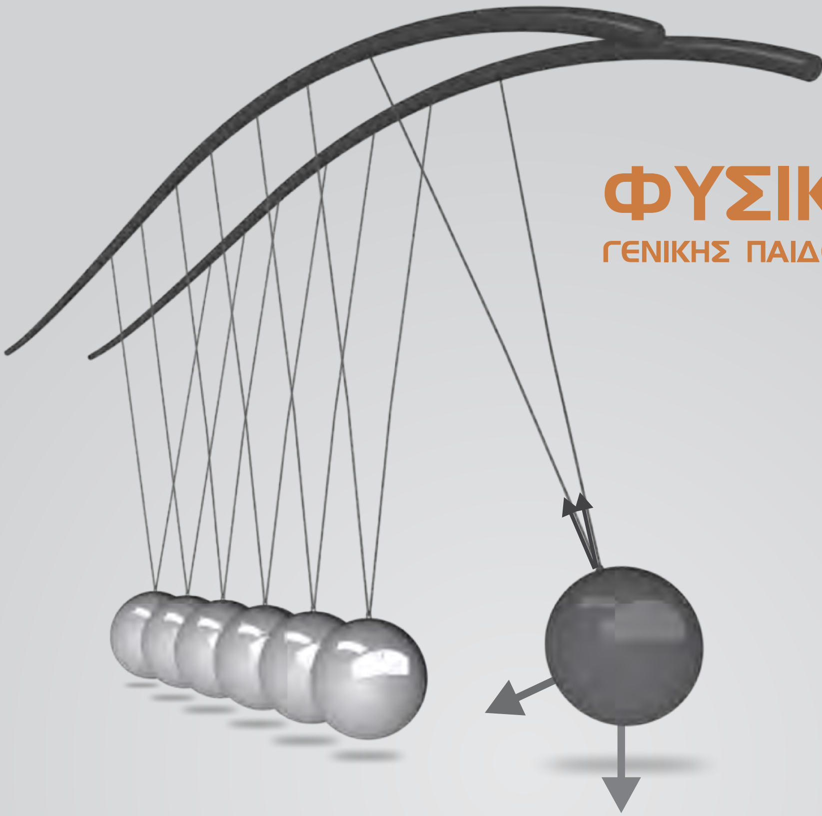
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ



ΦΥΣΙΚΗ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΛΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ
«ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

ΦΥΣΙΚΗ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΛΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΗΣ ΣΥΓΓΡΑΦΙΚΗΣ ΟΜΑΔΑΣ
Παναγιώτης Κόκκοτας, Καθηγητής της Διδακτικής των Φυσικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Αθηνών.

ΣΥΓΓΡΑΦΙΚΗ ΟΜΑΔΑ
Ιωάννης Βλάχος, Διδάκτορας, Σχολικός Σύμβουλος του κλάδου ΠΕ4.
Ιωάννης Γραμματικάκης, Επίκουρος Καθηγητής Φυσικής στο Πανεπιστήμιο Αθηνών.
Βασίλης Καραπαναγιώτης, Φυσικός, Καθηγητής Πειραματικού Σχολείου Πανεπιστημίου Αθηνών.
Παναγιώτης Κόκκοτας, Καθηγητής της Διδακτικής των Φυσικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Αθηνών.
Περικλής Περιστερόπουλος, Φυσικός, Υποψήφιος Διδάκτορας, Καθηγητής στο 3ο Λύκειο Βύρωνα.
Γιώργος Τιμοθέου, Φυσικός, Λυκειάρχης στο 2ο Λύκειο Αγ. Παρασκευής.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΚΡΙΣΗΣ
Νικόλαος Φλυτζάνης (Πρόεδρος), Καθηγητής Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Κρήτης.
Εμμανουήλ Καλοψικάκης, Φυσικός, τ. Σχολικός Σύμβουλος.
Χρήστος Ξενάκης, Δρ. Φυσικός, Σχολικός Σύμβουλος Φθιώτιδος.
Δήμος Πάλλας, Φυσικός, Υποδιευθυντής 1ου Λυκείου Λαμίας.
Κωνσταντίνος Στεφανίδης, Δρ. Φυσικός, Σχολικός Σύμβουλος Πειραιά.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΚΔΟΣΗΣ
Σωτηρία Θεοδωρίδου, Φυσικός, Καθηγήτρια στο Ενιαίο Λύκειο Λαυρίου.

ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΟΙΚΟΣ
Εκδοτικές Τομές Ορόσημο Α.Ε.

ATÉLIER: ART CHOICE
Σχεδιασμός/Ηλεκτρονική σελιδοποίηση/Φιλμς
Διεύθυνση δημιουργικού: **Δημήτρης Κορωνάκος**
Υπεύθυνη Atélier: **Κασσάνδρα Παξιμάδη**
Φωτοστοιχειοθεσία: **Ιωάννα Φατούρου**
Επεξεργασία εικόνων: **Άννα Νικηταρά**
Σχεδιασμός εικόνων: **Ελένη Μπέλμπα**
Σύμβουλος τεχν. υποστήριξης: **Αλέκος Αναγνωστόπουλος**

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ
Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον Γιώργο Μπουργανό για τη συμβολή του στην εύρεση των Ηλεκτρονικών Διευθύνσεων.

Οι συγγραφείς

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ

Η επανέκδοση του παρόντος βιβλίου πραγματοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών & Εκδόσεων «Διόφαντος» μέσω ψηφιακής μακέτας, η οποία δημιουργήθηκε με χρηματοδότηση από το ΕΣΠΑ / ΕΠ «Εκπαίδευση & Διά Βίου Μάθηση» / Πράξη «ΣΤΗΡΙΖΩ».

Οι διορθώσεις πραγματοποιήθηκαν κατόπιν έγκρισης του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

ΦΥΣΙΚΗ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΛΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΙΩΑΝΝΗΣ Α. ΒΛΑΧΟΣ
ΙΩΑΝΝΗΣ Γ. ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑΚΗΣ
ΒΑΣΙΛΗΣ Α. ΚΑΡΑΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ
ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ Β. ΚΟΚΚΟΤΑΣ
ΠΕΡΙΚΛΗΣ ΕΜ. ΠΕΡΙΣΤΕΡΟΠΟΥΛΟΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ Β. ΤΙΜΟΘΕΟΥ

Η συγγραφή και η επιστημονική επιμέλεια του βιβλίου πραγματοποιήθηκε υπό την αιγίδα του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

Σημείωμα
για τις Λύσεις Ασκήσεων Φυσικής Α΄ ΓΕΛ

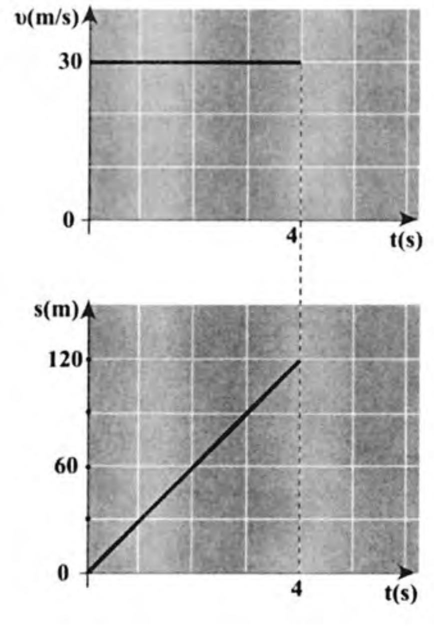
Οι λύσεις των ασκήσεων των ενοτήτων: ***Ευθύγραμμη κίνηση, Δυναμική σε μια διάσταση, Δυναμική στο επίπεδο, Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας, Διατήρηση της ολικής ενέργειας*** και ***Υποβάθμιση της ενέργειας*** προέρχονται από το βιβλίο «Φυσική Γενικής Παιδείας, Λύσεις Ασκήσεων Α′ Τάξης Γενικού Λυκείου», ΟΕΔΒ 2010, που έχει γραφεί από τους:
Ι. Βλάχο, Ι. Γραμματικάκη, Β. Καραπαναγιώτη, Π. Κόκκοτα, Π. Περιστερόπουλο και Γ. Τιμοθέου.

Κεφάλαιο 1.1

1. Επειδή η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ομαλή, ισχύει:

$$\upsilon = \frac{s}{t} \text{ ή } \upsilon = \frac{120}{4} m/s \text{ ή } \upsilon = 30 m/s.$$

Για τα αντίστοιχα διαγράμματα έχουμε:



2. Το τρένο βρίσκεται πάνω στη γέφυρα για χρόνο t, ο οποίος είναι:

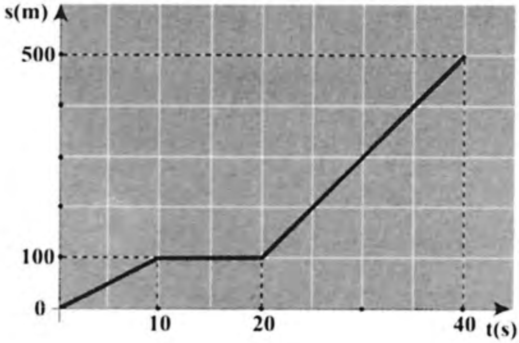
$$\upsilon = \frac{s+\ell}{t} \text{ ή } t = \frac{s+\ell}{\upsilon} \text{ ή } t = \frac{1.980+20}{10} s \text{ ή } t = 200 s$$

3. Α. Το ζητούμενο διάστημα υπολογίζεται από το άθροισμα των αντίστοιχων εμβαδών:

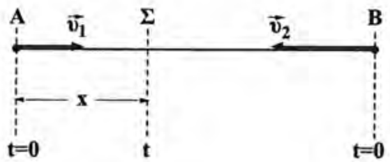
$$S = E_1 + E_2 \text{ ή } S = 10 \cdot 10 m + 20 \cdot 20 m \text{ ή } S = 500 m.$$

Β. $\overline{\upsilon} = \frac{s}{t}$ ή $\overline{\upsilon} = \frac{50}{4}$ ή $\overline{\upsilon} = 12{,}5 m$

Γ.



4. Α.



Αυτοκίνητο (Α): $\upsilon_1 = \dfrac{x}{t}$ ή $x = \upsilon_1 t$ (1)

Αυτοκίνητο (Β): $\upsilon_2 = \dfrac{s-x}{t}$ ή $s - x = \upsilon_2 t$ (2)

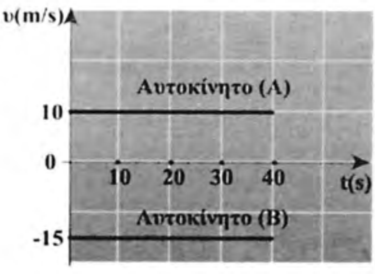
Προσθέτω κατά μέλη τις (1) και (2) και βρίσκω:

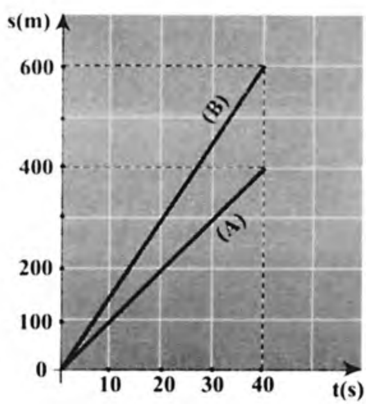
$$\cancel{x} + s - \cancel{x} = \upsilon_1 t + \upsilon_2 t \text{ ή } s = \left(\upsilon_1 + \upsilon_2\right) t \text{ ή } t = \frac{s}{\upsilon_1 + \upsilon_2} = \frac{1.000}{10+15} s \text{ ή } t = 40s$$

Η συνάντηση των δύο αυτοκινήτων γίνεται στο σημείο Σ_1 που απέχει από το Α απόσταση x για την οποία ισχύει:

$x = \upsilon_1 t$ ή $x = 10 \cdot 40m$ ή $x = 400m$.

Β. Τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:





5. Α. Αν ο ζητούμενος χρόνος είναι t, ο μοτοσυκλετιστής και το περιπολικό διανύουν μέχρι τη συνάντησή τους διάστημα:

$S_\pi = \upsilon_\pi t$ και $S_\mu = \upsilon_\mu t$ αντίστοιχα.

Με την αφαίρεση των σχέσεων αυτών κατά μέλη έχω:

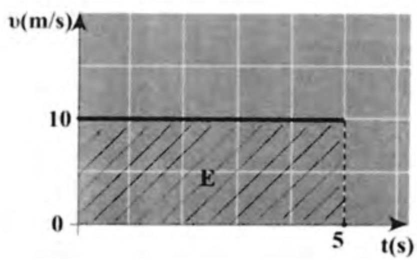
$S_\pi - S_\mu = \left(\upsilon_\pi - \upsilon_\mu\right)t$ ή $d = (\upsilon_\pi - \upsilon_\mu)t$

ή $t = \dfrac{d}{\upsilon_\pi - \upsilon_\mu} = \dfrac{500}{30-20}s$ ή $t = 50s$

Β. Το ζητούμενο διάστημα είναι: $S_\pi = \upsilon_\pi t = 30 \cdot 50m$ ή $S_\pi = 1.500m$.

6. Από τη σύγκριση της σχέσης x = 10t με την εξίσωση της κίνησης x = υt της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, συμπεραίνουμε ότι ο ποδηλάτης κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα υ = 10m/s.

Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα είναι:



Το ζητούμενο διάστημα είναι ίσο με: s = υt = 10·5m ή s = 50m, δηλαδή ίσο με το αντίστοιχο εμβαδόν Ε.

7. Α. Η αρχική ταχύτητα είναι $\upsilon_0 = 0$ και έτσι ισχύει:

υ = αt ή υ = 2·15m/s ή υ = 30m/s.

Β. Η απόσταση που διανύει ο μοτοσυκλετιστής είναι:

$s = \dfrac{1}{2}\alpha t^2 = \dfrac{1}{2} \cdot 2 \cdot 15^2 m$ ή $s = 225m$.

8. Α. Το ζητούμενο διάστημα είναι ίσο με το αντίστοιχο εμβαδόν.

Δηλαδή: $s = E = \dfrac{1}{2}10 \cdot 20m$ ή $s = 100m$.

Β. Από το διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, χωρίς αρχική ταχύτητα, με επιτάχυνση

$\alpha = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{20}{10} m/s^2$ ή $\alpha = 2m/s^2$.

Έτσι το ζητούμενο διάστημα s είναι:

$$s = s_2 - s_1 = \frac{1}{2}\alpha t_2^{\,2} - \frac{1}{2}\alpha t_1^{\,2} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2^2\,\text{m} - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1^2\,\text{m} \;\; \text{ή} \;\; s = 3\text{m}.$$

9. Α. Το ζητούμενο διάστημα είναι ίσο με το εμβαδόν του τραπεζίου.

Δηλαδή: $s = \dfrac{30+10}{2}\cdot 20\text{m}$ ή $s = 400\text{m}$.

Β. Η μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon}$ είναι: $\bar{\upsilon} = \dfrac{s}{t} = \dfrac{400}{30}\,\text{m/s}$ ή $\bar{\upsilon} = \dfrac{40}{3}\,\text{m/s}$.

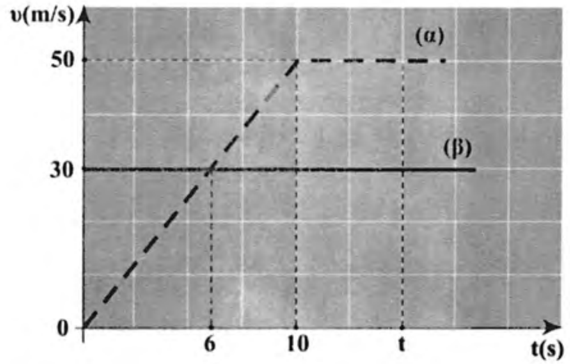
10. Από τη σύγκριση της σχέσης $\upsilon = 8 + 2t$ με την εξίσωση $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$, συμπεραίνουμε ότι η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 8\text{m/s}$ και επιτάχυνση $\alpha = 2\text{m/s}^2$. Έτσι για το ζητούμενο διάστημα έχουμε:

$$s = s_4 - s_2 = \upsilon_0 t_4 + \frac{1}{2}\alpha t_4^{\,2} - \upsilon_0 t_2 - \frac{1}{2}\alpha t_2^{\,2}$$

$$\text{ή} \;\; s = \upsilon_0\left(t_4 - t_2\right) + \frac{1}{2}\alpha\left(t_4^{\,2} - t_2^{\,2}\right) \;\; \text{ή} \;\; s = \left(8(4-2) + \frac{1}{2}\cdot 2(16-4)\right)\text{m}$$

ή $s = 28\text{m}$

11.



Α. Η κοινή ταχύτητα προσδιορίζεται ως το σημείο τομής των δύο γραφικών παραστάσεων $\upsilon = f(t)$ για τα δύο κινητά. Έτσι βλέπουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 6\text{s}$ η κοινή ταχύτητα των δύο κινητών είναι $\upsilon = 30\text{m/s}$.

Β. Το διάστημα που διένυσε το κινητό (α) σε 10s δίνεται και από το εμβαδόν του αντίστοιχου τριγώνου.

Δηλαδή: $s_1 = \dfrac{1}{2}\cdot 10\cdot 50\text{m}$ ή $s_1 = 250\text{m}$.

Αντίστοιχα το διάστημα που διένυσε το κινητό (β) σε 10s δίνεται και από το εμβαδόν του αντίστοιχου παραλληλόγραμμου.
Δηλαδή: s_2=10·30m ή s_2= 300m.
Άρα το κινητό (β) προηγείται του κινητού (α) τη χρονική στιγμή t = 10s κατά s = 300m − 250m ή s = 50m.

Γ. Έστω t η χρονική στιγμή κατά την οποία συναντώνται τα δύο κινητά. Προφανώς τότε θα έχουν διανύσει ίσα διαστήματα, δηλαδή θα γίνει:

$$\frac{t+(t-10)}{2}50 = 30t \text{ ή } 10t - 50 = 6t \text{ ή } t = 12{,}5s.$$

12. Η κίνηση του αυτοκινήτου από το Α έως το Β είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα υ_A.
Έτσι θα ισχύει:

$$\upsilon_B = \upsilon_A + \alpha t \text{ ή } 30 = \upsilon_A + 10\alpha \qquad (\alpha) \quad \text{και}$$

$$AB = \upsilon_A t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \text{ ή } 200 = \upsilon_A \cdot 10 + \frac{1}{2}\alpha \cdot 100 \qquad (\beta)$$

Οι εξισώσεις (α) και (β) αποτελούν σύστημα δύο εξισώσεων από την επίλυση του οποίου βρίσκονται η επιτάχυνση α και η ταχύτητα υ_A.
Η (α) μπορεί να γραφεί: υ_A= 30 – 10α (γ)
και με αντικατάσταση στη (β) έχουμε:

$$200 = (30 - 10\alpha)10 + 50\alpha \text{ ή } \alpha = 2m/s^2.$$

Αντικαθιστώντας την επιτάχυνση α στη σχέση (γ) βρίσκουμε:

$$\upsilon_A = (30 - 10 \cdot 2)m/s \text{ ή } \upsilon_A = 10m/s.$$

13. Το κινητό θα κινηθεί επί 0,7s με την ταχύτητα υ_0 που εκινείτο στην αρχή, διανύοντας διάστημα $s_1 = \upsilon_0 t_1 = 20 \cdot 0{,}7m$ ή $s_1 = 14m$.
Έτσι μέχρι το εμπόδιο υπάρχει διάστημα s = (50 – 14)m ή s = 36m.
Το διάστημα που θα διανύσει το αυτοκίνητο μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του μπορεί να είναι:

$$s_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha} = \frac{20^2}{2 \cdot 10}m \text{ ή } s_{max} = 20m.$$

Επειδή $s_{max} < s$ θα αποφευχθεί η σύγκρουση του αυτοκινήτου με το εμπόδιο.

14. Για να περάσει ολόκληρο το τρένο πάνω από τη γέφυρα πρέπει να κινηθεί κατά $(\ell + s)m$. Το διάστημα αυτό το τρένο θα το διανύσει επιταχυνόμενο με επιτάχυνση α = 2m/s², έχοντας αρχική ταχύτητα υ_0 = 20m/s.
Έτσι θα ισχύει: $(\ell + s) = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $70 + 55 = 20t + \frac{1}{2} \cdot 2t^2$.

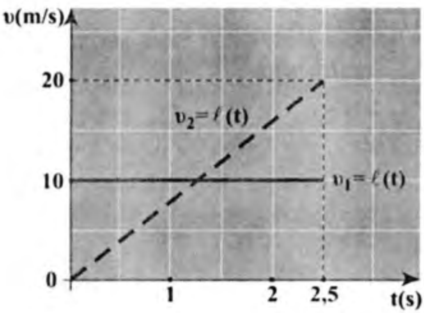
Από την επίλυση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης βρίσκουμε $t_1 = -25s$ που απορρίπτεται και $t_2 = 5s$ που είναι η δεκτή λύση.

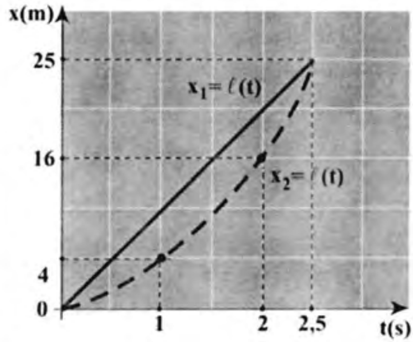
15. Α. Όταν τα κινητά συναντηθούν θα έχουν διανύσει ίσα διαστήματα.

Δηλαδή: $x_1 = x_2$ ή $10t = 4t^2$ ή $4t = 10$ ή $t = 2,5s$.

Β. Από τις εξισώσεις κίνησης συμπεραίνουμε ότι το πρώτο όχημα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα $υ_1$=10m/s, ενώ το δέντρο ομαλά επιταχυνόμενη με $υ_0 = 0$ και $α = 8m/s^2$.

Έτσι τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:





16. Α. Στη διάρκεια των 11s ο δρομέας διανύει διάστημα

$$S_{ολ} = \left(\frac{1}{2}3\cdot 9 + 5\cdot 9 + \frac{9+6}{2}\cdot 3\right)\text{m ή } S_{ολ} = 81\text{m}.$$

Έτσι η μέση ταχύτητά του είναι:

$$\bar{υ} = \frac{S_{ολ}}{t} = \frac{81}{11}\text{m/s ή } \bar{υ} = 7,36\text{m/s}.$$

Β. Για τα πρώτα 3s ο δρομέας επιταχύνεται με επιτάχυνση

$α_1 = \dfrac{Δυ}{Δt} = \dfrac{9-0}{3}\text{m/s}^2$ ή $α_1 = 3\text{m/s}^2$, ενώ τα τελευταία 3s επιβραδύνεται με επιβράδυνση $α_2 = \dfrac{Δυ}{Δt} = \dfrac{3}{3}\text{m/s}^2$ ή $α_2 = 1\text{m/s}^2$.

17. Α. Από τις εξισώσεις της επιβραδυνόμενης κίνησης έχουμε:

$$υ = υ_0 - αt \text{ ή } \frac{υ_0}{2} = υ_0 - αt \text{ ή } 5 = 10 - 2t \text{ ή } t = 2,5\text{s}$$

και $s = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $s = \left(10 \cdot 2,5 - \frac{1}{2} 2 \cdot 2,5^2\right)$m ή $s = 18,75$m.

Β. Από τη σχέση $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t$ θέτοντας υ = 0 βρίσκουμε για το ζητούμενο χρόνο: $0 = \upsilon_0 - \alpha t$ ή $t = \frac{\upsilon_0}{\alpha} = \frac{10}{2}$s ή $t = 5$s.

Για το ζητούμενο διάστημα (μέγιστο) έχουμε:

$$s_{max} = \frac{{\upsilon_0}^2}{2\alpha} = \frac{10^2}{2 \cdot 2}\text{m ή } s_{max} = 25\text{m}.$$

18. Α. Αν μέχρι τη συνάντηση το αυτοκίνητο κινήθηκε κατά ts, ο μοτοσυκλετιστής χρειάστηκε για να το φτάσει χρόνο (t − 4)s διανύοντας προφανώς το ίδιο διάστημα. Έτσι έχουμε:

$$s_\alpha = \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 \text{ και } s_\mu = \frac{1}{2}\alpha_2 (t-4)^2.$$

Αλλά $s_\alpha = s_\mu$, δηλαδή:

$\frac{1}{2}\alpha_1 t^2 = \frac{1}{2}\alpha_2 (t-4)^2$ ή $1,6t^2 = 2,5(t^2 + 16 - 8t)$ από την επίλυση της οποίας βρίσκουμε για το ζητούμενο χρόνο t = 20s και $\frac{4}{1,8}$s που απορρίπτεται ως μικρότερος του 4s. Επίσης

$$s = s_\mu = s_\alpha = \frac{1}{2}1,6 \cdot 20^2\text{m ή}$$

s = 320m.

Β. Για τις ταχύτητες του αυτοκινήτου και του μοτοσυκλετιστή έχουμε:

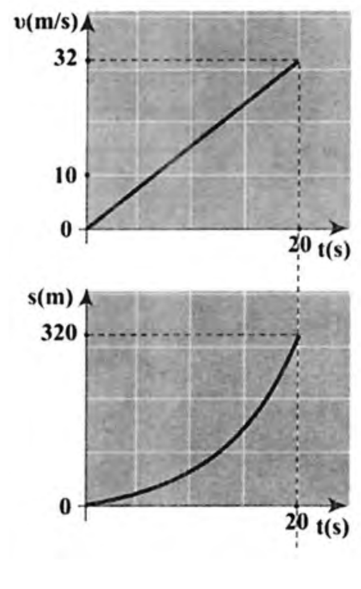
$\upsilon_\alpha = \alpha_1 t = 1,6 \cdot 20$m/s ή υ_α=32m/s και

$\upsilon_\mu = \alpha_2(t-4) = 2,5(20-4)$m/s ή

υ_μ = 40m/s. Για τη ζητούμενη μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon}$ του αυτοκινήτου έχουμε:

$$\bar{\upsilon} = \frac{s}{t} = \frac{320}{20}\text{m/s ή } \bar{\upsilon} = 16\text{m/s}.$$

Γ. Τα διαγράμματα υ = f(t) και s = f(t) είναι:



19. Α. Στο χρονικό διάστημα: $0 \le t \le 5s$ η κίνηση που εκτελεί το κινητό είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 10m/s$.

Στο χρονικό διάστημα: $5s < t \le 15s$ η κίνηση είναι ομαλή με σταθερή ταχύτητα $\upsilon = 20m/s$.

Στο χρονικό διάστημα: $15s < t \le 20s$ η κίνηση που εκτελεί το κινητό είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = 4m/s^2$ μέχρι μηδενισμού της ταχύτητάς του. Κατόπιν το κινητό αλλάζει φορά κίνησης και επιταχύνεται με την ίδια επιτάχυνση $\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = 4m/s^2$.

Β. Η επιτάχυνση του κινητού στο χρονικό διάστημα $0 \le t \le 5s$ είναι:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_A}{t_1 - t_A} = \frac{20-10}{5-0} m/s^2 = 2m/s^2.$$

Γ. Το διάστημα που διανύει το κινητό προσδιορίζεται από το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραφική παράσταση και τον άξονα των χρόνων.

$$s = \left(\frac{10+20}{2}\cdot 5 + 10\cdot 20 + \frac{1}{2}\cdot 20\cdot 5 + \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 20\right)m = (75+200+50+50)m = 375m$$

Η μετακίνηση του κινητού είναι:

$\Delta x = (75 + 200 + 50 - 50)m$ ή $\Delta x = 25m$.

Προσέξτε τη διαφορά μεταξύ του διαστήματος και της μετακίνησης.

Δ. Η μέση ταχύτητα του κινητού είναι: $\bar{\upsilon} = \frac{s}{t} = \frac{375}{25} m/s$ ή $\bar{\upsilon} = 15m/s$.

Κεφάλαιο 1.2

1. Στην πρώτη περίπτωση οι δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση και έτσι η συνισταμένη τους είναι:

$F = F_1 + F_2 = (80 + 60)N$ ή $F = 140N$ ίδιας κατεύθυνσης.

Στη δεύτερη περίπτωση οι δυνάμεις έχουν αντίθετη κατεύθυνση και έτσι η συνισταμένη τους έχει την κατεύθυνση της μεγαλύτερης και τιμή: $F = F_1 - F_2 = (80 - 60)N$ ή $F = 20N$.

2. Και στις τρεις περιπτώσεις η συνισταμένη F έχει φορά προς τα δεξιά και η τιμή της είναι:

$F = (20 + 10)N - 5N$ ή $F = 25N$

$F = 20N - (10 + 5)N$ ή $F = 5N$

$F = (20 + 10 + 5)N$ ή $F = 35N$

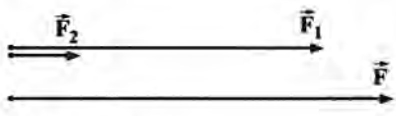
3. Α. Για τις συγγραμμικές και ομόρροπες δυνάμεις γνωρίζουμε ότι η συνισταμένη τους είναι συγγραμμική και ομόρροπη με τις συνιστώσες και έχει τιμή που δίνεται από τη σχέση

$F = F_1 + F_2$.

Έτσι $F = 4F_2 + F_2$ ή $F_2 = 2N$

και $F_1 = 4F_2$ ή $F_1 = 8N$.

Η ζητούμενη ανάλυση φαίνεται στην εικόνα α.



Εικόνα α

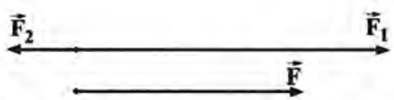
Β. Για τις συγγραμμικές και αντίρροπες δυνάμεις γνωρίζουμε ότι η συνισταμένη τους είναι συγγραμμική και ομόρροπη με τη συνιστώσα δύναμη μεγαλύτερης τιμής και δίνεται από τη σχέση

$F = F_1 - F_2$.

Έτσι $F = 3F_2 - F_2$ ή $F_2 = 5N$

και $F_1 = 3F_2$ ή $F_1 = 15N$.

Η ζητούμενη ανάλυση φαίνεται στην εικόνα β.



Εικόνα β

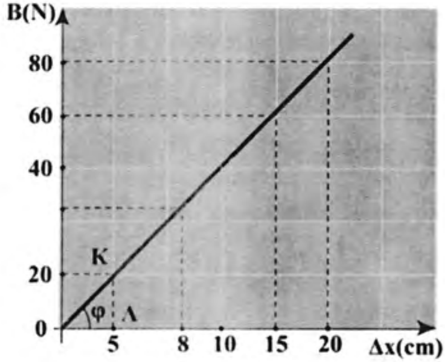
4. Α. Από το νόμο του Hooke έχουμε: $F = K\Delta x$. Αντικαθιστώντας το γνωστό ζευγάρι τιμών $\Delta x = 20cm$ και $F = 80N$ έχουμε:

$$80N = K \cdot 20cm \text{ ή } K = \frac{80}{20}\frac{N}{cm} \text{ ή } K = 4\frac{N}{cm}.$$

Άρα, αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση Β = ΚΔx ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής:

Επιμήκυνση (cm)	5	8	10	15	20
Βάρος (N)	20	32	40	60	80

Β. Από τον πίνακα κατασκευάζουμε το διάγραμμα ως εξής:



Γ. Η κλίση της γραφικής παράστασης ισούται με την εφαπτομένη της γωνίας φ και ισχύει: $εφφ = \frac{ΚΛ}{ΟΛ} = \frac{20N}{5cm} = 4N/cm$, δηλαδή δίνει τη σταθερά του ελατηρίου Κ.

5. Επειδή το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα, δηλαδή α = 0, όπως προκύπτει από το νόμο του Νεύτωνα ΣF = mα, πρέπει να είναι ΣF = 0. Αυτό σημαίνει ότι στο σώμα ασκείται δύναμη F_3 ίδιας κατεύθυνσης με τη μικρότερη δύναμη F_2, έτσι ώστε να ισχύει:

$$F_1 - F_2 - F_3 = 0 \text{ ή } F_3 = F_1 - F_2 = (22-7)N \text{ ή } F_3 = 15N.$$

6. Επειδή το πιθηκάκι ισορροπεί, θα πρέπει να δέχεται από το κλαδί δύναμη F, ώστε η συνισταμένη της F και το βάρος Β να είναι ίση με μηδέν. Δηλαδή: F − B = 0 ή F = B ή F = 200N αντίρροπη του βάρους του.

7. Η συνισταμένη δύναμη ΣF έχει και στις τέσσερις περιπτώσεις την ίδια τιμή ΣF = 20N με φορά προς τ' αριστερά, εκτός της περίπτωσης Β που η φορά είναι προς τα δεξιά. Έτσι στις περιπτώσεις Α, Γ και Δ έχουμε την ίδια επιτάχυνση που είναι αντίθετη της επιτάχυνσης του σώματος στην περίπτωση Β.

8. Από τη σχέση $\alpha = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ βρίσκουμε την επιβράδυνση α που είναι:

$$\alpha = \frac{5}{2}\,m/s^2 = 2,5\,m/s^2 .$$

Έτσι η ζητούμενη δύναμη είναι: $F = m\alpha = 10 \cdot 2,5N$ ή $F = 25N$.

9. Από τη σύγκριση της σχέσης $\upsilon = 4t$ με τη σχέση $\upsilon = \alpha t$ προκύπτει πως το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\alpha = 4m/s^2$. Έτσι η συνισταμένη δύναμη για το σώμα είναι:

$$\Sigma F = m\alpha = 1 \cdot 4N \text{ ή } \Sigma F = 4N.$$

10. Από τον ορισμό της επιτάχυνσης έχουμε:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{14-10}{2}\,m/s^2 \text{ ή } \alpha = 2m/s^2.$$

Έτσι από τον νόμο του Νεύτωνα έχουμε: $F = m\alpha = 10 \cdot 2N$ ή $F = 20N$.

11. Α. Για την επιτάχυνση κάθε σώματος έχουμε:

$$\alpha_1 = \frac{F_1}{m_1} = \frac{4}{1}\,m/s^2 \text{ ή } \alpha_1 = 4m/s^2 \text{ και}$$

$$\alpha_2 = \frac{F_2}{m_2} = \frac{15}{3}\,m/s^2 \text{ ή } \alpha_2 = 5m/s^2.$$

Β. Αν τα δύο σώματα απέχουν κατά 18m μετά από χρόνο t στον οποίο έχουν διανύσει αντίστοιχο διάστημα S_1 και S_2 θα πρέπει να ισχύει: $S_2 - S_1 = (18-10)m$ ή $S_2 - S_1 = 8m$. Έτσι έχουμε:

$$\frac{1}{2}\alpha_2 t^2 - \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 = 8 \text{ ή } \frac{1}{2}5t^2 - \frac{1}{2}4t^2 = 8$$

$$\text{ή } 2,5t^2 - 2t^2 = 8 \text{ ή } t^2 = 16 \text{ ή } t = 4s.$$

12. Α. Αρχικά το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση $\alpha_1 = \dfrac{F_1}{m} = \dfrac{20}{20}\,m/s^2$ ή $\alpha_1 = 1m/s^2$ για χρόνο έστω t_1, στον οποίο αποκτά ταχύτητα υ_0 διανύοντας διάστημα s_1. Προφανώς για την κίνηση αυτή ισχύει:

$$s_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \text{ ή } s_1 = \frac{1}{2}t_1^2 \qquad (\alpha)$$

$$\text{και } \upsilon_0 = \alpha_1 t_1 \text{ ή } \upsilon_0 = t_1 \qquad (\beta)$$

Κατόπιν το σώμα επιβραδύνεται με επιβράδυνση

$$\alpha_2 = \frac{F_2}{m} = \frac{5}{20} m/s^2 \text{ ή } \alpha_2 = 0,25 m/s^2$$

Τελικά το σώμα κινείται ακόμη μέχρι να σταματήσει στιγμιαία για χρόνο

$$t_2 = \frac{\upsilon_0}{\alpha_2} = \frac{t_1}{\alpha_2} \qquad (\gamma)$$

Στο χρόνο αυτό διανύει διάστημα $s_2 = \frac{\upsilon_0^{\,2}}{2\alpha_2} = \frac{t_1^{\,2}}{2\alpha_2}$ (δ)

Αλλά $s_1 + s_2 = s_{ολ}$ ή $\frac{1}{2}t_1^{\,2} + \frac{t_1^{\,2}}{2\alpha_2} = s_{ολ}$ ή

$$\frac{1}{2}t_1^{\,2} + 2t_1^{\,2} = 40 \text{ ή } t_1 = 4s.$$

Άρα η δύναμη F_2 άρχισε να ενεργεί μετά από διαδρομή

$$s_1 = \frac{1}{2}t_1^{\,2} = \frac{1}{2}\cdot 4^2 s \text{ ή } s_1 = 8m.$$

Β. Η συνολική διάρκεια κίνησης του σώματος είναι:

$$t_{ολ} = t_1 + t_2 = t_1 + \frac{t_1}{\alpha_2} = \left(4 + \frac{4}{0,25}\right)s \text{ ή } t_{ολ} = 20s.$$

13. Α. Από την εξίσωση της κίνησης για την ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση έχουμε:

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 \text{ ή } \alpha = \frac{2s}{t^2} = \frac{48}{16} m/s^2 \text{ ή } \alpha = 3m/s^2.$$

Β. Αντικαθιστώντας στην εξίσωση $\Sigma F = m\alpha$ όπου $\Sigma F = F_1 + F_2 - F_3$ έχουμε: $F_1 + F_2 - F_3 = m\alpha$ ή $6 + 2 - F_3 = 1\cdot 3$ ή $F_3 = 5N$.

14. Στην πρώτη περίπτωση η $\Sigma F = F_1 - F_2 = 40N - 20N$ ή $\Sigma F = 20N$.

Άρα η $\Sigma F = m\alpha$ δίνει για τη μάζα $m = \frac{20}{0,3}$ kg.

Έτσι στη δεύτερη περίπτωση η επιτάχυνση του σώματος είναι:

$$\Sigma F' = m\alpha' \text{ ή } \alpha' = \frac{\Sigma F'}{m} = \frac{40}{\frac{20}{0,3}} m/s^2 \text{ ή } \alpha' = 0,6m/s^2.$$

Την τιμή αυτή την αναμένουμε, αφού διπλάσια δύναμη στο ίδιο σώμα προκαλεί διπλάσια επιτάχυνση.

15. Από την εξίσωση του διαστήματος για την ελεύθερη πτώση έχουμε:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \ \text{ή} \ t^2 = \frac{2h}{g} \ \text{ή} \ t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

και με αντικατάσταση βρίσκουμε t = 2s.

16. Αν το πρώτο σώμα φτάνει στον πυθμένα σε χρόνο t, ισχύει:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \ \text{ή} \ t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$ και με αντικατάσταση t = 6s.

Το δεύτερο σώμα έχει κινηθεί για χρόνο t′ που είναι:

$t' = t - \Delta t$ ή $t' = (6 - 1)s = 5s$.

Στο χρόνο αυτό έχει διανύσει διάστημα

$$h' = \frac{1}{2}gt'^2 = \frac{1}{2}10\cdot 5^2 m \ \text{ή} \ h' = 125m.$$

Κατά συνέπεια η ζητούμενη απόσταση Δh είναι:

$\Delta h = h - h' = (180 - 125)m$ ή $\Delta h = 55m$.

17. Α. Η επιτάχυνση που αποκτά το αυτοκίνητο θα είναι:

$$F = m\alpha \ \text{ή} \ \alpha = \frac{F}{m} = \frac{2\cdot 10^4}{4.000} m/s^2 = 5m/s^2.$$

Όμως το διάστημα μέχρι να σταματήσει είναι:

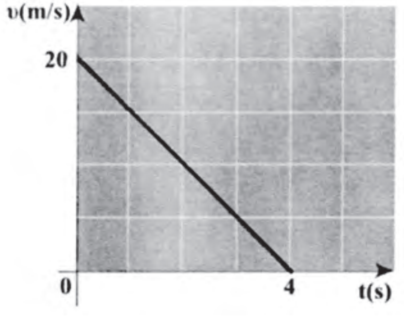
$$s = \frac{\upsilon_0^{\ 2}}{2\alpha} \ \text{ή} \ \upsilon_0^{\ 2} = 2\alpha s \ \text{ή} \ \upsilon_0 = \sqrt{2\alpha s}$$

και με αντικατάσταση $\upsilon_0 = 20m/s$.

Β. Η χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης είναι:

$$t_{ολ} = \frac{\upsilon_0}{\alpha} = \frac{20}{5}s \ \text{ή} \ t_{ολ} = 4s.$$

Γ. Τέλος το ζητούμενο διάγραμμα είναι:

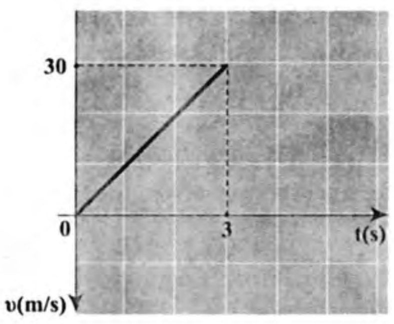


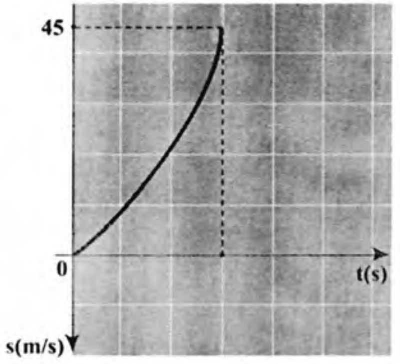
18. Α. Έστω ότι το πρώτο σώμα φτάνει στο έδαφος σε χρόνο t. Ισχύει ότι: $h=\frac{1}{2}gt^2$ ή $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ και με αντικατάσταση t = 3s. Επειδή το δεύτερο σώμα ρίχνεται μετά από ένα δευτερόλεπτο και φτάνει στο έδαφος ταυτόχρονα με το πρώτο, πρέπει να κινείται για χρόνο $t' = t - \Delta t$ ή $t' = (3-1)s$ ή $t' = 2s$. Έτσι για το δεύτερο σώμα έχουμε:

$$h=\upsilon_0 t'+\frac{1}{2}gt'^2 \text{ ή } \upsilon_0=\frac{h-\frac{1}{2}gt'^2}{t'} \text{ ή}$$

$$\upsilon_0=\frac{45-5\cdot 2^2}{2}m/s \text{ ή } \upsilon_0=12,5m/s.$$

Β. Τα ζητούμενα διαγράμματα είναι:





Κεφάλαιο 1.3

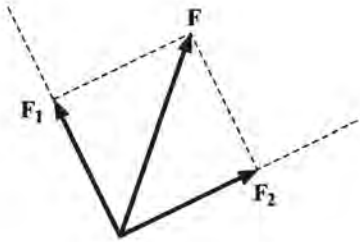
1. Με βάση τα δεδομένα το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων θα είναι τετράγωνο.

Έτσι έχουμε:

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 = 2F_1^2 \text{ ή } F_1 = \sqrt{\frac{F^2}{2}}$$

και με αντικατάσταση

$$F_1 = F_2 = \sqrt{50}N \text{ ή } F_1 = F_2 = 5\sqrt{2}N$$

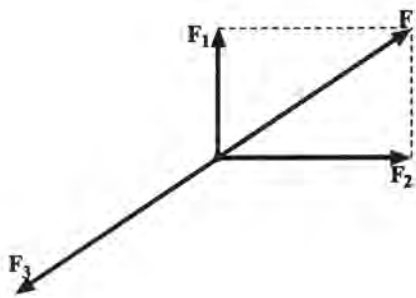


2. Η συνισταμένη των δυνάμεων F_1 και F_2 είναι:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

και με αντικατάσταση $F = \sqrt{41}N$.
Για να ισορροπεί το σωμάτιο πρέπει να του ασκείται δύναμη F_3 αντίθετη της F.

Δηλαδή $F_3 = F = \sqrt{41}N$.



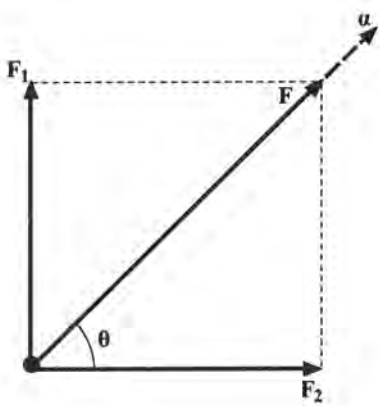
3. Η συνισταμένη F των δύο δυνάμεων F_1, F_2 δίνεται από τη σχέση:

$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ και με αντικατάσταση $F = 10N$. Άρα η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι:

$$\alpha = \frac{F}{m} \text{ ή } \alpha = \frac{10}{1} m/s^2 \text{ ή } \alpha = 10 m/s^2$$

Η επιτάχυνση α έχει την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης F, δηλαδή σχηματίζει με τη δύναμη F_2 γωνία $\hat{\theta}$ για την οποία ισχύει:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_1}{F_2} = \frac{6}{8} \text{ ή } \varepsilon\varphi\theta = \frac{3}{4}.$$



4. Α. Από την εξίσωση της ελεύθερης πτώσης έχουμε:

$$h = \frac{1}{2}g_\Sigma t^2 \text{ ή } g_\Sigma = \frac{2h}{t^2} \text{ και με αντικατάσταση}$$

$$g_\Sigma = \frac{2\cdot 7,2}{3^2} m/s^2 \text{ ή } g_\Sigma = 1,6 m/s^2.$$

Β. α) Ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να φθάσει στο έδαφος σύμφωνα με την αρχή επαλληλίας των κινήσεων, είναι πάλι 3s.

β) Για την οριζόντια κίνηση έχουμε: $x = \upsilon t$ ή $x = 12\cdot 3m$ ή $x = 36m$.

5. Α. Οι ζητούμενες εξισώσεις για τις δύο κινήσεις της βόμβας στους άξονες x και y είναι αντίστοιχα:

$x = \upsilon t$ (α) και $y = \frac{1}{2}gt^2$ (γ)

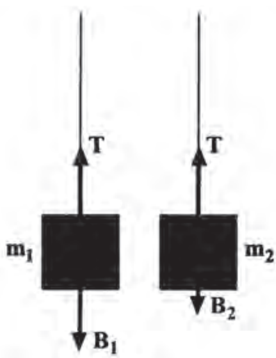
$\upsilon_x = \upsilon_0$ (β) $\upsilon_y = gt$ (δ)

Β. Από τη (γ) έχουμε:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \text{ ή } g = \frac{2y}{t^2} \text{ ή } g = \frac{2\cdot 500}{10^2} m/s^2 \text{ ή } g = 10 m/s^2.$$

Γ. Επειδή η ταχύτητα υ_x της βόμβας είναι ίση με την ταχύτητα (υ_0) του αεροπλάνου, βόμβα και αεροπλάνο διανύουν κάθε στιγμή την ίδια απόσταση x. Έτσι τη στιγμή που η βόμβα φτάνει στο έδαφος, το αεροπλάνο βρίσκεται ακριβώς πάνω από το σημείο πρόκρουσης, έχοντας μετατοπιστεί από το σημείο που άφησε τη βόμβα κατά $x = \upsilon_0 t = 150\cdot 10m$ ή $x = 1.500m$.

6. Α. Στα σώματα ασκούνται τα βάρη τους και οι τάσεις $T_1 = T_2 = T$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Εφαρμόζω για κάθε σώμα το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής:



$B_1 - T = m_1\alpha$ (1) και

$T - B_2 = m_2\alpha$ (2).

Β. Προσθέτοντας τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε:

$B_1 - T + T - B_2 = m_1\alpha + m_2\alpha$ ή

$B_1 - B_2 = (m_1 + m_2)\alpha$ ή

$$\alpha = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2} \text{ ή } \alpha = \frac{30-10}{4}\frac{m}{s^2} \text{ ή } \alpha = 5\frac{m}{s^2}.$$

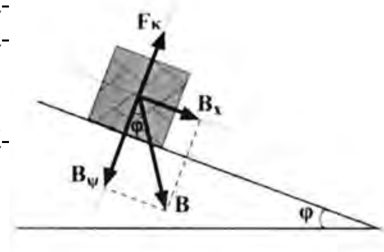
Γ. Αντικαθιστούμε την τιμή της επιτάχυνσης σε μια από τις αρχικές σχέσεις, π.χ. στην (1) και έχουμε:

$$T = B_1 - m_1\alpha \text{ ή } T = (3\cdot 10 - 3\cdot 5)N \text{ ή } T = 15N.$$

7. Α. Οι δυνάμεις στο σώμα είναι το βάρος του Β και η δύναμη $F_κ$ λόγω της άμεσης επαφής του με το κεκλιμένο επίπεδο.

Αναλύουμε το βάρος Β στις συνιστώσες B_x και B_y, οπότε ο θεμελιώδης νόμος γράφεται:

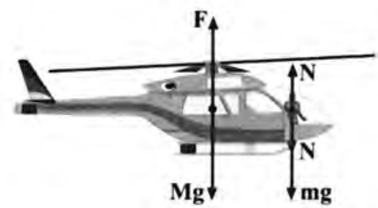
$ΣF = mα$ ή $B_x = mα$ (1).



Β. Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) βρίσκουμε:

$mgημφ = mα$ ή $α = gημφ$ ή $α = \frac{g}{2}$.

8. Α. Στον πιλότο ασκείται το βάρος του mg και η δύναμη Ν από το κάθισμα. Στο ελικόπτερο ασκείται το βάρος του Mg, η ανυψωτική δύναμη F και η εσωτερική δύναμη Ν που ασκεί ο πιλότος λόγω άμεσης επαφής.



Β. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για το σύστημα έχουμε:

$F – Mg – mg = (M + m)α$ ή

$F = [(1.920 + 80)\cdot 2+1.920\cdot 10 + 80\cdot 10]N$ ή $F = 24.000N$.

Γ. Ο ίδιος νόμος για τον πιλότο δίνει:

$N - mg = mα$ ή $N = mα + mg$ ή $N = (80\cdot 2 + 80\cdot 10)N$ ή $N = 960N$.

9. Α. Η κίνηση του σώματος είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα και κατά συνέπεια ισχύει: $s = \frac{1}{2}αt^2$ και $υ = αt$. Από τις εξισώσεις αυτές αντικαθιστώντας το χρόνο t από τη δεύτερη εξίσωση στην πρώτη έχουμε:

$$s = \frac{1}{2}α\frac{υ^2}{α^2} \text{ ή } s = \frac{υ^2}{2α} \text{ ή } α = \frac{υ^2}{2s} \text{ ή}$$

$$α = \frac{10^2}{2\cdot 10} m/s^2 \text{ ή } α = 5m/s^2.$$

Β. Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα βρίσκουμε ότι:

$ΣF = mα$ ή $ΣF = 5\cdot 5N$ ή $ΣF = 25N$. Επειδή $ΣF > F$ σημαίνει ότι υπάρχει τριβή Τ έτσι ώστε:

$ΣF = F – T$ ή $T = F – ΣF = (30 – 25)N$ ή $T = 5N$.

Γ. Για το συντελεστή τριβής ολίσθησης βρίσκουμε:

$$T = μF_κ = μmg \text{ ή } μ = \frac{T}{mg} \text{ ή } μ = \frac{5}{5\cdot 10} \text{ ή } μ = 0{,}1.$$

10. Α. Δεχόμαστε ότι κατά την επιβράδυνσή του ο οδηγός δέχεται μόνο τη δύναμη F από τη ζώνη, και ότι αυτή είναι σταθερή. Από την εξίσωση που δίνει το μέγιστο διάστημα στην επιβραδυνόμενη κίνηση έχουμε:

$$s_{max}=\frac{\upsilon^2}{2\alpha} \text{ ή } \alpha=\frac{\upsilon^2}{2s_{max}} \text{ ή } \alpha=\frac{30^2}{2\cdot 0,2}m/s^2 \text{ ή } \alpha=2.250m/s^2.$$

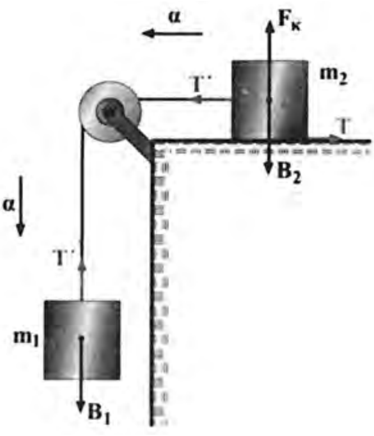
Β. Η δύναμη από τη ζώνη ασφαλείας που προκαλεί την παραπάνω επιβράδυνση είναι: $F = m\alpha = 60\cdot 2.250N$ ή $F= 135.000N$.

11. Α. Επειδή η ταχύτητα της ντουλάπας είναι σταθερή ισχύει $\alpha = 0$, δηλαδή $\Sigma F = 0$ ή $F - T = 0$ ή $T = F$ ή $T = 120N$.

Αλλά $T=\mu F_\kappa$ ή $\mu=\dfrac{120}{250}$ ή $\mu = 0,48$.

Β. Η ελάττωση του βάρους της ντουλάπας ελαττώνει την τριβή σε μια νέα τιμή $T' = \mu B = 0,48\cdot 160N$ ή $T' = 76,8N$. Για να έχουμε πάλι σταθερή ταχύτητα η οριζόντια δύναμη F' θα πρέπει να είναι: $F' = T'$ ή $F' = 76,8N$.

12. Α. Οι δυνάμεις σε κάθε σώμα φαίνονται στην εικόνα.



Β. Για κάθε σώμα ο θεμελιώδης νόμος γράφεται:

$B_1 - T' = m_1\alpha$ (1) και

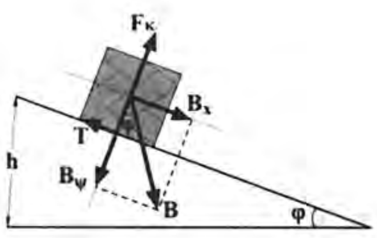
$T' - T = m_2\alpha$ (2)

Γ. Προσθέτοντας κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2) έχουμε $B_1 - T = (m_1 + m_2)\alpha$ και επειδή $T = \mu F_\kappa = \mu m_2 g$ προκύπτει:

$m_1 g - \mu m_2 g = (m_1 + m_2)\alpha$ ή

$$\alpha=\frac{8\cdot 10-0,25\cdot 12\cdot 10}{12+8}m/s^2 \text{ ή}$$

$\alpha = 2,5m/s^2$.



13. Α. Οι δυνάμεις φαίνονται στην εικόνα.

Β. Για την τριβή έχουμε: $T = \mu F_\kappa$ και επειδή $F_\kappa = B_\psi = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$, η τριβή είναι:

$T = \mu\cdot mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ ή

$$T=\frac{\sqrt{3}}{6}1\cdot 10\frac{\sqrt{3}}{2}N \text{ ή } T = 2,5N.$$

Γ. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma F = m\alpha \text{ ή } B_x - T = m\alpha \text{ ή } mg\eta\mu\varphi - T = m\alpha \text{ ή } \alpha = \frac{1 \cdot 10\frac{1}{2} - 2,5}{1} m/s^2$$

ή $\alpha = 2{,}5 m/s^2$. Έτσι το ζητούμενο διάστημα είναι:

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 1m \text{ ή } s = 1{,}25m.$$

14. Η γραμμική ταχύτητα για κάθε σημείο του πλέγματος του τροχού είναι ίση με τη μεταφορική ταχύτητα του αυτοκινήτου.

Δηλαδή $\upsilon = 35 m/s$. Για την κεντρομόλο επιτάχυνση έχουμε: $\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$,

όπου $R = \frac{\delta}{2} = \frac{0,8}{2} m$ ή $R = 0{,}4m$.

Έτσι $\alpha_\kappa = \frac{35^2}{0,4} m/s^2$ ή $\alpha_\kappa = 3.062{,}5 m/s^2$.

15. Από τη σχέση $\upsilon = \omega R$, αν θέσουμε $\omega = \frac{2\pi}{T}$ βρίσκουμε για τη ζητούμενη ταχύτητα: $\omega = \frac{2\pi}{T} \cdot R = \frac{2 \cdot 3,14}{24 \cdot 3.600} \cdot 6.380 \cdot 10^3 m/s$ ή $\upsilon = 463 m/s$. Για την κεντρομόλο επιτάχυνση έχουμε: $\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{463^2}{6.380 \cdot 10^3}$ ή $\alpha_\kappa = 0,034 m/s^2$.

16. Για την ταχύτητα έχουμε:

$$\upsilon = \omega R = 2\pi f \frac{\delta}{2} = 2 \cdot 3,14 \cdot 8,5 \frac{13,8 \cdot 10^3}{2} m/s \text{ ή } \upsilon = 368 \cdot 10^3 m/s.$$

Η ζητούμενη κεντρομόλος επιτάχυνση είναι:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\left(368 \cdot 10^3\right)^2}{\frac{13,8 \cdot 10^3}{2}} m/s^2 \text{ ή } \alpha_\kappa = 19,6 \cdot 10^6 m/s^2.$$

17. Η συχνότητα περιστροφής του κάδου είναι:

$$f = \frac{780}{60} \text{ Hz ή } f = 13 Hz.$$

Έτσι βρίσκουμε: $\upsilon = \omega R = 2\pi f R$ ή

$$\upsilon = 2\pi f\,\frac{\delta}{2} = 2\cdot 3{,}14\cdot 13\cdot\frac{0{,}66}{2}\,m/s \text{ ή}$$

$$\upsilon = 26{,}9 m/s \text{ και } \alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{26{,}9^2}{0{,}33}\,m/s^2 \text{ ή } \alpha_\kappa = 2.193 m/s^2.$$

18. Η τιμή της τριβής, δηλαδή η κεντρομόλος δύναμη, δεν μπορεί να υπερβαίνει το 25% του βάρους του αυτοκινήτου.

Δηλαδή: $F_{\kappa(max)} = 0{,}25B$ ή $F_{\kappa(max)} = 0{,}25mg$.

Όμως $F_{\kappa(max)} = \dfrac{m\upsilon_{max}^2}{R}$ ή $0{,}25mg = \dfrac{m\upsilon_{max}^2}{R}$ ή

$\upsilon_{max} = \sqrt{0{,}25gR}$ και με αντικατάσταση $\upsilon_{max} = 13 m/s$.

19. Για την περίοδο του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη βρίσκουμε: $T_\Omega = 12h = 12\cdot 3.600s$ ή $T_\Omega = 43.200s$ και $T_\Lambda = 1h = 1\cdot 3.600$ ή $T_\Lambda = 3.600s$.

Έστω ότι οι δείκτες σχηματίζουν για πρώτη φορά γωνία $\dfrac{\pi}{3}$ μετά από χρόνο t.

Ο λεπτοδείκτης έχει διαγράψει γωνία $\varphi_\Lambda = \omega_\Lambda t = \dfrac{2\pi}{T_\Lambda}t$ (1)

Αντίστοιχα ο ωροδείκτης θα έχει διαγράψει γωνία

$\varphi_\Omega = \omega_\Omega t = \dfrac{2\pi}{T_\Omega}t$ (2). Όμως $\varphi_\Lambda - \varphi_\Omega = \dfrac{\pi}{3}$, οπότε αντικαθιστούμε τις (1) και (2) και έχουμε $\dfrac{2\pi}{T_\Lambda}t - \dfrac{2\pi}{T_\Omega}t = \dfrac{\pi}{3}$ ή

$$2t\left(\frac{1}{T_\Lambda} - \frac{1}{T_\Omega}\right) = \frac{1}{3} \text{ ή } 2t\left(\frac{1}{3.600} - \frac{1}{43.200}\right) = \frac{1}{3} \text{ ή } t = 10{,}9 \text{ min.}$$

20. Το βλήμα κινούμενο ομαλά χρειάζεται χρόνο t για να φθάσει στο δίσκο, ο οποίος είναι: $t = \dfrac{d}{\upsilon} = \dfrac{2}{400}s$ ή $t = 0{,}005s$. Στον ίδιο χρόνο t ο δίσκος περιστρέφεται κατά γωνία $\dfrac{\pi}{4}$.

Επομένως βρίσκουμε ότι: $\omega = \dfrac{\varphi}{t} = \dfrac{\frac{\pi}{4}rad}{0{,}005s} = \dfrac{\pi}{0{,}02}rad/s$ ή $\omega = 50\pi$ rad/s.

21. Α. Για την ταχύτητα του δορυφόρου βρίσκουμε:

$$\upsilon = \omega(R + h) = \frac{2\pi}{T}\,(R + h) \text{ ή}$$

$$\upsilon = \frac{2\cdot 3{,}14}{4\cdot 3.600}\left(6.400\cdot 10^3 + 6.400\cdot 10^3\right)m/s \text{ ή } \upsilon = 5.581m/s$$

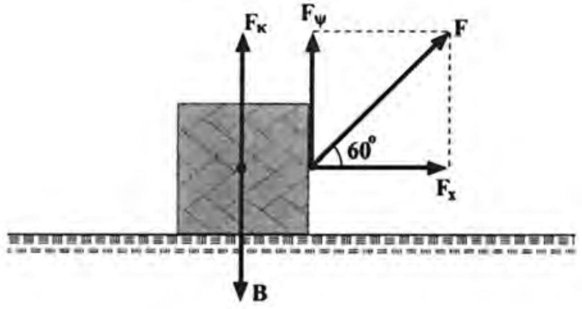
Β. Για τη γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου έχουμε:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\cdot 3{,}14}{4\cdot 3.600}rad/s \text{ ή } \omega = 4{,}36\cdot 10^{-4}rad/s.$$

22. Α. Από την ισορροπία του σώματος στον κατακόρυφο άξονα έχουμε:

$$F_\kappa + F_\psi = B \text{ ή } F_\kappa = mg - F\eta\mu 60 \text{ ή}$$

$$F_\kappa = \left(10\cdot 10 - 40\frac{\sqrt{3}}{2}\right)N \text{ ή } F_\kappa = \left(100 - 20\sqrt{3}\right)N \text{ ή } F_\kappa = 65{,}36N.$$



Β. Η ταχύτητα μετά από 5s θα είναι υ = αt, όπου α η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί το σώμα.

$$\text{Αλλά } F_x = m\alpha \text{ ή } \alpha = \frac{F_x}{m} = \frac{F\sigma\upsilon\nu 60}{m} = \frac{40\frac{1}{2}}{10}m/s^2 \text{ ή } \alpha = 2m/s^2.$$

Έτσι $\upsilon = \alpha t = 2\cdot 5m/s$ ή $\upsilon = 10m/s$.

Γ. Κατά τη διάρκεια του πέμπτου δευτερολέπτου το σώμα διανύει διάστημα:

$$S = S_5 - S_4 = \frac{1}{2}\alpha t_5^2 - \frac{1}{2}\alpha t_4^2 \text{ ή}$$

$$S = \frac{1}{2}\alpha\left(t_5^2 - t_4^2\right) = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\left(5^2 - 4^2\right)m \text{ ή } S = 9m.$$

23. Α. Για να κινηθεί το σώμα απαιτείται δύναμη $F \geq T$.
Άρα η ζητούμενη μικρότερη δύναμη είναι $F = T$ ή
$F = \mu F_\kappa$ ή $F = \mu B = 0{,}2 \cdot 1.000N$ ή $F = 200N$.

Β. Η ζητούμενη επιτάχυνση είναι:

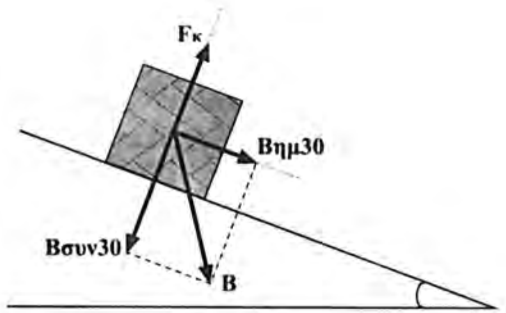
$$\alpha = \frac{F' - T}{m} = \frac{(F' - T)g}{B} \text{ ή } \alpha = \frac{(500 - 200)10}{1.000} m/s^2 \text{ η } \alpha = 3m/s^2.$$

Γ. Η κίνηση του κιβωτίου είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα. Έτσι: $s = \frac{1}{2}\alpha t^2$ ή $t = \sqrt{\frac{2s}{\alpha}}$ και με αντικατάσταση $t = 4s$. Για τη ζητούμενη ταχύτητα έχουμε:

$$\upsilon = \alpha t = 3 \cdot 4m/s \text{ ή } \upsilon = 12m/s.$$

24. Α. Από την ισορροπία του σώματος στον άξονα y έχουμε:

$$F_\kappa - B\sigma\upsilon\nu 30 = 0 \text{ ή } F_\kappa = mg\sigma\upsilon\nu 30 = 1 \cdot 10\frac{\sqrt{3}}{2}N \text{ ή } F_\kappa = 5\sqrt{3}N.$$



Β. Για την επιτάχυνση του σώματος έχουμε:

$$B\eta\mu 30 = m\alpha \text{ ή } \alpha = \frac{mg\eta\mu 30}{m} \text{ ή } \alpha = g\eta\mu 30 \text{ ή } \alpha = 5m/s^2.$$

Γ. Η κίνηση του σώματος είναι ομαλά επιταχυνόμενη με $\upsilon_0 = 0$, οπότε:

$$S = \frac{1}{2}\alpha t^2 \text{ ή } \frac{h}{\eta\mu 30} = \frac{1}{2}\alpha t^2 \text{ ή } t = \sqrt{\frac{2h}{\alpha\eta\mu 30}} \text{ και με αντικατάσταση } t = 2s.$$

Επίσης $\upsilon = \alpha t = 5 \cdot 2m/s$ ή $\upsilon = 10m/s$.

Δ. Στην περίπτωση αυτή το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση $\alpha' = g\eta\mu 45$ και διανύει διάστημα $S' = \frac{h}{\eta\mu 45}$. Έτσι ο χρόνος κίνησής του είναι $t' = \sqrt{\frac{2h}{g\eta\mu^2 45}}$ και η ζητούμενη ταχύτητα

$\upsilon = \alpha' t' = g\eta\mu 45\sqrt{\dfrac{2h}{g\eta\mu^2 45}} = \sqrt{2gh}$. Δηλαδή η ταχύτητα είναι ανεξάρτητη από τη γωνία του κεκλιμένου επιπέδου και αφού το ύψος h παραμένει το ίδιο, το σώμα φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου με την ίδια ταχύτητα $\upsilon = 10 m/s$.

25. Α. Από το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για κάθε σώμα έχουμε:

$F - T = m_1\alpha \qquad (1)$ και

$T = m_2\alpha \qquad (2)$

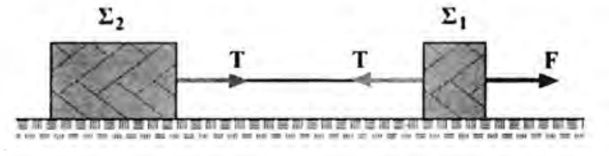
Από την πρόσθεση των εξισώσεων (1) και (2) κατά μέλη βρίσκουμε:

$$F = \left(m_1 + m_2\right)\alpha = \frac{B_1 + B_2}{g}\alpha = \frac{B_1 + B_2}{g}\frac{g}{8}$$

$$F = \frac{200 + 500}{8}N \ \text{ ή } \ F = 87,5N.$$

Β. Με αντικατάσταση της τιμής της F στην εξίσωση (2) βρίσκουμε:

$$T = m_2\alpha = \frac{B_2}{g}\cdot\frac{g}{8} = \frac{B_2}{8} \ \text{ ή } \ T = 62,5N.$$



Κεφάλαιο 2.1

1. Η αντίσταση του αέρα λόγω της σταθερής ταχύτητας ανά σταθερή δύναμη και κατά συνέπεια το έργο της είναι:

$$W = Ax = 4\upsilon x \text{ ή } W = 4\cdot 30\cdot 50\text{J ή } W = 6000\text{J}$$

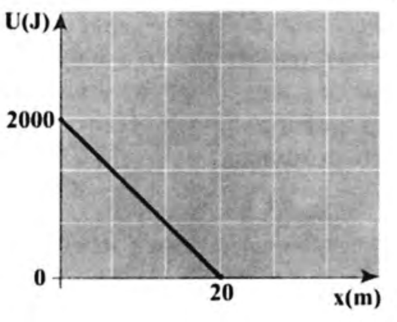
2. Α. Η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι:

$$U = mgh = 10\cdot 10\cdot 20\text{J ή } U = 2.000\text{J}.$$

Β. Η δυναμική ενέργεια μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση:

$$U = mgx$$

Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα είναι το παρακάτω:



3. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 - W_T = 0 \text{ ή } \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = T\cdot x \text{ ή}$$

$$x = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2}{T} \text{ ή } x = \frac{\frac{1}{2}\cdot 1000\cdot 15^2}{7500}\text{m ή } x = 15\text{m}$$

4. Το σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του. Έτσι βρίσκουμε:

$$0 + W_B = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή } mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{2gh} \text{ και με αντικατάσταση } \upsilon = 20\text{m/s}$$

Στο ύψος h το σώμα είχε μόνο δυναμική ενέργεια η οποία μετατρέπεται αρχικά σε κινητική ενέργεια και τελικά σε θερμότητα.

5. Επειδή ο γερανός ανεβάζει το κιβώτιο με σταθερή ταχύτητα, πρέπει να ασκεί δύναμη

$F = B$ ή $F = mg$ (α)

Επίσης για τη σταθερή ταχύτητα ανόδου έχουμε:

$$\upsilon = \frac{s}{t} \text{ ή } \upsilon = \frac{h}{t} \quad (\beta)$$

Έτσι η ζητούμενη ισχύς είναι $P = F\upsilon$ που με τη βοήθεια των (α) και (β) γίνεται:

$$P = mg\frac{h}{t} = 2000 \cdot 10\frac{60}{120}\text{W} \text{ ή } P = 10.000\text{W}$$

6. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε:

$$0 + W_B - W_T = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή } mgh - T(A\Gamma) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$mg(A\Gamma)\eta\mu 30 - \mu mg \cdot (A\Gamma) = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$2g(A\Gamma)\eta\mu 30 - 2\mu g(A\Gamma) = \upsilon^2 \text{ και με αντικατάσταση: } \upsilon = 6\text{m/s}.$$

7. Α. Επειδή το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα είναι $T = F$ και κατά συνέπεια:

$W_T = W_F = F \cdot x = 40 \cdot 5\text{J}$ ή $W_T = 200\text{J}$.

Β. Ο ζητούμενος ρυθμός αφού η εμφανιζόμενη θερμότητα εκφράζεται από το έργο της τριβής είναι:

$$\frac{W_T}{t} \text{ που επειδή } t = \frac{x}{\upsilon} \text{ γίνεται:}$$

$$\frac{W_T}{t} = \frac{W_T \cdot \upsilon}{x} = \frac{200 \cdot 4}{5}\text{J/s} \text{ ή } W_T = 160\text{J/s}$$

8. Η διατήρηση της ενέργειας για την αρχική και την τελική θέση της μπάλας μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την εμφανιζόμενη θερμότητα Q ως εξής:

$$mgh_1 + 0 = mgh_2 + 0 + Q \text{ ή}$$

$$Q = mg(h_1 - h_2) = 2 \cdot 10(20 - 18)\text{J} \text{ ή } Q = 40\text{J}$$

Έτσι το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\frac{Q}{mgh_1} \cdot 100 = \frac{40}{400} \cdot 100 = 10\%$$

9. Η οριζόντια δύναμη F που ασκεί ο μαθητής είναι ίση με την τριβή Τ, ώστε το κιβώτιο να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Δηλαδή: $F = T = \mu mg = 0{,}5 \cdot 100 \cdot 10N$ ή

$F = 500N$

Η προσφερόμενη ενέργεια είναι ίση με το έργο της δύναμης F.

Έτσι βρίσκουμε:

Προσφερόμενη ενέργεια $= W_F = F \cdot x = 500 \cdot 10J = 5.000J$.

10. Α. Το έργο του βάρους το οποίο είναι δύναμη συντηρητική εξαρτάται από την κατακόρυφη απόσταση της αρχικής και της τελικής θέσης και όχι από τη διαδρομή.

Έτσι βρίσκουμε:

$W_B = Bh = mgh = 80 \cdot 10 \cdot 300 \cdot 0{,}2J$ ή

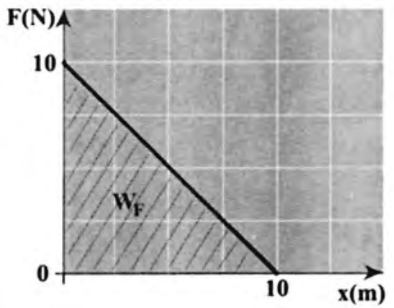
$W_B = 48000J$.

Β. Ο ζητούμενος ρυθμός είναι:

$$\frac{W_B}{t} = \frac{48000}{10 \cdot 60} J/s \text{ ή } \frac{W_B}{t} = 80J/s$$

11. Α. Επειδή η δύναμη είναι σταθερή έχουμε:

$W_F = F \cdot x = 4 \cdot 10J$ ή $W_F = 40J$.



Β. Στην περίπτωση αυτή το έργο της δύναμης υπολογίζεται γραφικά από το διάγραμμα F-x.

Έτσι $W_F = \frac{1}{2} 10 \cdot 10J$ ή $W_F = 50J$

12. Α. Το έργο της F είναι ίσο με το έργο της παράλληλης προς την κίνηση συνιστώσας της F_x.

Δηλαδή: $W_F = W_{Fx} = F \cdot \sigma\upsilon\nu 60 \cdot x = 50 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10J$ ή $W_F = 250J$

Β. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + W_F = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \text{ ή } \upsilon = \sqrt{\frac{2W_F}{m}}$$ και με αντικατάσταση βρίσκουμε: $\upsilon = 5m/s$.

13. Α. Από την εξίσωση της κινηματικής $h_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$ βρίσκουμε για την αρχική ταχύτητα υ_0 της πέτρας:

$\upsilon_0 = \sqrt{2gh_{max}}$ ή $\upsilon_0 = \sqrt{800}m/s.$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + mgx \text{ ή } \frac{1}{4}m\upsilon_0^2 = mgx$$

$$\text{ή } x = \frac{\frac{1}{4}800}{10}m \text{ ή } x = 20m$$

Β. Στο ζητούμενο ύψος x′ το σώμα έχει ταχύτητα υ, ώστε

$$m\upsilon = \frac{1}{2}m\upsilon_0 \text{ ή } \upsilon = \frac{1}{2}\sqrt{800}m/s.$$

Έτσι από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgx' \text{ ή}$$

$$x' = \frac{\upsilon_0^2 - \upsilon^2}{29} = \frac{800-200}{20}m \text{ ή } x' = 30m$$

14. Α. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας βρίσκουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - F\cdot x = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$\upsilon = \sqrt{\frac{m\upsilon_0^2 - 2F_x}{m}}$ και με αντικατάσταση υ = 8m/s.

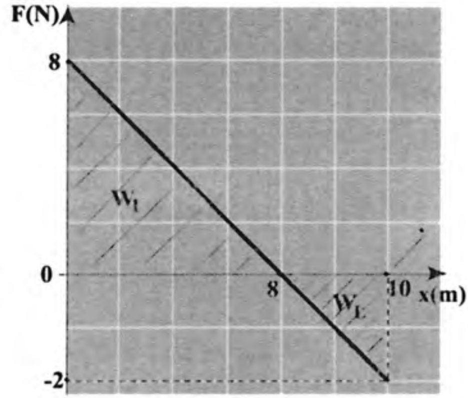
Β. Για τη ζητούμενη απόσταση έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - F\cdot x = 0 \text{ ή } x = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2}{F} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 10^2}{10}m \text{ ή } x = 20m$$

15. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + W_F = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \ (\alpha)$$

Το έργο της μεταβλητής δύναμης F υπολογίζεται γραφικά:



F	X
8	0
0	8
−2	10

$$W_F = W_1 - W_2 = \left(\frac{1}{2}8\cdot 8 - \frac{1}{2}2\cdot 2\right)\text{J} \text{ ή } W_F = 30\text{J}.$$

Έτσι από τη σχέση (α) βρίσκουμε:

$$m = \frac{2W_F}{\upsilon^2} = \frac{2\cdot 30}{4}\text{kg} \text{ ή } m = 15\text{kg}$$

16. Το σώμα επιταχύνεται προς τα επάνω με την επίδραση των δυνάμεων Fσυνθ, T και mgημθ. Για την τριβή T βρίσκουμε:

$T = \mu F_\kappa$ ή

$T = \mu(F\eta\mu\theta + mg\sigma\upsilon\nu\theta) = 0{,}4(100\cdot 0{,}6 + 5\cdot 100{,}8)\text{N}$ ή

$T = 40\text{N}$

Έτσι από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + F\sigma\upsilon\nu\theta\cdot x - T\cdot x - mg\eta\mu\theta x = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2F\sigma\upsilon\nu\theta\cdot x - 2T\cdot x - 2mg\eta\mu\theta\cdot x}{m}}$$

και με αντικατάσταση βρίσκουμε: $\upsilon = \sqrt{20}\text{m/s}$

17. Α. Η μπάλα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους, οπότε:

$$0 + mgH = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή } \upsilon = \sqrt{2gH} \text{ ή } \upsilon = 20\text{m/s}$$

Β. Έχουμε ότι:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{W_B}{\Delta t} = P_B = B \cdot \upsilon = mg\upsilon.$$

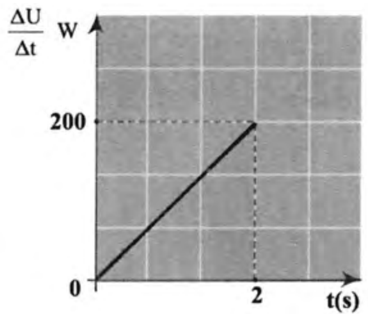
Αλλά η μπάλα κάνει ελεύθερη πτώση, οπότε: $\upsilon = gt$.
Έτσι καταλήγουμε στη σχέση:

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = mg \cdot gt = mg^2 t \ \text{ή} \ \frac{\Delta U}{\Delta t} = 100t \ (\alpha)$$

Από τη σχέση $H = \frac{1}{2}gt^2$ βρίσκουμε ότι ο χρόνος κίνησης της μπάλας είναι:

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \ \text{ή} \ t = 2s.$$

Έτσι το ζητούμενο διάγραμμα (σχέση α) είναι:



18. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$0 + W_F = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \ (\alpha)$$

Το έργο της μεταβλητής δύναμης F υπολογίζεται από το αντίστοιχο εμβαδόν. Έτσι:

$$W_F = \frac{4+2}{2} \cdot 10J \ \text{ή} \ W_F = 30J.$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (α) βρίσκουμε:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2W_F}{m}} \ \text{ή} \ \upsilon = \sqrt{30}m/s$$

19. Α. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μεταξύ των σημείων Γ και Δ έχουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2 - W_T = 0 \ \text{ή} \ \frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2 - \mu mgx = 0 \ \text{ή}$$

$$\upsilon_\Gamma = \sqrt{2\mu gx} \ \text{και με αντικατάσταση} \ \upsilon_\Gamma = \sqrt{60}m/s.$$

Β. Αρκεί να φέρουμε το σώμα στο σημείο Α με μηδενική ταχύτητα. Αυτό σημαίνει ότι η απαιτούμενη ενέργεια είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια του σώματος στο σημείο Α και το έργο της τριβής W_T από το Δ έως το Γ. Δηλαδή:

$$W_{απαιτ} = U_A + W_T.$$

Αλλά $U_A = \frac{1}{2}mυ_Γ^2$ όπως και $W_T = \frac{1}{2}mυ_Γ^2$.

Έτσι: $W_{απαιτ} = 2\frac{1}{2}mυ_Γ^2 = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 60J$ ή

$$W_{απαιτ} = 120J$$

20. Α. Για τη ζητούμενη κινητική ενέργεια έχουμε:

$$K = \frac{1}{2}mυ^2 = \frac{1}{2}\cdot 65\cdot 10^7\cdot\left(\frac{32\cdot 10^3}{3600}\right)^2 J \text{ ή}$$

$$K = 2,57\cdot 10^{10} J$$

Β. Η ωφέλιμη ισχύς είναι το 50% της αποδιδόμενης, δηλαδή:

$P = 22\cdot 10^3 HP = 22\cdot 745,7\cdot 10^3 W$ ή

$P = 16405\cdot 10^3 W.$

Όμως η ωφέλιμη ενέργεια που αποδίδουν οι μηχανές μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του κρουαζιερόπλοιου. Έτσι:

$$P = \frac{K}{t} \text{ ή } t = \frac{K}{P} = \frac{2,57\cdot 10^{10}}{16405\cdot 10^3} s \text{ ή}$$

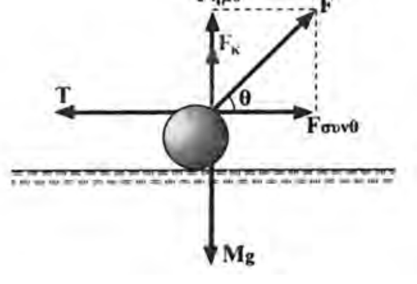
$t = 1,57\cdot 10^3 s$ ή $t = 26min$

21. Α. Το σώμα θα εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο όταν η κατακόρυφη συνιστώσα της F γίνει ίση με το βάρος του, οπότε $F_κ = 0$.

Δηλαδή όταν:

$F_{ημθ} = mg$ ή $(10 + 5x)0,8 = 20$, από την οποία βρίσκουμε $x = 3m$.

Β. Γράφουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη διαδρομή των 3m και έχουμε:



$$0 + W_{Fσυνθ} - W_T = \frac{1}{2}mυ^2 \quad (α)$$

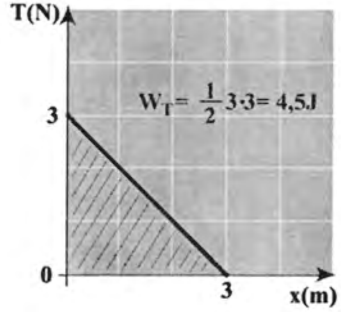
Για την τριβή Τ έχουμε:

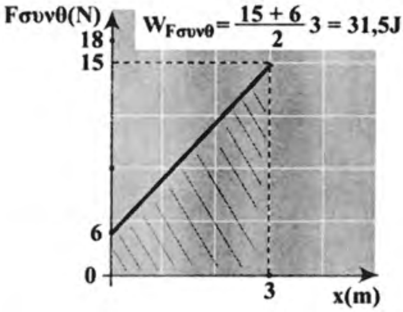
$T = μF_κ = μ(mg – Fημθ)$ ή

$T = 0,25[20 – (10 + 5x)0,8]$ ή

$T = 3 – x$

Επίσης Fσυνθ = (10 + 5x)0,6 ή Fσυνθ = 6 + 3x.
Από τα αντίστοιχα διαγράμματα βρίσκουμε το έργο της T και της Fσυνθ.

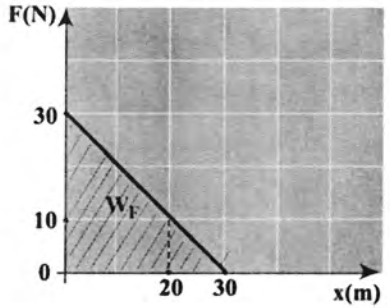




Αντικαθιστούμε στην (α) και βρίσκουμε:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2W_{F\sigma\upsilon\nu\theta} - 2W_T}{m}} \text{ ή } \upsilon = 3\sqrt{3} m/s$$

22. Α. Το ζητούμενο έργο υπολογίζεται γραφικά:



$$W_F = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 30J \text{ ή } W_F = 450J$$

Β. Το σώμα αποκτά μέγιστη ταχύτητα, όταν:
ΣF = 0 ή mg = 30 – x ή x = 20m.
Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη διαδρομή x έχουμε:

$$0 + W_F - mgx = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$\frac{30+10}{2}20 - 10 \cdot 20 = \frac{1}{2}1\upsilon^2 \text{ ή } \upsilon = 20m/s$$

Γ. Μέγιστη ανύψωση xμ έχουμε όταν η ταχύτητα γίνει μηδέν.

$$0 + W_F - mgx_\mu = 0 \text{ ή}$$

$$x_\mu = \frac{W_F}{mg} = \frac{\frac{1}{2}30 \cdot 30}{1 \cdot 10}\text{m ή } x_\mu = 45\text{m}$$

Δ. Το σώμα επιστρέφει εκτελώντας ελεύθερη πτώση από ύψος x_μ. Έτσι:

$$0 + mgx_\mu = \frac{1}{2}m\upsilon'^2 \text{ ή } \upsilon' = \sqrt{2gx_\mu} \text{ ή}$$

$\upsilon' = 30\text{m / s}$.

Κεφάλαιο 2.2

1. Από τη γνωστή σχέση $Q = \Delta U + W$ βρίσκουμε:
$\Delta U = Q - W = (80 - 30)J$ ή $\Delta U = 50J$.

2. Έχουμε $Q = \Delta U + W$, οπότε:
$Q = (30 + 50)J$ ή $Q = 80J$.

3. Στη σχέση $Q = \Delta U + W$ έχουμε $\Delta U = 0$.
Έτσι: $Q = 0 + W$ ή $Q = 50J$.

4. Από τη σχέση $Q = \Delta U + W$ βρίσκουμε πως το παραγόμενο από το αέριο έργο είναι:

$$W = Q - \Delta U = (400 - 250)J \text{ ή } W = 150J.$$

Αλλά $W = F \cdot \Delta x$ ή $\Delta x = \frac{W}{F} = \frac{150}{1.500} m$ ή $\Delta x = 0{,}1m$.

5. Το σώμα αρχικά έχει δυναμική ενέργεια, η οποία μετατρέπεται, κατά την πτώση του, σε κινητική και τελικά σε εσωτερική ενέργεια του σώματος.
Δηλαδή: $\Delta U = mgh = 0{,}8 \cdot 10 \cdot 3J$ ή $\Delta U = 24J$.

6. Καθημερινά το ποσοστό των θερμίδων είναι ελαττωμένο κατά 350kcal. Για να διατηρείται η ίδια δραστηριότητα, οι θερμίδες αυτές αναπληρώνονται από την καύση του λίπους του οργανισμού.
Συγκεκριμένα για κάθε ημέρα πρέπει ο οργανισμός να μειώνει το λίπος κατά $\frac{350}{9{,}5} gr$. Έτσι προκειμένου να καούν 2kg, δηλαδή 2.000gr, απαιτούνται $\dfrac{2.000}{\frac{350}{9{,}5}}$ ημέρες ή $\frac{2.000 \cdot 9{,}5}{350} = 54{,}28$ ημέρες.

7. Α. Για την κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου που η ταχύτητά του είναι $\upsilon = \frac{108 \cdot 10^3}{3.600} m/s = 30m/s$, βρίσκουμε:

$$K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.000 \cdot 30^2 J \text{ ή } K = 4{,}5 \cdot 10^5 J.$$

Β. Για να διατηρείται η ταχύτητα σταθερή, απαιτείται ενέργεια ίση με αυτή που γίνεται θερμότητα, μέσω του έργου της δύναμης F η οποία αντιστέκεται στην κίνηση.
Δηλαδή $E = W_F = Fx = 450 \cdot 1.000J$ ή $E = 4{,}5 \cdot 10^5 J$.

Γ. Από την καύση ενός λίτρου βενζίνης προκύπτει ενέργεια $3 \cdot 10^7 J$ από την οποία ωφέλιμη είναι το 30%, δηλαδή $0{,}9 \cdot 10^7 J$. Τόση ακριβώς ενέργεια γίνεται θερμότητα μέσω του έργου της F, αφού η ταχύτητα εξακολουθεί να παραμένει σταθερή.

Δηλαδή $E_{ωφ} = Fx'$ ή $x' = \dfrac{E_{ωφ}}{F} = \dfrac{0{,}9 \cdot 10^7}{450} m$ ή $x' = 2 \cdot 10^4 m$.

ΙΤΥΕ
"ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ"
ινστιτουτο
τεχνολογιας
υπολογιστων & εκδοσεων

Κωδικός βιβλίου: 0-22-0222
ISBN 978-960-06-4826-3

(01) 000000 0 22 0222 8