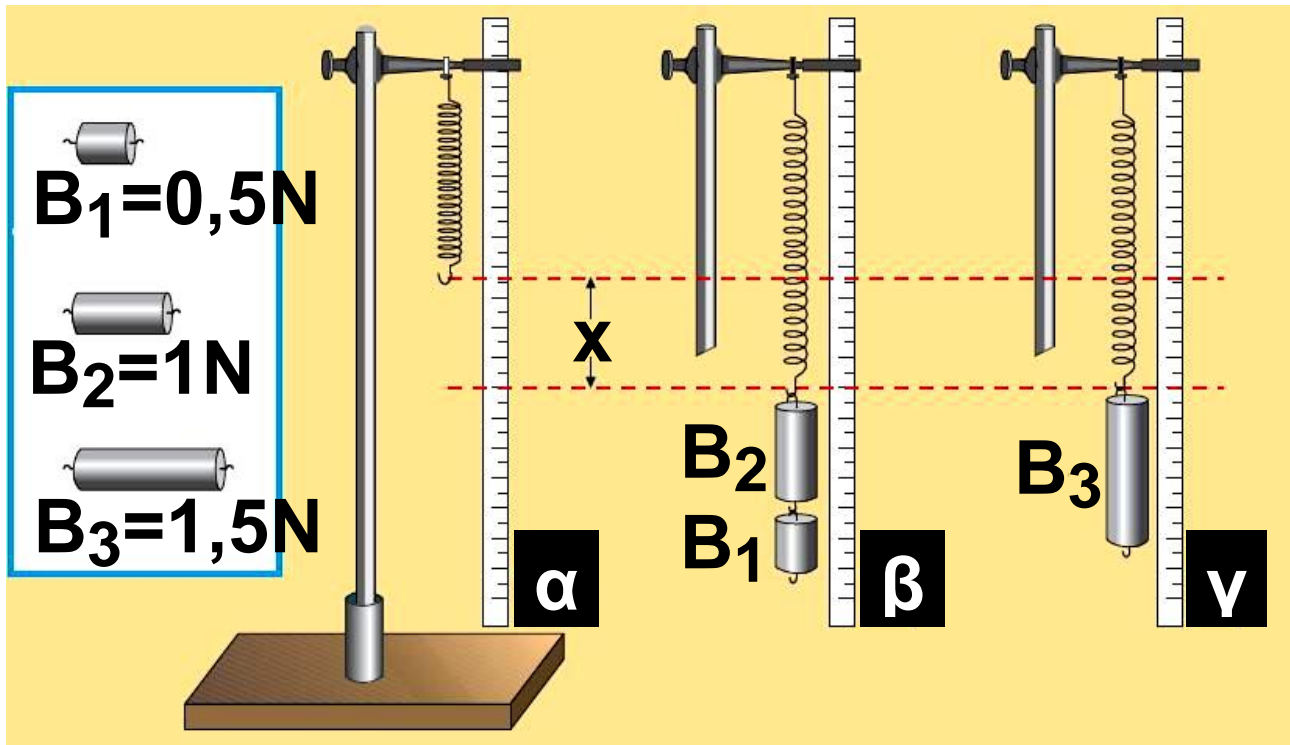
Επειδή η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος, οι δυνάμεις προστίθενται διανυσματικά. Στο κεφάλαιο αυτό θα δούμε πώς βρίσκεται η συνισταμένη συγγραμμικών δυνάμεων.

## **Δραστηριότητα**

**Σύνθεση δύο συγγραμμικών δυνάμεων.**

α) Δυνάμεις της ίδιας κατεύθυνσης.

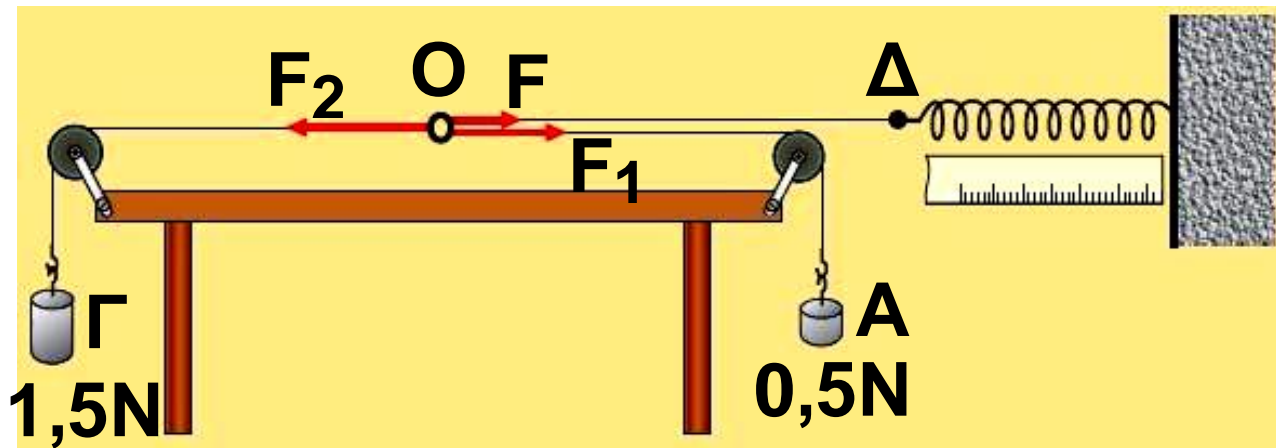
Πραγματοποιήστε τη διάταξη της εικόνας 1α. Κρεμάστε από το άκρο του ελατηρίου δύο βαρίδια με βάρη  $B_1 = 0,5\text{N}$  και  $B_2 = 1\text{N}$  (Εικ. 1β). Μετρήστε την επιμήκυνση του ελατηρίου.



## Εικόνα 1

Σύνθεση δύο δυνάμεων ίδιας κατεύθυνσης.

Αντικαταστήστε τα δύο βαρίδια με το βαρίδι  $B_3$  που έχει βάρος  $1,5\text{N}$  (Εικ. 1γ). Μετρήστε και πάλι την επιμήκυνση του ελατηρίου και συγκρίνετέ την με την προηγούμενη. Τι διαπιστώνετε; Τι συμπεραίνετε;



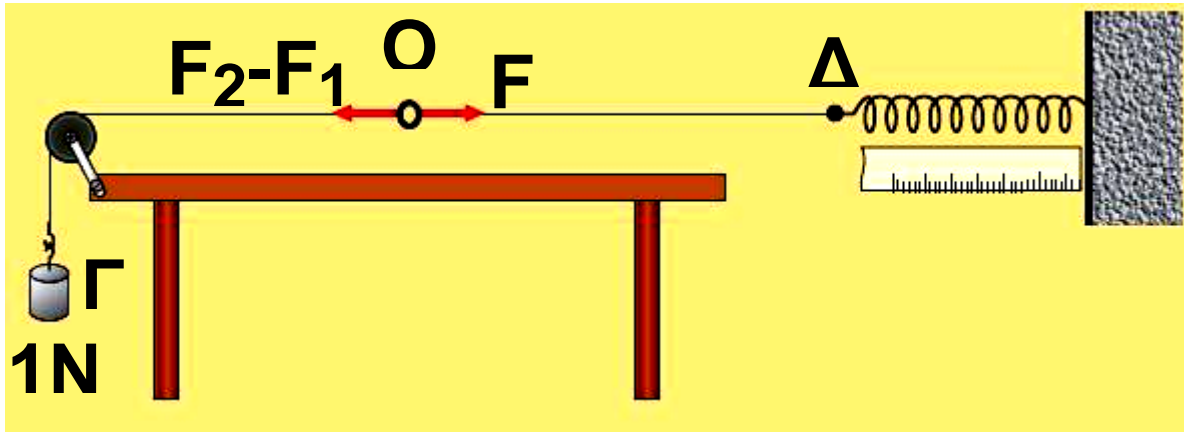
## Εικόνα 2α

Σύνθεση δυνάμεων αντίθετης κατεύθυνσης.

β) Δυνάμεις αντίθετης κατεύθυνσης.

Πραγματοποιήστε τη διάταξη της εικόνας 2α. Οι δύο τροχαλίες σε πλαίσιο είναι στερεωμένες στο τραπέζι με τη βοήθεια σφιγκτήρων. Τα τρία άκρα των τριών νημάτων είναι ενωμένα σε ένα σημείο (O).

Τα άλλα άκρα των νημάτων έχουν θηλειές για να προσαρμόζονται σ' αυτές δυναμόμετρο και βαρίδια.



## Εικόνα 2β

Αναρτήστε από τις θηλειές Α και Γ δύο βαρίδια με βάρη  $0,5\text{N}$  και  $1,5\text{N}$  και ισοροπήστε το σημείο Ο τραβώντας το άκρο Δ με ελατήριο. Μετρήστε το μήκος του ελατηρίου.

Αφαιρέστε τα βαρίδια από τα άκρα Α και Γ και αναρτήστε στο Γ ένα βαρίδι, του οποίου το βάρος είναι ίσο με τη διαφορά των βαρών των δύο βαριδίων, δηλαδή  $1\text{N}$  (Εικ. 2β). Μετρήστε πάλι το μήκος του ελατηρίου. Προκαλείται και στην περίπτωση αυτή η ίδια επιμήκυνση του ελατηρίου;

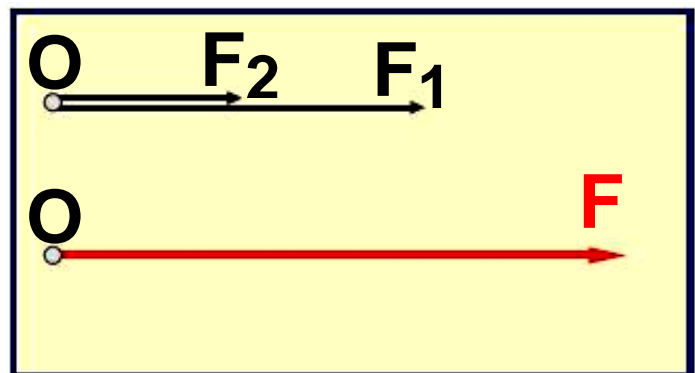
Ποια σχέση υπάρχει μεταξύ  $F$ ,  $F_2$ ,  $F_1$ ;

Από την παραπάνω δραστηριότητα προκύπτουν τα εξής:

**1η) Περίπτωση:** Οι δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση.

Αν δύο δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση η

συνισταμένη τους (διανυσματικό άθροισμα) έχει τιμή ίση με το άθροισμα των



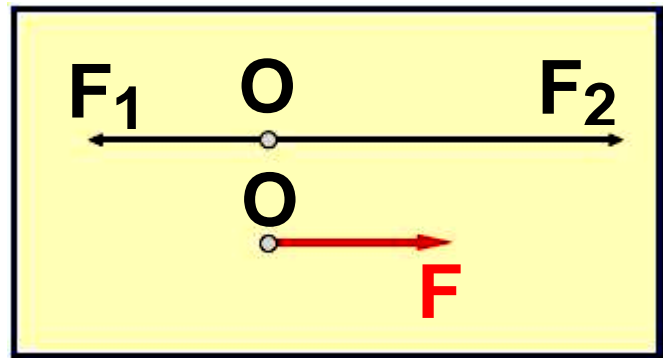
**Εικόνα 1.2.5**

τιμών των συνιστωσών δυνάμεων και φορά τη φορά τους (Εικ. 1.2.5).

$$F = F_1 + F_2 \quad (1.2.1)$$

**2η) Περίπτωση:** Οι δυνάμεις έχουν αντίθετη κατεύθυνση.

Η συνισταμένη δύο δυνάμεων που έχουν αντίθετη κατεύθυνση έχει τιμή ίση με τη διαφορά των τιμών των δυνάμεων και κατεύθυνση αυτή που αντιστοιχεί στη δύναμη με τη μεγαλύτερη τιμή (Εικ. 1.2.6):



**Εικόνα 1.2.6**

$$F = F_2 - F_1 \quad (1.2.2)$$

Γενικότερα, για τη σύνθεση πολλών συγγραμμικών δυνάμεων που ασκούνται στο ίδιο σημείο ενός σώματος ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

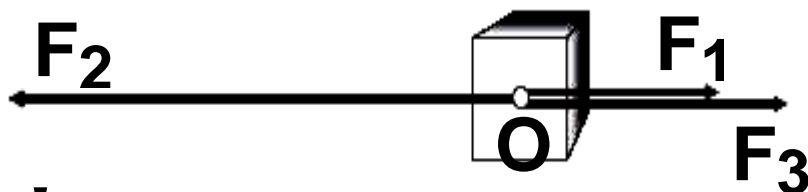
Επιλέγουμε αυθαίρετα μια θετική φορά. Προσθέτουμε τα μέτρα των δυνάμεων με θετική φορά. Κατόπιν προσθέτουμε τα μέτρα των δυνάμεων με αρνητική φορά. Στη συνέ-

χρεια, αφαιρούμε από το άθροισμα των μέτρων των δυνάμεων με θετική φορά, το άθροισμα των μέτρων των δυνάμεων με αρνητική φορά. Αν το αποτέλεσμα είναι θετικός αριθμός η συνισταμένη έχει θετική φορά, ενώ αν είναι αρνητικός αριθμός η συνισταμένη έχει αρνητική φορά.

## Παράδειγμα

Να βρεθεί η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' ένα σώμα όπως φαίνεται στην εικόνα.

Δίνονται:  $F_1 = 10\text{N}$ ,  $F_2 = 25\text{N}$  και  $F_3 = 12\text{N}$ .

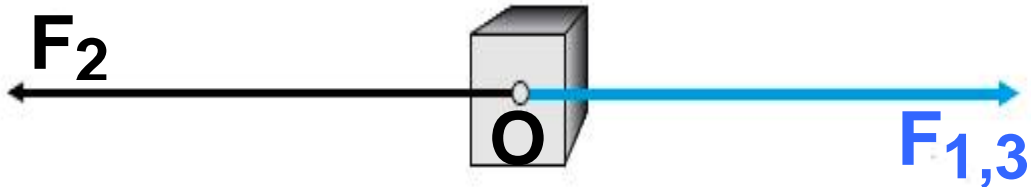


α' τρόπον.

Βρίσκουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων  $F_1$  και  $F_3$ , που έχει μέτρο:

**101 / 79-80**

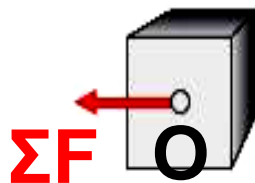
$$F_{1,3} = F_1 + F_3 \quad \text{ή}$$
$$F_{1,3} = 10\text{N} + 12\text{N} = 22\text{N}$$



Η κατεύθυνση της δύναμης  $F_{1,3}$  είναι ίδια με αυτή που έχουν οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_3$ .

Βρίσκουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων  $F_{1,3}$  και  $F_2$ , που έχει μέτρο:

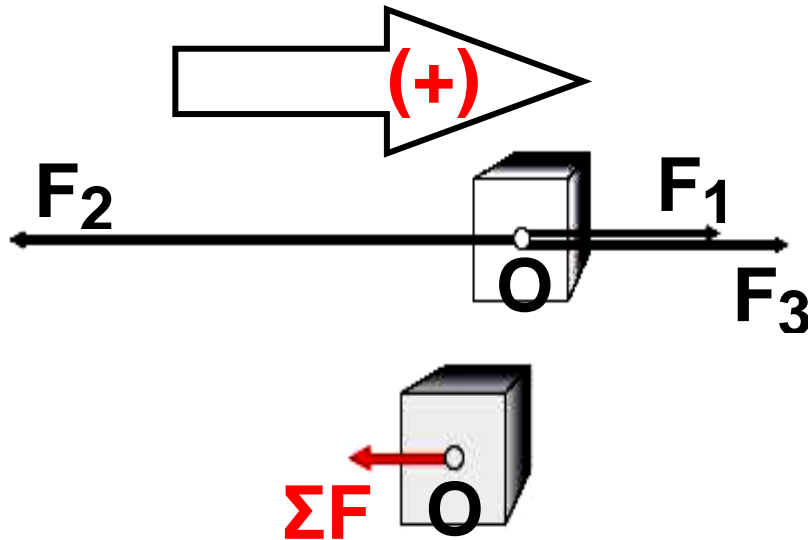
$$\Sigma F = F_2 - F_{1,3} \quad \text{ή}$$
$$\Sigma F = 25\text{N} - 22\text{N} = 3\text{N}$$



Η κατεύθυνση της δύναμης  $F$  είναι ίδια με αυτή της δύναμης  $F_2$ .

**β' τρόπος.**

**Μπορούμε να εργαστούμε και ως εξής:**



**Επιλέγουμε ως θετική φορά τη φορά της δύναμης  $F_1$ . Τότε η συνισταμένη  $\Sigma F$  θα ισούται:**

$$\begin{aligned}\Sigma F &= F_1 - F_2 + F_3 \quad \text{ή} \\ \Sigma F &= 10\text{N} - 25\text{N} + 12\text{N} \quad \text{ή} \\ \Sigma F &= -3\text{N}.\end{aligned}$$

**Η κατεύθυνση της δύναμης  $F$  είναι αντίθετη με τη φορά που επιλέξαμε ως θετική, δηλαδή έχει φορά ίδια με αυτή της δύναμης  $F_2$ .**

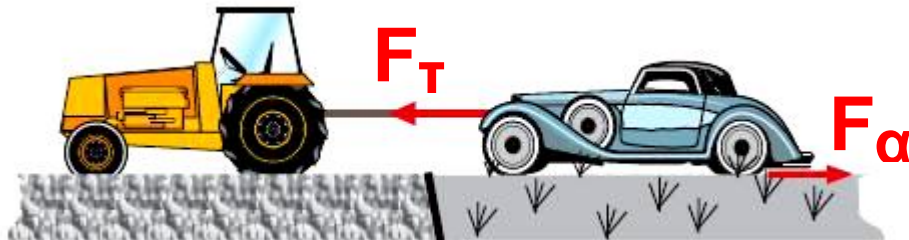
## Εφαρμογές

1) Δύο ομάδες παιδιών προσπαθούν να νικήσει η μία την άλλη στο παιγνίδι με το σχοινί (διελκυστίδα). Παρόλο που στο σημείο  $\Sigma$  του σχοινιού ασκούνται δυνάμεις αυτό δε μετακινείται, διότι η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν.



2) Το Ι.Χ. αυτοκίνητο “κόλλησε” στη λάσπη και το τρακτέρ προσπαθεί να το βγάλει. Είναι φανερό ότι αν το μέτρο της δύναμης  $F_T$ , που ασκεί το τρακτέρ είναι μεγαλύτερο

από το μέτρο της δύναμης  $F_\alpha$ , το αυτοκίνητο θα απομακρυνθεί από τη λάσπη.



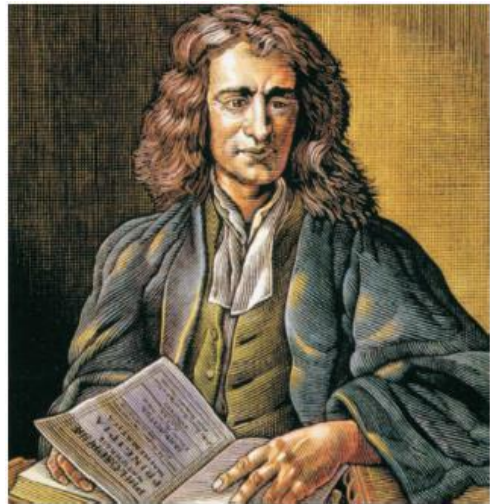
## ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

Το 1687, ο Άγγλος Φυσικός και Μαθηματικός, Ισαάκ Νεύτων, δημοσίευσε τους νόμους της Μηχανικής, οι οποίοι διέπουν την κίνηση των σωμάτων και συσχετίζουν την κίνηση με τη δύναμη.

Οι νόμοι αυτοί ίσχυσαν αμετάβλητοι για περισσότερο από διακόσια χρόνια και επαληθεύτηκαν αναρίθμητες φορές. Η καθολική ισχύς τους αμφισβητήθηκε από τον Αϊνστάιν.

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε τους δύο πρώτους νόμους του Νεύτωνα, ο τρίτος νόμος θα μελετηθεί στο επόμενο κεφάλαιο.

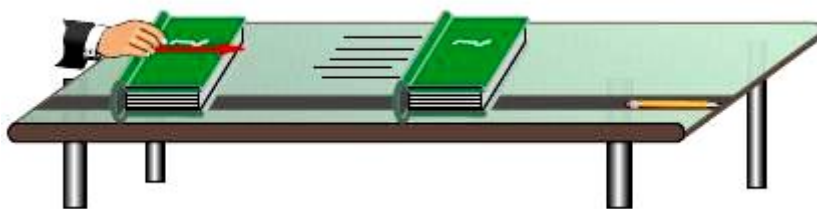
**Isaac Newton**  
(1642-1727)



### **1.2.3 Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα**

Δώσε μια ώθηση στο βιβλίο σου πάνω στο θρανίο, εικόνα 1.2.7, και παρατήρησε τι θα συμβεί. Είναι βέβαιο ότι πριν το κάνεις γνωρίζεις από την εμπειρία σου την απάντηση. Το βιβλίο θα διανύσει μικρή απόσταση και θα σταματήσει. Αυτή η εμπειρία οδήγησε στο συμπέρα-

σμα που διατύπωσε ο Αριστοτέλης και ίσχυσε ως το Μεσαίωνα, ότι η φυσική κατάσταση των σωμάτων είναι η ακινησία. Κατά την άποψη αυτή όλα τα αντικείμενα κινούνται μόνο εάν κάποια δύναμη προκαλεί την κίνησή τους. Δηλαδή είναι αδύνατο να κινείται ένα σώμα χωρίς να υπάρχει κάποια δύναμη που να δρα διαρκώς σε αυτό. Παρόλο που η απάντηση φαίνεται με πρώτη ματιά λογική, δεν είναι επιστημονικά αποδεκτή.

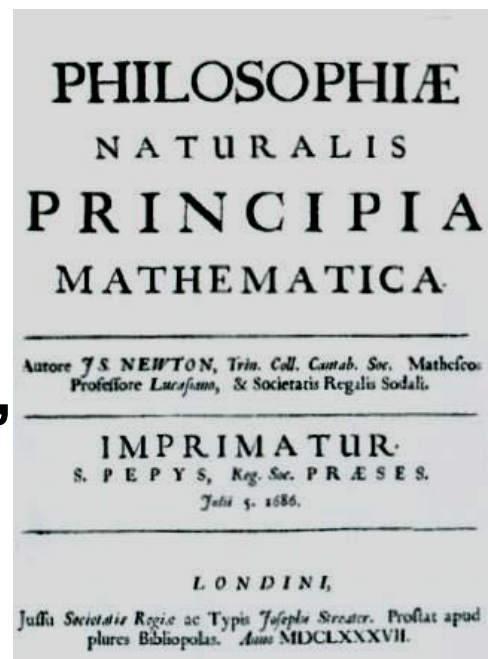


**Εικόνα 1.2.7**

Ας υποθέσουμε τώρα ότι σπρώχνεις το βιβλίο σου να γλιστρήσει πάνω σε ένα πολύ μεγάλο και πολύ καλά γυαλισμένο πάτωμα με την ίδια ώθηση. Το βιβλίο πάλι

θα σταματήσει, αλλά αυτή τη φορά θα έχει κινηθεί για πολύ μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Φαντάσου τώρα ότι το πάτωμα γίνεται μια τεράστια επίπεδη και τόσο καλά γυαλισμένη επιφάνεια που οι τριβές να είναι ασήμαντες. Δεν μπορούμε άραγε να υποθέσουμε ότι σε τέτοιες συνθήκες το βιβλίο θα εκινείτο συνεχώς;

Στο βιβλίο με τίτλο "Philosophia Naturalis Principia Mathematica", ο Νεύτωνας παρουσίασε τις απόψεις του για τη δύναμη και την κίνηση. Η μετάφραση του τίτλου του βιβλίου στα Ελληνικά είναι: "Μαθηματικές αρχές της φυσικής Φιλοσοφίας".



**Ο Γαλιλαίος, ο οποίος ήταν ο πρώτος που έκανε τέτοια υποθετικά πειράματα, συμπέρανε ότι δεν οφείλεται στη φύση των σωμάτων να σταματάνε όταν τα θέσουμε σε κίνηση, αλλά τα σταματάει η τριβή. Αντιθέτως τα σώματα αντιστέκονται στη μεταβολή της ταχύτητάς τους. Η ιδιότητα που έχουν τα σώματα να αντιστέκονται στη μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης λέγεται αδράνεια ή αδράνεια των σωμάτων ή αδράνεια της ύλης.**

**Με την έκφραση “μεταβολή της κινητικής κατάστασης” εννοούμε το εξής:**

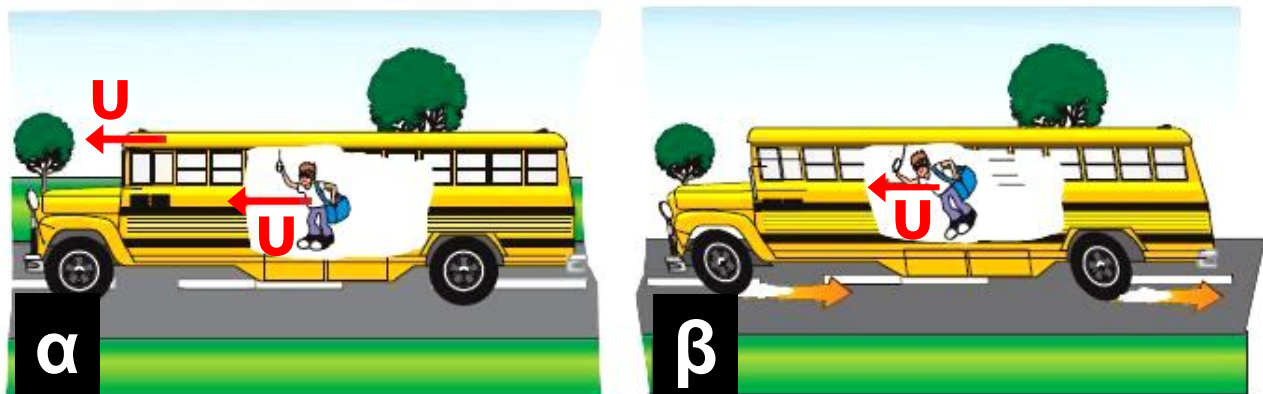
**Από κινητική άποψη ένα σώμα ή θα ηρεμεί ή θα κινείται. Αν ένα σώμα που αρχικά ηρεμεί τεθεί σε κίνηση η κινητική του κατάσταση μεταβάλλεται. Επίσης σ’ ένα σώμα που κινείται, αν μεταβληθεί η ταχύτητά**

του τότε μεταβάλλεται και η κινητική του κατάσταση.

Ένα παράδειγμα που φαίνεται η αδράνεια των σωμάτων είναι το εξής: Ένα αυτοκίνητο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα φρενάρει ξαφνικά, οπότε οι επιβάτες κινούνται προς τα εμπρός. Αυτό συμβαίνει γιατί οι επιβάτες κινούνται με την ταχύτητα του αυτοκινήτου. Όταν αυτό φρενάρει (ασκείται μεγάλη δύναμη στο αυτοκίνητο από το οδόστρωμα), δεν υπάρχει μεγάλη δύναμη για να σταματήσει τους επιβάτες, οι οποίοι τείνουν να διατηρήσουν την κινητική τους κατάσταση και κινούνται προς τα εμπρός (Εικ. 1.2.8).

Τα συμπεράσματα σχετικά με την αδράνεια της ύλης διατυπώνονται με σαφήνεια στον πρώτο νόμο του Νεύτωνα, ως εξής:

**Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα ή ηρεμεί ή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.**



### **Εικόνα 1.2.8**

**Όταν το αυτοκίνητο φρενάρει απότομα, ο επιβάτης συνεχίζει να κινείται προς τα εμπρός.**

**Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα βρίσκει εφαρμογή στη σύγχρονη διαστημική. Όταν, παραδείγματος χάρη, ένα διαστημόπλοιο που κινείται μακριά από πλανήτες ή άλλα ουράνια σώματα, (άρα δεν**

δέχεται καμιά δύναμη από άλλα σώματα και επομένως έχει σταθερή ταχύτητα), χρειαστεί να αλλάξει την ταχύτητά του, χρησιμοποιεί κάποιο προωθητικό σύστημα. Όταν αποκτήσει την επιθυμητή ταχύτητα τότε μπορεί να κινείται με αυτή, λόγω αδράνειας, χωρίς να λειτουργούν οι προωθητικοί πύραυλοι.

Ένας μαθητής ισχυρίζεται, ότι αδράνεια είναι η δύναμη η οποία διατηρεί την κίνηση των αντικειμένων.

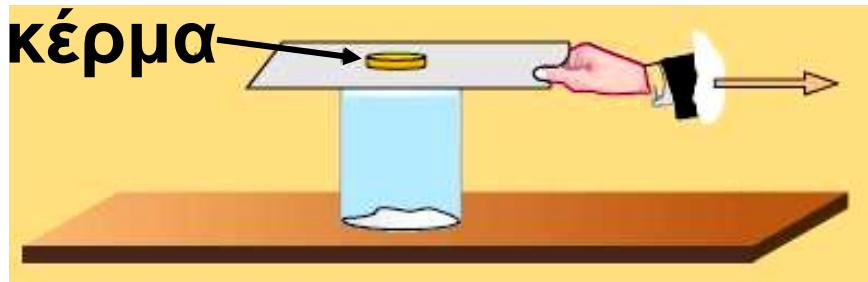
Συμφωνείτε με αυτό τον ισχυρισμό;

**Δραστηριότητα**

**Αδράνεια των σωμάτων.**

1. Απλώστε στον πυθμένα ενός ποτηριού λίγο βαμβάκι.

**2. Τοποθετήστε επάνω στο ποτήρι ένα φύλλο από χοντρό χαρτόνι και επάνω σ' αυτό μια μεταλλική σφαίρα (ή ένα κέρμα).**



**3. Σύρετε το χαρτόνι αργά, διατηρώντας το οριζόντιο. Τι παρατηρείτε;**

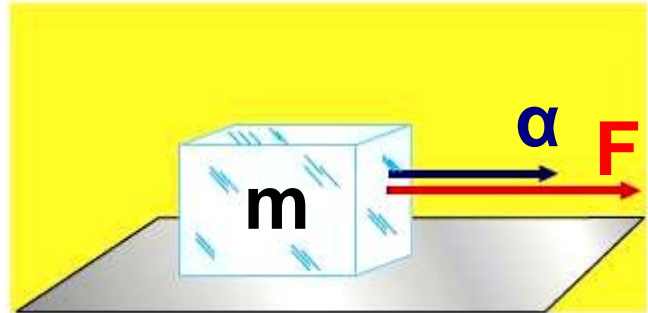
**4. Τοποθετήστε πάλι το χαρτόνι με τη σφαίρα ή το κέρμα επάνω στο ποτήρι. Τραβήξτε απότομα το χαρτόνι. Τι συμβαίνει; Πώς ερμηνεύετε αυτό που παρατηρήσατε;**

## **1.2.4 Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ή Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής**

Όπως είδαμε, ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα μελετά την περίπτωση που η συνισταμένη των δυνάμεων οι οποίες ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδέν. Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα, που, λόγω της σπουδαιότητας του στη μελέτη των κινήσεων, λέγεται και Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής, απαντά στο ερώτημα:

Τι συμβαίνει σε ένα σώμα, όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό δεν είναι μηδέν; Ας κάνουμε το εξής υποθετικό πείραμα. Σε ένα καλά γυαλισμένο δάπεδο σπρώχνουμε με σταθερή δύναμη μια κολώνα πάγου (Εικ. 1.2.9).

Βρίσκουμε ότι το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση.



Εικόνα 1.2.9

Διπλασιάζουμε τη δύναμη που ασκούμε στο σώμα και βρίσκουμε ότι και η επιτάχυνση διπλασιάζεται. Αν τριπλασιάσουμε τη δύναμη και η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα τριπλασιάζεται. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι: η δύναμη  $\vec{F}$  που ασκείται σε ένα σώμα και η επιτάχυνση  $\alpha$  που αποκτά αυτό είναι μεγέθη ανάλογα. Μπορούμε λοιπόν να γράψουμε:

$$\vec{F} = m \vec{\alpha} \quad (1.2.3)$$

Η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα και η δύναμη που ενεργεί σ'

αυτό, έχουν σχέση αποτελέσματος - αιτίου. Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης είναι ίδια με την κατεύθυνση της δύναμης. Για το λόγο αυτό, στους υπολογισμούς η σχέση αυτή γράφεται  $F = ma$ .

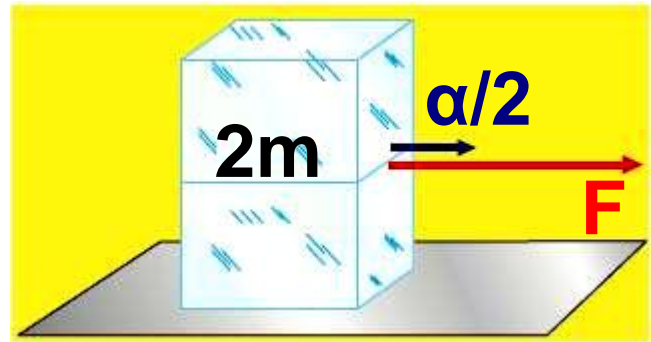
Ο συντελεστής αναλογίας  $m$  της παραπάνω σχέσης  $m = F/a$  αποτελεί τον ορισμό για τη μάζα και ονομάζεται **μάζα αδράνειας** του σώματος ή απλά **μάζα**. Για την έννοια της μάζας θα μιλήσουμε αναλυτικά σε επόμενη παράγραφο.

Αν στη σχέση  $F = ma$  θέσουμε  $m = 1\text{kg}$  και  $a = 1\text{m/s}^2$  προκύπτει η μονάδα μέτρησης της δύναμης που ονομάζεται **1N**.

$$1\text{N} = 1\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Δηλαδή, 1N είναι η δύναμη που αν ενεργήσει σε σώμα μάζας 1kg του προσδίδει επιτάχυνση  $1\text{m/s}^2$ .**

**Από την ίδια σχέση (1.2.3) προκύπτει ότι τα μεγέθη μάζα και επιτάχυνση είναι αντιστρόφως ανάλογα, όταν η δύναμη είναι σταθερή. Πράγματι στο υποθετικό πείραμα με την κολώνα του πάγου υποθέτουμε, ότι πάνω στην κολώνα στερεώνουμε μια δεύτερη ίσης μάζας με την πρώτη. Αν σπρώξουμε με την ίδια δύναμη όπως προηγουμένως, θα βρούμε ότι η επιτάχυνση που αποκτά το σύστημα έχει τιμή με το  $1/2$  της προηγούμενης τιμής της (Εικ. 1.2.10). Αν προσθέσουμε και τρίτη κολώνα πάγου και σπρώξουμε με την ίδια σταθερή δύναμη η επιτάχυνση θα έχει τιμή ίση με το ένα  $1/3$  της αρχικής της.**



**Εικόνα 1.2.10**

Μπορούμε λοιπόν να υποστηρίξουμε ότι η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα με την επίδραση μιας σταθερής δύναμης είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του σώματος.

Η σχέση (1.2.3) ισχύει και όταν στο σώμα ασκούνται περισσότερες από μία δυνάμεις και γράφεται:

$$\vec{\Sigma F} = m \vec{a}$$

όπου  $\vec{\Sigma F}$  είναι η συνισταμένη των δυνάμεων.

**Διερεύνηση της σχέσης  $\vec{F} = m\vec{a}$ .**

**α.** Αν σ' ένα σώμα δεν ασκείται δύναμη, ή ασκούνται δυνάμεις με συνισταμένη μηδέν, δηλαδή είναι

$\Sigma F = 0$ , τότε και η επιτάχυνση θα είναι μηδέν, δηλαδή  $a = 0$ .

Αυτό σημαίνει ότι, αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι ίση με μηδέν, δεν αλλάζει η κινητική κατάσταση του σώματος. Έτσι το σώμα ηρεμεί, αν αρχικά ηρεμούσε, ή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά αν αρχικά είχε ταχύτητα (1ος νόμος του Νεύτωνα).

β. Αν σ' ένα σώμα ασκείται σταθερή δύναμη της ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητά του, τότε και η επιτάχυνση που αποκτά είναι σταθερή και το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Αν η δύναμη είναι αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη.

γ. Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μεταβαλλόμενη τότε και η

επιτάχυνση που αποκτά το σώμα θα είναι μεταβαλλόμενη.

Μερικοί μαθητές πιστεύουν, ότι τα σώματα παύουν να κινούνται όταν παύσει να ασκείται σ' αυτά δύναμη.

Ποια είναι η δική σας άποψη;

### **Δραστηριότητα**

1. Κόψτε νήμα μήκους 1m περίπου και δέστε το ένα άκρο του σε χυτοσιδερένια βάση (ή άλλο βαρύ σώμα) και το άλλο σε ένα ραβδάκι.
2. Σηκώστε τη χυτοσιδερένια βάση τραβώντας αργά προς τα επάνω το νήμα. Τι παρατηρείτε;
3. Επαναλάβετε τραβώντας απότομα το νήμα. Τι συμβαίνει; Εξηγήστε τη διαφορετική συμπεριφορά του χυτοσιδερένιου σώματος όταν προσπαθείτε να τη σηκώσετε τραβώ-

ντας το νήμα: α) σιγά - σιγά, β) απότομα.

4. Αναφέρετε μερικά παραδείγματα των αποτελεσμάτων της αδράνειας που συναντάτε στην καθημερινή σας ζωή.

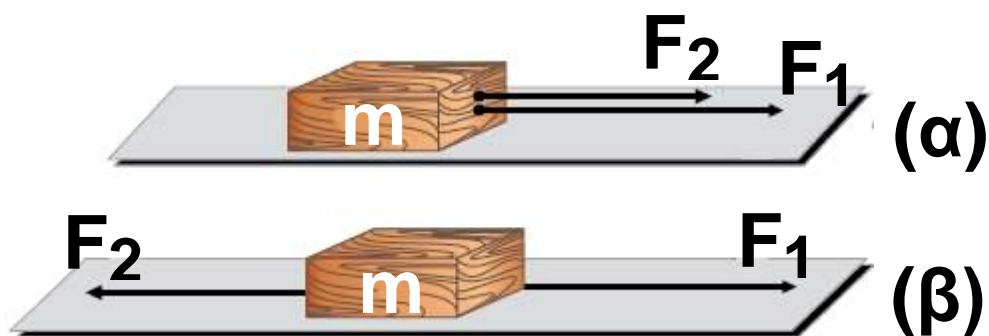


5. Προσπαθήστε να δικαιολογήσετε τη χρήση της ζώνης ασφαλείας από τους επιβάτες αυτοκινήτων και αεροπλάνων.

## Παράδειγμα

Σε σώμα μάζας  $m = 1\text{ kg}$  ασκούνται δύο δυνάμεις  $F_1 = 4\text{ N}$  και  $F_2 = 3\text{ N}$  που είναι:

- α) ομόρροπες
- β) αντίρροπες



Σε κάθε περίπτωση να σχεδιάσετε την επιτάχυνση του σώματος και να βρείτε το μέτρο της.

Επίσης να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το σώμα σε χρόνο  $2s$ , αν αρχικά αυτό ήταν ακίνητο.

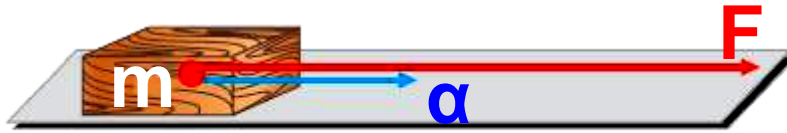
### Απάντηση

Σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν, η κατεύθυνση της επιτάχυνσης θα είναι ίδια με την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης, για κάθε περίπτωση. Η τιμή της θα βρεθεί από τη σχέση

$$a = \frac{F}{m} \quad (1)$$

Στην πρώτη περίπτωση το μέτρο της συνισταμένης  $F$  ισούται με:

$$F = F_1 + F_2 = 7\text{N}$$



και με αντικατάσταση στη σχέση (1), προκύπτει ότι η επιτάχυνση έχει τιμή:

$$a = 7\text{m/s}^2.$$

Στη δεύτερη περίπτωση που οι δυνάμεις έχουν αντίθετη φορά το μέτρο της συνισταμένης τους έχει τιμή:

$$F = F_1 - F_2 = 1\text{N}$$



και με αντικατάσταση στη σχέση (1), προκύπτει ότι η επιτάχυνση έχει τιμή:

$$a = 1\text{m/s}^2.$$

Το σώμα και στις δύο περιπτώσεις εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ( $a = \text{σταθερή}$ ). Η σχέση που δίνει το διάστημα που διάνυσε το σώμα είναι:

$$s = \frac{1}{2} at^2$$

Γνωρίζουμε τις τιμές του χρόνου και της επιτάχυνσης και με αντικατάσταση υπολογίζουμε το διάστημα που είναι:  $s = 14\text{m}$  και  $s = 2\text{m}$  αντίστοιχα για κάθε περίπτωση.

## 1.2.5 Η έννοια τον βάρους

Όπως γνωρίζουμε, αν αφήσουμε ένα σώμα να πέσει ελεύθερα, πέφτει με την επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Σύμφωνα με το Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, αφού το σώμα έχει επιτάχυνση θα

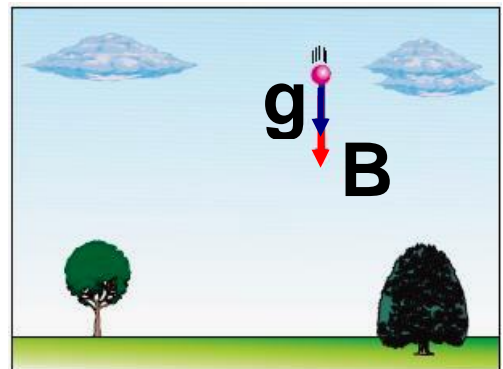
ενεργεί σ' αυτό δύναμη  $\vec{F} = m\vec{a}$  ή  $\vec{F} = m\vec{g}$ , που έλκει το σώμα προς τη Γη. Τη δύναμη αυτή την ονομάζουμε βάρος του σώματος και τη συμβολίζουμε με  $\vec{B}$ , (Εικ. 1.2.11), δηλαδή:

$$\vec{B} = m \vec{g} \quad (1.2.4)$$

Σύμφωνα με τη σχέση αυτή σώμα μάζας 1kg έχει βάρος:

$$B = 1\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2 \quad \text{ή} \quad B = 9,81\text{N}$$

Πολλές φορές για τη μέτρηση του βάρους χρησιμοποιείται ως μονάδα το κιλόπόντ (kp), γνωστό και ως χιλιόγραμμα βάρους, που είναι:  $1\text{kp} = 9,81\text{N}$ .



**Εικόνα 1.2.11**

Μια δύναμη είναι ίση με 1kp όταν ενεργεί σε μάζα 1kg και της προσδίδει επιτάχυνση  $a = g = 9,81\text{m/s}^2$ .

[Με την καθιέρωση του Διεθνούς Συστήματος μονάδων (S.I.) ως μο-

νάδα δύναμης χρησιμοποιείται μόνο το  $1N]$ .

Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι η μάζα  $m$  ενός σώματος είναι σταθερή, ενώ το βάρος του μεταβάλλεται από τόπο σε τόπο πάνω στην επιφάνεια της Γης. Επίσης το βάρος ενός σώματος μειώνεται με το υψόμετρο, όπως θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο.

Δεν έχει νόημα να μιλάμε για το βάρος της Γης ή της Σελήνης ή οποιουδήποτε αστέρα, αλλά μόνο για τη μάζα τους.

## 1.2.6 Η έννοια της μάζας

Είδαμε ότι σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα τα σώματα έχουν την ιδιότητα να αντιστέκονται σε κάθε μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης. Την ιδιότητα αυτή την

ονομάσαμε αδράνεια. Μέτρο της αδράνειας ενός σώματος αποτελεί η μάζα του που λέγεται και αδρανειακή μάζα.

Ένα σώμα μεγάλης μάζας παρουσιάζει και μεγάλη αδράνεια γι' αυτό απαιτείται μεγάλη δύναμη προκειμένου να αποκτήσει ορισμένη επιτάχυνση, εικόνα 1.2.12.

### Εικόνα 1.2.12

Από τα δύο αυτοκίνητα της εικόνας, ποιο μπορεί να κινηθεί ευκολότερα;



Η αδρανειακή μάζα ενός σώματος υπολογίζεται από τη σχέση  $F = ma$ .

Για να μετρήσουμε τη μάζα αδράνειας ενός σώματος ασκούμε επά-

νω του δύναμη και μετράμε την επιτάχυνση που αποκτά.

Μπορούμε να υπολογίσουμε μια μάζα μετρώντας τη δύναμη βαρύτητας πάνω σ' αυτή, συγκρίνοντας τη βαρυτική έλξη που δέχεται με την έλξη που δέχεται κάποια άλλη πρότυπη μάζα.

Έστω δύο σώματα με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  που έχουν βάρη

$B_1$  και  $B_2$ , στον ίδιο τόπο. Είναι:

$$B_1 = m_1 g \quad \text{και}$$

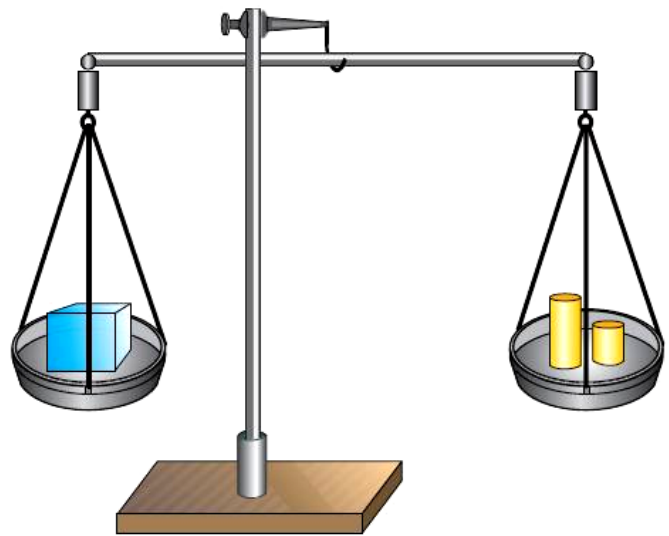
$$B_2 = m_2 g$$

Διαιρώντας τις σχέσεις αυτές κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

Δηλαδή ο λόγος των βαρών δύο σωμάτων (στον ίδιο τόπο) ισούται με το λόγο των μαζών τους. Την

ιδιότητα αυτή τη χρησιμοποιούμε για την εύρεση της μάζας ενός σώματος με το ζυγό, συγκρίνοντας το βάρος του με το βάρος των σταθμών (Εικ. 1.2.13).

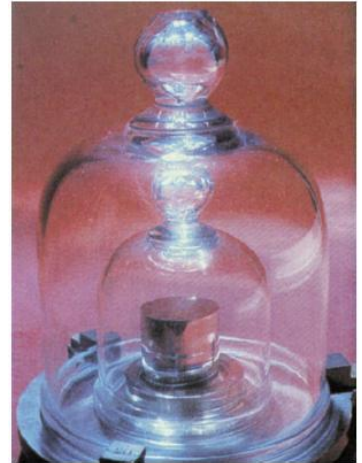


**Εικόνα 1.2.13**  
**Μέτρηση μάζας**  
**με ζυγό**

Η μάζα που προκύπτει από τη μέτρηση της δύναμης βαρύτητας (βάρος) πάνω σ' αυτή, χωρίς τη χρήση επιτάχυνσης λέγεται **βαρυτική μάζα**.

Πειράματα που έγιναν έδειξαν ότι η βαρυτική και η αδρανειακή μάζα είναι ίσες. Το γεγονός αυτό αποτελεί μια σπουδαία ιδιότητα της ύλης

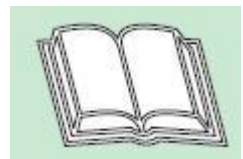
που μας επιτρέπει να χρησιμοποιούμε την έννοια “μάζα” αδιακρίτως είτε πρόκειται για βαρυτική είτε για αδρανειακή μάζα.



**Εικόνα 1.2.14**  
Πρότυπο χιλιόγραμμα μάζας

Η μονάδα μέτρησης της μάζας είναι το **1kg**, που ισούται με τη μάζα του προτύπου χιλιογράμμου μάζας, το οποίο φυλάσσεται στο μουσείο Μέτρων και Σταθμών των Σεβρών της Γαλλίας (Εικ. 1.2.14).

**Η αδρανειακή μάζα αλλάζει**



Ενώ η βαρυτική μάζα ενός σώματος διατηρείται σταθερή, η αδρα-

νειακή μάζα, σύμφωνα με τη θεωρία της σχετικότητας του Αϊνστάιν, αυξάνεται όταν η ταχύτητα του σώματος πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός,  $c = 300.000 \text{ km/s}$ . Αύξηση όμως της μάζας σημαίνει ότι, απαιτείται επιπλέον δύναμη για να συνεχίσει το σώμα να κινείται με την ίδια επιτάχυνση.

### **1.2.7 Η ελεύθερη πτώση των σωμάτων**

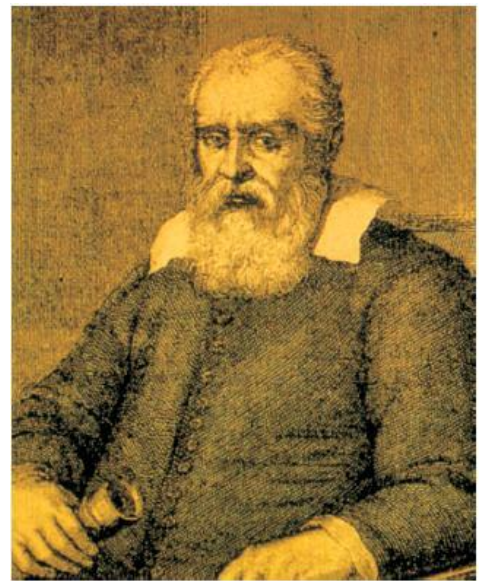
Αν από το ίδιο ύψος αφήσουμε να πέσουν ταυτόχρονα δύο σφαίρες με διαφορετικό βάρος ποια νομίζεις ότι θα φθάσει πρώτη στο έδαφος; Μπορείς να δικαιολογήσεις την απάντησή σου;

Ο Αριστοτέλης πίστευε ότι τα βαρύτερα σώματα φθάνουν γρηγορότερα στη Γη από τα ελαφρύτερα.

Την αντίληψη αυτή είχε και η επιστήμη έως την Αναγέννηση, που ο Γαλιλαίος απέδειξε το λάθος αυτού του ισχυρισμού. Λένε ότι από τον πύργο της Πίζας άφησε να πέσουν ταυτόχρονα δύο μεταλλικές σφαίρες διαφορετικής μάζας και παρατήρησε ότι έφθασαν ταυτόχρονα στο έδαφος.

## **Galileo Galilei (1564-1642).**

Θεμελιωτής της πειραματικής διαδικασίας στην περίοδο της Αναγέννησης. Ασχολήθηκε με τη Φυσική και την Αστρονομία.



Λέμε ότι ένα σώμα κάνει ελεύθερη πτώση όταν το αφήσουμε να πέσει από κάποιο ύψος και η μόνη

**δύναμη που ενεργεί σ' αυτό είναι το βάρος του, το οποίο θεωρείται σταθερό. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η ελεύθερη πτώση, επακριβώς, πραγματοποιείται μόνο στο κενό.**

**Έχει αποδειχθεί ότι όταν αφήσουμε ένα μικρό σώμα να πέσει ελεύθερα, από μικρό ύψος από την επιφάνεια της Γης, πέφτει με κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη. Η επιτάχυνση έχει μέση τιμή  $g = 9,81\text{m/s}^2$  σε γεωγραφικό πλάτος  $45^\circ$ . Η επιτάχυνση αυτή οφείλεται στην έλξη της Γης και ονομάζεται επιτάχυνση της βαρύτητας.**

**Όταν ένα σώμα πέφτει στον αέρα ή σε υγρό, παραδείγματος χάρη στο νερό, η αντίσταση του μέσου δε θεωρείται αμελητέα. Σ' αυτή την περίπτωση το σώμα αποκτά τελικά μια σταθερή ταχύτητα που λέγεται**

οριακή ταχύτητα. Στις περιπτώσεις αυτές που υπάρχει αντίσταση στην κίνηση η πτώση δεν είναι ελεύθερη.

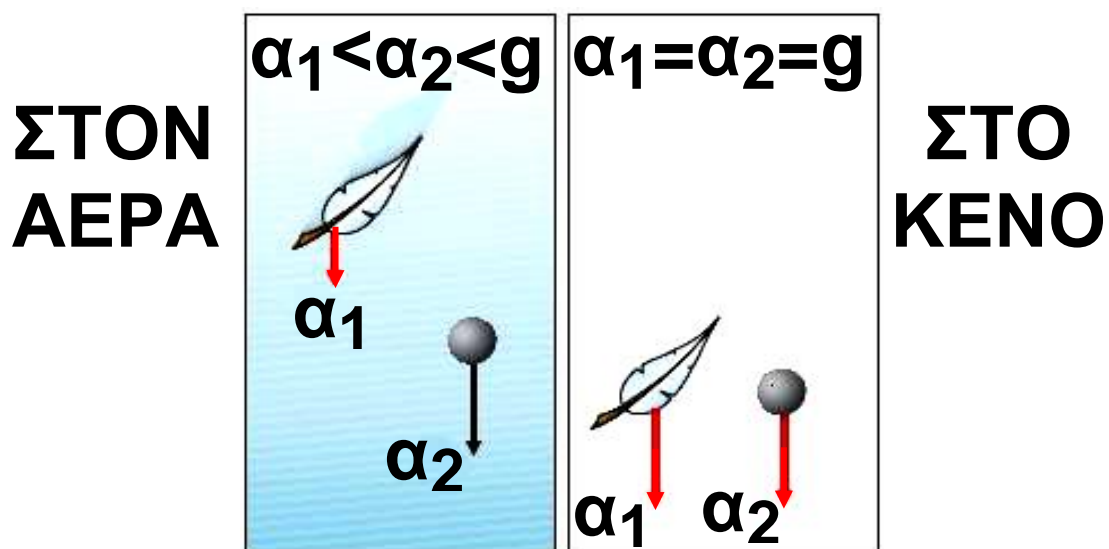
Στη Φυσική είναι εύκολο να καταλήξει κανείς σε λανθασμένο συμπέρασμα από μια τυχαία παρατήρηση.

Έτσι, αν από το ίδιο ύψος αφήσουμε να πέσουν την ίδια χρονική στιγμή ένα φτερό και μια μικρή σφαίρα από μόλυβδο, το φτερό θα πέσει πολύ βραδύτερα από τη σφαίρα.

Αυτό συμβαίνει γιατί η αντίσταση που προβάλλει ο αέρας στην κίνηση του φτερού (Εικ. 1.2.15) είναι πολύ πιο μεγάλη από ό,τι στη σφαίρα, με αποτέλεσμα το φτερό να πέσει πιο αργά. Αν η αντίσταση του αέρα ελαττωθεί πολύ, τότε και το φτερό



πέφτει με τη ίδια επιτάχυνση που πέφτει και η σφαίρα. Λένε πως αυτό το απόδειξε πειραματικά ο Άγγλος Μπόιλ (Robert Boyle, 1627-1691) λίγο μετά το θάνατο του Γαλιλαίου. Με τη βοήθεια της αεραντλίας, την οποία ο ίδιος εφεύρε, αφαίρεσε τον αέρα από ένα γυάλινο σωλήνα, μέσα στον οποίο είχε τοποθετήσει ένα φτερό και μια μολύβδινη σφαίρα. Όταν αντέστρεψε το σωλήνα, το φτερό και η σφαίρα έπεσαν ταυτό-



**Εικόνα 1.2.15**

Πτώση σωμάτων

χρονα. Στη συνέχεια ως “ελεύθερη πτώση” εννοούμε την πτώση, όταν οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες και το βάρος σταθερό.



### **Εικόνα 1.2.16**

Η αντίσταση του αέρα είναι πολύ πιο μεγάλη στο αλεξίπτωτο από ότι στον αθλητή ελεύθερης πτώσης.

### **Εξισώσεις ελεύθερης πτώσης**

Αν στις σχέσεις που περιγράφουν την ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση θέσουμε  $u_0 = 0$  και  $\alpha = g$  παίρνουμε τις εξισώσεις:

$$s = \frac{1}{2} g t^2 \quad (1.2.5)$$

και

$$u = g t \quad (1.2.6)$$

Οι σχέσεις αυτές περιγράφουν την ελεύθερη πτώση ενός σώματος, που αφήνεται από την ηρεμία. Από την εξίσωση του διαστήματος φαίνεται ότι, το διάστημα που διανύει ένα σώμα κατά την ελεύθερη πτώση, είναι ανάλογο του τετραγώνου του χρόνου, ενώ από την εξίσωση  $u = g t$  φαίνεται ότι η τιμή της ταχύτητας είναι ανάλογη του χρόνου πτώσης.

## Δραστηριότητα

Χρησιμοποιώντας ένα βαθμολογημένο κανόνα υπολογίστε το χρόνο αντίδρασης σας. Τι εννοούμε με

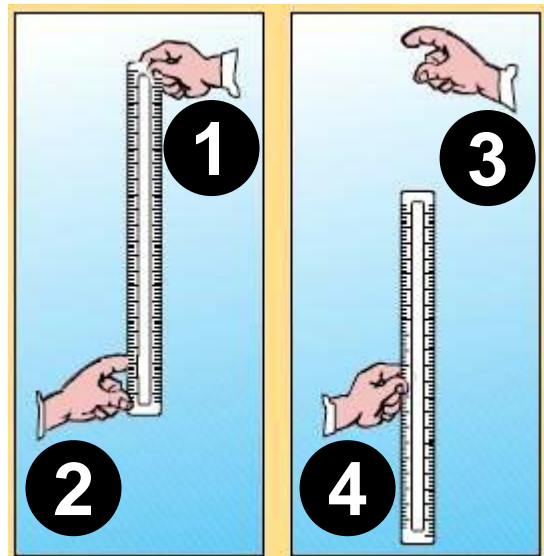
την έκφραση “χρόνος αντίδρασης” θα αντιληφθείτε στη συνέχεια.

Δύο μαθητές πειραματίζονται, όπως δείχνουν οι εικόνες.

Ο ένας κρατάει το βαθμολογημένο κανόνα κατακόρυφα από το ένα άκρο

(θέση 1) και ο άλλος έχει το χέρι του κοντά στην ένδειξη μηδέν του κανόνα (θέση 2). Αμέσως όταν ο πρώτος αφήσει τον κανόνα να πέσει ελεύθερα (θέση 3) ο δεύτερος προσπαθεί να τον πιάσει (θέση 4). Ο χρόνος που μεσολαβεί αποτελεί το χρόνο αντίδρασης.

Στην εικόνα ο μαθητής πιάνει τον κανόνα στην ένδειξη 20. Μπορείτε να υπολογίσετε το χρόνο της αντίδρασης του; Δίνεται ότι  $g = 10\text{m/s}^2$ .



**Χρησιμοποιώντας βαθμολογημένους κανόνες πειραματισθείτε ανά δύο και υπολογίστε το χρόνο αντίδρασης του καθενός σας.**

**Να συγκρίνετε τα αποτελέσματα της έρευνάς σας. Τι συμπέρασμα βγάλατε; Έχουν όλοι οι άνθρωποι τον ίδιο χρόνο αντίδρασης; Βρείτε άλλες περιπτώσεις που χρησιμοποιούμε το χρόνο αντίδρασης.**

# Περιεχόμενα 2ου τόμου

## 1.1 Ευθύγραμμη κίνηση

1.1.8 Η έννοια της επιτάχυνσης στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση .....	6
1.1.9 Οι εξισώσεις προσδιορισμού της ταχύτητας και της θέσης ενός κινητού στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση .....	16
Ένθετο: το θεώρημα Merton .....	37
Περίληψη.....	41
Ερωτήσεις, Ασκήσεις - Προβλήματα.....	46

## **1.2 Δυναμική σε μια διάσταση 82**

<b>1.2.1 Η έννοια της δύναμης .....</b>	<b>85</b>
<b>Ένθετο: Ελαστική Παραμόρφωση .....</b>	<b>91</b>
<b>1.2.2 Σύνθεση συγγραμμικών δυνάμεων .....</b>	<b>93</b>
<b>1.2.3 Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα .....</b>	<b>106</b>
<b>1.2.4 Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ή Θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής .....</b>	<b>114</b>
<b>1.2.5 Η έννοια του βάρους .....</b>	<b>124</b>
<b>1.2.6 Η έννοια της μάζας .....</b>	<b>126</b>
<b>Ένθετο: Η αδρανειακή μάζα αλλάζει .....</b>	<b>130</b>
<b>1.2.7 Η ελεύθερη πτώση των σωμάτων .....</b>	<b>131</b>





**Βάσει του ν. 3966/2011 τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου, του Λυκείου, των ΕΠΑ.Λ. και των ΕΠΑ.Σ. τυπώνονται από το ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν στη δεξιά κάτω γωνία του εμπροσθόφυλλου ένδειξη «ΔΙΑΤΙΘΕΤΑΙ ΜΕ ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ». Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δεν φέρει την παραπάνω ένδειξη θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946,108, Α').**

**Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Υπουργείου Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού / ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ.**