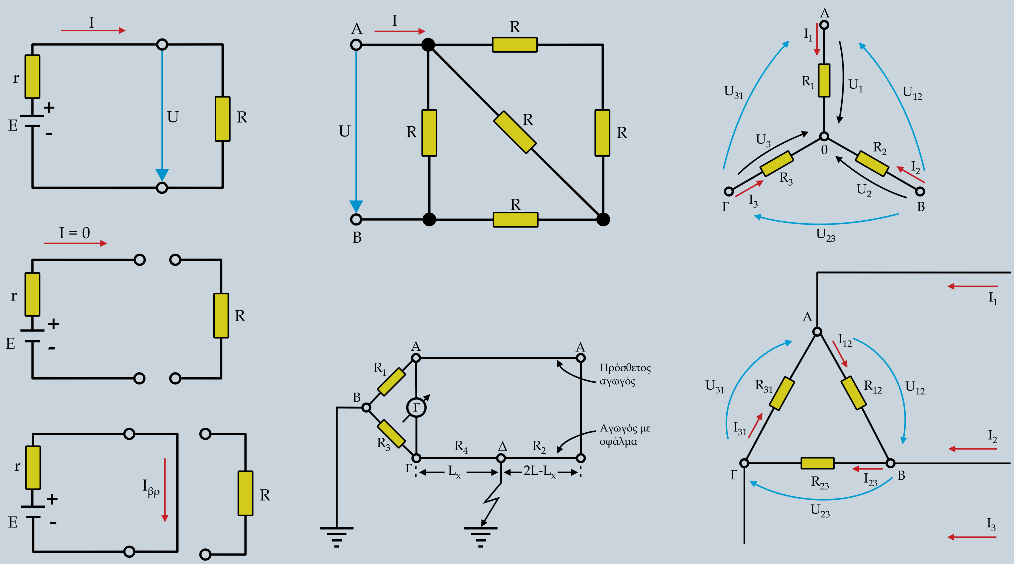
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Ανάλυση ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ



Β΄ & Γ΄ ΕΠΑ.Λ.

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΙΑΣ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

Ανάλυση Ηλεκτρικών Κυκλωμάτων

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ

Ιωαννίδου Μαρία: Αναπληρώτρια Καθηγήτρια Ε.Μ.Πολυτεχνείου

Μικρώνης Θωμάς: Ηλεκτρονικός Μηχανικός

Τσίλης Βασίλης: Διπλ. Ηλεκτρολόγος - Μηχανικός, Εκπαιδευτικός Β/βάθμιας εκπαίδευσης

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΚΡΙΣΗΣ

Μπούρκας Περικλής: Καθηγητής Ε.Μ. Πολυτεχνείου

Παλαιοκρασσάς Σταμάτης: Ηλ/γος-Μηχανικός Σύμβουλος Π.Ι.

Βαρουφάκης Σταύρος: Μηχ/γος - Ηλ/γος, Ερευνητής Α΄Δημοκρίτου

ΓΛΩΣΣΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

Οικονόμου Γεώργιος: Φιλόλογος, επίτιμος Σχολ.Σύμβουλος

ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ ΚΑΙ ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΓΙΑ ΤΟ Π.Ι.

Χατζηευστρατίου Ιγνάτιος: Διπλ. Μηχανολόγος - Ηλεκτρολόγος Μηχανικός
Μόνιμος Πάρεδρος του Π.Ι.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ

Η επανέκδοση του παρόντος βιβλίου πραγματοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών & Εκδόσεων «Διόφαντος» μέσω ψηφιακής μακέτας.

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Ιωαννίδου Μαρία
Μικρώνης Θωμάς
Τσίλης Βασίλης

Η συγγραφή και η επιστημονική επιμέλεια του βιβλίου πραγματοποιήθηκε υπό την αιγίδα του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Ανάλυση Ηλεκτρικών Κυκλωμάτων

Β΄ ΕΠΑ.Λ.

Γ΄ ΕΠΑ.Λ.
ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ, ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΙΑΣ, ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΥΤΟΜΑΤΙΣΜΟΥ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ
«ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

ΓΕΝΙΚΗ ΕΙΣΑΓΩΓΗ - ΣΚΟΠΟΣ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

Το βιβλίο αυτό έχει ως σκοπό να παρουσιάσει περιληπτικά τους νόμους και τις έννοιες των ηλεκτρικών κυκλωμάτων με πολλές εφαρμογές έτσι, ώστε να αποτελέσει εργαλείο εξάσκησης στο μάθημα της Ηλεκτροτεχνίας.

Οι συγγραφείς πιστεύουν ότι η Ανάλυση Ηλεκτρικών Κυκλωμάτων αποτελεί ένα σημαντικό μέρος της Ηλεκτροτεχνίας, το οποίο βρίσκει εφαρμογές σε πολλούς τομείς της καθημερινής ζωής.

Προσπάθεια καταβλήθηκε να παρουσιασθούν τα διάφορα παραδείγματα χωρίς δύσκολες μαθηματικές συναρτήσεις. Για την κατανόηση και λύση τους απαιτείται μόνο η γνώση στοιχείων Άλγεβρας και βασικών εννοιών της Τριγωνομετρίας. Έχει καταβληθεί επίσης ιδιαίτερη μέριμνα στην δομή και στον τρόπο παρουσίασης των εννοιών, ώστε αυτές να συνδέονται με πολλά παραδείγματα και πρακτικές ασκήσεις.

Το κάθε κεφάλαιο αποτελείται από επιμέρους παραγράφους. Η δομή κάθε κεφαλαίου ακολουθεί την παρακάτω σειρά:

- Εισαγωγή στα βασικά ηλεκτροτεχνικά μεγέθη - Ορισμοί
- Εξοικείωση σε απλά κυκλώματα και διατάξεις
- Λυμένα παραδείγματα
- Εμπέδωση σε πιο σύνθετα κυκλώματα
- Ανακεφαλαίωση
- Ερωτήσεις και άλυτες γενικές ασκήσεις που αφορούν όλο το κεφάλαιο.

Πιστεύουμε ότι είναι σημαντικό να διδαχθούν οι μαθητές τα θέματα αυτά, για να μπορούν να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις της νέας χιλιετίας.

Οι συγγραφείς επιθυμούν στο σημείο αυτό να ευχαριστήσουν θερμά για τις πολύτιμες συμβουλές και παρατηρήσεις τους, τους κ.κ. Σ. Βαρουφάκη, Ερευνητή του Ε.Κ.Ε.Φ.Ε. Δημοκρίτου, Π. Μπούρκα, Καθηγητή του Ε.Μ.Πολυτεχνείου, Σ. Παλαιοκρασσά, Σύμβουλο του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου και Γ. Οικονόμου, Σχολικό Σύμβουλο.

Επίσης ευχαριστούμε θερμά τους κ.κ. Σ. Διάμεση και Ι. Χατζηευστρατίου για την υποστήριξη και την συνεχή ενθάρρυνση χωρίς την οποία δεν θα είχε ολοκληρωθεί αυτό το βιβλίο.

Ελπίζουμε ότι η μελέτη αυτού του βιβλίου θα βοηθήσει τους μαθητές του Τ.Ε.Ε. να κατανοήσουν τα στοιχεία των ηλεκτρικών κυκλωμάτων και τις μεθόδους επεξεργασίας τους με μικρή προσπάθεια.

Οι συγγραφείς

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10
ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

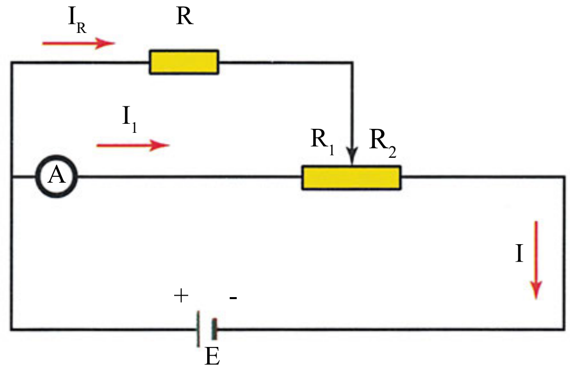
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11
ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΙΣΧΥΟΣ

ΜΕΡΟΣ Α

ΤΟ ΣΥΝΕΧΕΣ ΡΕΥΜΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΩΜ ΚΑΙ Η ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ



1.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζονται οι θεμελιώδεις έννοιες του Ηλεκτρισμού. Πιο συγκεκριμένα γίνεται αναφορά στον νόμο του Ωμ τόσο σε τμήμα κυκλώματος, όσο και σε πλήρες κύκλωμα.

Επίσης αναπτύσσονται οι έννοιες ωμική αντίσταση, ειδική αντίσταση και ειδική αγωγιμότητα. Στην συνέχεια εξετάζεται η επίδραση της θερμοκρασίας στην ωμική αντίσταση. Τέλος παρουσιάζονται οι συσκευές που χρησιμοποιούνται για την μεταβολή του ρεύματος και της τάσης.

1.2. ΕΝΝΟΙΕΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΦΥΣΙΚΗ

Οι έννοιες της παραγράφου αυτής προέρχονται από τα σχετικά μαθήματα Φυσικής του Γυμνασίου.

Τα βασικά ηλεκτρικά μεγέθη που μας ενδιαφέρουν στην επιστήμη του ηλεκτρολόγου είναι το ηλεκτρικό φορτίο, το ηλεκτρικό ρεύμα, η μαγνητική ροή, η ηλεκτρική τάση, η ηλεκτρική ισχύς και η ηλεκτρική ενέργεια.

Το ηλεκτρικό φορτίο είναι ένα θεμελιώδες μέγεθος του ηλεκτρισμού. Όταν τα ηλεκτρικά φορτία κινούνται ή ηρεμούν, τότε ασκούν δυνάμεις σε άλλα ηλεκτρικά φορτία που κινούνται ή είναι ακίνητα. Οι δυνάμεις αυτές είναι οι **ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις.**

Η ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου του ενός ηλεκτρονίου είναι ίση με $1{,}6\text{x}10^{-19}$ Coulomb και είναι η μικρότερη γνωστή.

Τα ηλεκτρόνια, ως γνωστόν, φέρουν αρνητικό φορτίο και τα πρωτόνια θετικό φορτίο. Η φορά της κίνησης των ηλεκτρονίων είναι από το τμήμα όπου υπάρχει συσσώρευση ηλεκτρονίων προς το τμήμα όπου υπάρχει έλλειψη.

Το ηλεκτρικό φορτίο δεν μπορεί ούτε να δημιουργηθεί, ούτε να καταστραφεί.

Μονάδα μέτρησης του ηλεκτρικού φορτίου είναι το 1 Coulomb στο Διεθνές Σύστημα S.I. Το Coulomb (Κουλόμπ) ορίζεται σαν το φορτίο $6{,}24 \cdot 10^{18}$ ηλεκτρονίων και είναι το φορτίο που μεταφέρεται σε 1 δευτερόλεπτο από ηλεκτρικό ρεύμα 1 Ampere.

$$1\text{Cb} = 1\text{A} \cdot 1\text{sec}$$

Τα ηλεκτρικά φορτία που κινούνται αποτελούν το **ηλεκτρικό ρεύμα.** Έτσι το ηλεκτρικό ρεύμα έχει την έννοια της ταχύτητας διέλευσης ή μεταφοράς του ηλεκτρικού φορτίου.

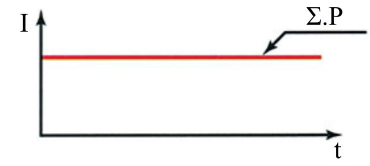
Η μονάδα μέτρησης του ηλεκτρικού ρεύματος είναι το Αμπέρ (Amper) με σύμβολο το Α.

$$1\,\text{Ampere} = \frac{1\,\text{Coulomb}}{1\,\text{sec}}$$

Στο S.I. το Ampere είναι θεμελιώδης μονάδα και από αυτήν ορίζονται τα υπόλοιπα ηλεκτρικά μεγέθη. Το Διεθνές Σύστημα S.I. ονομάζεται και MKSA από τις θεμελιώδεις μονάδες οι οποίες είναι: το μέτρο (m) για το μήκος, το χιλιόγραμμο (kg) για τη μάζα και το δευτερόλεπτο (sec) για το χρόνο.

Το ηλεκτρικό ρεύμα παριστάνεται με I ή i, όπου το κεφαλαίο γράμμα χρησιμοποιείται για ρεύματα χρονικά σταθερά, όπως είναι το συνεχές ρεύμα, και το μικρό γράμμα για ρεύματα χρονικά μεταβλητά, όπως είναι το εναλλασσόμενο ρεύμα. Ο ορισμός του ηλεκτρικού ρεύματος σαν την ταχύτητα μεταφοράς του φορτίου περιλαμβάνει τόσο τα θετικά όσο και τα αρνητικά φορτία.

Συνεχές ρεύμα είναι το ρεύμα του οποίου η τιμή παραμένει σταθερή σε κάθε χρονική στιγμή t. Στο σχήμα 1.1. η παράλληλη στον οριζόντιο άξονα γραμμή παριστάνει το Συνεχές Ρεύμα (ΣΡ).



Σχήμα 1.1. Γραφική παράσταση συνεχούς ρεύματος ΣΡ

Η **ηλεκτρική τάση** μεταξύ δυο σημείων είναι το έργο που απαιτείται για την μετακίνηση μιας μονάδας θετικού ηλεκτρικού φορτίου από το ένα σημείο στο άλλο.

Με απλά λόγια θεωρούμε ότι τα δύο σημεία αυτά είναι οι δυο πόλοι μιας πηγής ηλεκτρικής ενέργειας. Εφόσον η πηγή συνδέεται σε εξωτερικό ηλεκτρικό κύκλωμα, αρχίζει η μετακίνηση του φορτίου από το ένα σημείο (πόλο) στο άλλο σημείο (πόλο).

Όσο μεγαλύτερη είναι η ηλεκτρική τάση μεταξύ των πόλων της πηγής, τόσο μεγαλύτερο φορτίο θα μετακινηθεί και επομένως η ένταση του ρεύματος θα είναι μεγαλύτερη.

Πηγές ηλεκτρικού ρεύματος είναι τα ηλεκτρικά στοιχεία, οι συσσωρευτές, οι ηλεκτρικές γεννήτριες, και άλλες.

Μονάδα μέτρησης της ηλεκτρικής τάσης στο Διεθνές Σύστημα SI είναι το 1Volt (Βολτ) με σύμβολο το 1V. Η σχέση του Βολτ με την μονάδα ηλεκτρικού φορτίου Κουλόμπ είναι:

$$1V = 1\frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}} = 1\frac{J}{Cb}$$

Όμως :

$$1Cb = 1\ A \cdot 1\ sec$$

και

$$1\text{J} = 1\,\text{Watt} \cdot 1\,\text{sec}$$

Επομένως:

$$1\text{V} = \frac{1\,\text{Watt} \cdot 1\text{sec}}{1\,\text{A} \cdot 1\text{sec}} = \frac{1\text{Watt}}{1\text{A}} = 1\frac{\text{Watt}}{\text{A}}$$

Η **ηλεκτρική ισχύς P** είναι το γινόμενο της ηλεκτρικής τάσης U και της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος I:

$$P = U \cdot I$$

Η μονάδα μέτρησης της ηλεκτρικής ισχύος είναι το Watt:

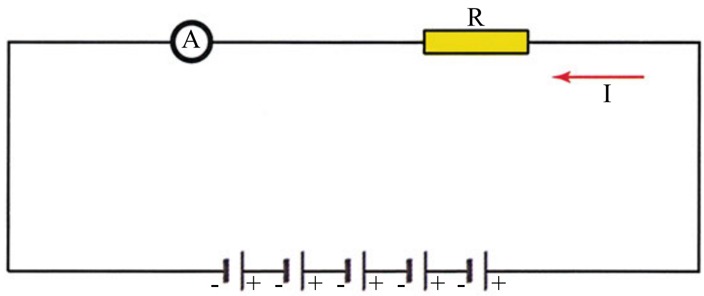
$$1\ \text{Watt} = 1\text{V} \cdot 1\text{A}$$

Περισσότερα για την ηλεκτρική ισχύ παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 2.

1.3. ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΩΜ

Ο νόμος του Ωμ εκφράζει τη σχέση ανάμεσα στα τρία βασικά μεγέθη σε συγκεκριμένο τμήμα κυκλώματος (τάση, ένταση και αντίσταση).

Τη σχέση αυτή μπορούμε να παρατηρήσουμε, όταν κάνουμε το εξής πείραμα. Χρησιμοποιούμε πέντε πλακέ μπαταρίες των 4,5V, μια αντίσταση των 3ΚΩ, χάλκινα σύρματα και ένα αμπερόμετρο με κλίμακα ρεύματος π.χ. από 1-10 mA. Συνδέουμε μια μπαταρία με την αντίσταση και μετράμε την ένταση του ρεύματος. Επαναλαμβάνουμε τη μέτρηση συνδέοντας μια-μια και τις πέντε μπαταρίες σε σειρά, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.2.

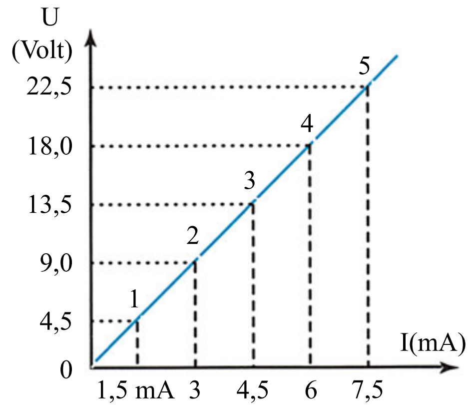


Σχήμα 1.2. Σύνδεση πέντε μπαταριών σε σειρά, με αμπερόμετρο και ηλεκτρική αντίσταση

Στη συνέχεια συμπληρώνουμε τη δεύτερη στήλη του πίνακα 1 και με τα αποτελέσματα των μετρήσεων σχεδιάζουμε το διάγραμμα του Σχήματος 1.3

Πίνακας 1. Μετρήσεις τάσης και έντασης

Τάση U(Volt)	Ένταση I(mA)
0	0
4,5	1,5
9,0	3
13,5	4,5
18,0	6
22,5	7,5



Σχήμα 1.3. Σχεδίαση της σχέσης τάσης και έντασης ρεύματος σε μία ηλεκτρική αντίσταση 3 ΚΩ.

Χρησιμοποιώντας τις τιμές τάσης και έντασης του ρεύματος του Πίνακα 1 προσδιορίζουμε πάνω στους άξονες U και I τις αντίστοιχες τιμές και, όπου τέμνονται οι δυο προβολές τους, σημειώνουμε τα σημεία (1, 2, 3, 4, 5) της γραφικής παράστασης U-I. Όταν ενώσουμε όλα τα σημεία και το 0 μεταξύ τους διαπιστώνουμε ότι σχηματίζεται μια ευθεία γραμμή.

Αυτό σημαίνει ότι η σχέση τάσης και ρεύματος για μια ηλεκτρική αντίσταση είναι "γραμμική".

Η κλίση της ευθείας γραμμής αντιστοιχεί με την τιμή της αντίστασης που χρησιμοποιήσαμε.

Άσκηση:
Να γίνει το πείραμα στο εργαστήριο με αντίσταση 3.3kΩ του εμπορίου ώστε:

- Να υλοποιήσουν οι μαθητές την πειραματική διάταξη με τις πέντε μπαταρίες και το αμπερόμετρο.

• Να συμπληρώσουν τις τιμές του ρεύματος όπως στον πίνακα 1.

• Να σχεδιάσουν την σχέση τάσης - έντασης όπως στο διάγραμμα του σχήματος 1.3.

Από το πείραμα προκύπτει ότι η ηλεκτρική αντίσταση σε συγκεκριμένο τμήμα κυκλώματος υπολογίζεται ως το πηλίκο μεταξύ της εφαρμοζόμενης τάσης στα άκρα του και του ρεύματος, που το διαρρέει.

$$R = \frac{U}{I}$$

Ηλεκτρική αντίσταση είναι η ιδιότητα των υλικών να παρεμποδίζουν την κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων δηλαδή την κυκλοφορία ηλεκτρικού ρεύματος.

Συνηθίζεται στην ηλεκτροτεχνία αντιστάσεις, όπως αυτή του πειράματος και οι άλλες που θα συναντήσουμε στα επόμενα κεφάλαια, να ονομάζονται **ωμικές αντιστάσεις.**

Ο νόμος του Ωμ, σε τμήμα κυκλώματος διατυπώνεται ως εξής:

Η ένταση του ρεύματος, που διαρρέει μια ωμική αντίσταση, είναι ανάλογη της ηλεκτρικής τάσης στα άκρα της και αντιστρόφως ανάλογη της ωμικής αντίστασης:

$$\boxed{I = \frac{U}{R}}$$

Ονομάζουμε πτώση τάσης στην αντίσταση R το γινόμενο:

$$U = R \cdot I$$

Η μονάδα μέτρησης της ωμικής αντίστασης είναι το Ωμ (Ohm):

$$1\Omega = \frac{1\mathrm{V}}{1\mathrm{A}}$$

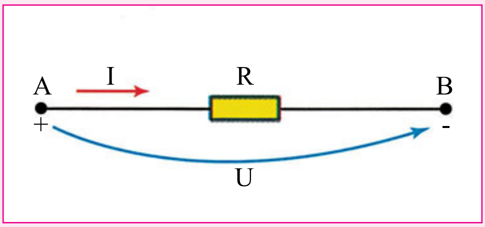
Αντίσταση ενός Ωμ (1Ω) παρουσιάζει ένας αγωγός, όταν στα άκρα του εφαρμόζεται τάση ενός βόλτ (1V) και διαρρέται από ρεύμα έντασης ενός Αμπέρ (1A).

Στην πράξη χρησιμοποιούνται και πολλαπλάσια του Ωμ :

- Το κιλοώμ=1ΚΩ=1000Ω=10^3Ω
- Το μεγαώμ=1ΜΩ=1000ΚΩ=10^6Ω

Παράδειγμα 1

Στους ακροδέκτες Α και Β της αντίστασης R, που διαρρέεται από ρεύμα I=10A, επικρατεί τάση ίση με U=220V, Σχήμα 1.4. Να βρεθεί η τιμή της ωμικής αντίστασης.



Σχήμα 1.4. Τμήμα κυκλώματος Α-Β με αντίσταση R.

Λύση:

Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ohm βρίσκουμε:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220V}{10A} = 22\Omega$$

Παράδειγμα 2

Μια λάμπα πυράκτωσης διαρρέεται από ρεύμα 200mA, όταν τροφοδοτείται με τάση 220V. Να βρεθεί η ωμική αντίσταση της λάμπας.

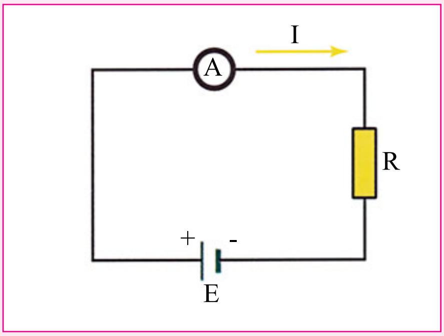
Λύση:

Η ωμική αντίσταση της λάμπας σε κατάσταση λειτουργίας βρίσκεται από το νόμο του Ωμ για τμήμα αγωγού.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220V}{0,20A} = 1100\Omega$$

Παράδειγμα 3

Μια μπαταρία παρέχει τάση 4,5 V σε μια αντίσταση 4500 Ω. Να βρεθεί το ρεύμα που δείχνει το αμπερόμετρο που είναι συνδεδεμένο σε σειρά με την αντίσταση (η εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας είναι r = 0).



Σχήμα 1.5. Κύκλωμα με πηγή E, αντίσταση R και αμπερόμετρο.

Λύση:

Έχουμε: E=4,5V

R=4500Ω

$$I = \frac{E}{R} = \frac{4,5\,V}{4500\,\Omega} = 0,001\ A = 1mA$$

Παράδειγμα 4

Στο σχήμα 1.5 να βρεθεί η τιμή της αντίστασης R όταν U=1,5 V και το ρεύμα I=1 mA.

Λύση :

Έχουμε: U=1,5V

I=1mA=0,001A

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1,5\,V}{0,001\,A} = 1500\Omega$$

Παράδειγμα 5

Οι δυο εμπρόσθιοι προβολείς ομίχλης ενός αυτοκινήτου συνδέονται παράλληλα με την μπαταρία των 12V. Η αντίσταση του καθενός είναι 3Ω. Να βρεθεί η ένταση του ρεύματος όταν ανάβει ο προβολέας.

Λύση :

Από τον νόμο του Ωμ έχουμε:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{12\,V}{3\,\Omega} = 4\,A$$

Παράδειγμα 6

Μία αντίσταση διαρρέεται από ρεύμα 50 mA και η τάση στα άκρα της είναι 120 V. Να βρεθεί η τιμή της αντίστασης.

Λύση:

I=50 mA=0,05A

Από τη σχέση: $I = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I}$

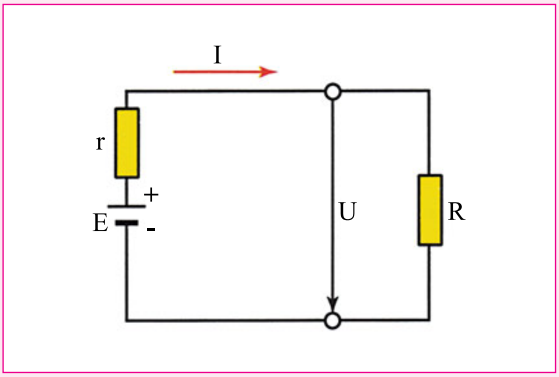
$$R = \frac{120\,V}{0,05\,A} = 2400\,\Omega$$

1.4. Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΩΜ ΣΕ ΠΛΗΡΕΣ ΚΥΚΛΩΜΑ

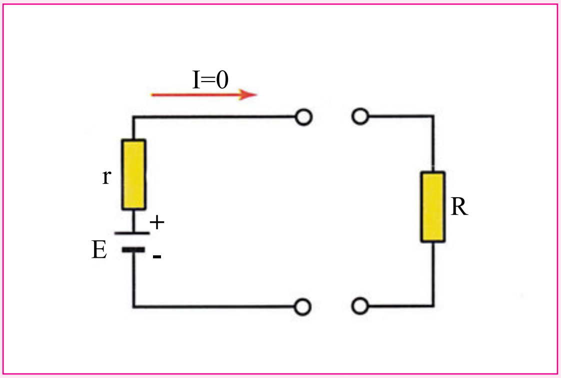
Όταν πάρουμε μια μπαταρία με ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ) Ε και τη συνδέσουμε με την βοήθεια μεταλλικών αγωγών με μια ωμική αντίσταση R, τότε σχηματίζεται ένα πλήρες κλειστό κύκλωμα, σχήμα 1.6. Στο κύκλωμα αυτό εκτός από την εξωτερική ωμική αντίσταση R υπάρχει και η εσωτερική αντίσταση της πηγής r.

Ηλεκτρεγερτική δύναμη είναι η τάση μεταξύ των πόλων της πηγής, όταν από την πηγή δεν διέρχεται ηλεκτρικό ρεύμα (ανοιχτό κύκλωμα).

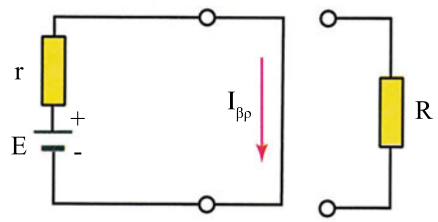
Η εσωτερική αντίσταση της πηγής εκφράζει την δυσκολία που συναντούν τα ηλεκτρικά φορτία κατά την κίνηση τους στο εσωτερικό της πηγής.



Σχήμα 1.6. Πλήρες κλειστό κύκλωμα με πηγή και εξωτερική ωμική αντίσταση (φορτίο)



Σχήμα 1.6.α. Ανοικτοκυκλωμένο κύκλωμα (ανοικτό)



Σχήμα 16.β.
Βραχυκυκλωμένο κύκλωμα (βραχυκύκλωμα)

Ο νόμος του Ohm σε πλήρες κύκλωμα εκφράζεται από τη σχέση:

$$I = \frac{E}{R+r} = \frac{E}{R_{ολ}}$$

Ισχύει ότι:

E=IR+Ir=U+Ir και από αυτή

U=E-Ir

Όπου: Το γινόμενο IR είναι η πτώση τάσης U, που μετριέται στα άκρα της αντίστασης R. Η ίδια τάση μετριέται στους πόλους της πηγής και ονομάζεται **πολική τάση της πηγής**

Η πολική τάση U της πηγής ισούται με την ΗΕΔ Ε μείον την εσωτερική πτώση τάσης I·r της πηγής. Η πολική τάση U της πηγής είναι ίση με την ηλεκτρεγερτική δύναμη Ε της πηγής μόνο όταν I=0, δηλαδή όταν το κύκλωμα είναι ανοικτό. Ανοικτό κύκλωμα (ανοικτοκυκλωμένο) είναι το κύκλωμα στο οποίο δεν συνδέεται το φορτίο, (άπειρο φορτίο) (Σχήμα 1.6.α). Βραχυκυκλωμένο κύκλωμα είναι το κύκλωμα στο οποίο οι πόλοι της πηγής ενώνονται μεταξύ τους με ένα αγωγό, παρακάμπτοντας το φορτίο (Σχήμα 1.6.β).

Σε περίπτωση βραχυκυκλώματος το ρεύμα βραχυκύκλωσης $I_{βρ}$ είναι πολύ μεγαλύτερο από το ονομαστικό ρεύμα φορτίου I.

Παράδειγμα 1

Η εσωτερική αντίσταση πηγής είναι 1Ω και η πολική της τάση 60V. Η ωμική αντίσταση που είναι συνδεδεμένη στα άκρα της διαρρέεται από ρεύμα έντασης 5Α. Να βρεθεί η ΗΕΔ της πηγής.

Λύση :

Η ΗΕΔ της πηγής βρίσκεται από τον νόμο του Ωμ σε πλήρες κύκλωμα:

$E = U + I \cdot r = 60V + 5\ A \cdot 1\Omega = 65V$

Παράδειγμα 2

Σε πηγή ΗΕΔ 60V και εσωτερικής αντίστασης 4Ω συνδέεται αντίσταση 20Ω. Να βρεθεί: α. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση και β. Η πτώση τάσης στην εξωτερική αντίσταση R.

Λύση :

α. Από την σχέση

$$I = \frac{E}{R + r} \text{ έχουμε: } \mathrm{I} = \frac{60\,\mathrm{V}}{24\,\Omega} = 2{,}5\,\mathrm{A}$$

β. Η πτώση τάσης στην αντίσταση R είναι:

$U = I \cdot R = 2{,}5A \cdot 20\Omega = 50V$

Παράδειγμα 3

Σε πηγή ΗΕΔ 300V και πολικής τάσης 200V συνδέεται αντίσταση, που διαρρέεται από ρεύμα 10Α. Να βρεθεί η τιμή της εσωτερικής αντίστασης της πηγής και η αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος.

Λύση:

Η ΗΕΔ της πηγής δίνεται από την σχέση:

E=U+Ir

Λύνοντας ως προς r έχουμε :

$$r = \frac{E - U}{I} = \frac{300\,V - 200\,V}{10\,A} = 10\,\Omega$$

Η τιμή της ηλεκτρικής αντίστασης R βρίσκεται από την σχέση :

$$U = I \cdot R \Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{200\,V}{10\,A} = 20\,\Omega$$

1.5. ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΚΑΙ ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ

Η ωμική αντίσταση R ενός αγωγού εξαρτάται από τους παρακάτω παράγοντες:

1. Το μήκος του αγωγού (σύρμα) (l)

2. Τη διατομή του σύρματος (S)

3. Την χημική σύσταση του υλικού του σύρματος (ρ)

$$R = \rho \frac{l}{S} \text{ σε } \Omega$$

Ο συντελεστής ρ ονομάζεται ειδική αντίσταση.

Η ειδική αντίσταση μετριέται σε $\Omega mm^2/m$, η διατομή S σε mm^2, η αντίσταση R σε Ω και το μήκος 1 σε m.

Η σχέση επιλύεται ως προς 1 και S και προκύπτουν:

$$l = \frac{RS}{\rho}[m]$$

$$S = \frac{\rho l}{R}\left[mm^2\right]$$

Από τις παραπάνω σχέσεις υπολογίζονται το μήκος του αγωγού από το οποίο κατασκευάζεται μια ωμική αντίσταση και η διατομή του.

1.5.1. Αγωγιμότητα

Η αγωγιμότητα εκφράζει την ευκολία της μετακίνησης των ηλεκτρικών φορτίων μέσα στον αγωγό. Υψηλές τιμές αγωγιμότητας σημαίνει μεγάλη ευκολία στην κίνηση του ηλεκτρικού φορτίου.

Η ηλεκτρική αντίσταση R είναι το αντίστροφο της αγωγιμότητας.

$$R = \frac{1}{G} \text{ και}$$

$$G = \frac{1}{R}$$

Όπου G είναι η αγωγιμότητα σε mho, ή Siemens (S).

$$1\,\text{mho} = \frac{1}{\Omega}$$

1.5.2. Ειδική Αγωγιμότητα

Η ειδική αντίσταση είναι το αντίστροφο της ειδικής αγωγιμότητας:

$$\rho = \frac{1}{\kappa}$$

και

$$\kappa = \frac{1}{\rho}$$

όπου κ είναι η ειδική αγωγιμότητα σε $\left[\frac{m}{\Omega mm^2}\right]$

Η ειδική αντίσταση και η ειδική αγωγιμότητα (στους 20°C) διαφόρων αγώγιμων υλικών βρίσκεται στον πίνακα 2

ΥΛΙΚΟ	**ΣΥΜΒΟΛΟ**	**ρ** $(\Omega m)x10^{-6}$	**κ** $(1/\Omega m)x10^{6}$
Αλουμίνιο	Al	0,0283	35,34
Κονσταντάν	Cu - Ni	0,49	2,04
Άργυρος	Ag	0,0164	60,98
Βολφράμιο	W	0,055	18,18
Χαλκός	Cu	0,0177	56,50
Μαγγανίνη	Cu - Mn - Ni	0,44	2,27
Χρωμονικέλιο	Cr - Ni	1	1

Πίνακας 2. Ειδική αντίσταση και ειδική αγωγιμότητα αγώγιμων υλικών.

1.6. ΕΞΑΡΤΗΣΗ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ

Η αντίσταση του υλικού μεταβάλλεται με την θερμοκρασία. Ειδικότερα εάν R_0 είναι η αντίσταση ενός αγωγού σε θερμοκρασία θ_0, η αντίσταση R σε θερμοκρασία θ προκύπτει από τη σχέση:

$$R=R_0[1+\alpha(\theta-\theta_0)] \text{ σε } [\Omega]$$

όπου α είναι συντελεστής διαφορετικός στις διάφορες θερμοκρασίες. Ονομάζεται θερμικός συντελεστής αντίστασης και εξαρτάται από το υλικό και έχει διάσταση $1/°C=grad^{-1}$.Συνηθίζεται να παίρνουμε τις μέσες τιμές του α για θερμοκρασία μεταξύ 0° και 100°C. Με καλή προσέγγιση θεωρούμε για τον συντελεστή α την θερμοκρασία των 20°C που είναι και η θερμοκρασία αναφοράς των περισσοτέρων κατασκευαστών αντιστάσεων.

Λύνοντας την παραπάνω σχέση ως προς R_0, προκύπτει:

$$R_0 = \frac{R}{1+\alpha(\theta - \theta_0)}$$

Λύνοντας την τελευταία αυτή σχέση ως προς α προκύπτει:

$$\alpha = \frac{R - R_0}{R_0(\theta - \theta_0)} \quad \text{σε} \quad \frac{1}{^oC} \ \text{ή} \ grad^{-1}$$

Ως γνωστό $R_0 = \rho_0 \dfrac{l}{S}$ και $R = \rho \dfrac{l}{S}$

Αυτό σημαίνει ότι σε περίπτωση μεταβολής της θερμοκρασίας η ειδική αντίσταση ρ_0 μεταβάλλεται σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$\rho=\rho_0\,[1+\alpha(\theta-\theta_0)]$$

Συμπεραίνουμε ότι οι μεταβολές της ωμικής αντίστασης με τη θερμοκρασία οφείλονται στις μεταβολές της ειδικής αντίστασης με τη θερμοκρασία.

Παράδειγμα 1

Να υπολογισθεί η αντίσταση αγωγού χαλκού μήκους 200m και διατομής $4mm^2$.

Λύση:

Συνηθίζεται για τους χάλκινους αγωγούς να λαμβάνεται στις εφαρμογές ως τιμή της ειδικής αντίστασης $p_{cu} = 0{,}018\ \Omega \dfrac{mm^2}{m}$.

Από την σχέση: $R = \rho \dfrac{1}{S}$ αντικαθιστώντας έχουμε:

$$R = 0{,}018 \cdot \frac{\Omega mm^2}{m} \cdot \frac{200m}{4mm^2} = 0{,}9\,\Omega$$

Παράδειγμα 2

Αγωγός αλουμινίου μήκους 100m, έχει ωμική αντίσταση R=1Ω. Να βρεθεί η διατομή του αγωγού. Δίδεται $\rho_{Al} = 0,029 \cdot \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$

Λύση :

Από την σχέση: $R = \rho \frac{l}{S}$ έχουμε:

$$S = \frac{\rho l}{R} = 0,029 \cdot \frac{100}{1} = 2,9\, mm^2$$

Παράδειγμα 3

Ποιά διατομή S πρέπει να έχει χάλκινος αγωγός μήκους l= 1000m, ώστε να παρουσιάζει αντίσταση R=3Ω.

Λύση:

Από την σχέση: $S = \rho \frac{l}{R} = \frac{0,018 \cdot 1000}{3} = 6\, mm^2$

Παράδειγμα 4

Χάλκινος αγωγός μήκους 1km και διαμέτρου 2mm, κατά την λειτουργία αυξάνει τη θερμοκρασία του από 20°C σε 80°C. Να υπολογιστεί η αύξηση της αντίστασης του αγωγού. Ο θερμικός συντελεστής **α** έχει τιμή 0,00382 στους 20°C, ρ=0,018Ωmm^2/m

Λύση :

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = 3,14\, mm^2$$

Η αντίσταση του αγωγού στους 20°C είναι:

$$R = \rho \frac{l}{S} = 0,018 \frac{\Omega mm^2}{m} \frac{1000m}{3,14 mm^2} = 5,73\Omega \Rightarrow R_{20} = R = 5,73\,\Omega$$

Η μεταβολή της αντίστασης του χαλκού στους 80°C είναι:

$R_{80}=R_{20}[1+\alpha(80°-20°)]=R_{20}(1+\alpha\cdot 60°C)$

$R_{80}=5{,}73\cdot(1+0{,}00382\cdot 60°C)= 5{,}73\cdot(1+0{,}229)$

$R_{80}=5{,}73\cdot 1{,}229=7{,}04\ \Omega$

Δηλαδή η αντίσταση του αγωγού αυξήθηκε κατά 7,04-5,73=1,31Ω

Υλικό	**Θερμικός Συντελεστής α [(C°)$^{-1}$]**
Αλουμίνιο	$3{,}9\cdot 10^{-3}$
Άνθρακας	$-0{,}6\cdot 10^{-3}$
Χαλκός	$3{,}82\cdot 10^{-3}$
Κονσταντάν	$0{,}008\cdot 10^{-3}$
Βολφράμιο	$4{,}5\cdot 10^{-3}$
Σίδηρος	$5\cdot 10^{-3}$
Μαγγανίνη	$0{,}006\cdot 10^{-3}$
Χρωμονικέλιο	$0{,}4\cdot 10^{-3}$

Πίνακας 3. Θερμικός συντελεστής α αντίστασης διαφόρων μετάλλων (στους 20°C)

Παράδειγμα 5

Να βρεθεί η ωμική αντίσταση που παρουσιάζει αγωγός χαλκού με διάμετρο 1,5 mm και μήκος 1km ($\rho_{Cu}= 0{,}018\dfrac{\Omega.\,mm^2}{m}$).

Λύση:

Η ωμική αντίσταση δίνεται από τη σχέση:

$$R = \rho\frac{l}{S}$$

Η διατομή του αγωγού υπολογίζεται από την σχέση:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = 3{,}14 \cdot 1{,}5^2/4 = 1{,}77\,mm^2$$

$$R = 0{,}018 \cdot \frac{1000}{1{,}77} = 10{,}17\,\Omega$$

Παράδειγμα 6

Η ωμική αντίσταση συσκευής στη θερμοκρασία 20°C είναι 250Ω, ενώ η αντίσταση της συσκευής κατά την διάρκεια της λειτουργίας αυξάνει στα 300Ω. Να υπολογίσετε τη θερμοκρασία λειτουργίας της συσκευής, αν ο θερμικός συντελεστής του αγωγού είναι α=0,004 $^1/_{^0C}$

Λύση:

R=300Ω, R_0=250Ω, θ_0=20°C, ζητείται η θ=;

Η ωμική αντίσταση που παρουσιάζει η συσκευή εξαρτάται από τη θερμοκρασία και δίνεται από:

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta\theta) = R_0\left[1 + \alpha(\theta - \theta_0)\right]$$

$$R = R_0(1 + \alpha\theta - \alpha\theta_0) \rightarrow R = R_0 + \alpha\theta R_0 - \alpha\theta_0 R_0$$

$$\rightarrow \alpha\theta R_0 = R - R_0 + \alpha\theta_0 R_0 \rightarrow$$

$$\theta = \frac{R - R_0 + \alpha\theta_0 R_0}{\alpha R_0} = \frac{300 - 250 + 0{,}004 \cdot 20 \cdot 250}{0{,}004 \cdot 250} = \frac{70}{1} = 70\,^\circ C$$

Παράδειγμα 7

Χάλκινος αγωγός έχει μήκος 200 m και διατομή 2mm^2. Να βρεθεί η αγωγιμότητα του αγωγού. (ρ=0,018 Ωmm^2/m)

Λύση:

Η αγωγιμότητα του σύρματος είναι:

$$G = \frac{1}{R} \text{ όπου } R = \rho\frac{l}{S} \text{ οπότε:}$$

$$G = \frac{1}{\rho\frac{l}{S}} \Rightarrow G = \frac{S}{\rho l} = \frac{2}{0,018 \cdot 200} = 0,55 \text{ mho}$$

Παράδειγμα 8

Η ωμική αντίσταση αγωγού είναι R=2Ω. Το μήκος του είναι 180m και η διατομή 4mm^2. Να βρεθεί η ειδική αγωγιμότητα του αγωγού.

Λύση:

Η ειδική αγωγιμότητα υπολογίζεται από την σχέση:

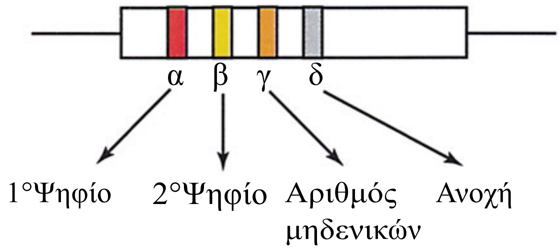
$$R = \rho\frac{1}{S} \Rightarrow \rho = \frac{R \cdot S}{1} \Rightarrow \rho = \frac{2 \cdot 4}{180} = 0,044\ \frac{\Omega\text{mm}}{\text{m}}$$

Επομένως η ειδική αγωγιμότητα είναι:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{0,044} = 22,7 \cdot \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$$

1.7. ΧΡΩΜΑΤΙΚΟΣ ΚΩΔΙΚΑΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

Η αντίσταση φέρει λεπτά έγχρωμα δακτυλίδια, όπως στο σχήμα 1.7α. Η αντιστοιχία των χρωμάτων με κάθε ψηφίο δίνεται στον Πίνακα 4.



Σχήμα 1.7.α. Τρόπος ανάγνωσης αντίστασης σύμφωνα με τον χρωματικό κώδικα

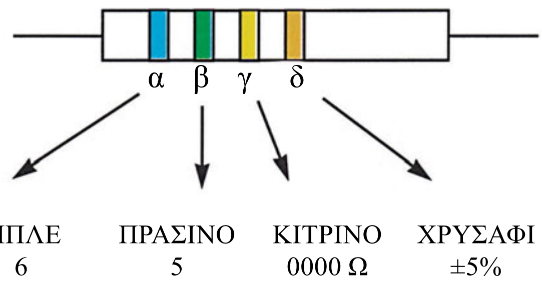
0	Μαύρο
1	Καφέ
2	Κόκκινο
3	Πορτοκαλί
4	Κίτρινο
5	Πράσινο
6	Μπλε
7	Μωβ
8	Γκρι
9	Άσπρο
±5% ανοχή	Χρυσαφί
±10% ανοχή	Ασημί

Πίνακας 4. Χρωματικός κώδικας αντιστάσεων

Παράδειγμα

Η αντίσταση με χρώματα όπως παρακάτω έχει τιμή που σχηματίζεται από τα ψηφία που αντιπροσωπεύουν τα χρώματα του πίνακα 4.

Κατά σειρά συναντούμε επί της αντίστασης δακτυλίους με τα χρώματα:



Σχήμα 1.7β. Ανάγνωση αντίστασης

Πρώτο χρώμα είναι το μπλε και δίδει την τιμή 6. Δεύτερο χρώμα είναι το πράσινο και δίδει την τιμή 5. Τρίτο χρώμα το κίτρινο και δίδει 4 μηδενικά. Τέταρτο χρώμα το χρυσαφί και δίδει ανοχή ±5%. Σχηματίζεται ο αριθμός 650000±5%. Συνεπώς η τιμή της αντίστασης είναι 650kΩ±5%.

1.8. ΡΟΟΣΤΑΤΕΣ ΚΑΙ ΠΟΤΕΝΣΙΟΜΕΤΡΑ

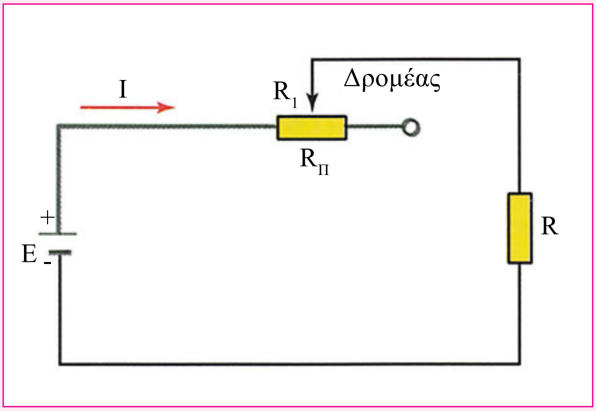
Στις καθημερινές εφαρμογές μας ενδιαφέρει περισσότερο η μεταβολή της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος και όχι μια σταθερή τιμή του. Τέτοια παραδείγματα μπορούν να βρεθούν:

- Στον ενισχυτή του στερεοφωνικού συγκροτήματος, στον οποίο μεταβάλλοντας την έντασή του μεταβάλλεται το ρεύμα που διαρρέει τα ηχεία.

- Σε ορισμένες περιπτώσεις μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος, που διαρρέει έναν λαμπτήρα, στρέφοντας έναν περιστροφικό διακόπτη.

Η ρύθμιση (μεταβολή) της έντασης του ρεύματος γίνεται με έναν μεταβλητό αντιστάτη, που ονομάζεται ροοστάτης, Σχήμα 1.8.

Ο ροοστάτης είναι μια ρυθμιζόμενη αντίσταση που παρεμβάλλεται σε σειρά σε μια κατανάλωση. Η λειτουργία του ροοστάτη βασίζεται στον νόμο του Ωμ.



Σχήμα 1.8. Διάγραμμα ροοστάτη R_{Π} με φορτίο R

Εάν η αντίσταση R_{Π} του ροοστάτη έχει τιμή R_1, τότε στην θέση για την οποία

$R_I = 0 \Rightarrow I = \dfrac{E}{R}$, δηλαδή ο ροοστάτης είναι εκτός λειτουργίας.

Στην θέση όπου $R_I = R_{\Pi} \Rightarrow I = \dfrac{E}{R + R_{\Pi}}$,δηλαδή όλη η αντίσταση του ροοστάτη είναι εντός κυκλώματος και στην συγκεκριμένη περίπτωση σε σειρά με το φορτίο R.

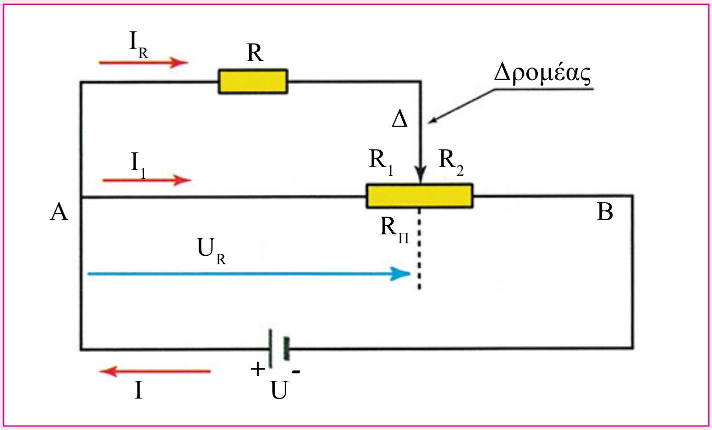
Οι σχέσεις αυτές παρέχουν τα όρια μεταβολής του ρεύματος που διαρρέει τον καταναλωτή, (φορτίο R) με μεταβολή της αντίστασης του ροοστάτη από μηδέν (ο ροοστάτης εκτός λειτουργίας) μέχρι την μέγιστη τιμή της μέσω της κινητής επαφής του δρομέα.

Αν ο δρομέας βρεθεί σε μια ενδιάμεση θέση R_x του ροοστάτη, τότε το ρεύμα είναι

$$I = \frac{E}{R + R_X}$$

1.8.1 Ρύθμιση της Τάσης με Ποτενσιόμετρα

Η ρύθμιση της τάσης στα άκρα μιας κατανάλωσης R γίνεται με παρεμβολή συσκευών που ονομάζονται καταμεριστές τάσης ή ποτενσιόμετρα, (σχήμα 1.9).



Σχήμα 1.9. Σύνδεση ποτενσιομέτρου στα σημεία Α και Δ κυκλώματος.

Ανάλογα με την θέση του δρομέα Δ η αντίσταση του ποτενσιομέτρου $R_Π$ χωρίζεται σε δυο μέρη R_1 και R_2.

$R_Π=R_1+R_2$

Όταν ο δρομέας είναι στην θέση Α τότε:

$U_R=0$

Ενώ όταν ο δρομέας είναι στη θέση Β τότε η τάση U_R στο φορτίο R είναι ίση με την τάση της πηγής.

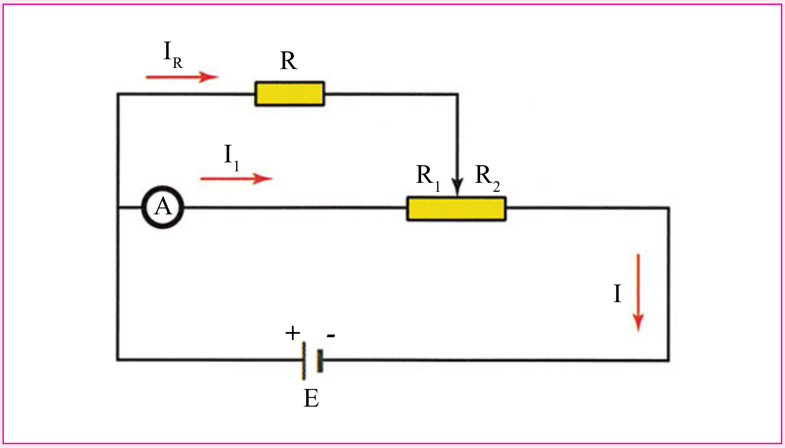
$U_R=U$

Όταν ο δρομέας βρεθεί σε μια ενδιάμεση θέση, τότε η τάση U_R στο φορτίο R είναι ανάλογη με την τάση του τμήματος R_1 του ποτενσιομέτρου. (Περισσότερα στο κεφάλαιο 4)

Παράδειγμα

Στο ποτενσιόμετρο του σχήματος 1.10 εφαρμόζεται τάση U=220V. Στα άκρα του τμήματος R_1 του ποτενσιομέτρου μετρήθηκε τάση U_{R1}=100V, η δε ένταση I_1 μετρήθηκε I_1=4A. Να υπολογισθεί η αντίσταση R_1 του ποτενσιομέτρου.

Λύση:



Σχήμα 1.10. Ρύθμιση τάσης καταναλωτή με ποτενσιόμετρο

$U_{R1}=100V,\ I_1=4A \Rightarrow$

$$R_1 = \frac{U_{R1}}{I_1} = \frac{100\,V}{4\,A} = 25\,\Omega$$

1.9. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Ο νόμος του Ωμ σε τμήμα κυκλώματος διατυπώνεται ως εξής:

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει μια ωμική αντίσταση είναι ανάλογη της ηλεκτρικής τάσης και αντιστρόφως ανάλογη της ωμικής αντίστασης:

$$I = \frac{U}{R}$$

Ο νόμος του Ωμ σε πλήρες κύκλωμα είναι:

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R} + \mathrm{r}}$$

Η αντίσταση μεταβάλλεται με την θερμοκρασία.

$$\mathrm{R} = \mathrm{R}_0 \; [1 + \alpha\,(\theta - \theta_0)]$$

Αναφέρθηκαν οι έννοιες της αντίστασης της αγωγιμότητας, της ειδικής αγωγιμότητας και της ειδικής αντίστασης.

Ο ροοστάτης ρυθμίζει την ένταση του ρεύματος, που διαρρέει τμήμα κυκλώματος. Το ποτενσιόμετρο ρυθμίζει την τάση του φορτίου που τροφοδοτεί.

1.10 ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Τάση 220 V εφαρμόζεται σε μια αντίσταση 110 Ω. Να υπολογίσετε το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση.

Απάντηση: I = 2 A

2. Η τάση που εφαρμόζεται σ’ ένα κύκλωμα είναι 200 V, ενώ το ρεύμα που το διαρρέει είναι 20 A. Να βρεθεί η αντίσταση του κυκλώματος.

Απάντηση: R = 10 Ω

3. Μια αντίσταση 0,5 Ω διαρρέεται από ρεύμα 10 A. Να βρεθεί η πτώση τάσης στα άκρα της.

Απάντηση: U = 5 V

4. Αγωγός σ' ένα κύκλωμα παρουσιάζει αντίσταση 0,8 Ω. Να βρεθεί το μεγαλύτερο ρεύμα που μπορεί να διαρρεύσει τον αγωγό, ώστε η πτώση τάσης να μην υπερβαίνει τα 2,2 V.

Απάντηση: I = 2,75 A

5. Θερμαντικό σώμα έχει αντίσταση 3 Ω και συνδέεται με συσσωρευτή ΗΕΔ 12 V και εσωτερικής αντίστασης 0,2 Ω. Να βρεθεί:
α. Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα και β. Η πολική τάση στους ακροδέκτες του συσσωρευτή.

Απάντηση: α) I = 3,75 A. β) U = 11,25 V

6. Αγωγός χαλκού μήκους 150 m έχει διατομή 1,5 mm^2. Να βρεθεί η αντίσταση του αγωγού. (ρ_{Cu} = 0,018 $\Omega mm^2/m$).

Απάντηση: R = 1,8 Ω

7. Αγωγός αλουμινίου έχει μήκος 500 m και διατομή 25 mm^2. Να βρεθεί η ωμική αντίσταση του αγωγού. (ρ = 0,029 $\Omega mm^2/m$).

Απάντηση: R = 0,58 Ω

8. Χάλκινος αγωγός έχει μήκος l=1000 m και διατομή S=50 mm^2. (ρ_{Cu} = 0,018 Ωmm^2 /m. O θερμικός συντελεστής χαλκού στους 20°C είναι $\alpha=3{,}82\cdot10^{-3}$ 1/°C). Να βρεθεί η αντίσταση R_{80} του αγωγού σε θερμοκρασία 80°C

Απάντηση: R = 0,4 Ω

9. Η αντίσταση ενός χάλκινου αγωγού στους 20°C είναι 300 Ω. Αφού λειτουργήσει σε κύκλωμα επί αρκετή ώρα η αντίσταση του αγωγού αυξάνει την τιμή της στα 320 Ω (θερμικός συντελεστής χαλκού α_{Cu} = $3{,}82\cdot10^{-3}$ 1/°C). Να βρεθεί πόσους βαθμούς °C αυξήθηκε η θερμοκρασία του αγωγού.

Απάντηση: Δθ = 10°C

10. Ένας χάλκινος αγωγός διατομής 16mm^2 χρειάζεται να αντικατασταθεί με αγωγό αλουμινίου του ίδιου μήκους και της ίδιας αντίστασης (ρ_{Cu}=0,018Ωmm^2/m, ρ_{A1}=0,029Ωmm^2/m). Να βρεθεί η διατομή του αγωγού αλουμινίου.

Απάντηση: S_{A1}=25mm^2

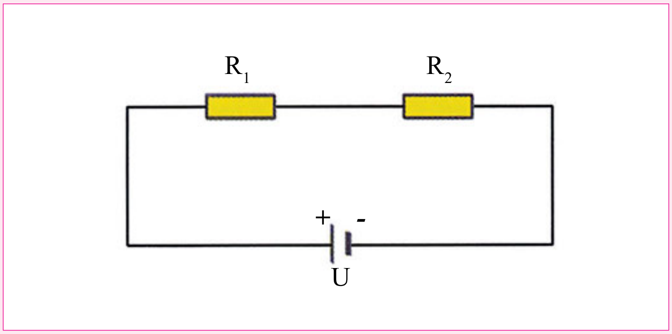
11. Να βρεθεί η διατομή αγωγού αλουμινίου (ρ=0,029 Ωmm^2/m) που παρουσιάζει ωμική αντίσταση 10Ω και έχει μήκος 100m.

Απάντηση: S= 0,29mm^2

12. Να βρεθεί η ωμική αντίσταση αγωγού διατομής S=50mm^2 στις θερμοκρασίες θ_0=20°C και θ_1=50°C, όταν το μήκος της γραμμής είναι 1km. (ρ_{Cu}=0,018Ωmm^2/m και α=0,0039 1/°C)

Απάντηση: R_{50}=0,40Ω

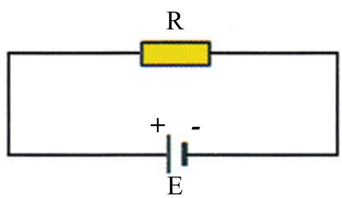
13. Στο κύκλωμα του σχήματος 1.11, να βρεθεί η πτώση τάσης στα άκρα των αντιστάσεων R_1 και R_2. Δίδονται: U=9V, R_1=2Ω, R_2=3Ω



Σχήμα 1.11 Κύκλωμα με πηγή U και δύο αντιστάσεις R_1 και R_2

Απάντηση: U_{R1}=3,6V και U_{R2}=5,4V.

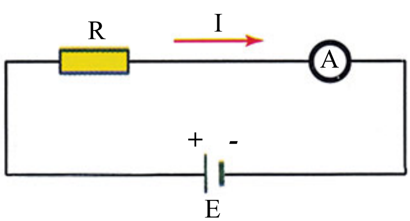
14. Στο κύκλωμα του σχήματος 1.12, να βρεθεί η πολική τάση της πηγής όταν έχουμε: R=5Ω και I=1,8A.



Σχήμα 1.12 Κύκλωμα με πηγή Ε και εξωτερική ωμική αντίσταση R

Απάντηση: 9V

15. Να βρεθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση στο κύκλωμα του σχήματος 1.14. Δίνονται: Ε = 1,5V, R = 3Ω και r = 0.



Σχ. 1.14. Πηγή ΗΕΔ Ε τροφοδοτεί αντίσταση R. Το αμπερόμετρο Α μετράει το διερχόμενο ρεύμα.

Απάντηση: I = 0,5A

16. Αν ένα σύρμα χαλκού έχει αντίσταση 18 Ω στους 20°C, ποια θα είναι η αντίστασή του στους 60°C ($\alpha = 3{,}82 \cdot 10^{-3}$);

Απάντηση: R = 20,8Ω

17. Ποια αντίσταση παρουσιάζει μια συσκευή που λειτουργεί με ρεύμα 7A, όταν η εφαρμοζόμενη τάση είναι 110 V.

Απάντηση: R = 15,7Ω

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΡΜΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ JOULE - ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζονται:

1. Η ηλεκτρική ενέργεια και ισχύς.
2. Ο θερμικός νόμος του Joule.
3. Ο βαθμός απόδοσης ηλεκτρικών συσκευών.
4. Η σχέση μεταξύ ηλεκτρικής ενέργειας και της ισχύος αντιστάσεων, όταν χρησιμοποιούνται για την θέρμανση.
5. Το πρόβλημα της θέρμανσης των αγωγών και η εκλογή της διατομής τους.
6. Η πυκνότητα ρεύματος και η πτώση τάσης στους αγωγούς.
7. Οι συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται κατά την εκλογή της διατομής των αγωγών.

Αφού παρακολουθήσετε το περιεχόμενο του κεφαλαίου αυτού θα πρέπει να γνωρίζετε:

- Να υπολογίζετε την ηλεκτρική ενέργεια, την ηλεκτρική ισχύ και τον βαθμό απόδοσης ενός καταναλωτή.
- Να εφαρμόζετε τον νόμο του Joule και να συνδέεται την θερμότητα με την ηλεκτρική ενέργεια και με τα ηλεκτρικά μεγέθη έντασης, τάσης, αντίστασης.
- Να υπολογίζετε την ισχύ των ηλεκτρικών αντιστάσεων συσκευών θέρμανσης από τα στοιχεία νερού που θερμαίνεται.
- Να υπολογίζετε την διατομή των αγωγών ενός κυκλώματος λαμβάνοντας υπ’ όψη την πτώση τάσης και την θερμοκρασία λειτουργίας τους.
- Να υπολογίζετε από την διατομή των αγωγών ενός κυκλώματος, από το μήκος τους και από το φορτίο, που τροφοδοτούν, την πτώση τάσης και την θερμοκρασία λειτουργίας τους.
- Να εξηγείτε τους κινδύνους που συνεπάγονται από την αποκλειστική χρήση πινάκων και μόνο, για την διαστασιολόγηση των αγωγών.

- Να διατυπώνετε τις αναγκαίες συνθήκες που πρέπει ταυτόχρονα να ικανοποιούνται, ώστε οι διατομές των αγωγών, που υπολογίζετε, να είναι τεχνικά αποδεκτές.

2.2. ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΙΣΧΥΣ

Θα μάθατε στο Γυμνάσιο ότι η ηλεκτρική ενέργεια, είναι μία από τις μορφές ενέργειας που χρησιμοποιούνται π.χ. Μηχανική (Δυναμική-Κινητική), Χημική, Πυρηνική, Ηλεκτρική κ.α.

Η ποσότητα ηλεκτρικής ενέργειας, που παρέχει μια πηγή στις διάφορες καταναλώσεις με τις οποίες είναι συνδεδεμένη, εύκολα μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας, ιδίως σε θερμότητα, σε μηχανικό έργο κίνησης κ.λπ. Με τον τρόπο αυτό λειτουργούν οι διάφορες καταναλωτικές συσκευές είτε οικιακής είτε βιομηχανικής χρήσης.

Είναι λογικό μια καταναλωτική συσκευή όσο περισσότερο χρόνο λειτουργεί τόσο μεγαλύτερα ποσά ηλεκτρικής ενέργειας να απορροφά από την πηγή. Αυτό εκφράζεται από τον νόμο της ηλεκτρικής ενέργειας.

$$A = U \cdot I \cdot t$$

Όπου:

A είναι η ηλεκτρική ενέργεια σε Joule (Τζάουλ)

U είναι η πολική τάση της πηγής σε V (Βολτ)

I είναι το ρεύμα που απορροφά η κατανάλωση σε A (Αμπέρ)

t είναι ο χρόνος σε δευτερόλεπτα, που παραμένει η κατανάλωση σε λειτουργία (seconds ή sec ή s).

Η ηλεκτρική ενέργεια που αποδίδεται (ή απορροφάται) σε ένα δευτερόλεπτο ονομάζεται **Ηλεκτρική Ισχύος.** Στις ηλεκτροτεχνικές εφαρμογές η ηλεκτρική ενέργεια και η ηλεκτρική ισχύς είναι δυο πολύ σημαντικά μεγέθη.
Η ηλεκτρική ισχύς καθορίζεται από την σχέση:

$P=A/t$

Όπου: **P** είναι η ισχύς σε Watt, **A** είναι η ενέργεια σε Joule, **t** είναι ο χρόνος σε sec.

Επομένως η ισχύς μιας συσκευής συνεχούς ρεύματος σε W, υπολογίζεται, εάν πολλαπλασιάσουμε την τάση λειτουργίας της σε V επί το ρεύμα που την διαρρέει σε A.

$\mathbf{P=U \cdot I}$

Η μονάδα μέτρησης της ισχύος είναι το **Watt [W]**

$$[1\mathrm{W}] = \frac{[1J]}{[1s]}$$

Για πρακτικούς λόγους χρησιμοποιούμε για την μέτρηση της ισχύος το κιλοβάτ (kW).

1kW=1000W

Μία συσκευή έχει ισχύ ενός Βατ (1W), εφ’ όσον λειτουργεί με τάση στους ακροδέκτες της ενός Βολτ (1V) και διαρρέεται από ρεύμα έντασης ενός Αμπέρ (1A).

Στην περίπτωση αυτή η συσκευή θα καταναλώσει ενέργεια ενός Τζάουλ (1 Joule) σε ένα δευτερόλεπτο.

1 Joule = 1 Watt·1 sec

Σπανιότερα, ως μονάδα ισχύος, χρησιμοποιείται και ο ίππος ή horsepower (HP).

1MP=746W=0,746KW

1KW=1,34HP

Εύκολα υπολογίζουμε την τάση ή την ένταση μιας συσκευής, όταν είναι γνωστή η ισχύς, από τους τύπους:

U=P/I

I=P/U

Ταυτόχρονα γνωρίζοντας την ισχύ μιας κατανάλωσης υπολογίζουμε την ενέργεια που καταναλώνει η συσκευή, όταν λειτουργεί για ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα, από τον τύπο:

$A=P \cdot t$

Συμπέρασμα:

Μπορεί στο σπίτι σας να έχετε μεγάλη εγκατεστημένη ισχύ (θερμοσίφωνας, ηλεκτρική κουζίνα, πλυντήριο ρούχων, πλυντήριο πιάτων, κλιματιστικό, φωτισμός κ.λπ.), αλλά **η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας,** (άρα και τα χρήματα που θα πληρώσετε), **δεν εξαρτάται μόνο από την εγκατεστημένη ισχύ, αλλά και από τον χρόνο λειτουργίας** των συσκευών αυτών.

Για την μέτρηση της ηλεκτρικής ενέργειας χρησιμοποιούμε την Κιλοβατώρα (KWh).

Μία Κιλοβατώρα (1KWh) εκφράζει την ενέργεια, που καταναλώνει μια συσκευή ισχύος 1KW σε χρόνο μίας ώρας (1h).

Ισχύει ότι:

$1KWh = 1000W \cdot 3600sec = 3.600.000$ Joule

Παράδειγμα 1

Σε μία λάμπα πυράκτωσης διαβάζουμε στη σφραγίδα, ισχύς 75W-τάση 220V. Υπολογίστε το ρεύμα **I** που την διαρρέει, όταν είναι αναμμένη.

Λύση:

I=P/U

Άρα

I=75W/220V=0,34A

Παράδειγμα 2

Διαβάζουμε στην πινακίδα μίας θερμαντικής συσκευής: ισχύς P=1000W και τάση λειτουργίας U=220V. Η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας είναι 22 δραχμές/kWh. Να βρεθεί: α) το ρεύμα που απορροφάει, β) η ηλεκτρική ενέργεια, που θα καταναλώσει η θερμαντική συσκευή κατά την διάρκεια του χειμώνα (7 ώρες/ημέρα για τρεις μήνες) και γ) το κόστος της ηλεκτρικής ενέργειας που θα καταναλώσει η θερμαντική συσκευή κατά την διάρκεια του χειμώνα.

Λύση:

α) Το ρεύμα που απορροφά η κλιματιστική συσκευή κατά την λειτουργία της είναι:

I=P/U

Συνεπώς:

I=1000W/220V=4,54A

β) Αν δεχθούμε ότι η συσκευή λειτουργεί κατά μέσο όρο επί επτά (7) ώρες την ημέρα επί τρεις μήνες, τότε η ενέργεια που θα καταναλώσει είναι:

A=P·t.

Συνεπώς:

Σε μία ημέρα: A=1000W·7 ώρες=7000Wh=7KWh.

Σε ένα μήνα: 7kWh·30 ημέρες=210KWh.

Σε τρεις μήνες: 3·210kWh=630KWh.

γ) Εάν η τιμή της ηλεκτρικής ενέργειας είναι 22 δραχμές/KWh τότε θα πληρώσουμε:

630KWh·22 δραχμές=13860 δραχμές.

2.3. ΙΣΧΥΣ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΩΜΙΚΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ

Είναι γνωστό ότι:

P=U·I σε W

Επίσης από τον νόμο του Ωμ προκύπτει:

I=U/R και U=I·R.

Στην περίπτωση που η κατανάλωση περιλαμβάνει ωμική αντίσταση, αντικαθιστούμε στον τύπο της ισχύος την τάση ή το ρεύμα σύμφωνα με τον νόμο του Ωμ. Έτσι προκύπτουν για την ισχύ ωμικής αντίστασης οι ακόλουθες σχέσεις:

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Η ισχύς αυτή μετατρέπεται αποκλειστικά σε θερμότητα (φαινόμενο Joule)

Εφ’ όσον μάλιστα στην αντίσταση εφαρμόζεται τάση U επί χρόνο t, καταναλώνει ενέργεια:

$$A=P \cdot t=U \cdot I \cdot t=R \cdot I^2 \cdot t$$

Συνεπώς:

$A=R\cdot I^2\cdot t$ και

$A=(U^2/R)\cdot t$.

Όλη αυτή η ενέργεια που καταναλώνει η ωμική αντίσταση, μετατρέπεται σε θερμότητα. Αυτή είναι η αρχή του **θερμικού νόμου του Joule** που περιγράφεται στην παράγραφο 2.4.

Παράδειγμα 1

Σε μία λάμπα πυράκτωσης διαβάζουμε στη σφραγίδα: ισχύς 75W, τάση 220V. Να βρεθεί α) το ρεύμα I που την διαρρέει, όταν είναι αναμμένη και β) η ωμική αντίσταση της λάμπας πυράκτωσης σε κατάσταση λειτουργίας (θερμή κατάσταση).

Λύση:

α) $I=P/U$

Άρα:

$I=75W/220V=0{,}34A$

β) $R=U/I=220V/0{,}34A=647\Omega$

Παράδειγμα 2

Ο αναπτήρας του αυτοκινήτου ωμικής αντίστασης R, τροφοδοτείται από την μπαταρία του με $E = 12{,}5$ V και διαρρέεται από ρεύμα έντασης 10 A. Η εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας είναι $r = 0{,}05\Omega$. Ο οδηγός πιέζει τον αναπτήρα προς τα μέσα και σε ένα 1΄ ο αναπτήρας πυρακτώνεται. Να βρεθεί: α) Η αντίσταση του αναπτήρα, β) η πολική τάση της μπαταρίας και γ) το σύνολο της ισχύος που απορροφάται κατά τη λειτουργία του.

Λύση:

α) Από την σχέση:

$$E = I(R + r) \Rightarrow$$

$$R = \frac{E}{I} - r = \frac{12,5\,V}{10\,A} - 0,05\,\Omega = 1,25\Omega - 0,05\Omega = 1,2\Omega$$

β) Η πολική τάση στα άκρα της μπαταρίας είναι:

$U=E-Ir= 12,5V-10A \cdot 0,05\Omega= 12,5-0,5=12\ V$

Επαλήθευση:

$U=R \cdot I=1,2 \cdot 10=12\ V$

γ) Η ισχύς που καταναλώνεται στην R είναι:

$P_R=I^2R=10^2 \cdot 1,2=120\ W=0,12\ KW.$

Η ισχύς στην εσωτερική αντίσταση r είναι:

$P_r =10^2 \cdot 0,05 = 5W = 0,005KW$

Σύνολο ισχύος: $P=P_R+P_r=0,12+0,005=0,125\ KW.$

Επαλήθευση:

$P=E \cdot I= 12,5\ V \cdot 10A= 125W=0,125KW$

2.3.1. Ονομαστικά μεγέθη

Όλες οι ηλεκτρικές συσκευές που συναντάμε στην πράξη έχουν σχεδιασθεί ώστε να λειτουργούν κανονικά και να έχουν μεγάλο χρόνο ζωής.

Η "κανονική" λειτουργία ή η "ονομαστική" λειτουργία περιγράφεται από ένα σύνολο μεγεθών όπως: τάση τροφοδοσίας, ρεύμα και ισχύς που απορροφάει από την πηγή, συχνότητα τάσης (εάν είναι εναλλασσόμενη), ταχύτητα περιστροφής (για στρεφόμενες ηλεκτρικές μηχανές), κ.α. Τα μεγέθη αυτά ονομάζονται **ονομαστικά μεγέθη** λειτουργίας κάθε συσκευής και αναγράφονται σε πινακίδα, η οποία βρίσκεται υποχρεωτικά πάνω στη συσκευή.

Παράδειγμα 1

Κάποια μονοφασική συσκευή κατασκευάσθηκε να λειτουργεί υπό τάση διαφορετική από την τάση του δικτύου της Ελλάδας που είναι U=220V, π.χ. για το δίκτυο της Αμερικής, του οποίου η τάση είναι U_1=127V. Συνδεόμενη κατά λάθος στο δικό μας δίκτυο, ποιες θα ήταν οι συνέπειες;

Λύση:

$P_1=U_1^2/R=127^2/R$

$P_2=U^2/R=220^2/R$

$P_2/P_1=(220/127)^2=3$

Δηλαδή η ισχύς λειτουργίας της συσκευής θα είναι 3 φορές μεγαλύτερη από την ονομαστική ισχύ. Η συνέπεια είναι ότι η συσκευή θα καταστραφεί.

Συμπέρασμα. Όλες οι συσκευές τροφοδοτούνται απ’ ευθείας, αποκλειστικά με την ονομαστική τους τάση.

Κάθε αντίσταση κατασκευάζεται για συγκεκριμένη τιμή σε **Ω**, ρεύμα σε **A** και ισχύ σε **W** που μπορεί να αντέξει, δίχως να υπερθερμαίνεται.

Παράδειγμα 2

Μία ωμική αντίσταση (σύρματος) έχει χαρακτηριστικά R=20Ω και P=500W. Να υπολογίσετε α) το ρεύμα και β) την τάση κανονικής λειτουργίας της.

Λύση:

α) Από την έκφραση της ισχύος

$$P = I^2 \cdot R \Rightarrow$$
$$I^2 = P / R = 500\,W / 20\,\Omega = 25\ A^2$$

Άρα: $I = \sqrt{25} = 5A$

β) Η τάση κανονικής λειτουργίας είναι:

$$U = I \cdot R = 5A \cdot 20\Omega = 100V$$

Για την ομαλή λειτουργία τους οι αντιστάσεις (φορτία) που απορροφούν αρκετή ισχύ, **φροντίζουμε να αερίζονται, ώστε να απάγεται η θερμότητα.**

Παράδειγμα 3

Να υπολογίσετε την τάση, που εφαρμόζεται σε αντίσταση 5000 Ω, όταν η ισχύς κατά τη λειτουργία της είναι 0,5W.

Λύση:

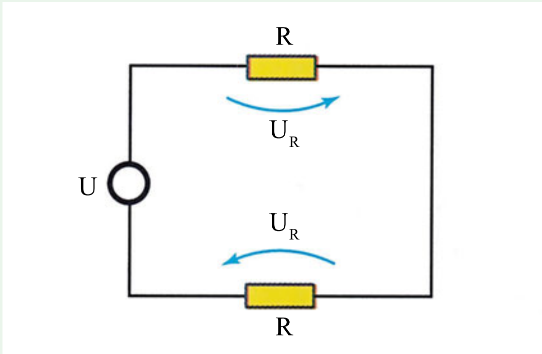
$$P = \frac{U^2}{R}$$

Άρα:

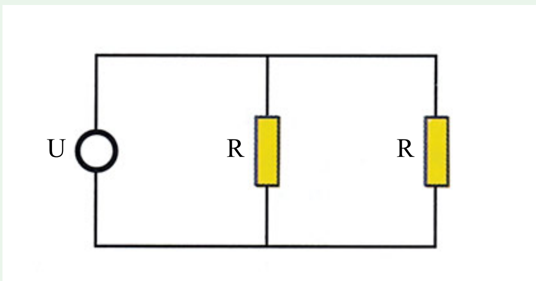
$$U^2 = P \cdot R \Rightarrow U = \sqrt{P \cdot R}$$
$$U = \sqrt{0,5 \cdot 5000} = \sqrt{2500} = 50\,V$$

Παράδειγμα 4

Στο κύκλωμα ηλεκτρικής συσκευής συνδέονται δύο όμοιες ωμικές αντιστάσεις R μέσω επιλεκτικού διακόπτη άλλοτε σε σειρά, σχήμα 2.1 και άλλοτε παράλληλα, σχήμα 2.2. Η συσκευή λειτουργεί σε τάση U=220V. Όταν οι αντιστάσεις συνδεθούν σε σειρά λειτουργούν με ισχύ P=25W. Να υπολογίσετε: α) την τιμή των αντιστάσεων, β) την ισχύ λειτουργίας, όταν συνδεθούν παράλληλα και γ) να σχολιάσετε την τάξη μεγέθους της ισχύος που λειτουργεί σε παράλληλη σύνδεση σε σχέση με την σύνδεση σειράς.



Σχήμα 2.1. Οι αντιστάσεις σε σειρά.



Σχήμα 2.2. Οι αντιστάσεις παράλληλα.

Λύση:

α) Κάθε μία από τις αντιστάσεις λειτουργεί με το ½ της ισχύος, είναι $P_R=P/2$, επειδή είναι όμοιες. Η τάση των 220V μοιράζεται ισομερώς και στις δύο αντιστάσεις, επειδή συνδέονται σε σειρά.

$$U_R = \frac{220\,V}{2} = 110\,V$$

Η ισχύς με την οποία λειτουργεί κάθε μία αντίσταση είναι:

$$P_R = \frac{U_R^2}{R} \Rightarrow$$

Επομένως: $R = \frac{U_R^2}{P_R} = \frac{110^2\,V^2}{12{,}5\,W} = 968\,\Omega$

Άρα R=968Ω

β) Όταν οι αντιστάσεις συνδεθούν παράλληλα κάθε μία συνδέεται με την τάση των 220V. Η ισχύς λειτουργίας κάθε αντίστασης είναι:

$$P_1 = \frac{U^2}{R} = \frac{220^2\,V^2}{968\,\Omega} = 50W$$

Άρα η συνολική ισχύς όταν λειτουργούν οι δυο αντιστάσεις είναι:

$$P = 2 \cdot P_I = 2 \cdot 50W = 100W$$

Συμπέρασμα:

Όταν δύο όμοιες αντιστάσεις συνδεθούν παράλληλα, λειτουργούν με συνολική ισχύ τέσσερις φορές μεγαλύτερη από την ισχύ με την οποία λειτουργούν σε συνδεσμολογία σειράς.

Περισσότερα παραδείγματα για συνδέσεις αντιστάσεων στα κεφάλαια 3-6.

2.4. ΘΕΡΜΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ JOULE

2.4.1. Μετατροπή ενέργειας σε θερμότητα

Όταν μια συσκευή διαρρέεται από ρεύμα, **η ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώνεται σε μια ωμική αντίσταση** σε οποιοδήποτε κύκλωμα **μετατρέπεται ολόκληρη σε θερμότητα.** Αυτό συμβαίνει στις εστίες και το φούρνο ενός ηλεκτρικού μαγειρείου, σε ένα ηλεκτρικό θερμοσίφωνα, σε μια ηλεκτρική θερμάστρα και άλλες παρόμοιες καταναλωτικές συσκευές.

Το φαινόμενο αυτό συναντάται επίσης και σε άλλες περισσότερο σύνθετες ηλεκτρικές συσκευές, στα κυκλώματα των οποίων υπάρχουν ωμικές αντιστάσεις, όπως οι ηλεκτρικές μηχανές και οι μετασχηματιστές. Στις συσκευές αυτές, το περισσότερο μέρος της ηλεκτρικής ενέργειας μετατρέπεται σε μηχανικό έργο, αλλά ένα μικρότερο ποσό μετατρέπεται σε θερμότητα, επειδή τα σύρματα των τυλιγμάτων του ηλεκτροκινητήρα έχουν μια ωμική αντίσταση, που εξαρτάται από τη διατομή και το μήκος τους. Η θερμότητα αυτή που δεν είναι ωφέλιμη για τη λειτουργία του κινητήρα και αντιπροσωπεύει μια απώλεια ενέργειας, ονομάζεται απώλεια Joule.

Συνεπώς σε οποιαδήποτε συσκευή, που διαρρέεται από ρεύμα, ένα μέρος της ηλεκτρικής ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα μη ωφέλιμη για την κύρια λειτουργία της συσκευής. Η θερμότητα αυτή αντιπροσωπεύει τις **απώλειες Joule** και πρέπει να ληφθεί φροντίδα από τον κατασκευαστή της ώστε να **απομακρύνεται γρήγορα, για να μην καταστρέψει τις μονώσεις των αγωγών και άλλα εξαρτήματά της.**

Έχει αποδειχθεί ότι η ηλεκτρική ενέργεια ενός Joule ισοδυναμεί με θερμότητα 0,000239Kcal (χιλιοθερμίδες).

1Joule= 0,000239Kcal

Εάν ολόκληρη η προσφερόμενη από την πηγή ηλεκτρική ενέργεια $A_{πρς}$ σε μια συσκευή με ισχύ P μετατρέπεται σε θερμότητα Q, $A_{πρς} = Q$ τότε ισχύει ο νόμος του Joule, με τις παρακάτω εκφράσεις.

$$Q = 0{,}000239 \cdot P \cdot t \text{ σε Kcal}$$

$$Q = 0{,}239 \cdot 10^{-3} \cdot R \cdot I^2 \cdot t \text{ σε Kcal}$$

$$Q = 0{,}239 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{U^2}{R} \cdot t \quad \text{σε Kcal}$$

Για ευκολία στις πράξεις μπορούμε να χρησιμοποιούμε για τον νόμο του Joule τη σχέση:

$$Q = 0{,}24 \cdot 10^{-3} \cdot R \cdot I^2 \cdot t \text{ Kcal}$$

όπου: Q σε Kcal, U σε V, I σε A, P σε W, R σε Ω και t σε sec.

Ο νόμος του Joule συνδέει την ηλεκτρική ενέργεια $A=P\cdot t$ με τα ηλεκτρικά μεγέθη ένταση I, τάση U, αντίσταση R, τα οποία αναφέρονται ταυτόχρονα σε συγκεκριμένη και μόνο κατανάλωση. Έχει αποδειχθεί ότι μία κιλοβατώρα αντιστοιχεί με 860 χιλιοθερμίδες.

$$1KWh=860Kcal$$

Η ισοδυναμία αυτή μεταξύ ηλεκτρικής ενέργειας και θερμότητας χρησιμοποιείται πολύ συχνά στους τεχνικούς υπολογισμούς.

Παράδειγμα 1

Να υπολογίσετε τη συνολική θερμότητα που αποδίδει στο χώρο λαμπτήρας πυράκτωσης με ισχύ 60W, όταν λειτουργεί επί μία ώρα.

Λύση:

$$Q = 0{,}00024 \cdot P \cdot t \Rightarrow Q = 240 \cdot 10^{-6} \cdot 60W \cdot 3600sec = 51{,}84\ Kcal$$

Παράδειγμα 2

Ηλεκτρικός λαμπτήρας αντίστασης 40Ω λειτουργεί υπό τάση 220V επί 5 λεπτά. Να υπολογίσετε την ενέργεια που θα καταναλώσει.

Λύση:

Η ένταση του ρεύματος είναι

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\,V}{40\,\Omega} = 5{,}5\,A$$

Σύμφωνα με τον νόμο του Joule

$Q=0{,}239\cdot 10^{-3}\cdot R\cdot I^2\cdot t$ έχουμε

$$Q=0{,}239\cdot 10^{-3}\cdot 40\Omega\cdot (5{,}5)^2A^2\cdot 300sec=86{,}76Kcal$$

2.4.2.Θέρμανση χώρων

Για να θερμάνουμε ένα χώρο (συνήθως στους 20°C) πρέπει να ξέρουμε τις συνολικές θερμικές απώλειες Q του χώρου σε Kcal/h (χιλιοθερμίδας ανά ώρα). Έχει καθιερωθεί στη πράξη οι θερμικές απώλειες των κτιρίων να εκφράζονται σε Kcal ανά ώρα (Kcal/h).

Το μέγεθος των θερμικών απωλειών οφείλεται:

1. Σε ανταλλαγή θερμότητας μεταξύ των δομικών στοιχείων του χώρου (τοίχων, παραθύρων, οροφών, πατωμάτων) και του περιβάλλοντος.
2. Στον προσανατολισμό του χώρου βοράς-νότος κ.λ.π.
3. Στον βαθμό της ελεύθερης έκθεσης του χώρου (σε ανεμοπτώσεις).
4. Στο συνολικό μήκος των χαραμάδων των ανοιγμάτων.
5. Στην ελάχιστη εξωτερική θερμοκρασία του περιβάλλοντος
6. Όλα τα παραπάνω λαμβάνονται υπ’ όψη στον υπολογισμό του μεγέθους της θερμαντικής συσκευής και του χρόνου λειτουργίας της συσκευής.

Οι θερμικές απώλειες της κάθε διακεκριμένης επιφάνειας ενός χώρου υπολογίζονται από τη σχέση:

$$Q=K\cdot F\cdot \Delta\theta$$

Όπου:

- K είναι ο συντελεστής που εκφράζει την θερμοπερατότητα της επιφάνειας (Η θερμοπερατότητα εξαρτάται από τη σύσταση των υλικών δόμησης π.χ για μπατικό τοίχο χωρίς μόνωση K=1,9).

- F είναι η διακεκριμένη δομική επιφάνεια που υπολογίζουμε (π.χ τα παράθυρα του βορινού τοίχου ή η επιφάνεια του τοίχου χωρίς παράθυρα).

- Δθ είναι η διαφορά θερμοκρασίας περιβάλλοντος και εσωτερικού χώρου (π.χ. έξω -5°C και μέσα +20°C, Δθ=25°C).

Παράδειγμα

Να υπολογίσετε την ισχύ ηλεκτρικών στατών αερόθερμων, που απαιτούνται για τη θέρμανση ενός δωματίου, του οποίου οι θερμικές απώλειες είναι 3440Kcal/h, σχήμα 2.3. (Στατό αερόθερμο είναι το αερόθερμο φυσικής κυκλοφορίας του αέρα, δηλαδή χωρίς ανεμιστήρα).

Λύση:

Γνωρίζουμε ότι 860Kcal/h αντιστοιχούν με 1kWh.

Το δωμάτιο απαιτεί θερμότητα 3440Kcal/h (χιλιοθερμίδες για κάθε ώρα)

1kWh 860Kcal

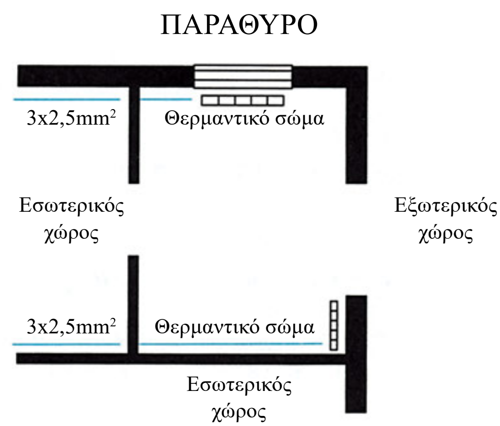
N 3440Kcal/h

$$N = \frac{3440\,\frac{\text{kcal}}{\text{h}} \cdot 1\text{kW} \cdot \text{h}}{860\,\text{Kcal}} = 4\,\text{KW}$$

Επομένως, χρειαζόμαστε αερόθερμο συνολικής ηλεκτρικής ισχύος N= 4kW.

Επειδή δεν κατασκευάζονται τόσο μεγάλης ισχύος αερόθερμα (εκτός των θερμοσυσσωρευτών), τοποθετούμε δυο συσκευές των 2kW.

Τα αερόθερμα θα τοποθετηθούν κάτω από τα παράθυρα ή δίπλα στις μπαλκονόπορτες διότι στα ανοίγματα εμφανίζονται οι περισσότερες θερμικές απώλειες, Σχήμα 2.3. Η τροφοδότησή τους σε τριφασικές εγκαταστάσεις γίνεται από διαφορετική φάση το κάθε ένα ώστε το φορτίο να μοιραστεί και να έχουμε κατά το δυνατόν συμμετρική φόρτιση της γραμμής ηλεκτρικής ενέργειας.



Σχήμα 2.3. Τοποθέτηση των θερμαντικών σωμάτων στην κάτοψη.

2.5. ΒΑΘΜΟΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ

Οι διάφορες ηλεκτρικές συσκευές μετατρέπουν την **απορροφούμενη** ηλεκτρική ενέργεια σε ενέργεια άλλης μορφής. Στην περίπτωση των καθαρά ωμικών καταναλώσεων (αντιστάσεων) **όλη η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα.**

Ονομάζουμε **ωφέλιμη ενέργεια** το μέρος της ενέργειας που αποδίδεται από τη συσκευή για την εκτέλεση του έργου, για το οποίο κατασκευάστηκε. Η ωφέλιμη ενέργεια είναι αυτή που χρησιμοποιούμε. Ονομάζουμε **απώλειες ενέργειας** το υπόλοιπο μέρος της απορροφούμενης ενέργειας, το οποίο καταναλώνεται από τη συσκευή χωρίς όμως να συμβάλλει στην εκτέλεση του έργου της. Οι απώλειες ενέργειας είναι ενέργεια που δεν χρησιμοποιούμε και χάνεται.

Ισχύει για κάθε συσκευή:

Απορροφούμενη Ενέργεια=Ωφέλιμη Ενέργεια+Ενέργεια Απωλειών

$A_{απορ} = A_{ωφ} + A_{απωλ}$

Ονομάζουμε **βαθμό απόδοσης** της συσκευής ή μηχανής τον λόγο **η:**

$$\eta = \frac{\text{Αωφ}}{\text{Ααπορ}} = \frac{\text{Αωφ}}{\text{Αωφ} + \text{Ααπωλ}} = \frac{\text{Ααπορ - Ααπωλ}}{\text{Ααπορ}} \times 100 \ (\%)$$

Ο βαθμός απόδοσης είναι καθαρός αριθμός και μικρότερος από τη μονάδα ($\eta<1$). Μετράται συνήθως ως ποσοστό επί τοις 100 (%), π.χ εάν $\eta=0,95$ λέμε $\eta=95\%$.

Ομοίως **ο βαθμός απόδοσης εκφράζεται και με λόγο ισχύος:**

$$\eta = \frac{\text{Ρωφ}}{\text{Ραπορ}} = \frac{\text{Ρωφ}}{\text{Ρωφ} + \text{Ραπωλ}} = \frac{\text{Ραπορ - Ραπωλ}}{\text{Ραπορ}} \times 100 \ (\%)$$

Παράδειγμα 1

Μάτι (εστία) ηλεκτρικής κουζίνας, σχήμα 2.5, λειτουργεί υπό τάση $U=220V$ και διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I=10A$. Να υπολογίσετε τη ποσότητα της θερμότητας που απαιτείται για να βράσει το φαγητό σε 1,5 ώρα.

Σχήμα 2.5. Ηλεκτρικό φουρνάκι και εστία με δύο μάτια

Λύση:

$Q=0,239 \cdot 10^{-3} \cdot R \cdot I^2 \cdot t$ ή

$Q=0,000239 \cdot P \cdot t$ ή

$Q=0{,}000239 \cdot U \cdot I \cdot t$

Επειδή 1,5 ώρες=5400sec

$Q=0{,}000239 \cdot 220V \cdot 10A \cdot 5400sec=2839\ Kcal$

Παράδειγμα 2

Να υπολογίσετε την ηλεκτρική ισχύ ενός θερμοσίφωνα κουζίνας χωρητικότητας 8Kg και βαθμού απόδοσης η=80%, όταν το νερό ζεσταίνεται από τους 17°C στους 60°C σε χρόνο 10 λεπτών (min).

Λύση:

Επειδή μία Kcal ανυψώνει τη θερμοκρασία ενός Kg νερού κατά 1°C (από 14°C σε 15°C) προκύπτει ότι, οι Q Kcal θα ανυψώσουν τη θερμοκρασία των 8Kg νερού κατά Δθ°C.

$\Delta\theta = (60°C - 17°C) = 43°C$.

Η θερμότητα που χρειάζεται για να ζεσταθεί το νερό είναι:

$$Q = m \cdot \Delta\theta = m \cdot (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\Rightarrow Q = 8\,kg \cdot (60-17)\ °C = 344\,kcal$$

Άρα

$Q_{ωφ}=344Kcal$

Επειδή μέρος της θερμότητας αποβάλλεται στο χώρο από τα τοιχώματα του θερμοσίφωνα έχουμε απώλειες και ο βαθμός απόδοσής του είναι η=80%=0,8.

$$\eta = \frac{Q_{ωφ}}{Q_{απορ}} \Rightarrow Q_{απορ} = \frac{Q_{ωφ}}{\eta} = \frac{344}{0{,}8} = 430\,kcal$$

Η θερμική ισχύς λειτουργίας του θερμοσίφωνα είναι:

$$P_\theta = \frac{Q}{t} = \frac{430}{\left(\frac{1}{6}\right)ώρες} = 2580\frac{kcal}{h}$$

Συνεπώς **η ηλεκτρική ισχύς** του είναι:

$$P = \frac{P_\theta}{860} = \frac{2580\,Kcal/h}{860\,\frac{Kcal/h}{KW}} = 3KW$$

Παράδειγμα 3

Να υπολογίσετε: α) τη ποσότητα θερμότητας που προσφέρει στο χώρο ηλεκτρική θερμάστρα, της οποίας η αντίσταση (θερμαντικό στοιχείο) έχει τιμή R=32,3Ω, όταν αυτή λειτουργεί επί μία ώρα και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=6,8A, β) την ηλεκτρική ισχύ της θερμάστρας.

Λύση:

t=1ώρα=3600sec

Η θερμική ισχύς της θερμάστρας είναι

$Q=0,239\cdot 10^{-3}\cdot R\cdot I^2\cdot t$ ή

$Q= 0,239\cdot 10^{-3}\cdot 32,3\Omega\cdot (6,8)^2A^2\cdot 3600sec=1285Kcal$

Η ηλεκτρική ισχύς της θερμάστρας είναι

$P=I^2R=6,8^2A^2\cdot 32,3\Omega=1493W$.

2.6 ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, ΙΣΧΥΟΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ ΘΕΡΜΑΝΣΗΣ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΝΕΡΟΥ ΠΟΥ ΘΕΡΜΑΙΝΕΤΑΙ

Έχουμε τις ακόλουθες σχέσεις:

$m\cdot\Delta\theta=860\cdot A\cdot\eta$

$m\cdot\Delta\theta=860\cdot P\cdot t\cdot\eta$

Όπου:

A=ηλεκτρική ενέργεια σε KWh

P=ηλεκτρική ισχύ σε kW.

Δθ=η ανύψωση της θερμότητας του νερού

t=ο χρόνος θέρμανσης του νερού σε ώρες (h)

m=η μάζα του νερού (σε Kg όταν πρόκειται για καθαρό νερό)

θ_1 και θ_2 είναι η αρχική και τελική θερμοκρασία του νερού

η=ο βαθμός απόδοσης της συσκευής.

Σχήμα 2.6. Ηλεκτρικό σίδερο

Σχήμα 2.7. Αντίσταση εμβαπτίσεως

Παράδειγμα 1

Θέλουμε ηλεκτρικός θερμοσίφωνας βαθμού απόδοσης η=90% να θερμαίνει 40 κιλά νερό από τους 20°C στους 60°C σε χρόνο 30 λεπτών. Να υπολογίσετε την ισχύ της αντίστασής του.

Λύση:

$\Delta\theta = 60°C - 20°C = 40°C$

$Q_{\omega\varphi} = m \cdot \Delta\theta = 40 \cdot 40 = 1600Kcal$

$t = 30 \cdot 60 = 1800sec$

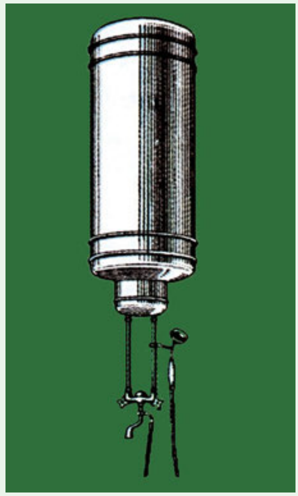
Επειδή

$$Q_{\omega\varphi}=0{,}24\cdot P\cdot t\cdot \eta$$

$$Q_{\omega\varphi}=0{,}24\cdot P\cdot t\cdot \eta=1600Kcal$$

Συνεπώς η ηλεκτρική ισχύς της αντίστασης του θερμοσίφωνα είναι:

$$P=\frac{1600}{0{,}24\cdot 1800\cdot 0{,}9}=4{,}1KW$$



Σχήμα 2.8. Ηλεκτρικός θερμοσίφωνας.

Παράδειγμα 2

Ηλεκτρικός βραστήρας νερού με βαθμό απόδοσης η=80% βράζει 2 λίτρα νερού από τους 20°C στους 100°C. Να υπολογίσετε την καταναλισκόμενη ηλεκτρική ενέργεια.

Σχήμα 2.9. Ηλεκτρικός βραστήρας νερού.

$$m\cdot\Delta\theta=860\cdot A\cdot\eta$$

$$\Rightarrow m\cdot(\theta_2-\theta_1)=860\cdot A\cdot\eta$$

$$A=\frac{m\cdot(\theta_2-\theta_1)}{860\cdot\eta}=\frac{2\cdot(100-20)}{860\cdot 0{,}8}=0{,}232\ KWh$$

2.7. Η ΘΕΡΜΑΝΣΗ ΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ ΚΑΙ Η ΕΚΛΟΓΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΤΟΥΣ

Ανεπιθύμητες συνέπειες του νόμου του Joule είναι η απώλεια ενέργειας και η ανύψωση της θερμοκρασίας των αγωγών.

Η άνοδος της θερμοκρασίας στους ρευματοφόρους αγωγούς, ιδιαίτερα στη περίπτωση που δεν είναι δυνατόν να απομακρυνθεί η παραγόμενη θερμότητα, πρακτικά περιορίζει την ενεργό διατομή των αγωγών και δημιουργεί την ανάγκη εκλογής μεγαλύτερης διατομής. Το φαινόμενο είναι εντονότερο στις περιπτώσεις που η ροή του ρεύματος στους αγωγούς έχει συνεχή διάρκεια.

Μικρή διατομή αγωγών για δεδομένο φορτίο σημαίνει:

- Παρεμβολή μεγαλύτερης αντίστασης στους αγωγούς, άρα περισσότερες απώλειες Joule (RI^2) και αύξηση της θερμοκρασίας τους.

- Πιθανότατα μεγαλύτερη δυσκολία στην απομάκρυνση αυτής της θερμοκρασίας διαμέσου της μόνωσης των αγωγών στο περιβάλλον.

2.7.1. Πυκνότητα Ρεύματος

Αγωγός διατομής **S**, ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα έντασης **I**, εμφανίζει πυκνότητα ρεύματος ανά μονάδα επιφάνειας:

$$j = \frac{I}{S} \qquad \text{σε A/mm}^2$$

Μεγαλύτερη διατομή αγωγού για δεδομένο φορτίο συνεπάγεται μικρότερη πυκνότητα ρεύματος, δηλαδή μικρότερη θερμοκρασία λειτουργίας του αγωγού. Για τον λόγο αυτό έχουν καθοριστεί ορισμένα μέγιστα όρια συνεχούς ροής για το μέγιστο επιτρεπόμενο ρεύμα, ανάλογα με τη διατομή του αγωγού, το υλικό κατασκευής και τη μόνωση (Πίνακας 2.1).

Όμως, δεν πρέπει να επαναπαυόμαστε στην εκλογή της διατομής των αγωγών μέσα σ' αυτά τα όρια του Πίνακα 2.1 χωρίς να λάβουμε υπόψη και τους παράγοντες που προσδιορίζουν το μέγιστο, συνεχούς ροής, επιτρεπόμενο ρεύμα.

Οι παράγοντες αυτοί αναφέρονται:

- στη διατομή και το υλικό των αγωγών
- στο τρόπο όδευσης των αγωγών
- στο πλήθος των γειτονικών αγωγών μέσα στο ίδιο κανάλι διέλευσης
- στην ύπαρξη και άλλων πηγών θερμότητας
- στην ευκολία αερισμού των αγωγών
- στη θερμική αντίσταση και αντοχή της μόνωσης
- στη πτώση τάσης στα άκρα των αγωγών

<u>Επισημάνσεις:</u>

α) Η ισχύς μιας ωμικής αντίστασης καθορίζει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά (διατομή και μήκος) του σύρματος από το οποίο θα κατασκευασθεί.

β) Η ισχύς των καταναλωτικών συσκευών δεν καθορίζει αποκλειστικά τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των αγωγών των ηλεκτρικών γραμμών που θα τις τροφοδοτήσουν, χρειάζεται η συνεκτίμηση και των παραπάνω παραγόντων.

γ) Ανάλογα με τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος λειτουργίας και τον τρόπο όδευσης των αγωγών διαφοροποιούνται οι διατομές τους προς μεγαλύτερες τιμές.

δ) Ανάλογα με την εμφανιζόμενη πτώση τάσης σε όλο το μήκος των αγωγών διαφοροποιείται η διατομή των τροφοδοτικών γραμμών προς μεγαλύτερες τιμές.

Συμπεράσματα

• Το πρόβλημα της εκλογής της διατομής των αγωγών που τροφοδοτούν καταναλωτικές συσκευές, είναι πρόβλημα «μετάδοσης θερμότητας».

Δεν πρέπει σε καμία περίπτωση η θερμοκρασία λειτουργίας των αγωγών να ξεπερνά την οριακή τιμή των 60°C για θερμοκρασία περιβάλλοντος 30°C. Στην πράξη ως όριο θερμοκρασίας λειτουργίας των αγωγών καλό θα είναι να έχουμε την θερμοκρασία των 55°C. Σε αντίθετη περίπτωση αλλάζουμε διατομή (εκλέγουμε μεγαλύτερη διατομή αγωγών).

• **Ο εχθρός του ηλεκτρολόγου είναι η θερμοκρασία.**

Περισσότερα και αναλυτικότερα στοιχεία για το σημαντικό αυτό κεφάλαιο θα παρουσιασθούν στο μάθημα των «Εσωτερικών Ηλεκτρικών Εγκαταστάσεων».

Παράδειγμα 1

Ηλεκτρική κουζίνα με εγκατεστημένη ισχύ 6kW θέλουμε να συνδεθεί στην ηλεκτρική μας εγκατάσταση με τάση 220V. Να γίνει η κατάλληλη εκλογή της διατομής των αγωγών της γραμμής σύνδεσης.

Σχήμα 2.10 Ηλεκτρική κουζίνα.

Λύση:

$$I = \frac{P}{U} = \frac{6000\ W}{220\ V} = 27,2\ A$$

Από τον πίνακα 2.1 επιλέγουμε τη διατομή των 6mm^2 η οποία αντιστοιχεί στην αμέσως μεγαλύτερη από τα 27,2Α ένταση ρεύματος και η οποία είναι 33Α. Η πυκνότητα ρεύματος που αντιστοιχεί στα 33Α και τα 6mm^2 είναι:

$$j = \frac{33\,A}{6\,mm^2} = 5,5\ A/mm^2$$

Σε αντίθετη περίπτωση, εάν επιλέξουμε αγωγούς διατομής 4mm^2, θα έχουμε:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{27,2\,A}{4\,mm^2} = 6,8\ A/mm^2$$

Το μέγιστο επιτρεπόμενο ρεύμα για την διατομή των 4mm^2 είναι σύμφωνα με τον πίνακα 2.1, I=25A και η πυκνότητα ρεύματος που αντιστοιχεί στη διατομή S=4mm^2

$$j = \frac{I}{S} = \frac{25\,A}{4\,mm^2} = 6,25\ A/mm^2$$

Η διατομή των 4mm^2 απορρίπτεται επειδή η πυκνότητα ρεύματος κατά τη λειτουργία της κουζίνας j = 6,8A/mm^2 ξεπερνά τα επιτρεπτά όρια j = 6,25A/mm^2, (6,8 A/mm^2 > 6,25 A/mm^2).

Στη διατομή των 6mm^2 αντιστοιχεί πυκνότητα ρεύματος:

$$j = \frac{I}{S} = \frac{27,2\,A}{6\,mm^2} = 4,53\ A/mm^2$$

Τιμή κατά πολύ μικρότερη των 5,5A/mm^2.

Συνεπώς η διατομή S=6mm^2 είναι αποδεκτή.

Η διαδικασία επιλογής της διατομής των αγωγών από τον πίνακα 2.1 εφαρμόζεται για μικρού μήκους γραμμές.

Για μεγάλου μήκους γραμμές πρέπει να ληφθεί υπ'όψη η πτώση τάσης στη γραμμή όπως θα παρουσιαστεί στην επόμενη παράγραφο.

Οι τιμές του Πίνακα 2.1 καθορίστηκαν ώστε η μέγιστη θερμοκρασία των αγωγών (σε συνεχή λειτουργία) να μην ξεπερνά τους 60°C για θερμοκρασία περιβάλλοντος 30°C.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.1 Μέγιστη επιτρεπόμενη ένταση συνεχούς ροής για χάλκινους αγωγούς *(ΟΜΑΔΑ 1) σύμφωνα με το άρθρο 126 των Κ.Ε.Η.Ε.

Διατομή αγωγού **S** σε mm^2	**I** σε A
0.75	9
1	11
1,5	14
2,5	20
4	25
6	33
10	43
16	60
25	83
35	100
50	127
70	147
95	181
120	208
150	238
185	266
240	310
300	355

*Μέχρι 3 ενεργοί αγωγοί τοποθετημένοι μέσα σε σωλήνα ή σε ορατές ή χωνευτές εγκαταστάσεις

Αν η θερμοκρασία του περιβάλλοντος λειτουργίας του αγωγού ξεπερνά τους 30°C τότε εκλέγουμε μικρότερες τιμές επιτρεπόμενης πυκνότητας ρεύματος, άρα μεγαλύτερης διατομής S από αυτές που προκύπτουν από τον Πίνακα 2.1.

Τα ποσοστά μείωσης των τιμών της έντασης του Πίνακα 2.1 δίδονται στον Πίνακα 2.2

ΠΙΝΑΚΑΣ 2.2 Αναγωγή της μέγιστης επιτρεπόμενης έντασης για θερμοκρασία περιβάλλοντος λειτουργίας των αγωγών, μεγαλύτερης των 30°C. (σύμφωνα με το άρθρο 126 των Κ.Ε.Η.Ε.)	
Θερμοκρασία περιβάλλοντος λειτουργίας των αγωγών σε °C	**Συντελεστής μείωσης (διόρθωσης) της έντασης του ρεύματος**
30	1
35	0,91
40	0,82
45	0,71
50	0,58
55	0,41

Προσοχή: Η πυκνότητα του ρεύματος στους αγωγούς, στις περιελίξεις των ηλεκτρικών μηχανών, των μετασχηματιστών και των πηνίων δεν πρέπει να έχει υψηλή τιμή. Όταν η ένταση του ρεύματος ξεπεράσει τις μέγιστες επιτρεπόμενες τιμές, οι οποίες έχουν καθορισθεί από τις προδιαγραφές, η μόνωση των καλωδίων υπερθερμαίνεται και στη συνέχεια, μπορεί να καταστραφεί (να ρευστοποιηθεί), να προκληθεί βραχυκύκλωμα ή ακόμη και πυρκαγιά στις εγκαταστάσεις.

Σε περιπτώσεις κακών συνθηκών ψύξης όπως συμβαίνει με τα τυλίγματα των ηλεκτρικών μηχανών, η επιτρεπόμενη πυκνότητα ρεύματος μειώνεται κατά πολύ.

Η προστασία των γραμμών από υπερεντάσεις μας εξασφαλίζει στις περιπτώσεις:

α) Όταν από λάθος συνδεθεί σε ηλεκτρική γραμμή, συσκευή μεγαλύτερης ισχύος από όση μπορούν να δεχθούν οι διατομές της και

β) Όταν συμβεί βραχυκύκλωμα μεταξύ των αγωγών της ηλεκτρικής γραμμής, οπότε αυξάνει απότομα το ρεύμα που κυκλοφορεί στους αγωγούς της.

Για να προστατεύσουμε μια ηλεκτρική γραμμή, τοποθετούμε στον ηλεκτρικό πίνακα, σε σειρά προς την κατανάλωση μία ασφάλεια, η οποία διακόπτει τη συνέχεια του κυκλώματος μη επιτρέποντας την καταστροφή της μόνωσης των καλωδίων, ή το κάψιμο των αγωγών, εάν το ρεύμα ξεπεράσει τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή.

2.8. ΠΤΩΣΗ ΤΑΣΗΣ ΣΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

Η αντίσταση που παρεμβάλουν οι αγωγοί στη ροή του ρεύματος δεν έχει μόνη συνέπεια τις απώλειες Joule και την αύξηση της θερμοκρασίας τους, αλλά προκαλεί και την **πτώση τάσης Δu** της γραμμής.

$\Delta u = I \cdot R$

Η πτώση τάσης στις ηλεκτρικές γραμμές δεν πρέπει να ξεπερνά ορισμένα παραδεκτά όρια που είναι 1% για γραμμές φωτισμού και 3% για γραμμές κίνησης.

Οι σχέσεις που χρησιμοποιούμε όταν γνωρίζουμε το ρεύμα **I** είναι:

$\mathbf{\Delta u = R \cdot I}$ και

$$R = \frac{2\rho\ell}{S}$$

Όπου ο συντελεστής 2 περιλαμβάνει τον αγωγό επιστροφής.

Για να υπολογίσουμε την διατομή δίχως να ξεπεράσουμε το επιτρεπόμενο όριο της πτώσης τάσης $\Delta u_{\varepsilon\pi}$ χρησιμοποιούμε τη σχέση

$$S = \frac{2\rho\cdot\ell}{\Delta u_{\varepsilon\pi}} \quad \text{σε } mm^2$$

Για να υπολογίσουμε τη πτώση τάσης που επιβάλει η εκλεγείσα διατομή χρησιμοποιούμε τη σχέση

$$\Delta u = \frac{2\rho\cdot\ell}{S} I \quad \text{σε V}$$

Σε **μονοφασικές γραμμές** η επιτρεπόμενη πτώση τάσης για το δίκτυο των 220V εκφράζεται σε ποσοστά και είναι:

$\Delta u_{\varepsilon\pi}\%=1\%$

Δηλαδή $\Delta u_{\varepsilon\pi}=\Delta u_{ep}\%\cdot U\Rightarrow$

$$\Delta u_{\varepsilon\pi} = \frac{1\cdot 220}{100} = 2{,}2V$$

$\Delta u_{\varepsilon\pi}=2{,}2V$

Συμπέρασμα:

Μπορούμε να πούμε ότι, το ποσοστό της πτώσης τάσης Δu% εκφράζει το ποσοστό των απωλειών Joule στην γραμμή.

Στην πράξη χρησιμοποιείται για το βαθμό απόδοσης της γραμμής η ανάλογη σχέση:

$$\eta = \frac{1}{1+\Delta u}\cdot 100$$

Παράδειγμα 1

Όταν η πτώση τάσης ηλεκτρικής γραμμής είναι 3% τότε ο βαθμός απόδοσης της γραμμής είναι:

$$\eta = \frac{1}{1+0,03} \simeq 0,97 \text{ ή } 97\%$$

Παράδειγμα 2

Μονοφασικό φορτίο 10 A τροφοδοτείται από απόσταση 50 μέτρων με τάση 220 V. Να υπολογισθεί η κατάλληλη διατομή των χάλκινων αγωγών της γραμμής, όταν η επιτρεπόμενη πτώση τάσης είναι 2,2 V.

$$S = \frac{2\rho\ell}{\Delta u} I \Rightarrow S = \frac{2\cdot 0,018\cdot 50}{2,2}\cdot 10 = 8,18\,\text{mm}^2.$$

Εκλέγεται η αμέσως μεγαλύτερη τυποποιημένη διατομή **S=10mm².**

Με την διατομή αυτή η γραμμή στο άκρο της θα έχει πτώση τάσης:

$$\mathbf{\Delta u} = \frac{2\rho\ell}{S} I \Rightarrow \mathbf{\Delta u} = \frac{2\cdot 0,018\cdot 50}{10}\cdot 10 = 1,8\,\text{V}.$$

Η τιμή αυτή είναι μικρότερη από την μέγιστη επιτρεπόμενη (2,2V) συνεπώς η διατομή $S=10mm^2$ είναι αποδεκτή.

2.9. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

1. Η ηλεκτρική ενέργεια εκφράζεται από τη σχέση:

A=U·I·t

όπου: A είναι η ηλεκτρική ενέργεια σε Joule, **U** είναι η πολική τάση της πηγής σε V, **I** είναι το ρεύμα που απορροφά η κατανάλωση σε A, **t** είναι ο χρόνος σε δευτερόλεπτα που παραμένει η κατανάλωση σε λειτουργία (seconds).

2. Η ηλεκτρική ισχύς καθορίζεται από τη σχέση:

P=A/t

όπου: **P** σε Watt,

Επομένως η ισχύς μιας συσκευής συνεχούς ρεύματος σε **W,** υπολογίζεται εάν πολλαπλασιάσουμε την τάση λειτουργίας της σε **V** επί το ρεύμα που την διαρρέει σε **A** (Αμπέρ).

P=U·I σε **W**

Εάν τμήμα ή όλο το κύκλωμα είναι ωμική αντίσταση, τότε η ισχύς υπολογίζεται και από τους τύπους

$P=U^2/R$ και **$P= I^2\cdot R$**

3. Μονάδες μέτρησης ενέργειας και ισχύος είναι το Joule και το Watt, αντίστοιχα:

1 Joule = 1Watt·1sec
Η μονάδα μέτρησης της ισχύος είναι το **Watt [W]**

$$[1\mathrm{W}]=\frac{[1J]}{[1s]}$$

Για πρακτικούς λόγους χρησιμοποιούμε για την μέτρηση της ισχύος το Κιλοβάτ (kW)

1KW=1000W

Σπανιότερα, ως μονάδα ισχύος, χρησιμοποιείται και ο **ίππος** ή horsepower (HP).

1HP=746W=0,746KW

1KW=1,34HP

Για την μέτρηση της ηλεκτρικής ενέργειας χρησιμοποιούμε την Κιλοβατώρα (KWh). Μία Κιλοβατώρα (1 KWh) εκφράζει την ενέργεια που καταναλώνει μια συσκευή ισχύος 1KW σε χρόνο μίας ώρας.

1KWh=1000W·3600sec=3.600.000 Joule.

4. Σε οποιαδήποτε συσκευή που διαρρέεται από ρεύμα **η ηλεκτρική ενέργεια που καταναλώνεται σε μια ωμική αντίσταση** σε οποιοδήποτε κύκλωμα **μετατρέπεται ολόκληρη σε θερμότητα.**

5. Στις περισσότερο σύνθετες συσκευές όπως π.χ σε ένα ηλεκτροκινητήρα, ναι μεν το περισσότερο μέρος της ηλεκτρικής ενέργειας μετατρέπεται σε μηχανικό έργο, αλλά ένα μικρό ποσοστό μετατρέπεται σε θερμότητα, επειδή τα σύρματα των τυλιγμάτων του ηλεκτροκινητήρα έχουν μια συγκεκριμένη τιμή ωμικής αντίστασης, που εξαρτάται από τη διατομή και το μήκος τους.

6. Ηλεκτρική ενέργεια ενός Joule ισοδυναμεί με θερμότητα 0,000239 Kcal (χιλιοθερμίδες).

1 Joule = 0,000239 Kcal

Εφόσον ολόκληρη η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια $A_{προσ.}$ σε μια συσκευή με ισχύ P μετατρέπεται σε θερμότητα Q, τότε ισχύει ο νόμος του Joule, με τις παρακάτω εκφράσεις.

$Q=0{,}000239\cdot P\cdot t=$

$0{,}239\cdot 10^{-3}\cdot R\cdot I^2\cdot t=0{,}239\cdot 10^{-3}\cdot (U^2/R)\cdot t$

Ο νόμος του Joule συνδέει την ηλεκτρική ενέργεια **A=P·t** με τα ηλεκτρικά μεγέθη ένταση **I**, τάση **U**, αντίσταση **R**, τα οποία αναφέρονται ταυτόχρονα σε συγκεκριμένη και μόνο κατανάλωση από την οποία προκύπτει η ισοδυναμία:

1KWh = 860Kcal

Για ευκολία στις πράξεις μπορούμε να χρησιμοποιούμε για τον νόμο του Joule τη σχέση:

$Q=0{,}24\cdot 10^{-3}\cdot R\cdot I^2\cdot t$ Kcal

7. Ονομάζουμε **ωφέλιμη ενέργεια** το μέρος της ενέργειας που αποδίδεται από τη συσκευή για την εκτέλεση του έργου για το οποίο κατασκευάστηκε. Ονομάζουμε **απώλειες ενέργειας** το υπόλοιπο μέρος της απορροφούμενης ενέργειας, που χάνεται.

Αποροφούμενη Ενέργεια=**Ωφέλιμη Ενέργεια+Ενέργεια Απωλειών**

$\mathbf{A_{απορ} = A_{ωφ} + A_{απωλ}}$

Ονομάζουμε **βαθμό απόδοσης** της συσκευής ή μηχανής τον λόγο **η:**

$$\eta = \frac{A_{ωφ}}{A_{απορ}} = \frac{A_{ωφ}}{A_{ωφ} + A_{απωλ}} = \frac{A_{απορ} - A_{απωλ}}{A_{απορ}} \times 100$$

Ο βαθμός απόδοσης είναι καθαρός αριθμός και μικρότερος από τη μονάδα (**η<1**) μετράται συνήθως ως ποσοστό (%).

Ομοίως **ο βαθμός απόδοσης εκφράζεται και με λόγο ισχύος:**

$$\eta = \frac{P_{ωφ}}{P_{απορ}} = \frac{P_{ωφ}}{P_{ωφ} + P_{απωλ}} = \frac{P_{απορ} - P_{απωλ}}{P_{απορ}} \times 100$$

8. Οι συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται κατά την εκλογή της διατομής των αγωγών αναφέρονται: στην πτώση τάσης, στον τρόπο όδευσης των αγωγών, στο πλήθος των αγωγών μέσα στο ίδιο κανάλι και στην ευκολία αερισμού των αγωγών.

2.10. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Ηλεκτρική κουζίνα στη θέση 3 (μέγιστο) του διακόπτη λειτουργεί με ισχύ 3,3KW υπό τάση λειτουργίας 220V. Να υπολογίσετε: α) το ρεύμα που απορροφά, β) την ωμική αντίσταση σε αυτή την θέση, γ) την ενέργεια που καταναλώνει σε δύο ώρες λειτουργίας και δ) το κόστος κατανάλωσης εάν η kWh κοστίζει 20 δραχμές.

Απάντηση: α) 15A, β) 14,6Ω, γ) 6,6KWh, δ) 132δρχ.

2. Ηλεκτρικός φούρνος θερμαίνεται με δύο αντιστάσεις των 60Ω και 30Ω. Οι αντιστάσεις συνδέονται στο δίκτυο των 220V με την βοήθεια ενός διακόπτη με τρεις θέσεις: Θέση 1. Οι δυο αντιστάσεις σε σειρά, Θέση 2. Η αντίσταση των 30Ω μόνη της και Θέση 3. Οι δύο αντιστάσεις παράλληλα. Να υπολογίσετε για κάθε θέση λειτουργίας: α) την ισχύ που καταναλώνει, β) το κόστος της ενέργειας που θα πληρώσουμε σε δύο ώρες λειτουργίας, στην περίπτωση της μεγαλύτερης κατανάλωσης ισχύος, όταν η KWh κοστίζει 22 δραχμές και γ) να εξηγήσετε γιατί προκύπτουν διαφορετικές τιμές κατανάλωσης.

Απάντηση 1) Θ1: 538W, 1076Wh και 23,68δρχ., 2) Θ2: 1613W, 3226Wh, και 71δρχ., 3) Θ3: 2420W, 4840Wh και 106,5δρχ.

3. Μονωμένη ηλεκτρική αντίσταση 2778Ω είναι βυθισμένη σε δοχείο που περιέχει 0,6Kg καθαρού νερού. Σε χρόνο μίας ώρας η θερμοκρασία του νερού ανεβαίνει από τους 25°C στους 65°C. Να υπολογίσετε: α) την ισχύ που καταναλώνει, και β) την τάση στα άκρα της αντίστασης.

Απάντηση: 0,028KW, 279V.

4. Ηλεκτρικός βραστήρας περιέχει 1Kg καθαρού νερού θερμοκρασίας 10°C. Η αντίστασή του είναι 42Ω και διαρρέεται από ρεύμα έντασης 3A, χωρίς απώλειες. Να υπολογίσετε τον απαιτούμενο χρόνο για να βράσει (=100°C) το νερό.

Απάντηση 996sec

5. Ηλεκτρικός θερμοσίφωνας των 60 λίτρων ισχύος 3KW λειτουργεί υπό τάση 220V με βαθμό απόδοσης 0,9 και ανεβάζει την θερμοκρασία του νερού κατά 60°C. Να υπολογίσετε τον χρόνο λειτουργίας του.

Απάντηση: 4000Kcal, 1ώρα 32 λεπτά και 36 δευτερόλεπτα

6. Ηλεκτρικός θερμοσίφωνας των 60 λίτρων λειτουργεί υπό τάση 220V με βαθμό απόδοσης 0,9 και ανεβάζει την θερμοκρασία του νερού κατά 60°C σε χρόνο 80 λεπτά. Να υπολογίσετε την τιμή και την ισχύ της αντίστασής του, την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει, την ενέργεια που καταναλώνει και το κόστος κατανάλωσης εάν η KWh κοστίζει 22 δραχμές.

Απάντηση: 4000Kcal, 14Ω, 15,7A, 3,45KW, 4,6KWh, 101 δρχ.

7. Θέλουμε να κατασκευάσουμε 100 αντιστάσεις για ισάριθμα ηλεκτρικά σίδερα ισχύος 1000W το καθένα από σύρμα χρωμιονικελίνης διαμέτρου 0,2mm, ειδικής αντίστασης ρ=10mm^2/m. Εάν η τάση λειτουργίας τους είναι 220V να υπολογίσετε το απαιτούμενο μήκος σύρματος.

Απάντηση: 0,0314 mm^2, 152m

8. Πρόκειται να κατασκευασθεί ηλεκτρικός βραστήρας με βαθμό απόδοσης η=0,8 ικανός να ανυψώνει τη θερμοκρασία 10 λίτρων καθαρού νερού από τους 10°C στους 100°C σε χρόνο μισής ώρας. Εάν λειτουργεί υπό τάση U=220V να υπολογίσετε: α) την ισχύ του βραστήρα και β) την τιμή της αντίστασης.

Απάντηση: 1125Kcal, α) 2,6KW, β) 18,6Ω

9. Ένας βραστήρας έχει βαθμό απόδοσης η=0,7. Υπολογίστε: α) πόσο κοστίζει η θέρμανση 10 λίτρων καθαρού νερού από τους 14°C στους 100°C, όταν η KWh κοστίζει 22 δραχμές, β) την αντίσταση R αν η συσκευή εργάζεται υπό τάση 220V και το νερό θερμαίνεται σε μισή ώρα, γ) την ένταση του ρεύματος I, και δ) την ηλεκτρική ισχύ P.

Απάντηση: 31,5 δρχ., 17Ω, 2,9KW, 13,2A

10. Θέλουμε να κατασκευάσουμε ηλεκτρικό θερμοσίφωνο 80 λίτρων που να ζεσταίνει νερό από τους 7°C στους 50°C σε χρόνο μίας ώρας και 15 λεπτών. Να υπολογίσετε: α) την ισχύ της αντίστασης, όταν ο

βαθμός απόδοσης είναι η=0,8, β) την ένταση του ρεύματος όταν η τάση είναι U=220V και γ) το μήκος σύρματος χρωμιονικελίνης διατομής 0,5mm^2 ειδικής αντίστασης 1 Ωmm^2/m που θα χρειαστεί για την αντίσταση του θερμαντικού στοιχείου.

Απάντηση: 4KW, 18,2A,

11. Στην Άσκηση 10 υπολογίστε το μέγιστο μήκος της τροφοδοτικής γραμμής του θερμοσίφωνα διατομής S=4 mm^2, ώστε η πτώση τάσης να μη ξεπερνά τα 2,2 V. Δίδεται ρ=0,0018 Ωmm^2/m.

Απάντηση: 6,05m

12. Θέλουμε να κατασκευάσουμε ηλεκτρικό βραστήρα ικανό να θερμαίνει 10 λίτρα καθαρού νερού από τους 5°C στους 80°C σε χρόνο μισής ώρας. Εάν το ποσοστό απωλειών είναι 20%, υπολογίστε: α) την ισχύ του βραστήρα, β) την ένταση του ρεύματος όταν η τάση λειτουργίας είναι U = 220 V, γ) το μήκος σύρματος χρωμιονικελίνης ειδικής αντίστασης ρ = 1 Ωmm^2/m και διατομής S = 0,1 mm^2 που θα χρειασθεί για την αντίσταση του βραστήρα.

Απάντηση: 2,2KW, 18,2A, 2,2m

13. Να υπολογίσετε το ποσό θερμότητας που παράγει σε 5 λεπτά μία ωμική αντίσταση R=20 Ω όταν διαρρέεται από ρεύμα έντασης I=10A.

Απάντηση: 144 Kcal

14. Ένας λαμπτήρας με ωμική αντίσταση R=20Ω, έχει κατασκευασθεί για να λειτουργεί υπό τάση 42V. Όταν η τάση του δικτύου μας είναι 220V: α) Περιγράψτε τι πρέπει να κάνετε ώστε να λειτουργεί κανονικά ο λαμπτήρας, β) Πόσο μας κοστίζει η ενέργεια που ξοδεύεται άσκοπα κατά το δεκάωρο της λειτουργίας του, όταν η τιμή της KWh κοστίζει 22 δραχμές.

Απάντηση: α) Να συνδέσετε σε σειρά αντίσταση 84,8 Ω και 2,1 A. β) 74,6 δρχ.

15. Ηλεκτρική θερμάστρα με αντίσταση 40 Ω λειτουργεί κανονικά υπό τάση 220V. Υπολογίστε: α) το ποσό θερμότητας που αποδίδει κάθε ώρα, β) την ωριαία δαπάνη όταν η τιμή της KWh κοστίζει 22 δραχμές και γ) να ερευνήσετε εάν συμφέρει η θέρμανση με ηλεκτρική ενέργεια.

Απάντηση: 1045Kcal, 26,62 δρχ. Όχι στις περισσότερες περιπτώσεις

16. Δύο λίτρα καθαρού νερού θερμοκρασίας 2°C πρόκειται να θερμανθεί σε χρόνο 15 λεπτών μέχρι τη θερμοκρασία των 80°C στην οποία διακόπτεται το κύκλωμα. Να υπολογίσετε το μήκος σύρματος χρωμιονικελίνης διαμέτρου 0,5mm, ειδικής αντίστασης 1 $\Omega mm^2/m$, που θα χρειασθεί για την κατασκευή της αντίστασης του θερμαντικού στοιχείου. Ο βαθμός απόδοσης του βραστήρα είναι 0,8 και η τάση λειτουργίας του 220V.

Απάντηση: 195Kcal, 53,6Ω, 6,05m

17. Σε θερμοσίφωνα 80 λίτρων δεν υπάρχει πινακίδα. Για να βρούμε την ισχύ του μετρούμε τον χρόνο θέρμανσης του νερού μέχρι την θερμοκρασία των 80°C και βρίσκουμε μία ώρα και 30 λεπτά (στον χρόνο αυτό διακόπτεται το κύκλωμα). Υπολογίστε: α) την ισχύ του θερμοσίφωνα, β) την τιμή της ωμικής του αντίστασης. Δίδονται τάση λειτουργίας 220V, βαθμός απόδοσης 90%, αρχική θερμοκρασία νερού θ_1=10°C.

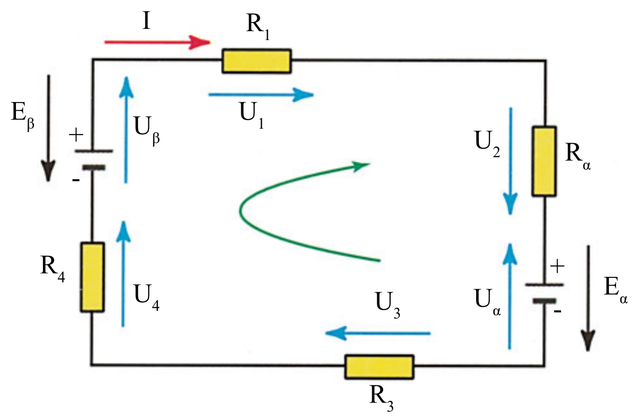
Απάντηση: 4,82KW, 10Ω

18. Πρόκειται να θερμανθεί με ηλεκτρική ενέργεια αίθουσα διαστάσεων 15x20x5 μέτρων. Η εξωτερική θερμοκρασία είναι -2°C και θέλουμε στον χώρο της αίθουσας να επικρατεί θερμοκρασία 20°C. Αυτό συνεπάγεται ότι απαιτούνται 63.000Kcal/h. Υπολογίστε την απαιτούμενη ηλεκτρική ισχύ των θερμαντικών σωμάτων, όταν ο βαθμός απόδοσης είναι 90%.

Απάντηση: 70000Kcal, 81,4KW

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

ΝΟΜΟΙ ΚΑΙ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ



3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το κεφάλαιο αυτό εξηγεί τις ιδιότητες των κυκλωμάτων που περιλαμβάνουν αντιστάσεις και πηγές συνδεδεμένες σε σειρά, παράλληλα, σε αστέρα, σε τρίγωνο ή σε σύνθετες (μικτές) συνδεσμολογίες, οι οποίες περιέχουν τμήματα συνδεδεμένα κατά διαφόρους τρόπους.

Επίσης αναλύει την επίλυση των κυκλωμάτων στα οποία συμπεριλαμβάνονται και οι υπολογισμοί των πτώσεων τάσεων, των ρευμάτων και της ισχύος στους διάφορους κλάδους και στα στοιχεία των κλάδων των κυκλωμάτων, με την βοήθεια των δύο νόμων του Κίρκωφ.

Τέλος, παρουσιάζει εφαρμογές ηλεκτρικών κυκλωμάτων όλων των παραπάνω συνδεσμολογιών όπως συνδεσμολογίες λαμπτήρων, θερμαντικών σωμάτων κ.α.

3.2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

Πολλές εφαρμογές με βιομηχανικές και οικιακές συσκευές και διατάξεις, αποτελούνται από ηλεκτρικά κυκλώματα, που περιλαμβάνουν περισσότερες από μία ωμική αντίσταση και πηγή, και οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους κατά πολλούς τρόπους.

Τέτοιες σύνθετες συνδεσμολογίες με αγωγούς σύνδεσης μεταξύ των διαφόρων στοιχείων του κυκλώματος, όπως πηγές και καταναλωτές, σχηματίζουν κλειστές διαδρομές, που ονομάζονται βρόχοι.
Ένας **βρόχος** είναι η κλειστή διαδρομή που ξεκινάει από ένα σημείο, ακολουθεί διάφορα στοιχεία του κυκλώματος για μια μόνο φορά και επιστρέφει στο αρχικό σημείο.

Ο βρόχος είναι μια κλειστή διαδρομή σε ένα κύκλωμα.

Για την ακρίβεια, ένας **κλάδος** του ηλεκτρικού κυκλώματος είναι ένα απλό στοιχείο όπως μια πηγή τάσης ή μία αντίσταση. Συνηθίζεται όμως να ονομάζεται **κλάδος** μια ομάδα περισσότερων στοιχείων, που διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα.

Ένας βρόχος αποτελείται από δύο ή περισσότερους κλάδους.

Μια ομάδα στοιχείων, που διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, αποτελεί ένα κλάδο.

Ο **κόμβος είναι το σημείο ένωσης δύο ή περισσότερων κλάδων** και περιλαμβάνει όλα τα σημεία, που έχουν το ίδιο δυναμικό τάσης. Δείχνεται με μία τελεία όπως το σημείο Α στο Σχήμα 3.1. Όταν ένας αγωγός συνδέει δύο κόμβους, τότε οι κόμβοι αυτοί είναι ισοδύναμοι και στην πράξη ταυτίζονται σε ένα και μοναδικό κόμβο, ακόμη και αν δείχνονται με δύο τελείες.

Μεταξύ δύο κόμβων προσδιορίζεται ένας κλάδος, ενώ στον ίδιο κλάδο δεν είναι δυνατόν να υπάρχει άλλος κόμβος εκτός των δύο ακραίων κόμβων.

Στο Σχήμα 3.2.α απεικονίζεται ένας βρόχος με δύο κλάδους Α-Β και Γ-Δ.

Η πολυπλοκότητα ενός κυκλώματος προκύπτει από τον αριθμό των βρόχων:
- ένας βρόχος προσδιορίζει ένα **απλό κύκλωμα,**
- πολλοί βρόχοι αποτελούν ένα **σύνθετο κύκλωμα** ή **δίκτυο.**

Στα επόμενα σχήματα του παρόντος κεφαλαίου θα παρουσιαστούν πολλά ηλεκτρικά κυκλώματα τόσο απλά, όσο και σύνθετα, με διάφορους συνδυασμούς κλάδων και βρόχων.

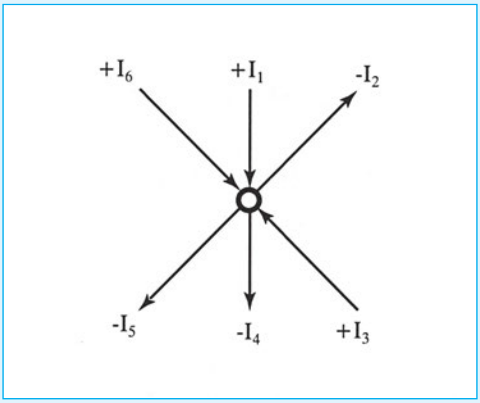
3.3. ΠΡΩΤΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΚΙΡΚΩΦ

Ο πρώτος νόμος του Κίρκωφ διατυπώνεται ως εξής:

Το αλγεβρικό άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων, που συγκλίνουν σε ένα οποιοδήποτε κόμβο από όλους τους συνδεδεμένους κλάδους στον κόμβο αυτό, ισούται με το μηδέν.

$$\sum_{K} I = 0$$

Με τον όρο «συγκλίνουν» εννοούμε ότι τα ρεύματα εξέρχονται από τον κόμβο ή εισέρχονται στον κόμβο. Η θετική φορά των ρευμάτων είναι όταν εισέρχονται στον κόμβο και η αρνητική φορά όταν εξέρχονται από τον κόμβο, σχήμα 3.1. Επίσης, με τον όρο «αλγεβρικό άθροισμα» εννοούμε ότι προσθέτουμε ή αφαιρούμε τα ρεύματα ανάλογα με τη φορά που έχουν από και προς τον κόμβο.



Σχήμα 3.1. Ο πρώτος νόμος του Κίρκωφ στον κόμβο Α: $+I_1-I_2+I_3-I_4-I_5+I_6=0$

Στο Σχήμα 3.1, τα ρεύματα I_2, I_4 και I_5 «εξέρχονται» από τον κόμβο Α προς τα έξω, επομένως έχουν αρνητική φορά και αρνητικό πρόσημο, ενώ τα ρεύματα I_1, I_3 και I_6 «εισέρχονται» στον κόμβο Α, επομένως έχουν θετική φορά και θετικό πρόσημο. Έτσι, ο πρώτος νόμος του Κίρκωφ στον κόμβο Α γράφεται:

$$+I_1-I_2+I_3-I_4-I_5+I_6=0$$

Ο πρώτος νόμος του Κίρκωφ ονομάζεται συχνά **νόμος ρεύματος του Κίρκωφ ή ΝΡΚ.**

Παράδειγμα 1

Γράψτε τον πρώτο νόμο του Κίρκωφ για το κύκλωμα του σχήματος 3.1. όπου I_1=5A, I_2=3A, I_3=12A, I_4=11A, I_6=10A . Υπολογίστε το ρεύμα I_5.

Λύση:

$+I_1-I_2+I_3-I_4-I_5+I_6=0$

$I_5=+I_1-I_2+I_3-I_4+I_6$

$I_5=5\ A-3\ A+12A-11A+10A=13\ A$

3.4. ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΚΙΡΚΩΦ

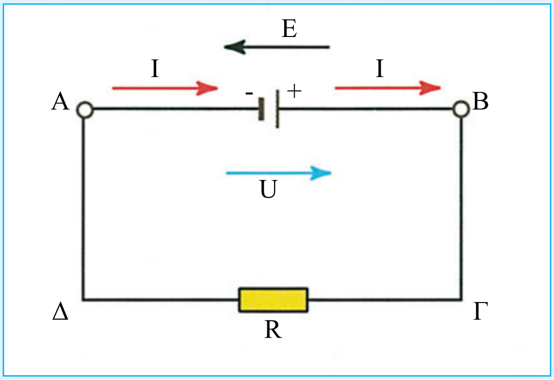
Η γενική διατύπωση του δεύτερου νόμου του Κίρκωφ είναι:

Το αλγεβρικό άθροισμα των πηγών τάσης και των πτώσεων τάσης στις αντιστάσεις σε ένα κλειστό κύκλωμα ισούται με το μηδέν.

$$\sum_{\beta} U = 0$$

Με τον όρο «αλγεβρικό άθροισμα» εννοούμε ότι προσθέτουμε ή αφαιρούμε τις τάσεις σύμφωνα με την πολικότητά τους.

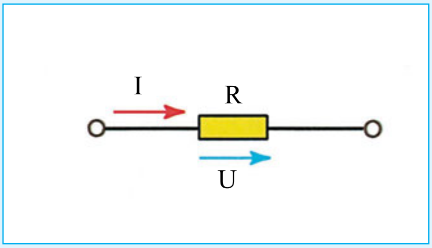
Η κίνηση των ηλεκτρονίων του ηλεκτρικού φορτίου γίνεται από το (-) στο (+), επομένως είναι ίδια με την πόλωση της πηγής και μας δίνει την **φορά της πόλωσης.** Η φορά πόλωσης της τάσης μίας πηγής είναι θετική, όταν συμβολίζεται με βέλος από τον αρνητικό πόλο προς στον θετικό πόλο. Κατά τον ίδιο τρόπο η φορά του ρεύματος είναι θετική, όταν συμβολίζεται με βέλος από τον αρνητικό πόλο της πηγής τάσης προς τον θετικό πόλο περνώντας μέσα από την πηγή. Αντιθέτως, η φορά της ηλεκτρεγερτικής δύναμης είναι θετική όταν συμβολίζεται με βέλος από τον θετικό πόλο της πηγής προς τον αρνητικό. Σχήμα 3.2.α.



Σχήμα 3.2.α. Βρόχος ηλεκτρικού κυκλώματος και φορά της πόλωσης: θετική φορά τάσης και θετική φορά ρεύματος μέσα από την πηγή από το (-) στο (+), θετική φορά ηλεκτρεγερτικής δύναμης από το (+) στο (-)

Στην ηλεκτρολογία χρησιμοποιείται η **συμβατική φορά του ρεύματος (τεχνική),** η οποία συμβολίζεται με βέλος που ξεκινά από τον θετικό πόλο της μπαταρίας συνεχίζει στο εξωτερικό κύκλωμα και καταλήγει στον αρνητικό πόλο, δηλαδή από το (+) στο (-), Σχήμα 3.2.α.

Η φορά της πτώσης τάσης σε μία αντίσταση θεωρείται ότι είναι θετική όταν είναι ίδια με την φορά του ρεύματος, Σχήμα 3.2.β.



Σχήμα 3.2.β. Η θετική φορά της πτώσης τάσης σε μια αντίσταση συμπίπτει με τη θετική φορά του ρεύματος

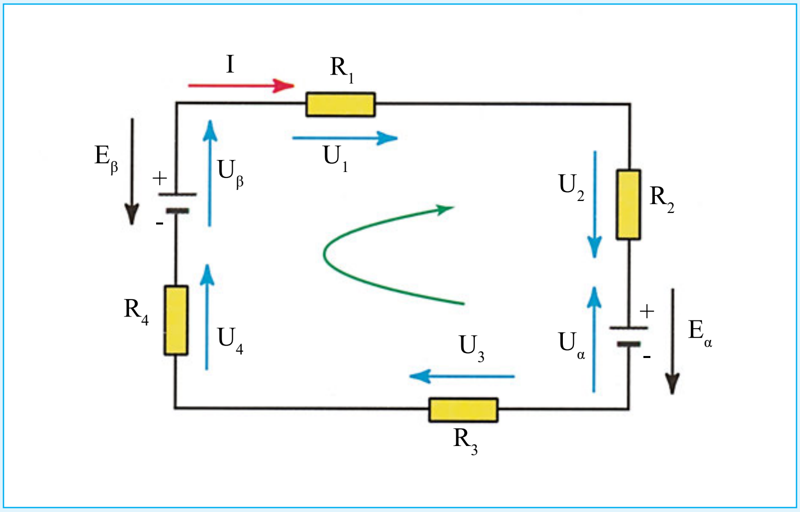
Προσοχή: Σε περίπτωση που, από τους υπολογισμούς, ένα ή περισσότερα ρεύματα ή και τάσεις προκύψουν αρνητικά, αυτό σημαίνει ότι έχουν οριστεί λάθος οι φορές τους.

Μια εξίσου συνηθισμένη διατύπωση του δεύτερου νόμου του Κίρκωφ είναι:

Το αλγεβρικό άθροισμα των πτώσεων τάσεων στις αντιστάσεις ενός κλειστού κυκλώματος ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των ηλεκτρεγερτικών δυνάμεων των πηγών τάσης, Σχήμα 3.2.

$$\sum_{\beta} R \cdot I = \sum_{\beta} E$$

Ο δεύτερος νόμος του Κίρκωφ ονομάζεται συχνά **νόμος τάσης του Κίρκωφ ή NTK.**



Σχήμα 3.2. Όλες οι πτώσεις τάσης αθροίζονται αλγεβρικά και το άθροισμά τους ισούται με το μηδέν (2ος νόμος του Κίρκωφ)

Σημείωση: Για την κατάστρωση του NTK χρησιμοποιούμε είτε πολικές τάσεις U, είτε ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις E.

Παράδειγμα 1

Γράψτε το δεύτερο νόμο του Κίρκωφ για το κύκλωμα του σχήματος 3.2. όπου $R_1 = 5\ \Omega$, $R_2 = 3\ \Omega$, $R_3 = 6\ \Omega$, $R_4 = 1\ \Omega$, $E_\alpha = 9$ V, $E_\beta = 12$ V. Υπολογίστε το ρεύμα I.

Λύση:

Επιλέγουμε ως θετική φορά στο κύκλωμα την ωρολογιακή φορά. Γράφουμε τον δεύτερο νόμο του Κίρκωφ στο βρόχο του σχήματος 3.2 με μορφή:

$$\sum_{\beta} U = 0$$

$$U_1+U_2+U_3+U_4+U_\beta-U_\alpha=0$$

Αντικαθιστούμε: $U_\alpha=-E_\alpha$ και $U_\beta=-E_\beta$ και βρίσκουμε:

$$E_\alpha-E_\beta+U_1+U_2+U_3+U_4=0$$

Επίσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις πτώσεις τάσης στις αντιστάσεις R_1, R_2, R_3 και R_4, δηλαδή τη μορφή $\sum_{\beta} R \cdot I = \sum_{\beta} E$:

$$E_\alpha-E_\beta+R_1\cdot I+R_2\cdot I+R_3\cdot I+R_4\cdot I=0$$

Από την τελευταία σχέση μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα:

$$I=-(E_\alpha-E_\beta)/(R_1+R_2+R_3+R_4)$$

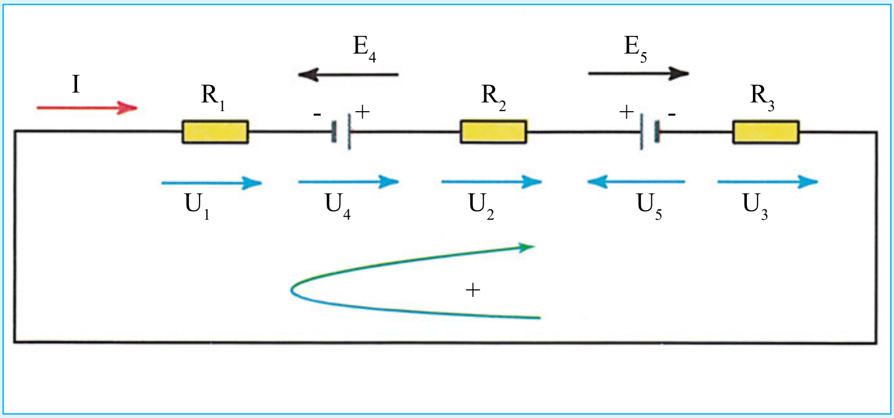
$$I=-(9V-12V)/(5\Omega+3\Omega+6\Omega+1\Omega)=0{,}2A$$

Παράδειγμα 2

Στο κύκλωμα του σχήματος 3.3 δίνονται: $I=10mA$, $R_1=60\Omega$, $R_2=75\Omega$, $R_3=90\Omega$, $U_4=1{,}75V$. Υπολογίστε τη τάση U_5.

Λύση:

Αρχικά αποφασίζουμε στο βρόχο ποία θα είναι η θετική φορά μέτρησης των τάσεων, π.χ. η ωρολογιακή. Οι τάσεις που έχουν την ίδια φορά με τη θετική φορά του βρόχου έχουν θετικό πρόσημο. Οι τάσεις με αντίθετη φορά έχουν αρνητικό πρόσημο.



Σχήμα 3.3. Όλες οι πτώσεις τάσης αθροίζονται αλγεβρικά και το άθροισμά τους ισούται με το μηδέν (2ος νόμος του Κίρκωφ)

Γράφουμε τον δεύτερο νόμο του Κίρκωφ:

$$\sum_{\beta} U = 0$$

$$U_1+U_4+U_2-U_5+U_3=0$$

Επίσης μπορούμε να γράψουμε ότι:

$$\sum_{\beta} R \cdot I = E$$

$$U_1+U_2+U_3=E_4-E_5$$

$$R_1 \cdot I+R_2 \cdot I+R_3 \cdot I+U_4-U_5=0$$

$$U_5=R_1 \cdot I+R_2 \cdot I+R_3 \cdot I+U_4=$$

$$=60\Omega \cdot 0{,}01A+75\Omega \cdot 0{,}01A+90\Omega \cdot 0{,}01A+1{,}75V=$$

$$=0{,}6V+0{,}75V+0{,}9V+1{,}75V=4V$$

3.4.1. Ισολογισμός της ισχύος

Σε οποιοδήποτε ηλεκτρικό κύκλωμα, το άθροισμα των ισχύων που παράγονται στους καταναλωτές μέσω θερμικού φαινομένου Joule (θερμική ισχύ) ισούται με το άθροισμα των ισχύων που παράγουν οι πηγές.

$$\sum R\cdot I^2=\sum U\cdot I$$

$$R_1\cdot I_1^2+R_2\cdot I_2^2+R_3\cdot I_3^2+\ldots =U_1\cdot I_1+U_2\cdot I_2+U_3\cdot I_3+\ldots$$

Προσοχή: Η ηλεκτρική ισχύς που παράγει μια πηγή συνεχούς ρεύματος είναι θετική ή αρνητική σύμφωνα με το πρόσημο του γινόμενου του ρεύματος και της τάσης της πηγής. Το πρόσημο μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό σύμφωνα με τη φορά του ρεύματος στο κύκλωμα και με την πολικότητα της πηγής.

Παράδειγμα 3

Για το κύκλωμα του παραδείγματος 1 και του Σχήματος 3.2 υπολογίστε: α) την συνολική ηλεκτρική ισχύ που παράγουν οι πηγές τάσης, β) την ηλεκτρική ισχύ που μετατρέπεται σε θερμότητα στις ωμικές αντιστάσεις και γ) συγκρίνετε το αποτέλεσμα των ερωτήσεων α) και β) και συζητήστε.

Λύση:

α) Η ηλεκτρική ισχύς P_μ που παράγεται από τις δύο πηγές τάσης είναι:

$$P_\mu= -U_\alpha\cdot I+U_\beta\cdot I= -9V\cdot 0{,}2A+12V\cdot 0{,}2A=0{,}6W$$

β) Όπως έχει παρουσιαστεί στο Κεφάλαιο 2, η ηλεκτρική ισχύς σε μια ωμική αντίσταση μετατρέπεται σε θερμική ισχύ και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$P=R\cdot I^2$$

Η θερμική ισχύς των τεσσάρων αντιστάσεων είναι:

$$P_r = R_1 \cdot I^2 + R_2 \cdot I^2 + R_3 \cdot I^2 + R_4 \cdot I^2$$

$$P_r = 5\Omega \cdot 0{,}2^2 A^2 + 3\Omega \cdot 0{,}2^2 A^2 + 6\Omega \cdot 0{,}2^2\ A^2 + 1\Omega\ 0{,}2^2 A^2 = 0{,}6W$$

γ) Παρατηρούμε ότι έχουμε βρει την ίδια ισχύ (σε Watt) από τις ερωτήσεις α) και β). Το αποτέλεσμα είναι σωστό καθώς από τον ισολογισμό της ισχύος γνωρίζουμε ότι η ηλεκτρική ισχύς των πηγών ισούται με την θερμική ισχύ των αντιστάσεων.

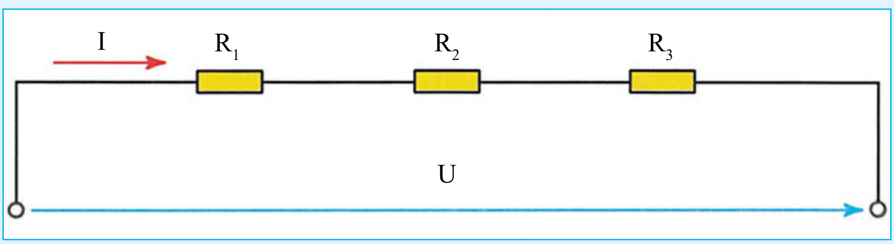
3.5. ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΣΕΙΡΑ

Σε κλάδο ηλεκτρικού κυκλώματος, **όταν περισσότερες αντιστάσεις και πηγές διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, τότε είναι συνδεδεμένες σε σειρά.** Το κύκλωμα αυτό μπορεί να μετατραπεί σε ένα απλούστερο και όλες οι αντιστάσεις να αντικατασταθούν με μόνο μία αντίσταση.

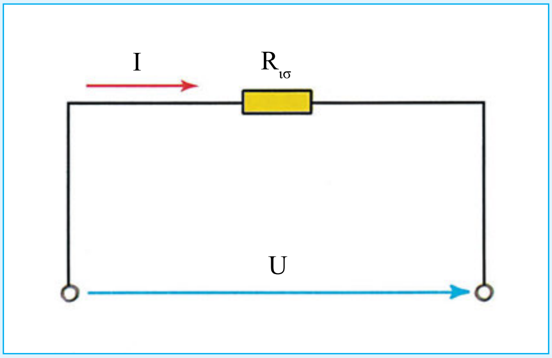
Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{ισ}$ της σύνδεσης σε σειρά των αντιστάσεων R_i ισούται με το άθροισμα τους.

$$R_{ισ} = \Sigma R_i = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots$$

Στο Σχήμα 3.4.α οι αντιστάσεις R_1, R_2 και R_3 είναι συνδεδεμένες σε σειρά και διαρρέονται από το ρεύμα I. Όλες θα αντικατασταθούν από την ισοδύναμη αντίσταση $R_{ισ}$ η οποία φαίνεται στο Σχήμα 3.4.β



Σχήμα 3.4.α. Σύνδεση σε σειρά των τριών αντιστάσεων

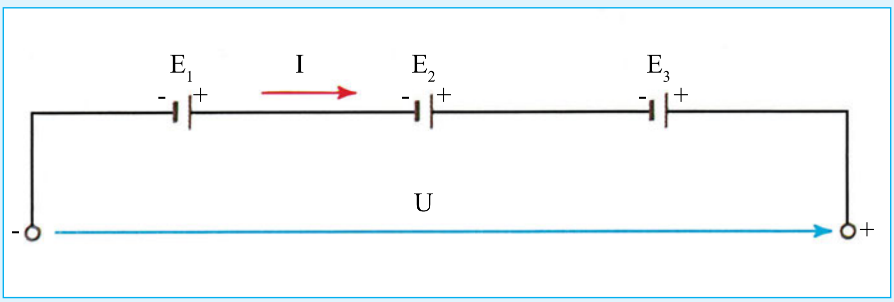


Σχήμα 3.4.β. Ισοδύναμη αντίσταση των τριών αντιστάσεων του κυκλώματος του σχήματος 3.4.α.

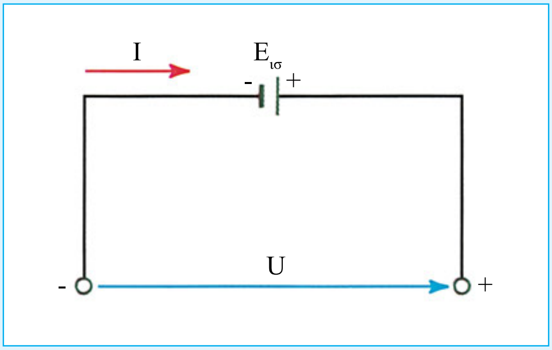
Η ισοδύναμη ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ισ}$ των πηγών που είναι συνδεδεμένες σε σειρά και έχουν ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις E_i **ισούται με το άθροισμά τους.**

$$E_{ισ}=\Sigma E_i=E_1+E_2+E_3+...$$

Στο Σχήμα 3.5.α οι ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις E_1, E_2 και E_3 είναι συνδεδεμένες σε σειρά και ο θετικός πόλος της κάθε πηγής συνδέεται στον αρνητικό πόλο της επόμενης, κ.ο.κ. Η ισοδύναμη ηλεκτρεγερτική δύναμη E φαίνεται στο Σχήμα 3.5.β



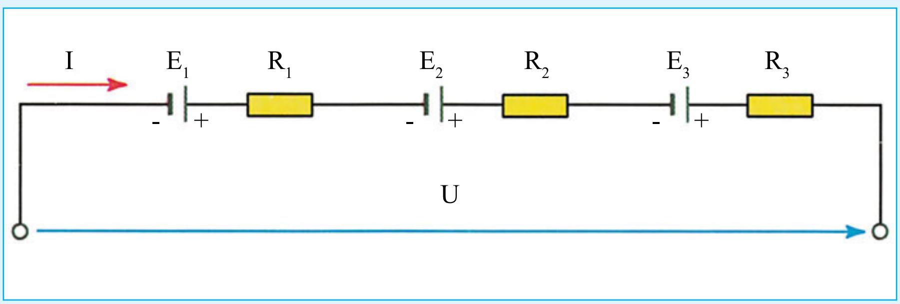
Σχήμα 3.5.α. Τρεις πηγές τάσης συνδεδεμένες σε σειρά



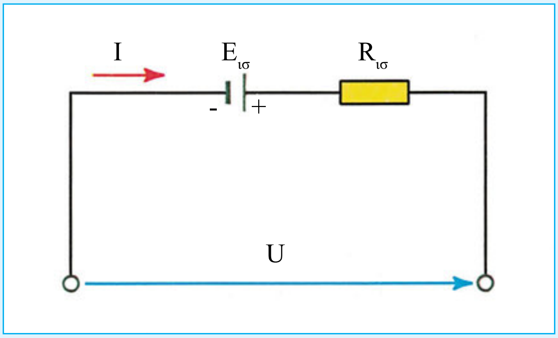
Σχήμα 3.5.β. Ισοδύναμη πηγή τάσης των τριών πηγών του Σχήματος 3.5.α

Προσοχή: Στη σύνδεση σε σειρά των πηγών τάσης σε περίπτωση αντίθετης σύνδεσης, (αρνητικής φοράς) μίας ΗΕΔ, δηλαδή όταν ο θετικός πόλος μίας πηγής συνδεθεί στον θετικό πόλο της επόμενης πηγής, η ΗΕΔ της πηγής που είναι συνδεδεμένη αντίθετα αφαιρείται.

Στο Σχήμα 3.6.α οι αντιστάσεις R_1, R_2 και R_3 και οι ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις E_1, E_2 και E_3 είναι συνδεδεμένες σε σειρά και διαρρέονται από το ρεύμα I. Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{ισ}$ και η ισοδύναμη ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ισ}$ αποτελούν το ισοδύναμο κύκλωμα το οποίο παρατίθεται στο Σχήμα 3.6.β.



Σχήμα 3.6.α. Σύνδεση σε σειρά τριών αντιστάσεων και τριών πηγών τάσης



Σχήμα 3.6.β. Ισοδύναμο κύκλωμα του κυκλώματος του σχήματος 3.6.α.

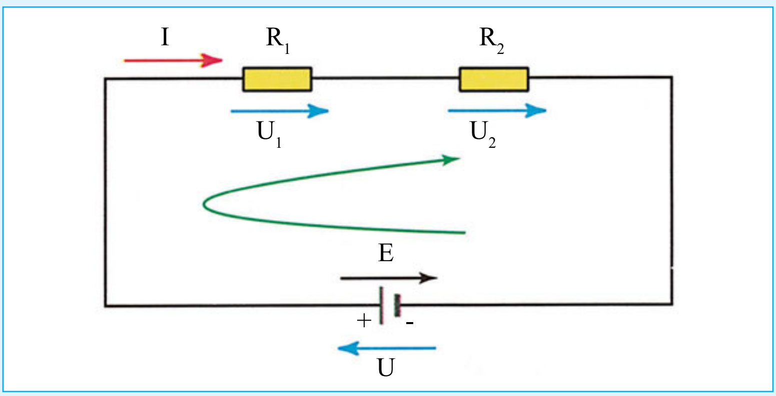
Παράδειγμα 1

Οι αντιστάσεις R_1=50 Ω και R_2=100 Ω συνδέονται σε σειρά, Σχήμα 3.7. Η τάση της πηγής είναι 30 V. Προσδιορίστε: α) την ισοδύναμη αντίσταση και β) τις πτώσεις τάσης στις αντιστάσεις.

Λύση:

α) $R=R_1+R_2=50\Omega+100\Omega=150\Omega$

β) $I=\dfrac{U}{R}=\dfrac{30\,V}{150\,\Omega}=0,2\,A$



Σχήμα 3.7. Σύνδεση σε σειρά δύο αντιστάσεων και μίας πηγής

$$U_1 = R_1 \cdot I = 50\Omega \cdot 0,2A = 10V \Rightarrow I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}$$

$$U_2 = R_2 \cdot I = 100\Omega \cdot 0,2A = 20V$$

Από τις τρεις τελευταίες σχέσεις προκύπτει ότι για τη συνδεσμολογία σε σειρά, εφ' όσον το ρεύμα I που διαρρέει τις αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι κοινό, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R}$$

$$\frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R}$$

Επομένως οι πτώσεις τάσης στις αντιστάσεις υπολογίζονται και με τον ακόλουθο τρόπο:

$$U_1 = \frac{R_1}{R} \cdot U = \frac{50\,\Omega}{150\,\Omega} \cdot 30\,V = 10\,V$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R} \cdot U = \frac{100\,\Omega}{150\,\Omega} \cdot 30\,V = 20\,V$$

Παράδειγμα 2

Οι τάσεις του κυκλώματος του σχήματος 3.7 είναι U_1=10V και U_2=20V. Υπολογίστε την τάση της πηγής.

Λύση:

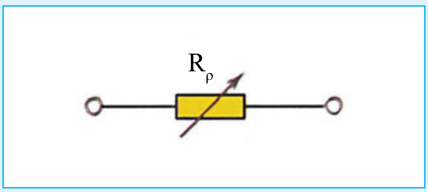
$E=U_1+U_2= 10V+20V=30V$

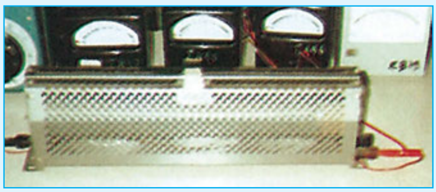
Παράδειγμα 3. Σύνδεση σε σειρά των λαμπτήρων

Συνήθως, οι λαμπτήρες πυράκτωσης δεν συνδέονται σε σειρά, επειδή, σε περίπτωση που ένας λαμπτήρας καίγεται λόγω τήξης του νήματος, τότε διακόπτεται όλο το κύκλωμα. Όμως, σε περιπτώσεις όπου απαιτούνται λαμπτήρες χαμηλών ονομαστικών μεγεθών (τάση, ρεύμα, ισχύς, αντίσταση) όπως στα φωτιστικά των χριστουγεννιάτικων δένδρων, τότε εφαρμόζεται η σύνδεση σε σειρά των λαμπτήρων. Για προστασία έναντι διακοπής του κυκλώματος σε περίπτωση που ένας λαμπτήρας καεί, κάθε λαμπτήρας γεφυρώνεται με καλώδιο. Σε περίπτωση βλάβης του λαμπτήρα το καλώδιο λειτουργεί σαν δίοδος για τη διέλευση του ρεύματος.

Παράδειγμα 4. Ρυθμιστική Αντίσταση

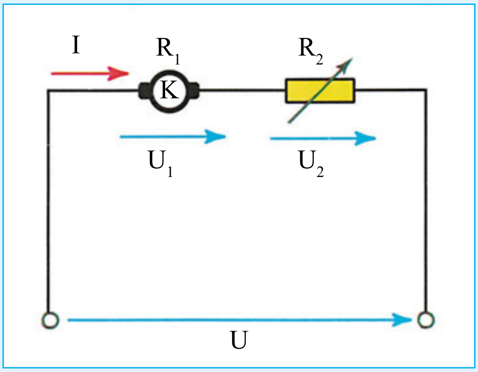
Πολλές ηλεκτρικές συσκευές μπορούν να συνδεθούν σε τάση υψηλότερη από την ονομαστική τους με τη χρήση μιας αντίστασης, η οποία συνδέεται σε σειρά με τη συσκευή. Η αντίσταση αυτή ονομάζεται **ρυθμιστική αντίσταση,** φωτογραφία 3.1.





Φωτογραφία 3.1. Ρυθμιστική αντίσταση και ο συμβολισμός της.

Εφαρμογές όπου χρησιμοποιείται ρυθμιστική αντίσταση είναι οι διατάξεις εκκίνησης των ηλεκτρικών κινητήρων, οι λαμπτήρες, οι ημιαγώγιμες διατάξεις, κ.α. Στο Σχήμα 3.8 η ρυθμιστική αντίσταση συμβολίζεται με R_2 και συνδέεται σε σειρά με ένα κινητήρα συνεχούς ρεύματος με εσωτερική ωμική αντίσταση R_1.



Σχήμα 3.8. Ρυθμιστική αντίσταση συνδεδεμένη σε σειρά με κινητήρα

Σε άλλες περιπτώσεις, όταν οι συσκευές συνδέονται στην ονομαστική τους τάση, η σύνδεση ρυθμιστικής αντίστασης προκαλεί μείωση του ρεύματος στο κύκλωμα.

Επειδή οι ρυθμιστικές αντιστάσεις καταναλώνουν ηλεκτρική ενέργεια, την οποία μετατρέπουν σε θερμότητα, και μειώνουν τον βαθμό απόδοσης της διάταξης, χρησιμοποιούνται μόνο σε εφαρμογές χαμηλών ρευμάτων.

Παράδειγμα 5

Ένας λαμπτήρας έχει ονομαστική τάση U_1=12V και ονομαστικό ρεύμα 2A. Για να συνδεθεί σε τάση U=220V χρειάζεται να συνδεθεί σε σειρά με μια ρυθμιστική αντίσταση. Υπολογίστε: α) το μέγεθος της ρυθμιστικής αντίστασης και β) την καταναλισκόμενη ηλεκτρική ισχύ από την ρυθμιστική αντίσταση και από τον λαμπτήρα.

Λύση:

α) Η διαφορά μεταξύ της τάσης του δικτύου και της ονομαστικής τάσης του λαμπτήρα είναι η πτώση τάσης στη ρυθμιστική αντίσταση:

$U_2=U-U_1=220V-12V=208V$

$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{208\,V}{2\,A} = 104\,\Omega$$

β) $P_2 = U_2 \cdot I = 208V \cdot 2A = 416W$

$P_1 = U_1 \cdot I = 12V \cdot 2A = 24W$

Παράδειγμα 6. Πτώση τάσης στις συνδεσμολογίες αντιστάσεων

Οι αγωγοί που διαρρέονται από ρεύμα έχουν ωμική αντίσταση, επομένως μπορούν να θεωρηθούν ως αντιστάσεις συνδεδεμένες σε σειρά με την αντίσταση του καταναλωτή. Η τάση της πηγής U μοιράζεται σε δυο ποσότητες: μια ποσότητα στους δυο αγωγούς (κλώνους) σύνδεσης ΔU και η δεύτερη ποσότητα U_1 στον καταναλωτή, με συνέπεια μια μείωση της τάσης που εφαρμόζεται στον καταναλωτή.

Η διαφορά αυτή ΔU μεταξύ της τάσης της πηγής και της τάσης που εφαρμόζεται στους ακροδέκτες του καταναλωτή ονομάζεται **πτώση τάσης στους αγωγούς,** Σχήμα 3.9.

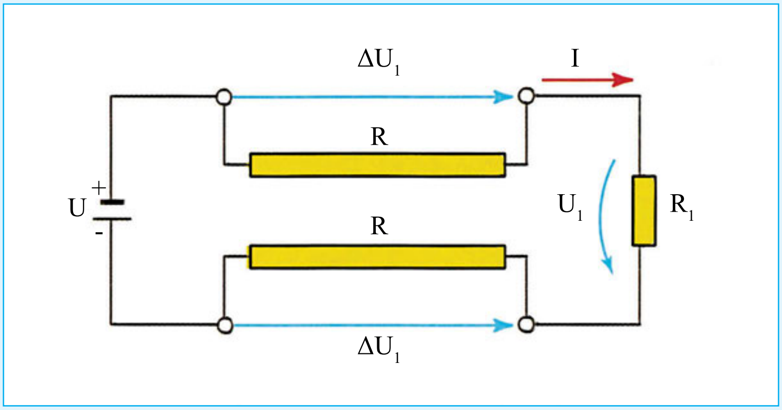
$\Delta U = U - U_1 = \Delta U_1 + \Delta U_1 = 2 \cdot \Delta U_1$

$\Delta U = I \cdot (R+R) = 2 \cdot I \cdot R$

όπου U είναι η τάση της πηγής, U_1 είναι η τάση στον καταναλωτή και R είναι η αντίσταση κάθε αγωγού (κλώνου) σύνδεσης.

Η πτώση τάσης εκφράζεται και σε ποσοστό της τάσης της πηγής και ονομάζεται **ποσοστιαία πτώση τάσης στους αγωγούς:**

$$\Delta u = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100\%$$



Σχήμα 3.9. Πτώση τάσης στους αγωγούς ως αντιστάσεις συνδεδεμένες σε σειρά

Παρατηρούμε ότι, όσο μεγαλύτερο είναι το ρεύμα ή η αντίσταση του αγωγού σύνδεσης, τόσο μεγαλύτερη είναι η πτώση τάσης στους αγωγούς. Ως φυσικό φαινόμενο, η πτώση τάσης στους αγωγούς μαζί με το ρεύμα που τους διαρρέει προκαλεί θερμότητα και, ως συνέπεια, μείωση του βαθμού απόδοσης. Επομένως η πτώση τάσης στους αγωγούς είναι ανεπιθύμητο φαινόμενο και προσπαθούμε να την μειώσουμε.

Παράδειγμα 7

Ένας καταναλωτής συνδέεται σε δίκτυο τάσης 220 V μέσω δίκλωνου χάλκινου αγωγού. Ο αγωγός έχει διατομή 2,5 mm^2, μήκος 20 m και διαρρέεται από ρεύμα 20 A. Υπολογίστε: α) την πτώση τάσης στον αγωγό, β) την ποσοστιαία πτώση τάσης.

Λύση:

α) Από τον Πίνακα 2 του Κεφαλαίου 1 διαβάζουμε την ειδική αγωγιμότητα του χαλκού. Στη συνέχεια υπολογίζουμε την ωμική αντίσταση του αγωγού σύνδεσης. Λαμβάνουμε υπ όψη ότι ο δίκλωνος αγωγός έχει διπλάσια αντίσταση από τον μονόκλωνο:

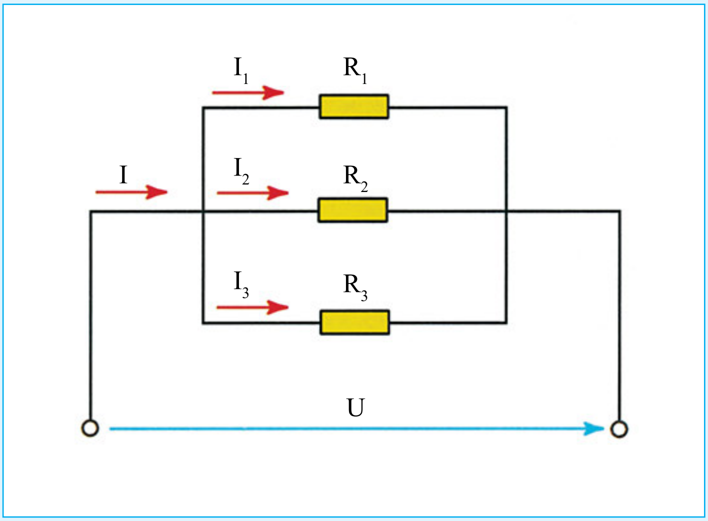
$$R = \frac{\rho \cdot \ell}{S} = \frac{20\,\mathrm{m} \cdot 0{,}0175 \cdot \Omega \cdot \frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}}{2{,}5\,\mathrm{mm}^2} = 0{,}143\,\Omega$$

$$\Delta U = 2 \cdot I \cdot R = 2 \cdot 20\,\mathrm{A} \cdot 0{,}143\,\Omega = 5{,}71\,\mathrm{V}$$

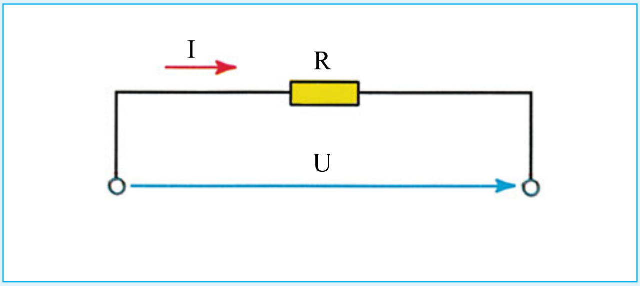
β) $\Delta u = \frac{5{,}71}{220} \cdot 100\% = 2{,}6\%$

3.6. ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΣΥΝΔΕΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Περισσότερες αντιστάσεις και πηγές είναι συνδεδεμένες παράλληλα (ή “εν παραλλήλω”) όταν όλοι οι ακροδέκτες εισόδου του ρεύματος σ’ αυτές συνδέονται μεταξύ τους, και όλοι οι ακροδέκτες εξόδου του ρεύματος από αυτές συνδέονται μεταξύ τους. Σχήμα 3.10.α. Όλες οι αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα τροφοδοτούνται με την ίδια τάση.



Σχήμα 3.10.α. Παράλληλη σύνδεση τριών αντιστάσεων



Σχήμα 3.10.β. Ισοδύναμη αντίσταση των τριών αντιστάσεων συνδεδεμένες παράλληλα

Όλες οι ηλεκτρικές οικιακές συσκευές, οι λαμπτήρες πυράκτωσης, οι ηλεκτρικοί κινητήρες, οι μετασχηματιστές κατασκευάζονται για τυποποιημένη τάση 220V και συνδέονται παράλληλα στο δίκτυο.

Το ρεύμα που εισέρχεται σε ένα κύκλωμα αντιστάσεων συνδεδεμένων παράλληλα ισούται με το άθροισμα των ρευμάτων σε όλους τους κλάδους, Σχήμα 3.10.α.

$$I=\sum I_K$$

Σε κάθε αντίσταση υπάρχει η ίδια πτώση τάσης.

$$U=R_1I_1=R_2I_2=R_KI_K$$

Η ισοδύναμη αγωγιμότητα του κυκλώματος, που αποτελείται από αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα, ισούται με το άθροισμα των αγωγιμοτήτων των αντιστάσεων.

$$G=\sum G_K$$

Από την ισοδύναμη αγωγιμότητα υπολογίζουμε την ισοδύναμη αντίσταση R, Σχήμα 3. 10.β.

$$\frac{1}{R}=\sum\frac{1}{R_K}$$

Οι ακροδέκτες στους οποίους το ρεύμα διακλαδίζεται ονομάζονται κόμβοι. Στον κάθε κόμβο ισχύει ο πρώτος νόμος του Κίρκωφ.

Η ισοδύναμη αντίσταση είναι μικρότερη από κάθε μία από τις αντιστάσεις που συνδέονται παράλληλα. Για δύο αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα ισχύει:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Η τελευταία σχέση για την ισοδύναμη αντίσταση R ισχύει μόνο για δύο αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα.

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \neq \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Για n όμοιες αντιστάσεις ισχύει ότι:

$$R_1 = R_2 = \ldots = R_n$$

$$\frac{1}{R} = \frac{n}{R_1}$$

$$R = \frac{R_1}{n}$$

Παράδειγμα 1

Στο σχήμα 3.10.α. οι αντιστάσεις είναι R_1=10Ω, R_2=5Ω, R_3=4Ω. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση R.

Λύση:

$$G = G_1 + G_2 + G_3 = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} = 0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}25 = 0{,}55\,\text{Siemens}$$

$$R = \frac{1}{G} = 1{,}81\Omega$$

Παράδειγμα 2

Για την συνδεσμολογία του σχήματος 3.10.α. δίνονται τα ρεύματα I_1=6A, I_2=3A, I_3=1A. Η τάση της πηγής είναι U=50V. Υπολογίστε: α) την ισοδύναμη αντίσταση R και β) τις αντιστάσεις R_1, R_2, R_3.

Λύση:

α) Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο του Κίρκωφ:

$$I=I_1+I_2+I_3=10A$$

Υπολογίζουμε την ισοδύναμη αντίσταση

$$R=\frac{U}{I}=\frac{50V}{10A}=5\Omega$$

β) $$R_1=\frac{U}{I_1}=\frac{50V}{6A}=8,33\Omega$$

$$R_2=\frac{U}{I_2}=\frac{50V}{3A}=16,66\Omega$$

$$R_3=\frac{U}{I_3}=\frac{50V}{1A}=50\Omega$$

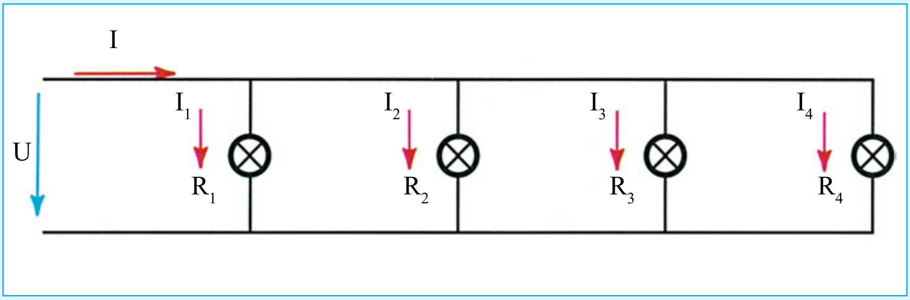
Επαλήθευση:

$$G=\frac{1}{8,33\Omega}+\frac{1}{16,66\ \Omega}+\frac{1}{50\Omega}=0,12+0,06+0,2\ \text{Siemens}$$

$$R=\frac{1}{G}=\frac{1}{0,2(S)}=5\Omega$$

Παράδειγμα 3

Ένα φωτιστικό αποτελείται από τέσσερις όμοιους λαμπτήρες συνδεδεμένους παράλληλα, Σχήμα 3.11. Το φωτιστικό συνδέεται σε πηγή τάσης 220V. Η ωμική αντίσταση του κάθε λαμπτήρα είναι 440Ω. Υπολογίστε: α) την ισοδύναμη αντίσταση των τεσσάρων λαμπτήρων, β) το ρεύμα που απορροφάει το φωτιστικό από την πηγή, γ) το ρεύμα στον κάθε λαμπτήρα.



Σχήμα 3.11. Τέσσερις λαμπτήρες συνδεδεμένοι παράλληλα

Λύση:

α) Εφ' όσον οι τέσσερις λαμπτήρες είναι όμοιοι, οι ωμικές αντιστάσεις είναι ίσες μεταξύ τους. Τότε ισχύει ότι:

$$R_1=R_2=R_3=R_4=440\Omega$$

$$R=\frac{R_1}{4}=\frac{440\,\Omega}{4}=110\,\Omega$$

β) Το συνολικό ρεύμα υπολογίζεται σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Ωμ:

$$I=\frac{U}{R}=\frac{220\text{ V}}{110\ \Omega}=2\text{ A}$$

γ) Για κάθε λαμπτήρα εφαρμόζουμε τον νόμο του Ωμ:

$$I_1=I_2=I_3=I_4$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{220\ V}{440\ \Omega} = 0,5\,A$$

Επαλήθευση:

Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο του Κίρκωφ:

$I=I_1+I_2+I_3+I_4=0,5A+0,5A+0,5A+0,5A=2A$

Παράδειγμα 4

Ο φωτισμός μιας αίθουσας θεατρικών παραστάσεων αποτελείται από 80 όμοιους λαμπτήρες πυράκτωσης ονομαστικής ισχύος $P_1=100W$, συνδεδεμένους παράλληλα σε τάση U=220V. Υπολογίστε: α) την ονομαστική αντίσταση των λαμπτήρων R_1, β) την ισοδύναμη αντίσταση της εγκατάστασης R, γ) το ονομαστικό ρεύμα των λαμπτήρων I_1, δ) το ρεύμα που απορροφάει από την πηγή ολόκληρη η εγκατάσταση φωτισμού I και ε) την συνολική απορροφούμενη ισχύ από το δίκτυο P.

Λύση:

Εφ’ όσον οι αντιστάσεις είναι ίσες μεταξύ τους και το πλήθος τους είναι n=80, τότε ισχύει ότι:

α) $R_1=U^2/P_1=220^2V^2/100W=484\Omega$

β) $R=R_1/n=484\Omega/80=6,05\Omega$

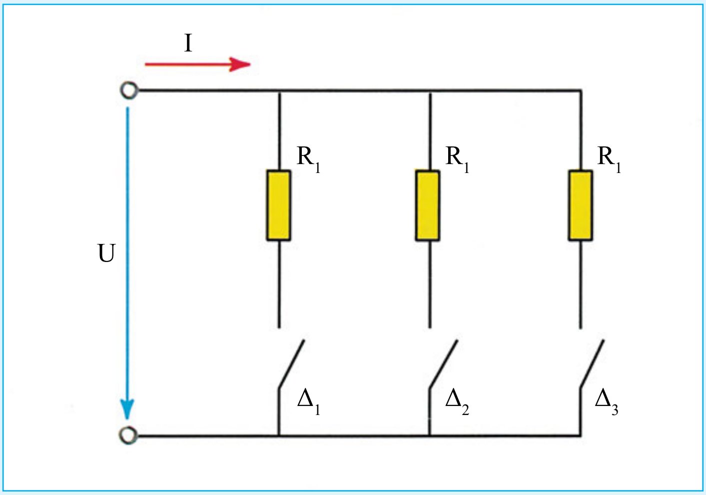
γ) $I_1=P_1/U=100W/220V=0.45A$

δ) $I=n\cdot I_1=80\cdot 0,45A=36,36A$

ε) $P=U\cdot I=n\cdot P_1=80\cdot 100W=8000W$

Παράδειγμα 5

Ένα θερμαντικό σώμα 1,5 KW/220 V έχει 3 όμοιες θερμαντικές αντιστάσεις, οι οποίες επιλέγονται με διακόπτες, Σχήμα 3.12. Υπολογίστε για τις κλίμακες 1, 2 και 3: α) την ισοδύναμη αντίσταση, β) το συνολικό ρεύμα που απορροφάει και γ) την θερμική ισχύ που παράγει.



Σχήμα 3.12. Διάγραμμα θερμαντικού σώματος με τρεις θερμαντικές αντιστάσεις οι οποίες επιλέγονται με διακόπτες

Λύση:

Α) Κλίμακα 1: Ο διακόπτης $Δ_1$ είναι κλειστός, οι διακόπτες $Δ_2$ και $Δ_3$ είναι ανοικτοί.

Έχουμε συνδέσει μια μόνο αντίσταση, επομένως το θερμαντικό σώμα αποδίδει το 1/3 της ονομαστικής του ισχύος, δηλαδή η θερμική ισχύς είναι:

$P=R\cdot I^2=1500/3=500W$

Η ισοδύναμη αντίσταση είναι:

$$R = R_1 = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2\ V}{500\ W} = 96,8\ \Omega$$

Το ρεύμα που απορροφάει είναι:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220\,V}{96,8\,\Omega} = 2,27\,A$$

Β) Κλίμακα 2: Οι διακόπτες Δ_1 και Δ_2 είναι κλειστοί, ο διακόπτης Δ_3 είναι ανοικτός.

Οι δύο αντιστάσεις είναι συνδεδεμένες παράλληλα και το θερμαντικό σώμα αποδίδει τα 2/3 της ονομαστικής του ισχύος. Επομένως:

$$R' = \frac{96,8\ \Omega}{2} = 48,4\,\Omega$$

$$I' = \frac{220\,V}{48,4\,\Omega} = 4,55\,A$$

$$P' = R \cdot I^2 = 48,4 \cdot 4,55^2 = 1000\,W$$

Γ) Κλίμακα 3: οι διακόπτες Δ_1, Δ_2 και Δ_3 είναι κλειστοί.

Οι τρεις αντιστάσεις είναι συνδεδεμένες παράλληλα και το θερμαντικό σώμα αποδίδει P''=1500W. Το συνολικό ρεύμα (το ονομαστικό) είναι:

$$I'' = \frac{P''}{U} = \frac{1500\,W}{220\,V} = 6,82\,A$$

Η ισοδύναμη αντίσταση είναι:

$$R'' = \frac{P''}{I^2} = \frac{1500\,W}{6,82^2\,A^2} = 32,27\,\Omega$$

Επαληθεύουμε ότι:

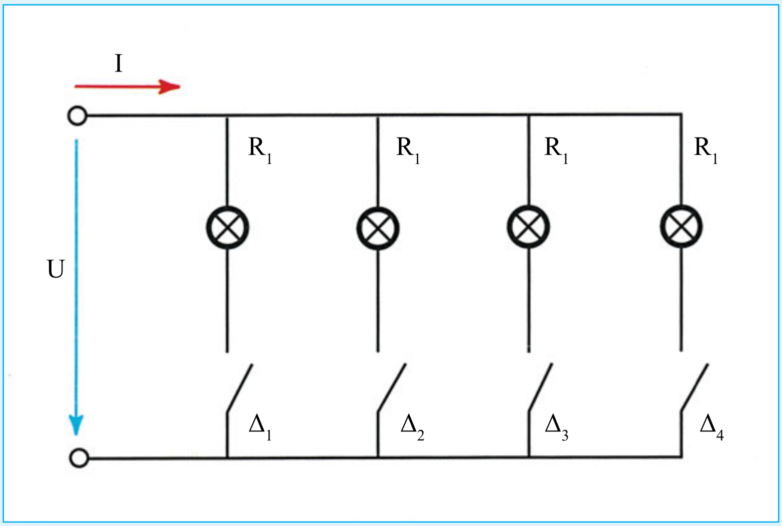
$$R = \frac{R_1}{3} \Rightarrow R_1 = 3 \cdot 32,27\,\Omega = 96,8\,\Omega$$

Συγκεντρωτικά, τα αποτελέσματα των υπολογισμών παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα.

Τάση 220V	**Κλίμακα 1** **Δ_1 κλειστός**	**Κλίμακα 2** **Δ_1 και Δ_2κλειστοί**	**Κλίμακα 3** **Δ_1, Δ_2 και Δ_3 κλειστοί**
R [Ω]	96,8	48,4	32,27
I [A]	2,27	4,55	6,82
P [W]	500	1000	1500

Παράδειγμα 6

Ένα φωτιστικό αποτελείται από τέσσερις όμοιους λαμπτήρες συνδεδεμένους παράλληλα, Σχήμα 3.13. Όταν συνδέονται μόνο οι δύο λαμπτήρες, η ισοδύναμη αντίσταση του φωτιστικού μειώνεται κατά 10 Ω. Υπολογίστε: α) την αντίσταση κάθε λαμπτήρα και β) την ισοδύναμη αντίσταση του συνδυασμού των λαμπτήρων ανά δύο, ανά τρεις και ανά τέσσερις.



Σχήμα 3.13. Διάγραμμα φωτιστικού με τέσσερις λαμπτήρες οι οποίοι επιλέγονται με διακόπτες

Λύση:

Η ισοδύναμη αντίσταση του φωτιστικού είναι:

$R = \frac{R_1}{4}$ για τέσσερις λαμπτήρες συνδεδεμένους παράλληλα

και

$R = \frac{R_1}{2}$ για δύο λαμπτήρες συνδεδεμένους παράλληλα

α) $\frac{R_1}{2} - 10\Omega = \frac{R_1}{4} \Rightarrow \frac{R_1}{4} = 10\Omega \Rightarrow R_1 = 40\Omega$

β) Για δύο παράλληλους λαμπτήρες:

$R=R_1/2=20\Omega$

Για τρεις παράλληλους λαμπτήρες:

$R=R_1/3=40/3=13,33\Omega$

Για 4 παράλληλους λαμπτήρες:

$R=R_1/4=40/4=10\Omega$

3.7. ΣΥΝΘΕΤΗ ΣΥΝΔΕΣΗ

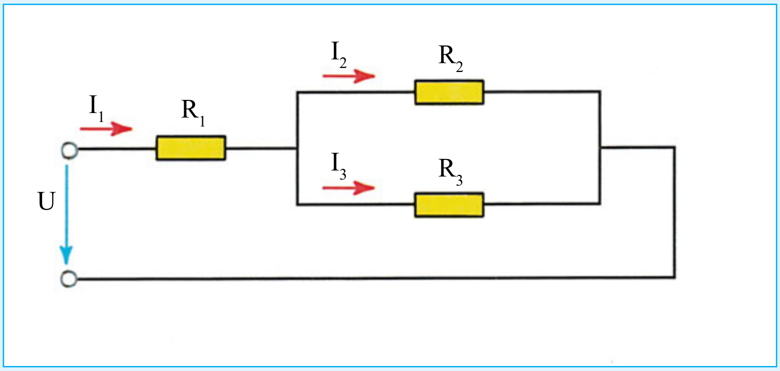
Ηλεκτρικό κύκλωμα, που περιλαμβάνει ηλεκτρικές αντιστάσεις και ηλεκτρικές πηγές συνδεδεμένες σε σειρά και παράλληλα, ονομάζεται **κύκλωμα με σύνθετη σύνδεση ή μικτή σύνδεση.**

Σε ένα μικτό κύκλωμα προσδιορίζουμε τα τμήματα σε σειρά και τους παράλληλους κλάδους. Στη συνέχεια εφαρμόζουμε όλους τους κανόνες της σύνδεσης σε σειρά και της παράλληλης σύνδεσης.

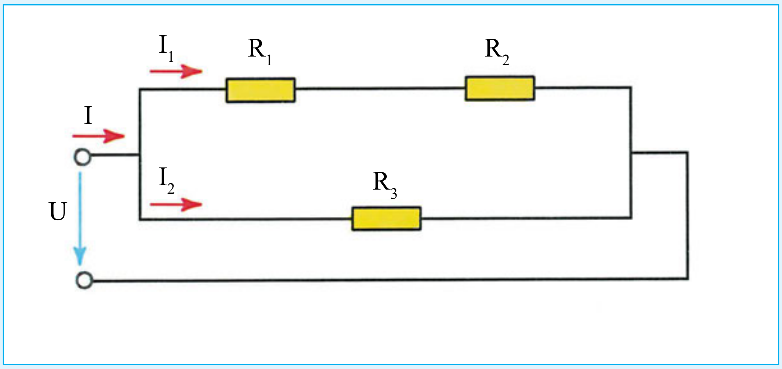
Οι πρακτικοί κανόνες υπολογισμού σύνθετης συνδεσμολογίας αντιστάσεων είναι:

1. Σε μια συνδεσμολογία σε σειρά, όπου υπάρχει και μια συνδεσμολογία παράλληλη, Σχήμα 3.14, υπολογίζεται πρώτα η παράλληλη συνδεσμολογία για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης και μετά συνθέτουμε τις αντιστάσεις σε σειρά.

2. Σε μια συνδεσμολογία παράλληλη, αν υπάρχει μια συνδεσμολογία σειράς, Σχήμα 3.15, υπολογίζεται πρώτα η συνδεσμολογία σειράς για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης και μετά συνθέτουμε τις αντιστάσεις εν παραλλήλω.



Σχήμα 3.14. Μικτή σύνδεση αποτελούμενη από δύο παράλληλες αντιστάσεις R_2 και R_3, συνδεδεμένες σε σειρά με την αντίσταση R_1



Σχήμα 3.15. Μικτή σύνδεση αποτελούμενη από κλάδο δύο αντιστάσεων σε σειρά R_1 και R_2 συνδεδεμένες παράλληλα με μια τρίτη αντίσταση R_3

Τα δύο κυκλώματα που παρουσιάζονται στα Σχήματα 3.14. και 3.15 συναντώνται συχνά σε σύνθετα κυκλώματα όπως και σε πολλά βιβλία. Πολλά σύνθετα κυκλώματα αποτελούνται από συνδεσμολογίες όπως αυτές.

Παράδειγμα 1

Δίνεται η μικτή σύνδεση του Σχήματος 3.14 όπου: R_1=100Ω, R_2=1000Ω, R_3=4000Ω. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση R.

Λύση:

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

R=100Ω+1000Ω·4000Ω/(1000Ω+4000Ω)=100Ω+800Ω=900Ω

Παράδειγμα 2

Δίνεται η μικτή σύνδεση του Σχήματος 3.15 όπου: R_1=100Ω, R_2=300Ω, R_3=400Ω. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση R.

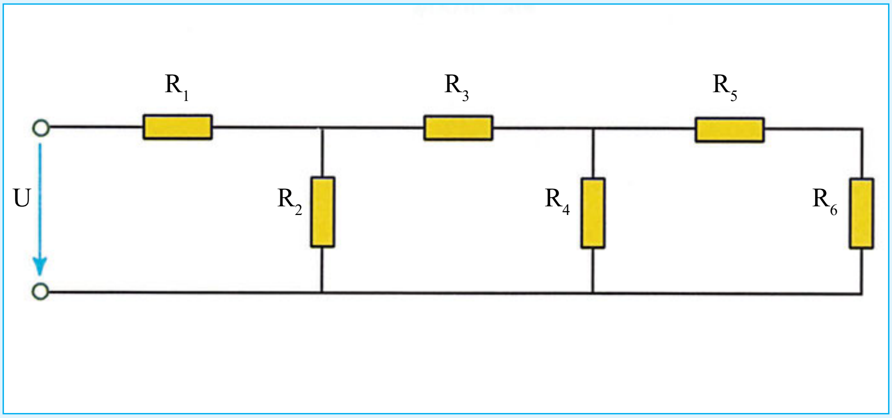
Λύση: $$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$R = \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

R=(100Ω+300Ω)·400Ω/(100Ω+300Ω+400Ω)=200Ω

Παράδειγμα 3

Δίνεται η μικτή σύνδεση του Σχήματος 3.16 όπου: R_1=800Ω, R_2=400Ω, R_3=300Ω, R_4=200Ω, R_5=100Ω, R_6=100Ω. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση R.



Σχήμα 3.16. Μικτή σύνδεση έξι αντιστάσεων

Λύση:

Για την επίλυση του κυκλώματος προσδιορίζουμε πρώτα ποιες αντιστάσεις αποτελούν συνδεσμολογίες όπως αυτές που αναφέρθηκαν στα Σχήματα 3.14 και 3.15. Μετά προχωράμε στην επίλυσή τους.

- Οι αντιστάσεις R_5 και R_6 είναι συνδεδεμένες σε σειρά μεταξύ τους και παράλληλα με την αντίσταση R_4

  $R_{56}=R_5+R_6=100\Omega+100\Omega=200\Omega$

  $R_{456}=(R_4 \cdot R_{56})/(R_4+R_{56})=200 \cdot 200/(200+200)= 100\Omega$

- Όλο το παραπάνω τμήμα του κυκλώματος (οι αντιστάσεις R_4, R_5, R_6) ή το ισοδύναμό του που είναι η αντίσταση R_{456} είναι συνδεδεμένο σε σειρά με την αντίσταση R_3.

  $R_{3\text{-}6}=R_3+R_{456}=300\Omega+100\Omega=400\Omega$

- Το τμήμα αυτό (οι αντιστάσεις R_3, R_4, R_5, R_6) ή το ισοδύναμό του που είναι η αντίσταση $R_{3\text{-}6}$ είναι συνδεδεμένο παράλληλα με την R_2

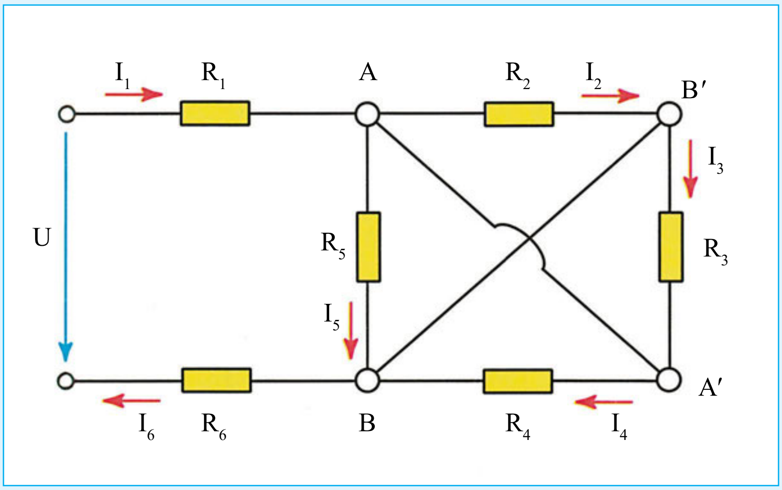
$R_{2\text{-}6}=R_2 \cdot R_{3\text{-}6}/(R_2+R_{3\text{-}6})=400\Omega \cdot 400\Omega/(400\Omega+400\Omega)=200\Omega$

- Τέλος, η αντίσταση R_1 είναι συνδεδεμένη σε σειρά με όλο το υπόλοιπο κύκλωμα (οι αντιστάσεις R_2, R_3, R_4, R_5, R_6) ή με το ισοδύναμό του που είναι η αντίσταση $R_{2\text{-}6}$.

$R=R_1+R_{2\text{-}6}=800\Omega+200\Omega= 1000\Omega$

Παράδειγμα 4

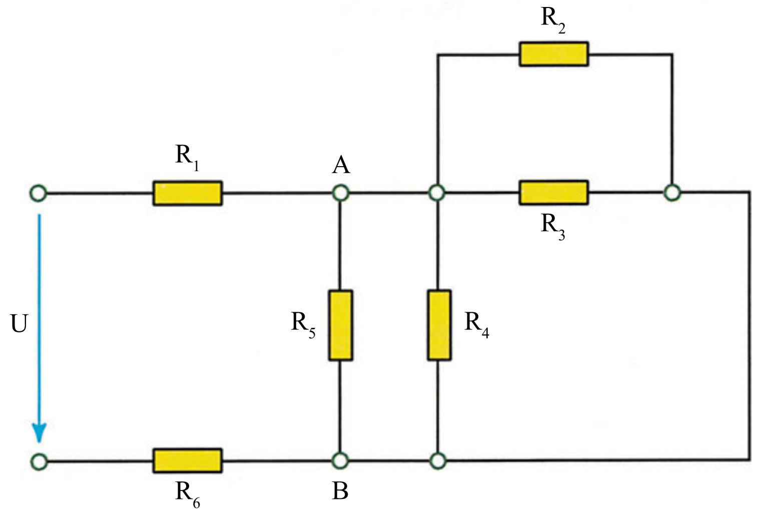
Δίνονται $R_1=10\Omega$, $R_2=20\Omega$, $R_3=40\Omega$, $R_4=10\Omega$, $R_5=40\Omega$, $R_6=15\Omega$, U=150V, σχήμα 3.17.α. Υπολογίστε: α) την ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας, β) το ρεύμα σε κάθε αντίσταση και τη πτώση τάσης στην κάθε αντίσταση.



Σχήμα 3.17.α. Μικτή σύνδεση έξι αντιστάσεων

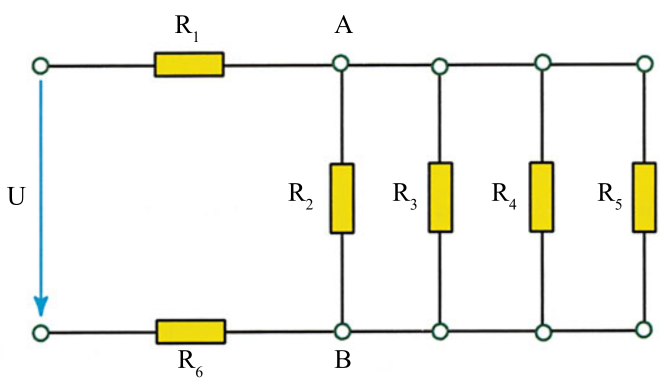
Λύση:

Οι αντιστάσεις R_2 με την R_3 και οι αντιστάσεις R_4 με την R_5 είναι συνδεδεμένες παράλληλα καθώς οι ακροδέκτες A-A' και οι ακροδέκτες B-B' έχουν το ίδιο δυναμικό. Επομένως, το κύκλωμα του σχήματος 3.17.α. μπορεί να σχεδιασθεί όπως φαίνεται στο σχήμα 3.17.β.



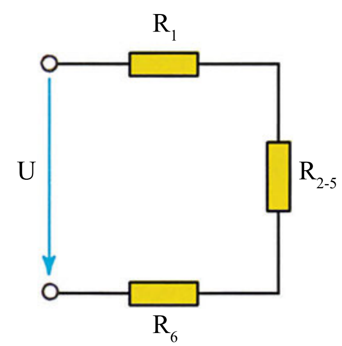
Σχήμα 3.17.β. Πρώτο βήμα μετατροπής του κυκλώματος του σχήματος 3.17.α

Από το σχήμα 3.17.β φαίνεται ότι οι αντιστάσεις R_2, R_3, R_4 και R_5 είναι συνδεδεμένες παράλληλα, σχήμα 3.17.γ.

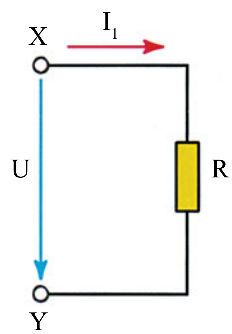


Σχήμα 3.17.γ. Δεύτερο βήμα μετατροπής του κυκλώματος του σχήματος 3.17.α

Στη συνέχεια, οδηγούμαστε στο κύκλωμα του σχήματος 3.17.δ. και τέλος στο ισοδύναμο κύκλωμα του σχήματος 3.17.ε.



Σχήμα 3.17.δ. Τρίτο βήμα μετατροπής του κυκλώματος του σχήματος 3.17.α



Σχήμα 3.17.ε. Ισοδύναμο κύκλωμα της σύνδεσης έξι αντιστάσεων του Σχήματος 3.17.α

α) Η ισοδύναμη αντίσταση $R_{2\text{-}5}$ των αντιστάσεων R_2, R_3, R_4, R_5 εν παραλλήλω είναι:

$$\frac{1}{R_{2\text{-}5}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{20\,\Omega} + \frac{1}{40\,\Omega} + \frac{1}{10\,\Omega} + \frac{1}{40\,\Omega} =$$

$$= 0{,}05\,\text{S} + 0{,}025\,\text{S} + 0{,}1\,\text{S} + 0{,}025\,\text{S} = 0{,}2\,\text{S (Siemens)}$$

$$R_{2\text{-}5} = 5\,\Omega$$

Η συνολική ισοδύναμη αντίσταση του αρχικού κυκλώματος είναι:

$R=R_1+R_{2\text{-}5}+R_6=10\Omega+5\Omega+15\Omega=30\Omega$

β) Από την ανάλυση του κυκλώματος του Σχήματος 3.17.ε παρατηρούμε ότι:

$I_1=I_6$

Τα ρεύματα I_1 ή και I_6 υπολογίζονται με την βοήθεια του νόμου του Ωμ:

$$I_1 = I_6 = \frac{U}{R} = \frac{150\,V}{30\,\Omega} = 5\,A$$

Η πτώση τάσης σε μια αντίσταση υπολογίζεται ως το γινόμενο του ρεύματος και της αντίστασης

$U_1=I_1 \cdot R_1=5\Omega \cdot 10A=50V$

$U_6=I_6 \cdot R_6=5A \cdot 15\Omega=75V$

Σύμφωνα με το Σχήμα 3.17.γ η τάση μεταξύ ακροδεκτών Α και Β, U_{AB}, είναι η πτώση τάσης στις αντιστάσεις R_2, R_3, R_4 και R_5. Ο δεύτερος νόμος του Κίρκωφ για τον βρόχο ΧΑΒΥ, Σχήμα 3.17.γ είναι:

$U=U_1+U_{AB}+U_6$

$U_{AB}=U-U_1-U_6=150V-75V-50V=25V$

Τα ρεύματα I_2, I_3, I_4, I_5 υπολογίζονται από τον νόμο του Ωμ :

$$I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2} = \frac{25\,V}{20\,\Omega} = 1{,}25\,A$$

$$I_3 = \frac{U_{AB}}{R_3} = \frac{25\,V}{40\,\Omega} = 0{,}625\,A$$

$$I_4 = \frac{U_{AB}}{R_4} = \frac{25\,V}{10\,\Omega} = 2,5\,A$$

$$I_5 = \frac{U_{AB}}{R_5} = \frac{25\,V}{40\,\Omega} = 0,625\,A$$

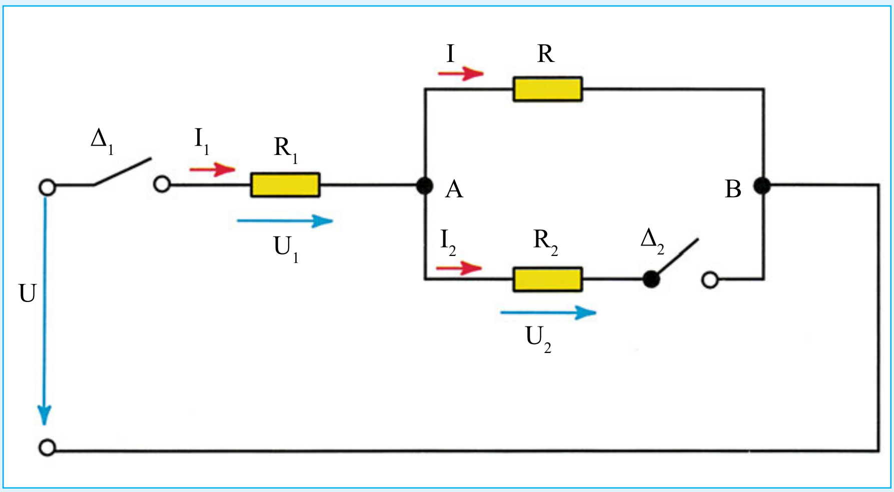
Επαλήθευση:

Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο του Κίρκωφ:

$I_1=I_2+I_3+I_4+I_5=1{,}25A+0{,}625A+2{,}5A+0{,}625A=5A$

Παράδειγμα 5

Δίνεται το θερμαντικό σώμα του σχήματος 3.18 το οποίο συνδέεται σε πηγή τάσης U=100V. Ο διακόπτης Δ_1 είναι ο γενικός διακόπτης σύνδεσης και αποσύνδεσης στο δίκτυο. Όταν ο διακόπτης Δ_2 είναι ανοικτός, το θερμαντικό σώμα απορροφάει 10A, ενώ όταν ο διακόπτης Δ_2 είναι κλειστός, τότε η πτώση τάσης στην αντίσταση R=5Ω μειώνεται κατά 10V. Υπολογίστε τις αντιστάσεις R_1 και R_2 και το ρεύμα στην αντίσταση R με κλειστό το διακόπτη.



Σχήμα 3.18. Μικτή σύνδεση αντιστάσεων μέσω διακόπτη

Λύση:

Α. Διακόπτης $Δ_1$, κλειστός και διακόπτης $Δ_2$ ανοικτός:

Η άγνωστη αντίσταση R_1 είναι συνδεδεμένη σε σειρά με την αντίσταση R=5 Ω, και I_1=I=10 A

$$R_1 + R = \frac{U}{I_1} = \frac{100\ V}{10\ A} = 10\ \Omega$$

R_1=10Ω-R=10Ω-5Ω=5Ω

U_1=I·R_1=10A·5Ω=50V

U_2=U-U_1=100V-50V=50V

Β. Διακόπτης $Δ_1$ κλειστός και διακόπτης $Δ_2$ κλειστός:

Η αντίσταση R=5Ω είναι συνδεδεμένη παράλληλα με την άγνωστη αντίσταση R_2. Η τάση U_2 μειώνεται κατά 10V, δηλαδή είναι:

U_2=50V-10V=40V

U_1=U-U_2=100V-40V=60V

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{60\,V}{5\,\Omega} = 12\,A$$

$$I = \frac{U_2}{R} = \frac{40\,V}{5\,\Omega} = 8\,A$$

Από τον πρώτο νόμο του Κίρκωφ στον κόμβο Α υπολογίζουμε το ρεύμα I_2:

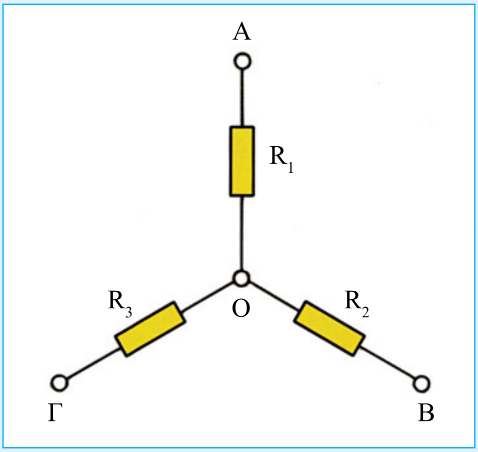
I_1=I+I_2 => I_2 = 12A-8A=4A

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{40\,V}{4\,A} = 10\,\Omega$$

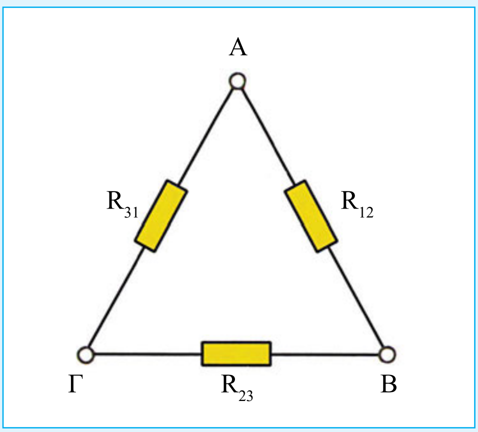
3.8. ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΑΣΤΕΡΑ ΚΑΙ ΣΥΝΔΕΣΗ ΣΕ ΤΡΙΓΩΝΟ

Τρεις αντιστάσεις R_1, R_2 και R_3 οι οποίες συνδέονται με το ένα άκρο σε ένα κοινό κόμβο **O** και το άλλο άκρο είναι διαθέσιμο για σύνδεση σε άλλη αντίσταση ή πηγή αποτελούν **μια σύνδεση σε αστέρα,** Σχήμα 3.19. Η σύνδεση αυτή ονομάζεται συχνά σύνδεση **"Y".**

Για να σχηματιστεί **μια συνδεσμολογία σε τρίγωνο,** όταν έχουν δοθεί οι τρεις αντιστάσεις R_{12}, R_{23} και R_{31}, η αρχή κάθε αντίστασης συνδέεται στο τέλος της άλλης. Η σύνδεση αυτή ονομάζεται συχνά σύνδεση **"Δ",** Σχήμα 3.20.



Σχήμα 3.19. Σύνδεση τριών αντιστάσεων σε αστέρα



Σχήμα 3.20. Σύνδεση τριών αντιστάσεων σε τρίγωνο

Τόσο η σύνδεση σε αστέρα όσο και η σύνδεση σε τρίγωνο χρησιμοποιούνται συχνά στα δίκτυα τριφασικού εναλλασσομένου ρεύματος, στους τριφασικούς μετασχηματιστές και στις τριφασικές ηλεκτρικές μηχανές.

3.9. ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΟΥ ΑΣΤΕΡΑ ΣΕ ΤΡΙΓΩΝΟ ΚΑΙ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΟΥ ΤΡΙΓΩΝΟΥ ΣΕ ΑΣΤΕΡΑ

Η σύνδεση σε αστέρα των αντιστάσεων R_1, R_2 και R_3 του σχήματος 3.19 μετατρέπεται σε σύνδεση σε τρίγωνο με ισοδύναμες αντιστάσεις R_{12}, R_{23} και R_{31}, Σχήμα 3.20. Συχνά, η μετατροπή του αστέρα σε τρίγωνο ονομάζεται μετατροπή "Υ-Δ".

Χρησιμοποιούνται οι ακόλουθες σχέσεις-μετατροπές:

$$R_{12} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3} = R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1} = R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1}$$

$$R_{31} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2} = R_3 + R_1 + \frac{R_3R_1}{R_2}$$

Η μετατροπή του αστέρα σε τρίγωνο εκφράζεται και μέσω αγωγιμοτήτων:

$$G_{12} = \frac{G_1G_2}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$G_{23} = \frac{G_2G_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$G_{31} = \frac{G_3G_1}{G_1 + G_2 + G_3}$$

Η μετατροπή του τριγώνου αντιστάσεων R_{12}, R_{23} και R_{31} (σχήμα 3.20) σε ισοδύναμο αστέρα με αντιστάσεις R_1, R_2 και R_3, (Σχήμα 3.19), γίνεται σύμφωνα με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{\sum R}$$

$$R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{\sum R}$$

$$R_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{\sum R}$$

Όπου $\sum R = R_{12} + R_{23} + R_{31}$

Η μετατροπή του τριγώνου σε αστέρα ονομάζεται και **μετατροπή "Δ-Υ".**

Παράδειγμα 1

Για τη συνδεσμολογία σε αστέρα του σχήματος 3.19 δίνονται οι αντιστάσεις: R_1=50 Ω, R_2=80 Ω, R_3=100 Ω. Υπολογίστε τις ισοδύναμες αντιστάσεις, όταν μετατραπεί το κύκλωμα σε συνδεσμολογία τριγώνου, σχήμα 3.20.

Λση:

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} = 50\,\Omega + 80\,\Omega + \frac{50\,\Omega \cdot 80\,\Omega}{100\,\Omega} = 170\ \Omega$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} = 80\,\Omega + 100\,\Omega + \frac{80\,\Omega \cdot 100\,\Omega}{50\,\Omega} = 340\ \Omega$$

$$R_{31} = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2} = 50\,\Omega + 100\,\Omega + \frac{50\,\Omega \cdot 100\,\Omega}{80\,\Omega} = 212{,}5\ \Omega$$

Παράδειγμα 2

Για τη συνδεσμολογία σε τρίγωνο του σχήματος 3.20, δίνονται οι αντιστάσεις: R_{12}=40Ω, R_{23}=120Ω, R_{13}=160Ω. Υπολογίστε τις ισοδύναμες αντιστάσεις όταν το κύκλωμα μετατραπεί σε συνδεσμολογία αστέρα, σχήμα 3.19:

$$\sum R = 40\,\Omega + 120\,\Omega + 160\,\Omega = 320\,\Omega$$

$$R_1 = \frac{R_{12}\cdot R_{13}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}} = \frac{R_{12}\cdot R_{13}}{\sum R} = \frac{40\,\Omega\cdot 160\,\Omega}{320\,\Omega} = 20\,\Omega$$

$$R_2 = \frac{R_{23}\cdot R_{12}}{\sum R} = \frac{120\,\Omega\cdot 40\,\Omega}{320\,\Omega} = 15\,\Omega$$

$$R_3 = \frac{R_{13}\cdot R_{23}}{\sum R} = \frac{160\,\Omega\cdot 120\,\Omega}{320\,\Omega} = 60\,\Omega$$

3.10. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

1. Στη συνδεσμολογία σε σειρά των στοιχείων ενός κυκλώματος υπάρχει μία διαδρομή ρεύματος, επομένως σε οποιοδήποτε σημείο υπάρχει ένα και μοναδικό ρεύμα.
2. Το άθροισμα των επί μέρους πτώσεων τάσης σε ένα κύκλωμα σύνδεσης αντιστάσεων σε σειρά, ισούται με την τάση που εφαρμόζεται από την πηγή στο κύκλωμα.
3. Η ισοδύναμη αντίσταση της σύνδεσης σε σειρά ισούται με το άθροισμα των επί μέρους ωμικών αντιστάσεων.
4. Στην παράλληλη σύνδεση των αντιστάσεων υπάρχουν περισσότερες διαδρομές ρευμάτων, επομένως υπάρχουν περισσότερα ρεύματα.
5. Το άθροισμα των ρευμάτων σε όλους τους κλάδους συνδεδεμένους παράλληλα ισούται με το συνολικό ρεύμα.

6. Σε όλους τους κλάδους, συνδεδεμένους παράλληλα, εφαρμόζεται η ίδια τάση.

7. Η συνολική αγωγιμότητα των αντιστάσεων, που είναι συνδεδεμένες παράλληλα, ισούται με το άθροισμα όλων των αγωγιμοτήτων των επί μέρους αντιστάσεων. Η συνολική αντίσταση είναι το αντίστροφο της συνολικής αγωγιμότητας.

8. Το άθροισμα της ισχύος όλων των επιμέρους αντιστάσεων συνδεδεμένων σε σειρά ή παράλληλα, ισούται με την συνολική ισχύ που τροφοδοτεί η πηγή στο κύκλωμα.

9. Το ρεύμα στον κάθε κλάδο ενός κυκλώματος με παράλληλη σύνδεση αντιστάσεων είναι ανάλογο της αγωγιμότητας του κλάδου και συνεπώς είναι αντιστρόφως ανάλογο της ωμικής αντίστασης.

10. Οι περισσότερες βιομηχανικές και οικιακές ηλεκτρικές συσκευές αποτελούν εφαρμογές της παράλληλης σύνδεσης.

11. Σε ένα μικτό κύκλωμα, προσδιορίζουμε τα τμήματα σε σειρά και τους παράλληλους κλάδους. Στη συνέχεια εφαρμόζουμε όλους τους κανόνες της σύνδεσης σε σειρά και της παράλληλης σύνδεσης αντιστάσεων.

3.11. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Τι σημαίνει εάν προκύψει αρνητικό ρεύμα κατά την εφαρμογή των νόμων του Κίρκωφ;

2. Ποια ρεύματα σε ένα κόμβο είναι αρνητικά και ποια είναι θετικά;

3. Πως προσδιορίζεται η πολικότητα των πηγών;

4. Σε ένα μικτό κύκλωμα, πώς προσδιορίζουμε ποια τμήματα είναι σε σειρά και ποια είναι οι παράλληλοι κλάδοι;

5. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση δέκα αντιστάσεων των 10Ω που είναι συνδεδεμένες σε σειρά.

Απάντηση: 100Ω

6. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση δέκα αντιστάσεων των 10Ω που είναι συνδεδεμένες παράλληλα.

Απάντηση: 1Ω

7. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση πέντε αντιστάσεων των 10Ω, 15Ω, 3Ω, 7Ω και 20Ω που είναι συνδεδεμένες σε σειρά.

Απάντηση: 55Ω

8. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση τριών αντιστάσεων των 10Ω, 20Ω και 25Ω που είναι συνδεδεμένες παράλληλα.

Απάντηση: 5,26Ω

9. Υπολογίστε την ισοδύναμη αγωγιμότητα τριών αντιστάσεων των 5Ω, 2Ω και 4Ω που είναι συνδεδεμένες παράλληλα.

Απάντηση: 0,95S

10. Ένα φωτιστικό για Χριστουγεννιάτικο δέντρο αποτελείται από 20 λαμπτήρες των 9 W και 1.5 V συνδεδεμένους σε σειρά και τροφοδοτείται από τάση 220 V. Υπολογίστε α) το ρεύμα στο φωτιστικό και β) την αντίσταση κάθε λαμπτήρα.

Απάντηση: α) 0,82A, β) 13,5Ω.

11. Δύο αντιστάσεις θέρμανσης των 60Ω και 40Ω συνδεδεμένες σε σειρά τροφοδοτούνται από τάση 220V. Υπολογίστε την πτώση τάσης στην κάθε αντίσταση.

Απάντηση: 132V και 88V, αντίστοιχα.

12. Τρεις αντιστάσεις θέρμανσης των 100 Ω, 60 Ω και 40 Ω συνδεδεμένες σε σειρά τροφοδοτούνται από τάση 220V. Υπολογίστε την πτώση τάσης στην κάθε αντίσταση.

Απάντηση: 110V, 66V και 44V, αντίστοιχα.

13. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση τριών αντιστάσεων των 10 Ω, 15 Ω και 20 Ω συνδεδεμένων σε σειρά με άλλες τρεις αντιστάσεις των 10 Ω, 15 Ω και 20 Ω συνδεδεμένες παράλληλα.

Απάντηση: 49,62Ω

14. Οι ίδιες αντιστάσεις της άσκησης 13 επανασυνδέονται έτσι ώστε οι όμοιες αντιστάσεις να συνδεθούν παράλληλα μεταξύ τους και οι τρεις παράλληλοι συνδυασμοί να συνδεθούν σε σειρά. Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση.

Απάντηση: 22,5Ω

15. Η ισοδύναμη αντίσταση τριών αντιστάσεων συνδεδεμένων σε σειρά είναι 250 Ω. Η μία αντίσταση είναι 50 Ω, η δεύτερη είναι 100 Ω. Υπολογίστε την τρίτη αντίσταση.

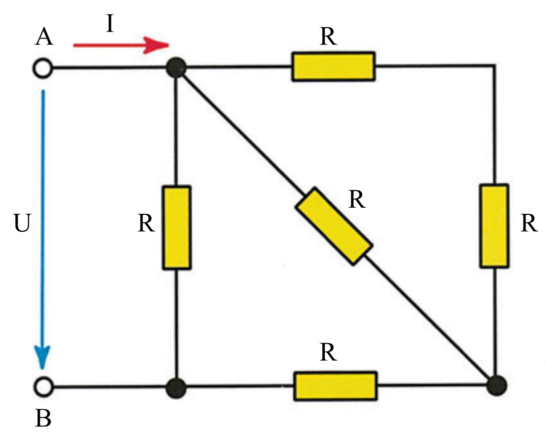
Απάντηση: 100Ω.

16. Προσδιορίστε τον αριθμό των κόμβων, των κλάδων και των βρόχων στα κυκλώματα των σχημάτων 3.16 και 3.17.α.

Απάντηση: Στο Σχήμα 3.16 υπάρχουν 4 κόμβοι, 6 κλάδοι και 3 βρόχοι. Στο Σχήμα 3.17.α υπάρχουν 6 κόμβοι, 7 κλάδοι και 4 βρόχοι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΓΕΝΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΔΙΚΤΥΩΝ



4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Μετά την παρακολούθηση και μελέτη του Κεφαλαίου 3 και ειδικότερα των κανόνων σύνδεσης σε σειρά, παράλληλα, σε αστέρα, σε τρίγωνο και σε μικτές συνδεσμολογίες, όπως και των δύο νόμων του Κίρκωφ και την εμβάθυνση σ' αυτά, το επόμενο στάδιο στην ανάλυση των ηλεκτρικών κυκλωμάτων είναι η **επίλυση** και η **απλοποίησή** τους.

Η επίλυση των ηλεκτρικών κυκλωμάτων περιλαμβάνει την χρησιμοποίηση των "εργαλείων" της ηλεκτρολογίας που είναι ο νόμος του Ωμ, οι δύο νόμοι του Κίρκωφ και οι κανόνες σύνδεσης των ηλεκτρικών κυκλωμάτων με σκοπό την εύρεση των εντάσεων του ρεύματος σε κάθε κλάδο ενός δεδομένου κυκλώματος.

Συνήθως, η συνδεσμολογία και οι αριθμητικές τιμές των πηγών και των αντιστάσεων είναι δεδομένες, ενώ τα άγνωστα στοιχεία είναι τα ρεύματα στους κλάδους του κυκλώματος.

Όταν το κύκλωμα έχει περίπλοκη συνδεσμολογία, με μεγάλο αριθμό βρόχων και πολλούς κόμβους, τότε ο αριθμός των άγνωστων ρευμάτων είναι μεγάλος. Στην περίπτωση αυτή η εύρεση όλων των ρευμάτων με τους νόμους του Κίρκωφ και του Ωμ μας οδηγεί σε αλγεβρικά συστήματα με μεγάλο αριθμό εξισώσεων και άγνωστων. Επομένως, απαιτούνται πολλές αλγεβρικές πράξεις για να βρεθούν τα αποτελέσματα.

Μια εναλλακτική λύση είναι η απλοποίηση του αρχικού κυκλώματος με τη χρήση των κανόνων σύνδεσης των αντιστάσεων. Έτσι προκύπτει ένα απλούστερο από το αρχικό ισοδύναμο κύκλωμα, το οποίο είναι πολύ πιο εύκολο να επιλυθεί.

4.2. ΕΠΙΛΥΣΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Οι εξισώσεις, που περιγράφουν τους νόμους του Κίρκωφ, και οι κανόνες σύνδεσης αντιστάσεων χρησιμοποιούνται για την επίλυση οποιουδήποτε κυκλώματος ή δικτύου.

Α. Για τμήμα κυκλώματος με αντιστάσεις και πηγές σε σειρά:

$R_{ισ}=R_1+R_2+...$

$$\sum_{\beta} E = \sum_{K} IR$$

Β. Για τμήμα κυκλώματος με αντιστάσεις σε παράλληλους κλάδους:

$$\frac{1}{R_{ισ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ...$$

$$\sum_{n} I = 0$$

Σχηματίζουμε ένα σύστημα εξισώσεων με τόσες άγνωστες όσα είναι τα ρεύματα. Η επίλυση του δικτύου συνίσταται στον υπολογισμό των ρευμάτων σε όλους τους κλάδους. Οι εξισώσεις που θα γράψουμε πρέπει να είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Ο αριθμός των ανεξαρτήτων εξισώσεων, που μπορούμε να γράψουμε για οποιοδήποτε κύκλωμα, ισούται με τον αριθμό των άγνωστων ρευμάτων.

Για να μπορέσουμε να γράψουμε τις εξισώσεις του κυκλώματος πρέπει πρώτα να επιλέξουμε τη φορά των ρευμάτων στον κάθε κλάδο. Συνηθίζουμε να επιλέγουμε τη φορά των ρευμάτων έτσι ώστε να συμπίπτει με τη φορά της τάσης της πηγής (σε όποιο κλάδο υπάρχει). Εάν δεν επιλέξουμε σωστά τη φορά του ρεύματος, τότε θα προκύψει από τους υπολογισμούς ένα αρνητικό πρόσημο του ρεύματος. Στην περίπτωση αυτή διορθώνουμε την φορά του ρεύματος στο σχήμα.

Παράδειγμα 1

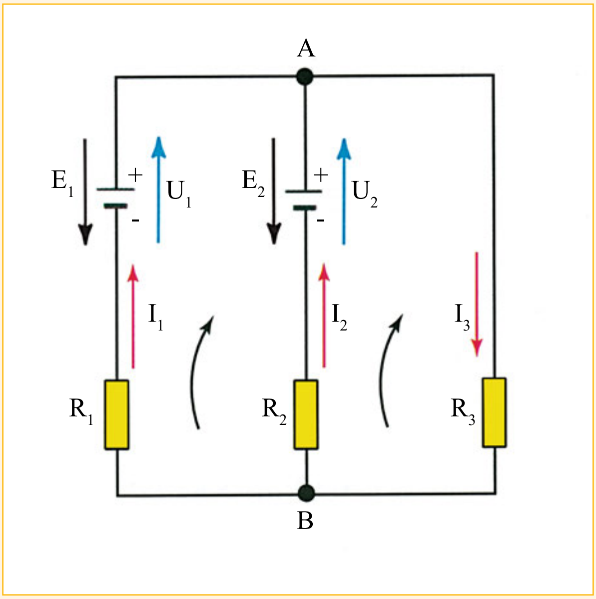
Δύο μπαταρίες με τάσεις U_1=9V και U_2=9V συνδέονται σε σειρά με τις αντιστάσεις R_1=1Ω και R_2=1 Ω, αντίστοιχα, και παράλληλα μεταξύ τους και με την ωμική αντίσταση R_3=10Ω, Σχήμα 4.1. Υπολογίστε: α) τα ρεύματα στον κάθε κλάδο, β) τη τάση στους ακροδέκτες Α και Β της αντίστασης R_3, γ) την ισχύ που τροφοδοτεί κάθε μπαταρία στην αντίσταση R_3 και δ) την ισχύ που απορροφάει η αντίσταση R_3.

Λύση:

α) Γράφουμε τον πρώτο νόμο του Κίρκωφ στον κόμβο Α και τον δεύτερο νόμο του Κίρκωφ στους δυο βρόχους του ηλεκτρικού κυκλώματος του Σχήματος 4.1:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ R_1 I_1 - R_2 I_2 = U_2 - U_1 \\ R_2 I_2 + R_3 I_3 + U_2 = 0 \end{cases}$$

Το σύστημα αυτό έχει τρεις εξισώσεις και τρεις άγνωστους που είναι τα ρεύματα I_1, I_2 και I_3. Για την επίλυση του συστήματος χρησιμοποιούμε την αλγεβρική μέθοδο της αντικατάστασης των άγνωστων μεταβλητών I_3 και I_2.



Σχήμα 4.1. Ηλεκτρικό κύκλωμα με δύο παράλληλες πηγές τάσης και τρεις αντιστάσεις

Από την πρώτη εξίσωση του συστήματος βρίσκουμε ότι:

$$I_3=I_1+I_2$$

Από την δεύτερη εξίσωση βρίσκουμε ότι:

$$I_2=\frac{R_1\cdot I_1+U_1-U_2}{R_2}$$

Τις σχέσεις αυτές για τα ρεύματα I_2 και I_3 τις αντικαθιστούμε στην τρίτη εξίσωση και προκύπτει ότι παραμένει μία μόνο άγνωστη, το ρεύμα I_1.

$$R_2\cdot I_2+R_3\cdot (I_1+I_2)+U_2=0$$

$$R_2\cdot\left(\frac{R_1\cdot I_1-U_2+U_1}{R_2}\right)+R_3\cdot\left(I_1+\frac{R_1\cdot I_1-U_2+U_1}{R_2}\right)+U_2=0$$

Εκτελούμε τις πράξεις και στη συνέχεια το σύστημα λύνεται και υπολογίζονται τα ρεύματα:

$$I_1=\frac{(R_2+R_3)U_1-R_3U_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

$$I_2=\frac{(R_1+R_3)U_2-R_3U_1}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

$$I_3=\frac{R_2U_1+R_1U_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

Υπολογίζουμε τη σχέση:

$$R_1\cdot R_2+R_2\cdot R_3+R_3\cdot R_1=1\Omega\cdot 1\Omega+1\Omega\cdot 10\Omega+10\Omega\cdot 1\Omega=21\Omega^2$$

Επομένως

$$I_1=\frac{11\Omega\cdot 9V-10\Omega\cdot 9V}{1\Omega\cdot 1\Omega+10\Omega\cdot 1\Omega+10\Omega\cdot 1\Omega}=\frac{9V}{21\Omega\cdot\Omega}=0{,}43A$$

$$I_2 = \frac{11\Omega \cdot 9V - 10\Omega \cdot 9V}{21\Omega \cdot \Omega} = 0,43\,A$$

$$I_3 = \frac{1\Omega \cdot 9V + 1\Omega \cdot 9V}{21\Omega \cdot \Omega} = \frac{18}{21} = 0,86\,A$$

β) $U_{AB}=R_3 \cdot I_3=10\Omega \cdot 0,86A=8,6V$

γ) $P_1=U_{AB} \cdot I_1=8,6V \cdot 0,43A=3,7W$

$P_2=U_{AB} \cdot I_2=8,6V \cdot 0,43A=3,7W$

δ) $P_3=U_{AB} \cdot I_3=R_3 \cdot I_3^2=10\Omega \cdot 0,86^2 A=7,4W$

Η αντίστοιχη R_3 απορροφάει από τις δύο μπαταρίες ίσες ποσότητες ηλεκτρικής ισχύος.

Παράδειγμα 2

Η ίδια συνδεσμολογία του σχήματος 4.1 με διαφορετικά δεδομένα για την δεύτερη μπαταρία οδηγεί σε διαφορετική λειτουργία του κυκλώματος. Υποθέτουμε ότι: U_1=9V, U_2=3V, R_1=1Ω, R_2=0,3Ω, R_3=10Ω. Υπολογίστε: α) τα ρεύματα στον κάθε κλάδο, β) τη τάση στους ακροδέκτες Α και Β της αντίστασης R_3, γ) την ισχύ που τροφοδοτεί κάθε μπαταρία στην αντίσταση R_3, δ) την ηλεκτρική ισχύ που μετατρέπεται σε θερμική ισχύ στην αντίσταση R_3.

Λύση:

Όταν οι δύο μπαταρίες δεν έχουν την ίδια ηλεκτρεγερτική δύναμη (τάση) και την ίδια εσωτερική αντίσταση, είναι δυνατόν να προκύψει αρνητική φορά του ρεύματος. Αν εξετάσουμε τις εξισώσεις των ρευμάτων I_1 και I_2 του προηγούμενου παραδείγματος, βρίσκουμε ότι, εξασφαλίζουμε θετική φορά των ρευμάτων I_1 και I_2, δηλαδή $I_1>0$ και $I_2>0$, όταν:

$$\frac{U_1}{U_2} > \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

$$\frac{U_2}{U_1} > \frac{R_3}{R_1 + R_3}$$

Επομένως, οι δύο εντάσεις των ρευμάτων θα είναι θετικές όταν:

$$\frac{1}{1+\frac{R_2}{R_3}} < \frac{U_1}{U_2} < 1 + \frac{R_1}{R_3}$$

Η επαλήθευση γίνεται για το κύκλωμα του Σχήματος 4.1 του Παραδείγματος 1:

$$\frac{1}{1+\frac{1}{10}} < \frac{9}{9} < 1 + \frac{1}{10} \qquad \text{ή} \qquad 0{,}09 < 1 < 1{,}1$$

ενώ η επαλήθευση δεν ισχύει για τη διάταξη του Παραδείγματος 2, άρα το ένα ρεύμα θα προκύψει αρνητικό.

Σε περίπτωση που ένα ρεύμα προκύπτει αρνητικό, τότε προκύπτει αρνητική και η αντίστοιχη ηλεκτρική ισχύς:

$$I_1 = \frac{(0,3+10)\cdot 9 - 10\cdot 3}{1\cdot 0,3 + 0,3\cdot 10 + 10\cdot 1} = \frac{62,7}{13,3} = 4,71\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{(1+10)\cdot 3 - 10\cdot 9}{1\cdot 0,3 + 0,3\cdot 10 + 10\cdot 1} = \frac{-57}{13,3} = -4,28\ \text{A}$$

$$I_3 = \frac{0,3\cdot 9 + 1\cdot 3}{13,3} = \frac{5,7}{13,3} = 0,43\ \text{A}$$

Επαληθεύεται ο πρώτος νόμος του Κίρκωφ:

$$I_3 = I_1 + I_2 = 0{,}429$$

β) $U_{AB} = I_3 \cdot R_3 = 0{,}43\text{A} \cdot 10\Omega = 4{,}3\text{V}$

γ) $P_1 = U_{AB} \cdot I_1 = 4{,}3\text{V} \cdot 4{,}71\text{A} = 20{,}22\text{W}$

$P_2=U_{AB}\cdot I_2=4{,}3V\cdot(-4{,}28A)=-18{,}38W$

δ) $P_3=U_{AB}\cdot I_3=4{,}3V\cdot 0{,}43A=1{,}84W$

Η παραπάνω λειτουργία δεν είναι ευνοϊκή, επειδή η πρώτη μπαταρία τροφοδοτεί 20,22W από τα οποία το μεγαλύτερο μέρος (τα 18,38W) τα απορροφάει η δεύτερη μπαταρία, ενώ στον καταναλωτή που είναι η αντίσταση R_3 φθάνουν τα 1,84 W. Τα μεγάλα ρεύματα I_1 και I_2 δημιουργούν επίσης μια δυσμενή κατάσταση. Οι δύο μπαταρίες καθώς διαρρέονται από υψηλά ρεύματα υπερθερμαίνονται, και μπορεί να καταστραφούν.

Συμπεραίνουμε ότι:

Για να είναι δυνατόν να συνδεθούν παράλληλα και με ασφάλεια δύο ή και περισσότερες μπαταρίες, πρέπει να έχουν ίδια ηλεκτρεγερτική δύναμη και ίδια εσωτερική αντίσταση.

4.3. ΚΑΝΟΝΕΣ ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗΣ ΠΟΛΥΠΛΟΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Όπως έχει ήδη προαναφερθεί στο Κεφάλαιο 3, παράγραφος 3.6, ένα κύκλωμα, που περιλαμβάνει αντιστάσεις συνδεδεμένες σε σειρά και παράλληλα με περισσοτέρους του ενός κλάδους, αποτελεί ένα **σύνθετο ή μικτό κύκλωμα.** Η σύνθετη συνδεσμολογία περιλαμβάνει συνδυασμούς σύνδεσης αντιστάσεων σε σειρά και παράλληλα, οι οποίοι, συχνά, σχηματίζουν πολύπλοκα κυκλώματα.

Ένα σύνθετο κύκλωμα αναλύεται για να εντοπιστούν ποια στοιχεία του είναι συνδεδεμένα σε σειρά, ποια είναι παράλληλα, ποια είναι σε αστέρα και ποια είναι σε τρίγωνο. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια των σχέσεων και των κανόνων που παρουσιάσθηκαν στο Κεφάλαιο 3, η σύνθετη συνδεσμολογία μετατρέπεται σε ένα πιο απλό ισοδύναμο κύκλωμα, το οποίο περιλαμβάνει μόνο μία αντίσταση και μια πηγή.

Παράδειγμα 1

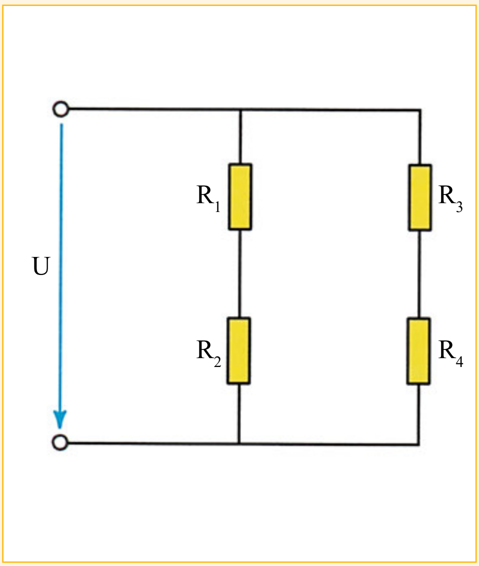
Δίνεται η συνδεσμολογία του Σχήματος 4.2.α όπου R_1=10Ω, R_2=20Ω, R_3=5Ω, R_4=25Ω. α) Απλοποιήστε το κύκλωμα, και β) Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος.

Λύση:

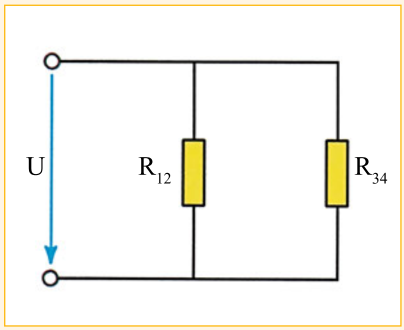
α) Στο σχήμα 4.2.α. παρατηρούμε ότι οι αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι συνδεδεμένες σε σειρά. Το ίδιο ισχύει για τις αντιστάσεις R_3 και R_4. Εάν τις αντικαταστήσουμε με τις ισοδύναμες αντιστάσεις R_{12} και R_{34} οδηγούμαστε στο κύκλωμα του σχήματος 4.2.β.

$R_{12}=R_1+R_2$

$R_{34}=R_3+R_4$



Σχήμα 4.2.α. Ηλεκτρικό κύκλωμα με δύο παράλληλους κλάδους. Στον πρώτο κλάδο οι αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι σε σειρά, και στον δεύτερο κλάδο οι R_3 και R_4 είναι σε σειρά

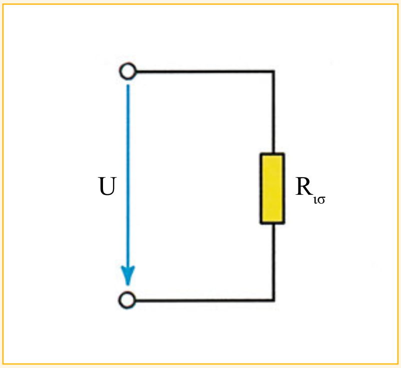


Σχήμα 4.2.β. Απλοποίηση του κυκλώματος του Σχήματος 4.2.α.

Στο κύκλωμα του Σχήματος 4.2.β, οι αντιστάσεις R_{12} και R_{34} είναι συνδεδεμένες παράλληλα και είναι δυνατόν να τις αντικαταστήσουμε με την ισοδύναμη αντίσταση $R_{ισ}$:

$$R_{ισ} = \frac{R_{12} \cdot R_{34}}{R_{12} + R_{34}}$$

Έτσι έχουμε ολοκληρώσει την απλοποίηση του μικτού κυκλώματος, σχήμα 4.2.γ.



Σχήμα 4.2.γ. Απλό ισοδύναμο κύκλωμα του σχήματος 4.2.α

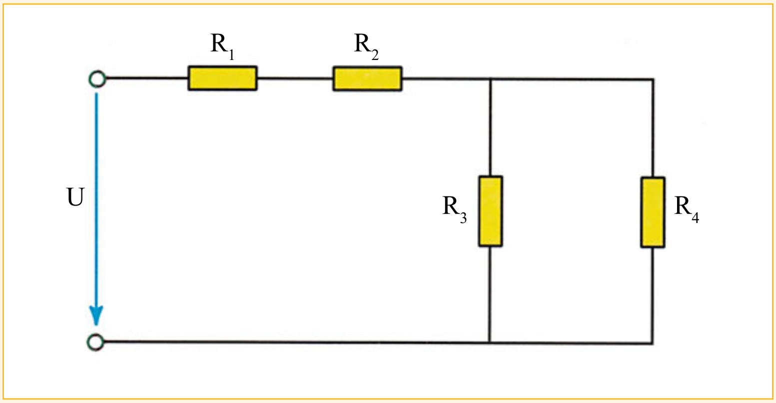
β) $R_{12}=R_1+R_2=10Ω+20Ω=30Ω$

$R_{34}=R_3+R_4=5Ω+25Ω=30Ω$

$R_{ισ}=30Ω \cdot 30Ω/(30Ω+30Ω)=15Ω$

Παράδειγμα 2

Δίνεται η συνδεσμολογία του Σχήματος 4.3.α όπου $R_1=5Ω$, $R_2=15Ω$, $R_3=20Ω$, $R_4=30Ω$. α) Απλοποιήστε το κύκλωμα, και β) υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος.



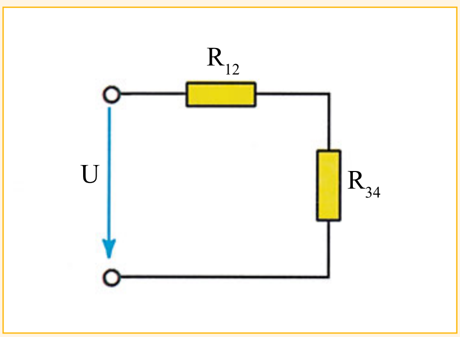
Σχήμα 4.3.α. Ηλεκτρικό κύκλωμα με τρεις κλάδους: οι δύο κλάδοι R_3 και R_4 είναι παράλληλοι μεταξύ τους και συνδέονται σε σειρά με τον κλάδο αντιστάσεων R_1 και R_2

Λύση:

α) Η αντίσταση R_1 είναι συνδεδεμένη σε σειρά με την R_2 και η αντίσταση R_3 είναι συνδεδεμένη παράλληλα με την αντίσταση R_4. Επομένως μπορούμε να τις αντικαταστήσουμε με τις ισοδύναμες αντιστάσεις R_{12} και R_{34}, αντίστοιχα, Σχήμα 4.3.β.

$$R_{12}=R_1+R_2$$

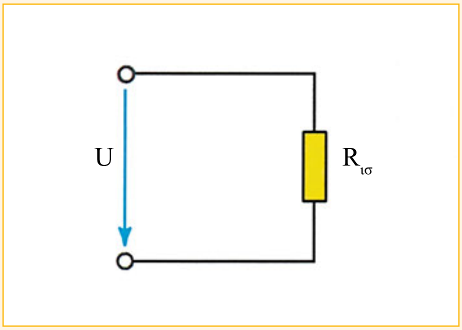
$$R_{34}=\frac{R_3 \cdot R_4}{R_3+R_4}$$



Σχήμα 4.3.β. Ισοδύναμο κύκλωμα του Σχήματος 4.3.α με δύο αντιστάσεις

Στο σχήμα 4.3.β οι δύο αντιστάσεις R_{12} και R_{34} είναι συνδεδεμένες σε σειρά και μπορούν να αντικατασταθούν από την ισοδύναμη αντίσταση $R_{ισ}$, σχήμα 4.3.γ.

$R_{ισ}=R_{12}+R_{34}$



Σχήμα 4.3.γ. Ισοδύναμο κύκλωμα του Σχήματος 4.3.α με μία αντίσταση

β) $R_{12}=5Ω+15Ω=20Ω$

$R_{34}=20Ω·30Ω/(20Ω+30Ω)=12Ω$

$R_{ισ}=20Ω+12Ω=32Ω$

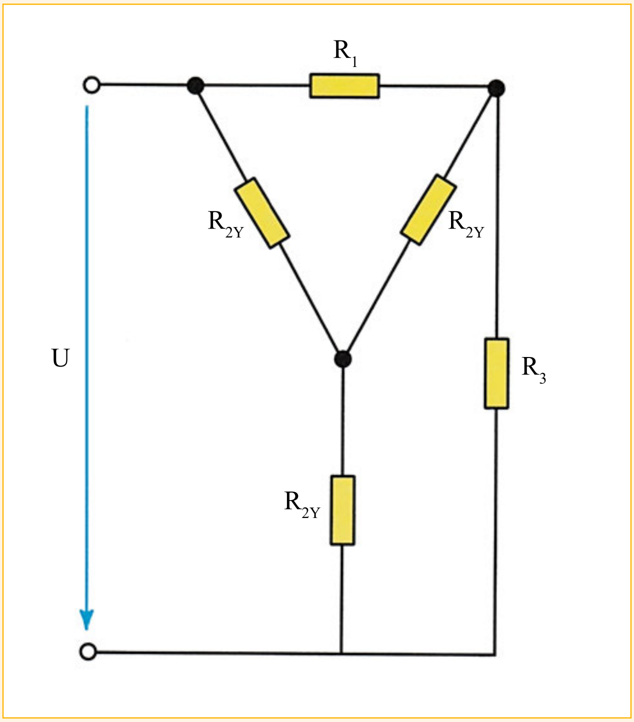
Παράδειγμα 3

Σε ένα σύνθετο κύκλωμα, όπως είναι αυτό του Σχήματος 4.4.α, εκτός από τις αντιστάσεις συνδεδεμένες σε σειρά και παράλληλα υπάρχουν οι αντιστάσεις R_{2Y} συνδεδεμένες σε αστέρα. Οι αριθμητικές τιμές των αντιστάσεων είναι: R_1=10Ω, R_3=110Ω, R_{2Y}=30Ω. α) Απλοποιήστε το κύκλωμα, και β) υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος.

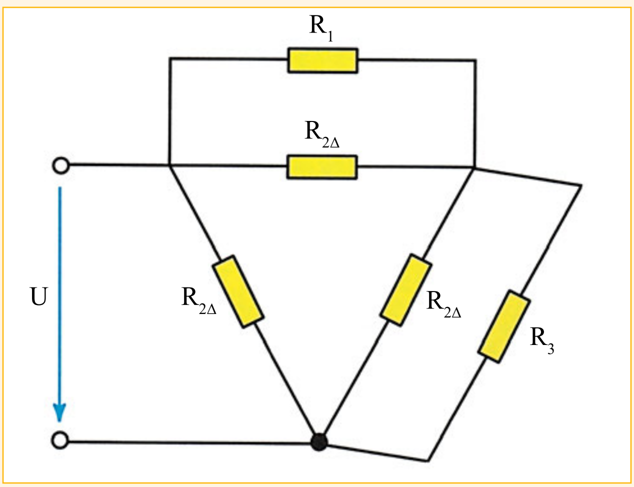
Λύση:

α) Πρώτα μετατρέπουμε σε τρίγωνο τις τρεις αντιστάσεις R_{2Y} που είναι συνδεδεμένες σε αστέρα. Έτσι οδηγούμαστε στο κύκλωμα του σχήματος 4.4.β.

$$R_{2\Delta} = \frac{R_{2Y} \cdot R_{2Y} + R_{2Y} \cdot R_{2Y} + R_{2Y} \cdot R_{2Y}}{R_{2Y}} = 3R_{2Y}$$

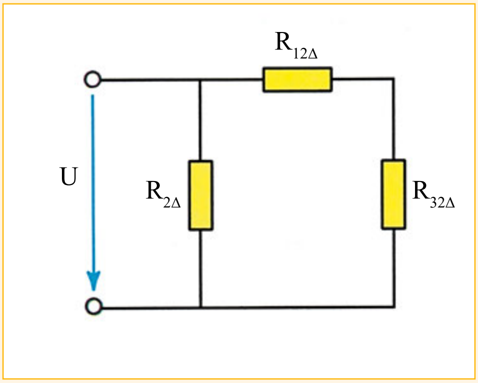


Σχήμα 4.4.α.
Σύνθετο κύκλωμα



Σχήμα 4.4.β.
Μετατροπή
του αστέρα με
αντιστάσεις $\mathbf{R_{2Y}}$
σε τρίγωνο με
αντιστάσεις $\mathbf{R_{2\Delta}}$

Στη συνέχεια, από το Σχήμα 4.4.β, παρατηρούμε ότι η μία αντίσταση $R_{2\Delta}$ είναι συνδεδεμένη παράλληλα με την R_1 και η άλλη $R_{2\Delta}$ είναι παράλληλα με την R_3. Επομένως, μπορούμε να τις αντικαταστήσουμε με τις ισοδύναμες αντιστάσεις $R_{12\Delta}$ και $R_{32\Delta}$ και έτσι οδηγούμαστε στο Σχήμα 4.4.γ.



Σχήμα 4.4.γ. Αντικατάσταση παράλληλων αντιστάσεων με τις ισοδύναμες τους $\mathbf{R_{12\Delta}}$ και $\mathbf{R_{32\Delta}}$

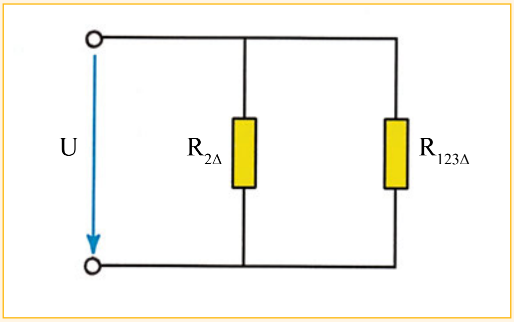
$$R_{12\Delta} = \frac{R_1 \cdot R_{2\Delta}}{R_1 + R_{2\Delta}}$$

$$R_{32\Delta} = \frac{R_3 \cdot R_{2\Delta}}{R_3 + R_{2\Delta}}$$

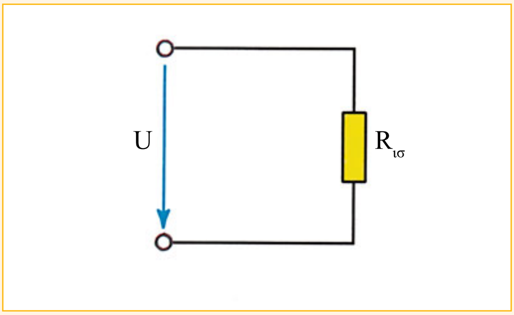
Στο σχήμα 4.4.γ, η αντίσταση $R_{12\Delta}$ είναι συνδεδεμένη σε σειρά με την αντίσταση $R_{32\Delta}$ και η ισοδύναμη τους είναι η αντίσταση $R_{123\Delta}$. Έτσι οδηγούμαστε στο κύκλωμα του σχήματος 4.4.δ.

$$R_{123\Delta}=R_{12\Delta}+R_{32\Delta}$$

Στο Σχήμα 4.4.δ η αντίσταση $R_{2\Delta}$ είναι συνδεδεμένη παράλληλα με την $R_{123\Delta}$. Τέλος, στο Σχήμα 4.4.ε, η ισοδύναμη αντίσταση του απλοποιημένου κυκλώματος $R_{ισ}$ προκύπτει από την μετατροπή του παράλληλου συνδυασμού $R_{2\Delta}||R_{123\Delta}$.



Σχήμα 4.4.δ. Αντικατάσταση των αντιστάσεων σε σειρά ($R_{12\Delta}$ και $R_{32\Delta}$) με την ισοδύναμη $R_{123\Delta}$



Σχήμα 4.4.ε. Απλοποιημένο ισοδύναμο του κυκλώματος του Σχήματος 4.4.α.

$$R_{\iota\sigma} = \frac{R_{2\Delta} \cdot R_{123\Delta}}{R_{2\Delta} + R_{123\Delta}}$$

β) $R_{12\Delta} = \dfrac{R_1 \cdot R_{2\Delta}}{R_1 + R_{2\Delta}} = 10\Omega \cdot 90\Omega / (10\Omega + 90\Omega) = 9\Omega$

$$R_{32\Delta} = \frac{R_3 R_{2\Delta}}{R_3 + R_{2\Delta}} = 110\Omega \cdot 90\Omega / (110\Omega + 90\Omega) = 49,5\Omega$$

$$R_{123\Delta} = R_{12\Delta} + R_{32\Delta} = 9\Omega + 49,5\Omega = 58,5\Omega$$

$$R_{\iota\sigma} = \frac{R_{2\Delta} \cdot R_{123\Delta}}{R_{2\Delta} + R_{123\Delta}} = 90\Omega \cdot 58,5\Omega / (90\Omega + 58,5\Omega) = 35,45\Omega$$

4.4. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

1. Η επίλυση των ηλεκτρικών κυκλωμάτων απαιτεί εύρεση των εντάσεων του ρεύματος σε κάθε κλάδο ενός κυκλώματος με την βοήθεια των "εργαλείων" της ηλεκτρολογίας, που είναι: ο νόμος του Ωμ, οι δύο νόμοι του Κίρκωφ και οι κανόνες σύνδεσης των ηλεκτρικών κυκλωμάτων.

2. Η συνδεσμολογία και οι αριθμητικές τιμές των πηγών και των αντιστάσεων είναι δεδομένες και τα άγνωστα στοιχεία είναι τα ρεύματα στους κλάδους του κυκλώματος.

3. Μπορεί να συμβεί το αντίθετο, να είναι γνωστά τα ρεύματα και οι πηγές τάσης και να είναι άγνωστες οι τιμές των αντιστάσεων. Τότε, ως επίλυση του κυκλώματος εννοούμε την εύρεση των αντιστάσεων.

4. Γενικότερα, η επίλυση περιλαμβάνει την εύρεση κάθε άγνωστου στοιχείου σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα.

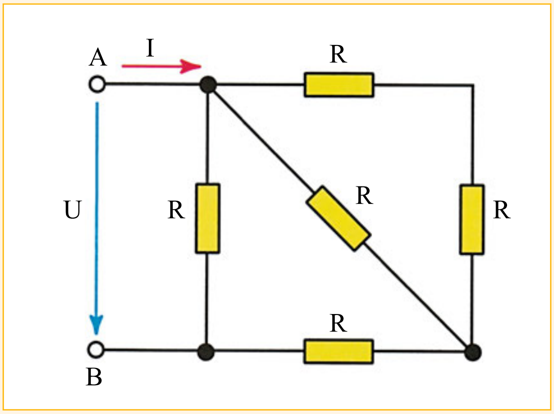
5. Η απλοποίηση του αρχικού κυκλώματος με τη χρήση των κανόνων σύνδεσης των αντιστάσεων είναι μια εναλλακτική λύση για την επίλυση του κυκλώματος

6. Με την απλοποίηση του κυκλώματος προκύπτει ένα ισοδύναμο κύκλωμα, το οποίο είναι πολύ πιο εύκολο να επιλυθεί.

4.5. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Απλοποιήστε το κύκλωμα του Σχήματος 4.5. Για R=1Ω και U=10V υπολογίστε: α) την ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ ακροδεκτών Α και Β και β) το ρεύμα Ι.

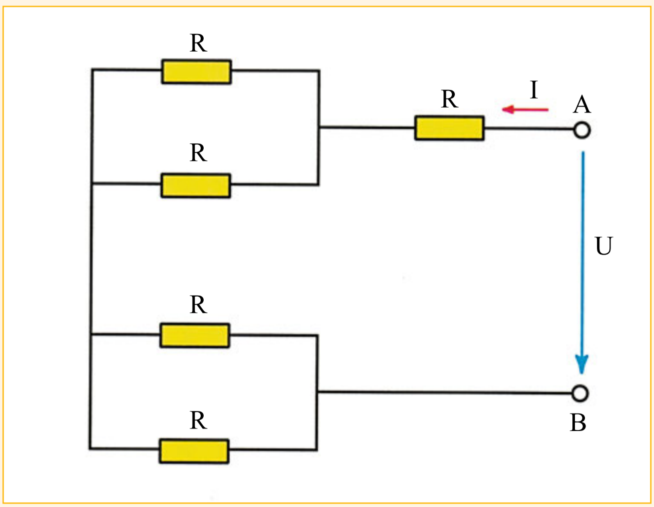
   Απάντηση: 0,625Ω, 16Α.



Σχήμα 4.5. Σύνθετο κύκλωμα

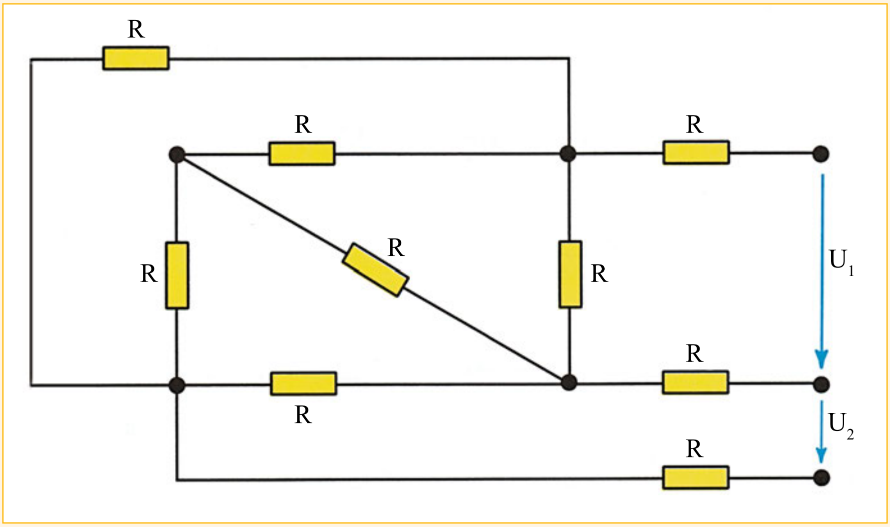
2. Απλοποιήστε το κύκλωμα του Σχήματος 4.6. Για R=1Ω και U=10V, υπολογίστε: α) την ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ ακροδεκτών A και B και β) το ρεύμα I.

Απάντηση: 2Ω, 5A.



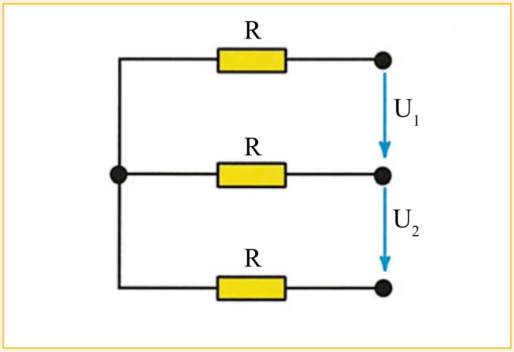
Σχήμα 4.6. Σύνθετο κύκλωμα

3. Απλοποιήστε το κύκλωμα του Σχήματος 4.7.



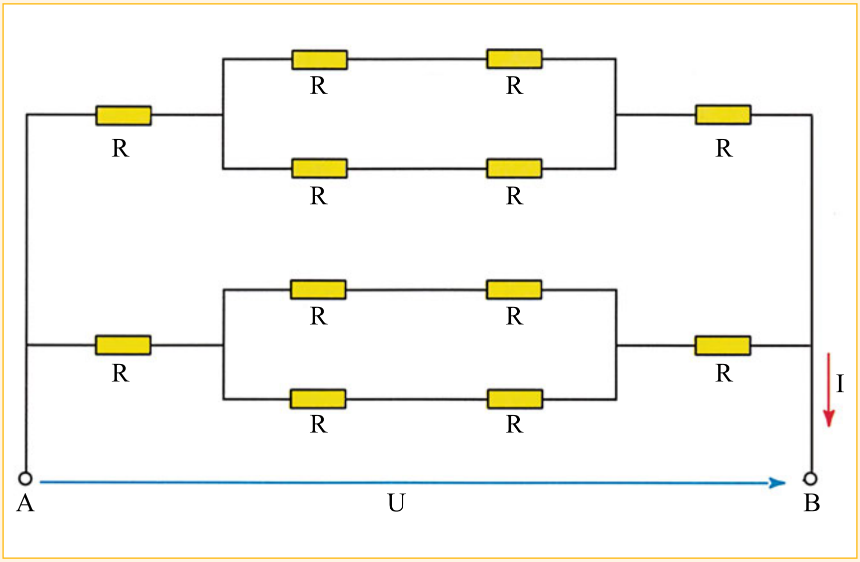
Σχήμα 4.7.α. Σύνθετο κύκλωμα

Απάντηση: Είναι το κύκλωμα του Σχήματος 4.7.β



Σχήμα 4.7.β. Το ισοδύναμο κύκλωμα του σύνθετου κυκλώματος του Σχήματος 4.7.α.

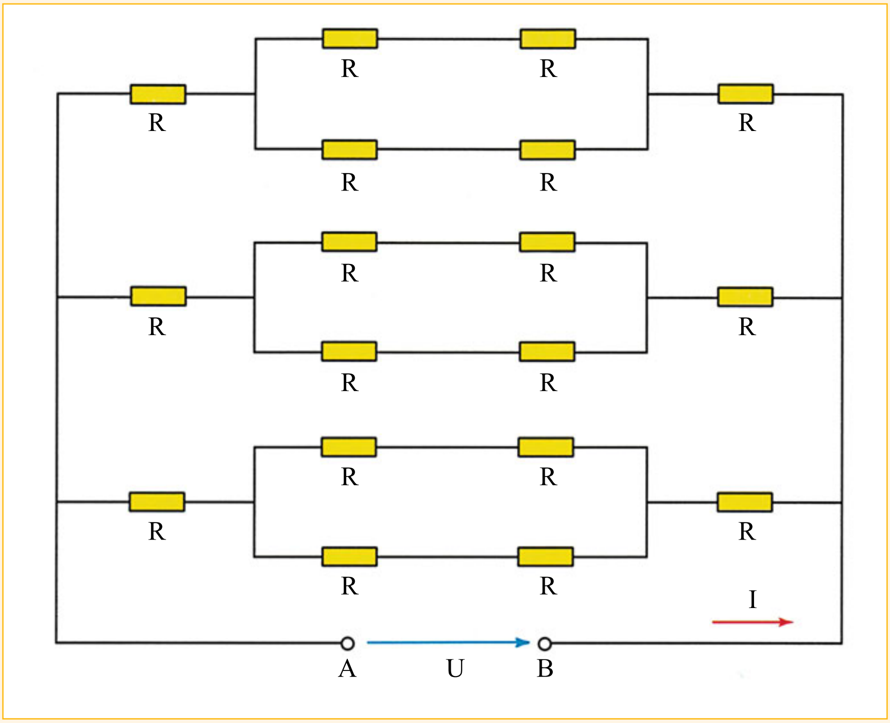
4. Επιλύστε το κύκλωμα του σχήματος 4.8 για R=1Ω, U=15V και υπολογίστε: α) την ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ ακροδεκτών Α και Β και β) το ρεύμα Ι.



Σχήμα 4.8. Σύνθετο κύκλωμα

Απάντηση: 1,5Ω, 10Α

5. Απλοποιήστε το κύκλωμα του Σχήματος 4.9. Για R=10Ω και U=100V υπολογίστε: α) την ισοδύναμη αντίσταση μεταξύ ακροδεκτών A και B και β) το ρεύμα I στο απλοποιημένο κύκλωμα.

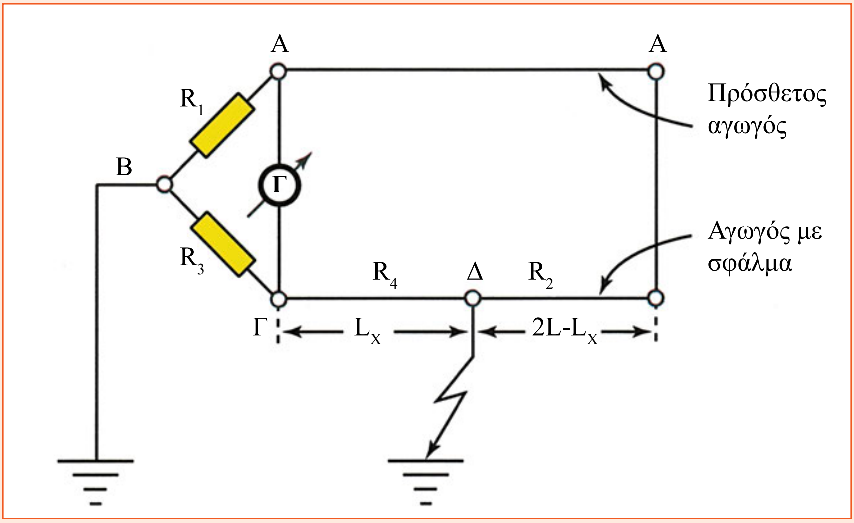


Σχήμα 4.9. Σύνθετο κύκλωμα

Απάντηση: 10Ω, 10A

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΕΙΔΙΚΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ



5.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Έχοντας γνωρίσει τους κανόνες σύνδεσης των αντιστάσεων και τους νόμους των ηλεκτρικών κυκλωμάτων μπορούμε να παρακολουθήσουμε μερικές ιδιαίτερα χρήσιμες εφαρμογές.

Συχνά, χρειαζόμαστε την παροχή διαφόρων επιπέδων τάσης από μια δεδομένη πηγή σταθερής τάσης. Η συσκευή που μας παρέχει αυτή τη δυνατότητα ονομάζεται **διαιρέτης τάσης, ή κατανεμητής τάσης, ή καταμεριστής τάσης.** Η αρχή λειτουργίας του είναι η σύνδεση των ωμικών αντιστάσεων και η δημιουργία διαφόρων πτώσεων τάσης στις αντιστάσεις. Η συσκευή λειτουργεί και ως **τροφοδοτικό τάσης.**

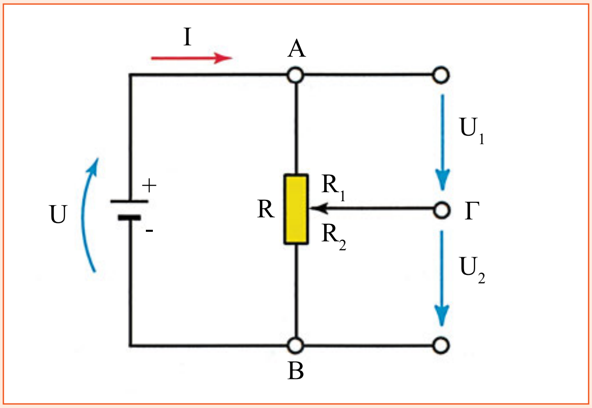
Κατά τον ίδιο τρόπο από ένα σταθερό ρεύμα ή πηγή ρεύματος μπορούμε να πάρουμε διάφορα χαμηλότερα επίπεδα έντασης ρεύματος με την βοήθεια του **διαιρέτη ρεύματος** ή **κατανεμητή ρεύματος.** Η αρχή λειτουργίας του είναι η παράλληλη σύνδεση των αντιστάσεων και η δημιουργία κατ’ αυτόν τον τρόπο διαφόρων εντάσεων ρεύματος στις αντιστάσεις.

Μια εφαρμογή του διαιρέτη τάσης είναι η **γέφυρα αντιστάσεων** ή η **γέφυρα Wheatstone,** πολύ διαδεδομένη για την μέτρηση με ακρίβεια των ωμικών αντιστάσεων, των πυκνωτών και των πηνίων. Άλλη εφαρμογή του διαιρέτη τάσης είναι η **γέφυρα Murray,** με την οποία μπορούμε να ανιχνεύσουμε το σημείο σφάλματος σε καλώδιο, και έχει ιδιαίτερη χρησιμότητα για τα υπόγεια καλώδια μεγάλου μήκους, όπου δεν γνωρίζουμε το σημείο της βλάβης.

5.2. ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΔΙΑΙΡΕΤΩΝ ΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

5.2.1. Διαιρέτης τάσης

Όταν σε ένα κύκλωμα ή σε ένα καταναλωτή χρειάζεται τάση χαμηλότερη της τάσης της πηγής, χρησιμοποιείται **ο διαιρέτης τάσης ή ο κατανεμητής τάσης.** Η διάταξη αυτή χρησιμοποιείται για την παροχή διαφορετικών τιμών τάσης από μια δεδομένη πηγή.



Σχήμα 5.1. Γενική διάταξη του διαιρέτη τάσης

Συνήθως ο διαιρέτης τάσης είναι μια αντίσταση που έχει δύο σταθερούς ακροδέκτες Α και Β και ένα κινητό ακροδέκτη Γ που ονομάζεται δρομέας, Σχήμα 5.1. Η διάταξη αυτή, όπως γνωρίσαμε στο Κεφάλαιο 1, ονομάζεται ποτενσιόμετρο ή ρυθμιστική αντίσταση. Αν συνδέσουμε ένα βολτόμετρο μεταξύ ακροδεκτών Α και Γ, θα δείξει U_1 βολτ, ενώ, αν συνδέσουμε το βολτόμετρο μεταξύ ακροδεκτών Β και Γ, θα δείξει U_2 βολτ. Η τάση U_1 στους ακροδέκτες Α και Γ υπολογίζεται:

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U = \frac{R_1}{R} \cdot U$$

όπου $R = R_1 + R_2$

Ο καταναλωτής (το φορτίο) συνδέεται μεταξύ ακροδεκτών Α και Γ ή Β και Γ. Η τάση στον καταναλωτή μπορεί να ρυθμιστεί από μηδέν μέχρι την ολική τάση της πηγής με τη μετακίνηση του δρομέα, που συνδέεται στον ακροδέκτη Γ.

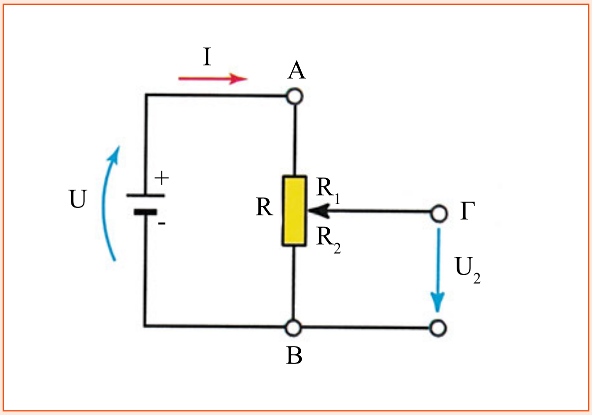
$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U = \frac{R_2}{R} \cdot U$$

5.2.2. Διαιρέτης τάσης σε κενή λειτουργία (χωρίς φορτίο)

Στους ακροδέκτες Β και Γ του διαιρέτη τάσης δεν έχει συνδεθεί καταναλωτής (φορτίο), επομένως δεν υπάρχει απορρόφηση ρεύματος, Σχήμα 5.2. **Η λειτουργία χωρίς φορτίο** του διαιρέτη τάσης ονομάζεται **λειτουργία κενού φορτίου.**

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U$$

Η τάση κενής λειτουργίας είναι ανάλογη του λόγου της αντίστασης R_2 και της ολικής αντίστασης (R_1+R_2) και της ολικής τάσης U.

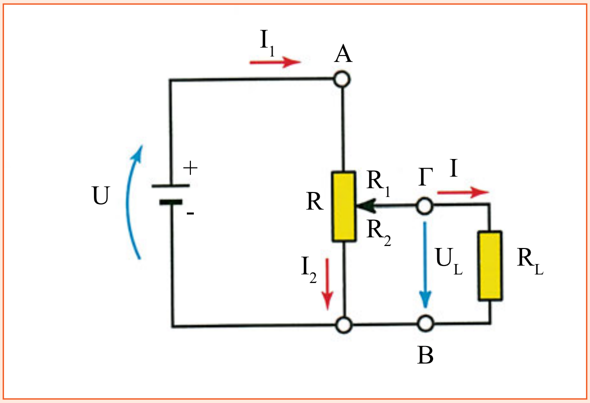


Σχήμα 5.2. Διαιρέτης τάσης χωρίς φορτίο

5.2.3. Διαιρέτης τάσης σε λειτουργία με φορτίο

Όταν στους ακροδέκτες Β και Γ του διαιρέτη τάσης συνδεθεί ένας καταναλωτής (φορτίο), ο οποίος απορροφάει ρεύμα, τότε έχουμε τη **λειτουργία με φορτίο** του διαιρέτη τάσης, Σχήμα 5.3.

Η παράλληλη σύνδεση των αντιστάσεων R_L και R_2 **μειώνει την ισοδύναμη αντίσταση του διαιρέτη τάσης** σε λειτουργία με φορτίο συγκριτικά με την ισοδύναμη αντίσταση της ίδιας διάταξης στην λειτουργία κενού φορτίου. Κατά συνέπεια, **το ρεύμα που απορροφάει το φορτίο από την πηγή αυξάνεται.**



Σχήμα 5.3. Διαιρέτης τάσης σε λειτουργία με φορτίο

$$U_L = \frac{R_{2L}}{R_1 + R_{2L}} \cdot U$$

όπου: $R_{2L} = \dfrac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L}$

Η τάση U_L είναι χαμηλότερη από την αντίστοιχη τάση U_2 στην περίπτωση κενού φορτίου.

Παράδειγμα 1

Ο διαιρέτης τάσης του Σχήματος 5.3. έχει R_1=10Ω, R_2=5 Ω, U=30V. Υπολογίστε την τάση σε κενή λειτουργία, (μεταξύ του δρομέα – κόμβος Γ – και του κόμβου Β).

Λύση:

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U = \frac{5\Omega}{5\Omega + 10\Omega} \cdot 30V = 10V$$

Παράδειγμα 2

Ο διαιρέτης τάσης του Σχήματος 5.3 έχει R_1=10Ω, R_2=5Ω, U=30V και τροφοδοτεί φορτίο R_L=5Ω. Υπολογίστε την τάση στο φορτίο R_L.

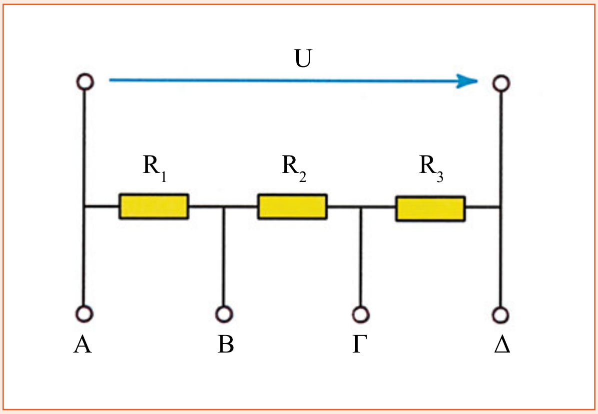
Λύση:

$$R_{2L} = \frac{R_2 \cdot R_L}{R_2 + R_L} = \frac{5\Omega \cdot 5\Omega}{10\Omega} = 2,5\Omega$$

$$U_L = \frac{R_{2L}}{R_1 + R_{2L}} \cdot U = \frac{2,5\Omega}{2,5\Omega + 10\Omega} \cdot 30\,V = 6\,V$$

Παράδειγμα 3

Ο διαιρέτης τάσης του Σχήματος 5.4 έχει R_1=60 Ω, R_2=40 Ω, R_3=80 Ω και U=300 V. Υπολογίστε την τάση εξόδου μεταξύ των ακροδεκτών: α) Α-Β, β) Β-Γ, γ) Γ-Δ, δ) Α-Γ, ε) Β-Δ και στ) Α-Δ, σε βολτ και σε ποσοστό της τάσης τροφοδοσίας U.



Σχήμα 5.4. Διαιρέτης τάσης με δυνατότητα παροχής έξι επιπέδων τάσης

Λύση:

$$\text{α) } U_{AB} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot U = \frac{60\Omega}{180\Omega} \cdot 300V = 100V, \quad \text{ή } 33\%$$

$$\text{β) } U_{B\text{-}\Gamma} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot U = \frac{40\Omega}{180\Omega} \cdot 300V = 66,7V \quad \text{ή } 22,2\%$$

γ) $$U_{ΓΔ} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot U = \frac{80\Omega}{180\Omega} \cdot 300V = 133,3\,V \text{ ή } 44,4\%$$

δ) $$U_{ΑΓ} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot U = \frac{100\Omega}{180\Omega} \cdot 300V = 166,7\,V \text{ ή } 55,5\%$$

ε) $$U_{ΒΔ} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot U = \frac{120\Omega}{180\Omega} \cdot 300V = 200\,V \text{ ή } 66,7\%$$

στ) $$U_{ΑΔ} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot U = \frac{180\Omega}{180\Omega} \cdot 300V = 300\,V \text{ ή } 100\%$$

Το παράδειγμα αυτό μας δείχνει πως μπορούμε να παράγουμε τάσεις διαφορετικών τιμών, όταν έχουμε μία πηγή με σταθερή τάση.

Παράδειγμα 4

Το ποτενσιόμετρο του διαιρέτη τάσης του σχήματος 5.2 έχει 300 σπείρες, και συνδέεται σε τάση 30V. Υπολογίστε σε ποιο αριθμό σπείρων πρέπει να βρίσκεται ο δρομέας, ώστε η τάση εξόδου να είναι 10V.

Λύση:

Υπολογίζουμε πρώτα την τάση που αναλογεί σε μία σπείρα.

300 σπείρες	30V
1 σπείρα.................................	X

$$X = \frac{30\,V}{300} = 0,1\,V\,/\,\text{σπείρα}$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τον αριθμό των σπειρών.

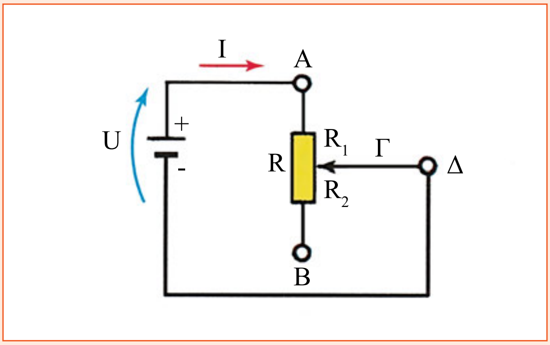
1 σπείρα.........................	0,1V/σπείρα
N..	10V

$$N = \frac{10\,V}{0{,}1\,V\,/\,\text{σπείρα}} = 100 \text{ σπείρες}$$

5.2.4. Διαιρέτης ρεύματος

Όταν σε ένα κύκλωμα χρειάζεται να μεταβάλλουμε το ρεύμα, τότε χρησιμοποιούμε τον **διαιρέτη ρεύματος ή κατανεμητή ρεύματος.**

Η συσκευή που λειτουργεί ως διαιρέτης ρεύματος είναι ο ροοστάτης. Ως γνωστό, ο ροοστάτης είναι παρόμοιος με το ποτενσιόμετρο με την μόνη διαφορά ότι το κάτω άκρο Β είναι ελεύθερο, Σχήμα 5.5. Ο ροοστάτης έχει δύο σταθερούς ακροδέκτες Α και Β και ένα κινητό ακροδέκτη Δ (δρομέα). Η μετακίνηση του δρομέα Δ αλλάζει την αντίσταση, που είναι συνδεδεμένη στο κύκλωμα, με συνέπεια να αλλάζει το ρεύμα.



Σχήμα 5.5. Διαιρέτης ρεύματος

Το σημείο επαφής Γ του δρομέα με την αντίσταση R προσδιορίζει δυο τμήματα αντιστάσεων, την R_1 και την R_2.

$$R=R_1+R_2$$

• Ο δρομέας στη θέση Α σημαίνει βραχυκύκλωμα της αντίστασης R

• Όταν ο δρομέας είναι στη θέση Γ ισχύει ότι:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}$$

• Όταν ο δρομέας είναι στη θέση Β ισχύει ότι:

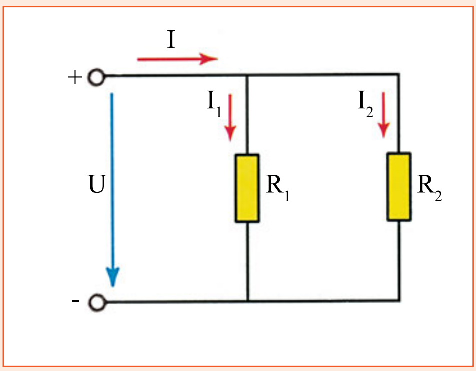
$$I_0 = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{U}{R}$$

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = \frac{R}{R_1}$$

$$I_1 = I_0 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} = \frac{R}{R_1} \cdot I_0$$

Η μεταβολή του ρεύματος I_1 είναι αντιστρόφως ανάλογη με το μέγεθος της αντίστασης R_1 που παρεμβάλλεται στο κύκλωμα.

Άλλη παραλλαγή του διαιρέτη ρεύματος είναι η χρήση δύο αντιστάσεων R_1 και R_2 συνδεδεμένων παράλληλα. Το συνολικό ρεύμα I που εισέρχεται στο κύκλωμα διαμοιράζεται μεταξύ των δύο αντιστάσεων σε I_1 και I_2, Σχήμα 5.6.



Σχήμα 5.6. Διαιρέτης ρεύματος με δύο παράλληλες αντιστάσεις

Η γενική σχέση είναι:

$$I_x = \frac{R}{R_x} I$$

όπου, I_x είναι το κατανεμημένο ρεύμα που πρέπει να υπολογίσουμε, R_x η ωμική αντίσταση του κλάδου που διαρρέεται από το ρεύμα I_x και R η συνολική ωμική αντίσταση του κυκλώματος του διαιρέτη ρεύματος.

Παρατηρούμε ότι, όσο μικρότερη είναι η τιμή μίας αντίστασης, τόσο μεγαλύτερο είναι το διερχόμενο ρεύμα.

Το διερχόμενο από κάθε αντίσταση ρεύμα είναι αντιστρόφως ανάλογο με την τιμή της αντίστασης.

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$ **και**

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$

Παράδειγμα 1

Δύο αντιστάσεις R_1=20Ω και R_2=80Ω συνδέονται παράλληλα σε πηγή τάσης U=100V και σχηματίζουν ένα διαιρέτη ρεύματος, Σχήμα 5.6. Υπολογίστε τα ρεύματα I_1 και I_2 στους κλάδους του διαιρέτη ρεύματος.

Λύση:

Η επίλυση του κυκλώματος μπορεί να γίνει με δύο τρόπους, οι οποίοι δίνονται στη συνέχεια:

α) με τη χρήση των νόμων του Ωμ και του Κίρκωφ

β) με τον κανόνα του διαιρέτη ρεύματος

α) Το συνολικό ρεύμα I είναι το άθροισμα των δύο ρευμάτων I_1 και I_2 (1ος νόμος του Κίρκωφ):

$I=I_1+I_2$

Το ρεύμα στην κάθε αντίσταση υπολογίζεται με το νόμο του Ωμ:

$I_1=U/R_1=100V/20\Omega=5A$

$I_2=U/R_2=100V/80\Omega=1{,}25A$

Επαλήθευση:
Σύμφωνα με τον ΝΡΚ:

$I=I_1+I_2$

$I=U/R_1+U/R_2$

$I=100V/20\Omega+100V/80\Omega=5A+1{,}25A=6{,}25A$

β) Υπολογίζουμε το ρεύμα I_1 στην αντίσταση R_1 όπως σε ένα διαιρέτη ρεύματος:

$I_1=R_2\cdot I/(R_1+R_2)$

Το ρεύμα I υπολογίζεται με το νόμο του Ωμ. Οι δύο αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι συνδεδεμένες παράλληλα:

$R=R_1\cdot R_2/(R_1+R_2)=20\Omega\cdot 80\Omega/(20\Omega+80\Omega)=16\Omega$

$I=U/R= 100V/16\Omega=6{,}25A$

$I_1=80\Omega\cdot 6{,}25A/(20\Omega+80\Omega)=5A$

$I_2= 20\Omega\cdot 6{,}25A/(20\Omega+80\Omega)=1{,}25A$

Ο λόγος του ρεύματος I_1 προς το συνολικό ρεύμα I είναι:

$I_1/I=5A/6{,}25A=0.8$

Ο λόγος των ρευμάτων I_1 και I_2 ισούται με τον λόγο της αντίστασης R_2 προς το άθροισμα των αντιστάσεων R_1+R_2:

$R_2/(R_1+R_2)=80\Omega/(20\Omega+80\Omega)=0{,}8$

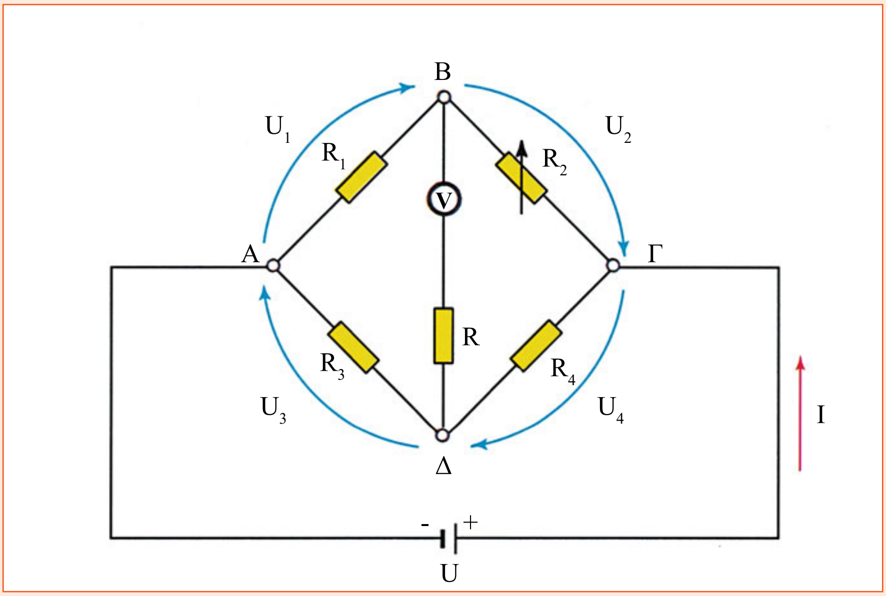
5.3. ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΓΕΦΥΡΑΣ

5.3.1. Γέφυρα Wheatstone

Ένα κύκλωμα, όπως αυτό του Σχήματος 5.7., αποτελεί **κύκλωμα γέφυρας.** Η διάταξη αυτή χρησιμοποιείται για την ακριβή μέτρηση των αντιστάσεων και ονομάζεται **γέφυρα Wheatstone.**

Οι δυο αντιστάσεις R_1 και R_2 αποτελούν ένα διαιρέτη της τάσης U, ομοίως οι αντιστάσεις R_3 και R_4, αποτελούν ένα δεύτερο διαιρέτη της τάσης U.

Όταν ο διαιρέτης τάσης R_1-R_2 διαιρεί την τάση της πηγής με την ίδια αναλογία όπως ο διαιρέτης τάσης R_3-R_4, τότε μεταξύ των σημείων B και Δ η διαφορά δυναμικού ή η τάση είναι μηδενική. Τότε έχουμε πετύχει το **σημείο μηδενισμού** της γέφυρας.



Σχήμα 5.7. Γέφυρα Wheatstone

Η αντίσταση R σε σειρά με το βολτόμετρο χρησιμοποιείται για την αύξηση ή την μείωση της ευαισθησίας του κυκλώματος.

Το βολτόμετρο συνδέεται μεταξύ των ακροδεκτών Β και Δ για να προσδιορίσουμε το σημείο μηδενισμού της τάσης (της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των δύο αυτών σημείων). Το κύκλωμα γέφυρας είναι σε ισορροπία, όταν η διαγώνιος ΒΔ δεν διαρρέεται από ρεύμα. Τότε ο λόγος των αντιστάσεων στους δύο διαιρέτες τάσης είναι ίδιος.

Προσοχή:

Η συνθήκη αντιστάθμισης μιας γέφυρας ικανοποιείται, όταν από τη διαγώνια αντίσταση της γέφυρας δεν περνάει ρεύμα. Τότε θεωρούμε ότι δεν υπάρχει ο αγωγός Β-Δ και, ως αποτέλεσμα, το κύκλωμα αποτελείται από δύο παράλληλους κλάδους: στον πρώτο κλάδο Α-Β-Γ οι αντιστάσεις είναι η R_1 σε σειρά με την R_2 και στον δεύτερο κλάδο Α-Δ-Γ η R_3 είναι σε σειρά με την R_4.

Οι γέφυρες χρησιμοποιούνται για μετρήσεις αντιστάσεων, όταν γνωρίζουμε τα τρία στοιχεία και ζητάμε να προσδιορίσουμε το τέταρτο (άγνωστο) στοιχείο. Γενικότερα χρησιμοποιούνται για μετρήσεις άλλων άγνωστων στοιχείων των κυκλωμάτων, όπως πυκνωτές και πηνία.

Ο γενικός κανόνας ισορροπίας μίας γέφυρας είναι:

α) εξισώνουμε τον λόγο των αντιστάσεων από δύο γειτονικούς κλάδους

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$ και

β) εξισώνουμε τον λόγο των τάσεων από δύο γειτονικούς κλάδους

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{U_3}{U_4}$$

Ένας άλλος απλός τρόπος για να θυμόμαστε την εξίσωση ισορροπίας της γέφυρας είναι:

α) εξισώνουμε το γινόμενο των δύο αντιστάσεων από τους αντίθετους κλάδους

$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$

β) εξισώνουμε το γινόμενο των δύο τάσεων από τους αντίθετους κλάδους

$U_1 \cdot U_4 = U_2 \cdot U_3$

Παράδειγμα 1

Η γέφυρα μέτρησης του σχήματος 5.7 έχει τις αντιστάσεις: R_2=8Ω, R_3=5Ω, R_4=10Ω και άγνωστη την αντίσταση R_1. Υπολογίστε την άγνωστη αντίσταση R_1.

Λύση:

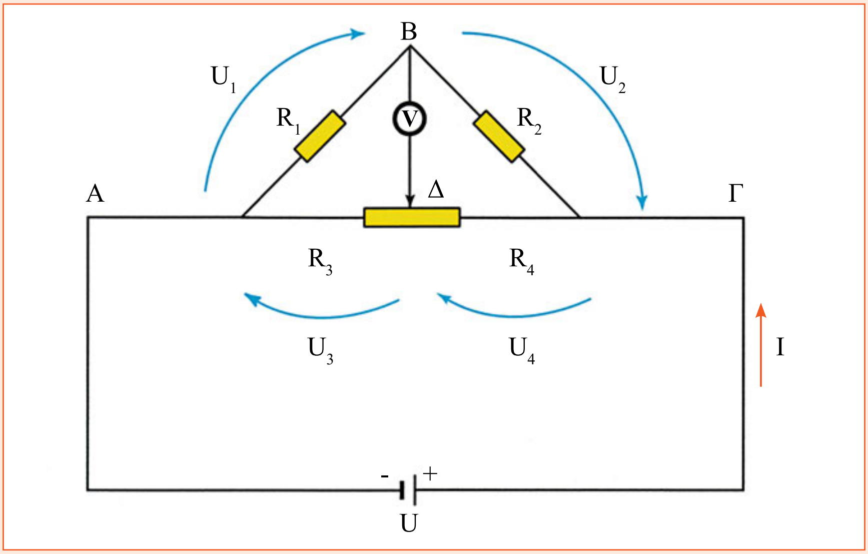
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4} = \frac{8\Omega \cdot 5\Omega}{10\Omega} = 4\Omega$$

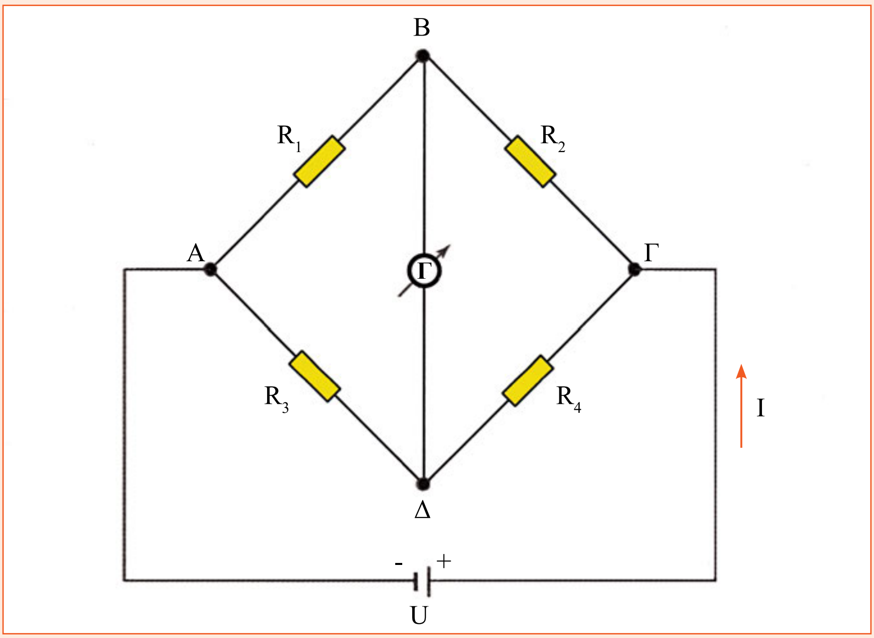
Παρατηρούμε ότι για τον προσδιορισμό της άγνωστης αντίστασης R_1, αρκεί να γνωρίζουμε την τιμή της αντίστασης R_2 και το λόγο των αντιστάσεων R_3 και R_4. Το αποτέλεσμα μέτρησης της R_1 είναι ανεξάρτητο από την τάση της πηγής καθώς ο λόγος των πτώσεων τάσης στους κλάδους της γέφυρας παραμένει σταθερός.

Υπάρχει ακόμη μία παραλλαγή της γέφυρας Wheatstone: οι δύο αντιστάσεις R_3 και R_4 μπορούν να αντικατασταθούν από ένα ποτενσιόμετρο ή ρυθμιστική αντίσταση, ή από ένα μακρύ καλώδιο έχοντας ένα δρομέα που μετακινείται, Σχήμα 5.8.

Για την αύξηση της ακρίβειας της γέφυρας στη θέση ισορροπίας συνδέεται αντί βολτομέτρου, γαλβανόμετρο Γ, Σχήμα 5.9. Το γαλβανόμετρο είναι ευαίσθητο σε ρεύμα της τάξης του μA.



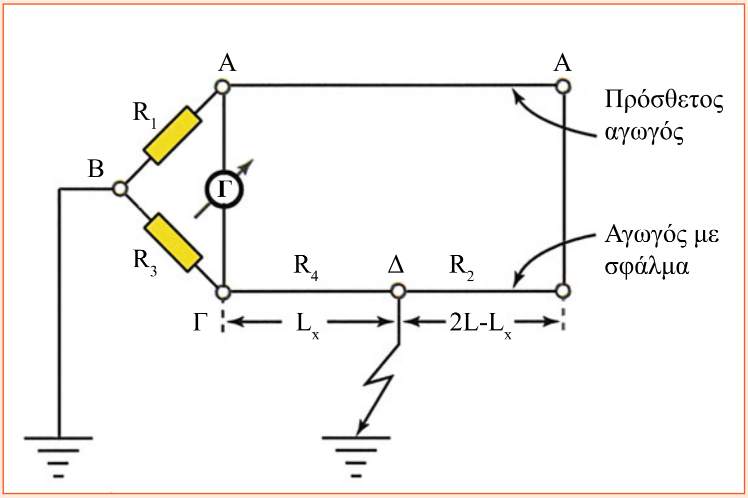
Σχήμα 5.8. Γέφυρα Wheatstone με ποτενσιόμετρο ή καλώδιο και δρομέα που μετακινείται



Σχήμα 5.9. Γέφυρα Wheatstone με γαλβανόμετρο

5.3.2. Γέφυρα Murray

Η γέφυρα Murray είναι μια εφαρμογή της γέφυρας Wheatstone και χρησιμοποιείται για την μέτρηση απόστασης σφάλματος ενός καλωδίου, Σχήμα 5.10.



Σχήμα 5.10 Γέφυρα Murray

Γράφουμε την συνθήκη ισορροπίας της γέφυρας του Σχήματος 5.10, όπου το συνολικό μήκος του καλωδίου είναι L, το άγνωστο στοιχείο είναι το μήκος L_x στην θέση της αντίστασης R_4 και άρα η αντίσταση $R_2=2\cdot L-L_x$

$$R_1\cdot R_4=R_2\cdot R_3$$

$$R_1\cdot L_x=R_3\cdot(2\cdot L-L_x)$$

$$(R_1+R_3)\cdot L_x=2\cdot L\cdot R_3$$

$$L_x=2\cdot L\cdot R_3/(R_1+R_3)$$

Παράδειγμα 1.

Υπολογίστε την απόσταση του σημείου διαρροής από την αρχή καλωδίου μήκους 4000 m, όταν κατά την ισορροπία της γέφυρας προκύπτουν R_3=50 Ω και R_1=200 Ω.

Λύση:

Γράφουμε την συνθήκη ισορροπίας της γέφυρας του Σχήματος 5.10, όπου το συνολικό μήκος του καλωδίου είναι L=4000 m, το άγνωστο στοιχείο είναι το μήκος L_X στην θέση της αντίστασης R_4 και άρα η αντίσταση $R_2=2\cdot L-L_X$

$$R_1\cdot L_x=R_3\cdot(2\cdot L-L_x)$$

$$200\Omega\cdot L_X=50\Omega\cdot(2\cdot 4000-L_X)$$

$$L_X=8000m\cdot 50\Omega/(200\Omega+50\Omega)=1600m$$

5.4. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

1. Ο διαιρέτης τάσης ή όπως αλλιώς ονομάζεται ο κατανεμητής τάσης χρησιμοποιείται για την παροχή διαφόρων επιπέδων τάσης από μια δεδομένη πηγή σταθερής τάσης.

2. Ο διαιρέτης ρεύματος ή ο κατανεμητής ρεύματος χρησιμοποιείται για την παροχή διαφόρων χαμηλότερων επιπέδων έντασης ρεύματος από ένα σταθερό ρεύμα.

3. Η γέφυρα Wheatstone χρησιμοποιείται για την μέτρηση με ακρίβεια των ωμικών αντιστάσεων. Επίσης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την μέτρηση πυκνωτών και πηνίων.

4. Μια εφαρμογή της γέφυρας Wheatstone είναι η γέφυρα Murray με την οποία μπορούμε να ανιχνεύσουμε το σημείο σφάλματος

σε καλώδιο. Ιδιαίτερα χρήσιμη είναι για υπόγεια καλώδια μεγάλου μήκους, όπου δεν γνωρίζουμε το σημείο της βλάβης και για το οποίο έχουμε πρόσβαση μόνο στους ακροδέκτες (στα άκρα του καλωδίου).

5.5. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Στο τροφοδοτικό του Σχήματος 5.4 τι επίδραση θα έχει η αλλαγή της τάσης τροφοδοσίας σε U=220V.

2. Από τους τέσσερις ακροδέκτες Α, Β, Γ, Δ του Σχήματος 5.4 θέλουμε να βγάλουμε τους κατάλληλους ακροδέκτες στο κουτί της διάταξης, ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως τροφοδοτικό για έξι τάσεις. Σχεδιάστε το ηλεκτρικό διάγραμμα και προσθέστε τις πινακίδες με τις τιμές των τάσεων σε βολτ και σε ποσοστό, με αύξουσα σειρά.

Απάντηση: 66,7V-22%, 100V-33%, 133,3V-44%, 166,7V-55%, 200V-66%, 300V-100%.

3. Υπολογίστε τις αντιστάσεις σε σειρά για ένα διαιρέτη τάσης όπως αυτός του Σχήματος 5.4, ο οποίος να παράγει τάση μεταξύ 100V και 200V σε βήματα των 20V, όταν τροφοδοτηθεί από πηγή 200V.

Απάντηση: 10Ω, 10Ω, 10Ω, 10Ω, 10Ω, 50Ω.

4. Σχεδιάστε το ηλεκτρικό διάγραμμα και προσθέστε τις πινακίδες με τις τιμές των τάσεων σε βολτ και σε ποσοστό, με αύξουσα σειρά, ώστε το κύκλωμα της άσκησης 3 να γίνει τροφοδοτικό τάσης.

5. Ένας κατανεμητής τάσης (διαιρέτης τάσης) αποτελείται από τέσσερις όμοιες αντιστάσεις συνδεδεμένες σε σειρά. Η πτώση τάσης σε κάθε αντίσταση είναι 50V. Ποια είναι η τάση που εφαρμόζεται από την πηγή στον διαιρέτη τάσης;

Απάντηση: 200V.

6. Ένας διαιρέτης τάσης αποτελείται από τρεις αντιστάσεις συνδεδεμένες σε σειρά R_1=500Ω, R_2=700Ω, R_3=300Ω και τροφοδοτείται από πηγή τάσης 150V. Υπολογίστε την πτώση τάσης στην κάθε αντίσταση με την γενική εξίσωση του διαιρέτη τάσης.

Απάντηση: 50V, 70V, 30V.

7. Ένας διαιρέτης ρεύματος αποτελείται από τρεις αντιστάσεις συνδεδεμένες παράλληλα R_1=10Ω, R_2=20Ω, R_3=25Ω. Το συνολικό ρεύμα είναι 2A. Υπολογίστε το ρεύμα στην κάθε αντίσταση.

Απάντηση: 1,05A, 0,53A, 0,42A

8. Η γέφυρα του Σχήματος 5.7 έχει άγνωστη την αντίσταση R_2. Οι υπόλοιπες τρεις αντιστάσεις και η τάση της πηγής είναι: R_1=10Ω, R_3=15Ω, R_4=1,5Ω, U=20V. Υπολογίστε την αντίσταση R_2 και το ρεύμα που απορροφάει η γέφυρα από την πηγή τάσης.

Απάντηση: 1Ω, 3A.

9. Η γέφυρα του Σχήματος 5.8 αποτελείται από τα ακόλουθα στοιχεία: την αντίσταση R_1=20Ω, την αντίσταση R_2 άγνωστη και από ένα αγωγό μήκους 10 μέτρα. Η ισορροπία της γέφυρας πετυχαίνεται στα 2,5 μέτρα από αριστερά. Υπολογίστε την άγνωστη αντίσταση R_2.

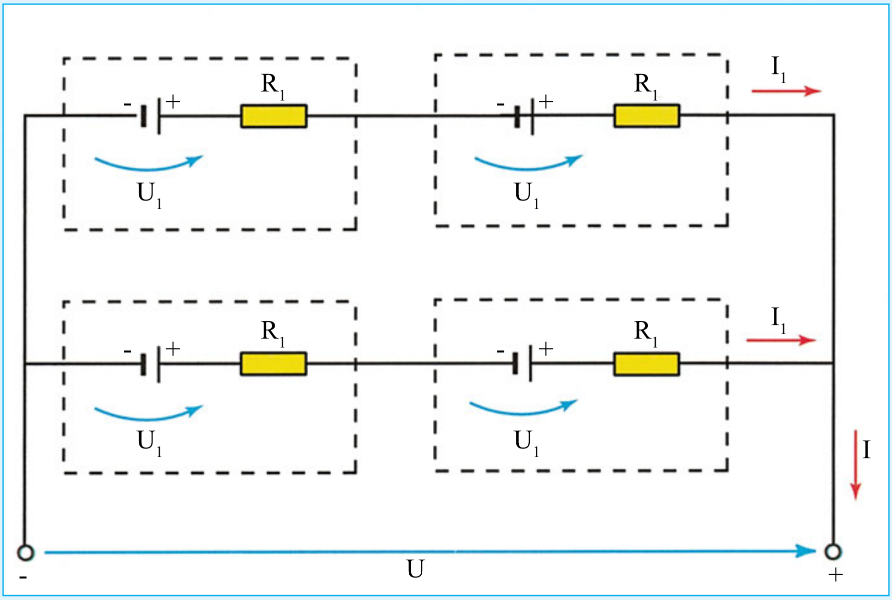
Απάντηση: 60Ω.

10. Επαναλάβετε την άσκηση 9 και υπολογίστε την άγνωστη αντίσταση R_2 αν η ισορροπία επιτυγχάνεται στα 5 μέτρα από αριστερά.

Απάντηση: 20Ω.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΕΣ ΠΗΓΩΝ



6.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ηλεκτρική ενέργεια παράγεται σε μεγάλη κλίμακα από ηλεκτρικές γεννήτριες, οι οποίες τροφοδοτούν τα δίκτυα πόλεων και στη συνέχεια όλες τις βιομηχανικές και οικιακές εγκαταστάσεις.

Για τη λειτουργία όμως των φορητών ηλεκτρικών συσκευών, ή αυτόνομων εγκαταστάσεων, ή για κατάσταση ανάγκης, χρησιμοποιούνται μικρές πηγές ηλεκτρικής ενέργειας, όπως είναι οι μπαταρίες. Παραδείγματα συσκευών που λειτουργούν με μπαταρίες μπορούν να αναφερθούν πολλά όπως τα ρολόγια, οι αριθμομηχανές, οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές, τα φορητά ραδιοκασετόφωνα, τα τηλεχειριστήρια, τα κινητά τηλέφωνα, τα παιχνίδια, κ.α.

Συνήθως οι μπαταρίες μετατρέπουν την χημική ενέργεια σε ηλεκτρική. Υπάρχουν όμως και άλλοι τρόποι παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας όπως:

- τα ηλιακά στοιχεία ή φωτοβολταϊκά στοιχεία που παράγουν ηλεκτρική ενέργεια υπό την επίδραση του φωτός,

- τα θερμοστοιχεία παράγουν τάση, όταν θερμαίνεται η ένωση μεταξύ δύο ανόμοιων μετάλλων,

- κάποια κρυσταλλικά υλικά τα οποία, κάτω από μηχανική πίεση, παράγουν τάση, δηλαδή το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο.

Δεδομένης της σπουδαιότητας και της συχνής χρησιμοποίησης των πηγών αυτών συνεχούς τάσης θα εξετάσουμε στη συνέχεια τη δυνατότητα σύνδεσής τους σε σειρά ή παράλληλα ή μικτά, έτσι ώστε να μπορεί να επιτευχθεί ο αναγκαίος για κάθε εφαρμογή συνδυασμός τάσεων.

Οι πηγές τάσης συνδέονται σε σειρά ή παράλληλα για να επιτευχθεί μεγαλύτερη τάση ή μεγαλύτερο ρεύμα, αντίστοιχα. Επίσης, μπορεί να παρουσιασθεί ανάγκη χρησιμοποίησης της μικτής σύνδεσης (σύνθετη σύνδεση) των πηγών συνεχούς ρεύματος, ώστε να τροφοδοτούν μεγαλύτερη τάση και μεγαλύτερο ρεύμα ταυτόχρονα.

6.2. ΣΥΝΔΕΣΗ ΠΗΓΩΝ ΣΕ ΣΕΙΡΑ

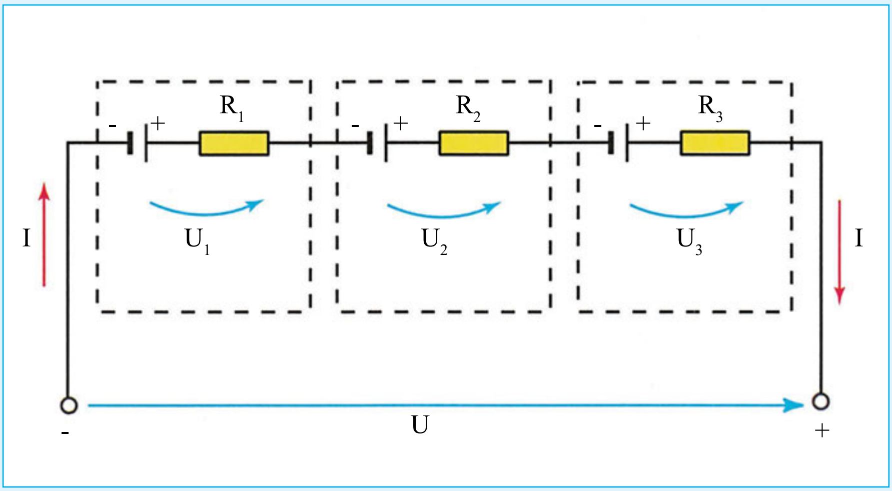
Η σύνδεση σε σειρά τριών πηγών τάσης παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.1.

Στη συνδεσμολογία σε σειρά των πηγών τάσης οι τάσεις αθροίζονται, οι εσωτερικές αντιστάσεις αθροίζονται και μέσα από όλες τις πηγές ρέει το ίδιο ρεύμα.

$$U=U_1+U_2+U_3$$

$$R=R_1+R_2+R_3$$

όπου U είναι η συνολική τάση, U_1, U_2, U_3 είναι οι επιμέρους τάσεις κάθε πηγής, R είναι η συνολική εσωτερική αντίσταση και R_1, R_2, R_3 οι επιμέρους εσωτερικές αντιστάσεις.



Σχήμα 6.1. Σύνδεση σε σειρά τριών μπαταριών

Προσοχή:
Στη σύνδεση των πηγών σε σειρά πρέπει να συνδέονται ο θετικός πόλος της μίας πηγής με τον αρνητικό πόλο της επόμενης, δηλαδή οι θετικοί και οι αρνητικοί πόλοι πρέπει να εναλλάσσονται.

Παράδειγμα 1

Έστω ότι για το κύκλωμα του σχήματος 6.1. που αποτελείται από τρεις όμοιες μπαταρίες συνδεδεμένες σε σειρά, έχουμε τα ακόλουθα δεδομένα: τάσεις μπαταριών $U_1=U_2=U_3=12V$ και εσωτερικές αντιστάσεις μπαταριών $R_1=R_2=R_3=1\Omega$. Υπολογίστε την ισοδύναμη τάση και την ισοδύναμη εσωτερική αντίσταση της συστοιχίας.

Λύση:

Στη συνδεσμολογία σε σειρά των πηγών τάσης οι τάσεις αθροίζονται και οι εσωτερικές αντιστάσεις αθροίζονται. Επομένως,

$U=U_1+U_2+U_3=3\cdot U_1=3\cdot 12V=36V$

$R=R_1+R_2+R_3=3\cdot R_1=3\cdot 1\Omega=3\Omega$

άρα: $U=36V$ και $R=3\Omega$

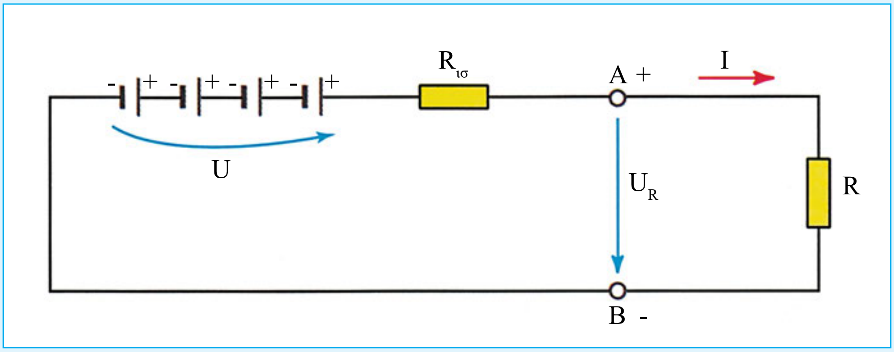
Παράδειγμα 2

Τέσσερις όμοιες μπαταρίες σε φορητό ραδιοκασετόφωνο έχουν ηλεκτρεγερτική δύναμη 1,5V και εσωτερική αντίσταση $R_1=0{,}2\Omega$ η κάθε μπαταρία. Οι μπαταρίες συνδέονται σε σειρά, Σχήμα 6.2. Υπολογίστε: α) την τάση κενού φορτίου και β) την ισοδύναμη εσωτερική αντίσταση.

Λύση:

α) $U=4\cdot U_1=4\cdot 1{,}5V=6V$

β) $R_{ισ}=4\cdot R_1=4\cdot 0{,}2\Omega= 0{,}8\Omega$



Σχήμα 6.2. Σύνδεση σε σειρά τεσσάρων μπαταριών

Παράδειγμα 3

Η ίδια διάταξη τροφοδότησης του Σχήματος 6.2 συνδέεται σε αντίσταση φορτίου R=9,2Ω. Υπολογίστε: α) την τάση στους ακροδέκτες του φορτίου, β) το ρεύμα στο φορτίο και γ) το ρεύμα βραχυκύκλωσης της συστοιχίας.

Λύση:

α) $U_{AB}=R/(R+R_{ισ})\cdot U=9{,}2Ω\cdot 6V/(9{,}2Ω+0{,}8Ω)=5{,}52V$

β) $I=U/(R+R_{ισ})=6V/(9{,}2Ω+0{,}8Ω)=0{,}6A$

γ) $I_{βρ}=U/R_{ισ}=6V/0{,}8Ω=7{,}5A$

Όταν το φορτίο βραχυκυκλωθεί (από ατύχημα ή από βλάβη) το ρεύμα βραχυκύκλωσης είναι πολύ υψηλό. Στο παράδειγμα αυτό είναι: 7,5A/0,6A=12,5 δηλαδή 12,5 φορές υψηλότερο του ονομαστικού ρεύματος.

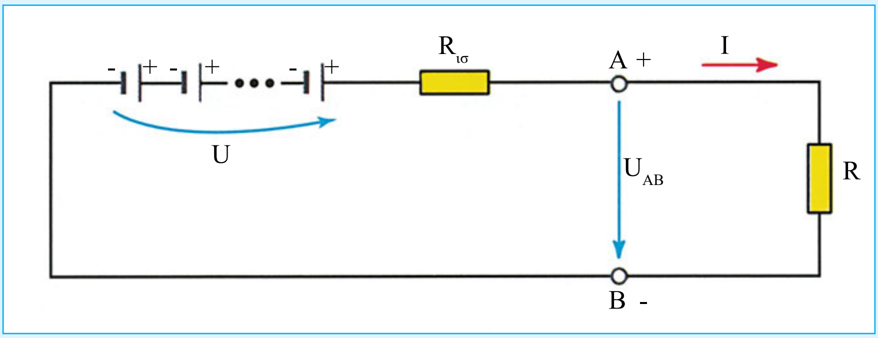
Προσοχή:

Σε οποιοδήποτε βραχυκύκλωμα μιας πηγής ηλεκτρικής τάσης συμβαίνει το φαινόμενο της αύξησης του ρεύματος σε υψηλά επίπεδα. Το φαινόμενο αυτό μπορεί να γίνει επικίνδυνο για την πηγή τάσης.

Επίσης επικίνδυνο είναι το βραχυκύκλωμα σε οποιοδήποτε ηλεκτρικό κύκλωμα και μπορεί να οδηγήσει στην καταστροφή του κυκλώματος, ή της πηγής. Εάν δημιουργηθεί ένα βραχυκύκλωμα, τότε πρέπει να υπάρχει η δυνατότητα της αποσύνδεσης του κυκλώματος από την πηγή, ώστε να διακοπεί το ρεύμα. Για το λόγο αυτό προβλέπονται ρελέ διαφυγής σε όλες τις ηλεκτρικές εγκαταστάσεις. Σε αντίθετη περίπτωση, όταν η εγκατάσταση παραμείνει για μεγάλο χρονικό διάστημα υπό τάση και με υψηλό ρεύμα, τότε η θερμότητα που παράγεται (RI^2) μπορεί να προκαλέσει πυρκαγιά.

Παράδειγμα 4

Μια αντίσταση 52Ω συνδέεται σε πηγή τάσης που αποτελείται από n όμοια στοιχεία, το κάθε ένα με ηλεκτρεγερτική δύναμη 1,5V και εσωτερική αντίσταση 0,2Ω, Σχήμα 6.3. Υπολογίστε: α) πόσα στοιχεία χρειάζονται ώστε η αντίσταση να διαρρέεται από ρεύμα 1Α, β) την τάση στους ακροδέκτες της αντίστασης και γ) την τάση της ισοδύναμης πηγής.



Σχήμα 6.3. Σύνδεση σε σειρά n όμοιων στοιχείων

Λύση:

α) $U=(R+R_{ισ})\cdot I$

Όταν συνδεθούν σε σειρά n όμοια στοιχεία, τότε η συνολική τάση U και η συνολική εσωτερική αντίσταση είναι:

$U=1{,}5\cdot n$

$R_{ισ}=0{,}2\cdot n$

Από τις παραπάνω σχέσεις βρίσκουμε ότι:

$1{,}5\cdot nV=(52Ω+0{,}2\cdot nΩ)\cdot 1A$

$1{,}3\cdot nV=52V$

Από την τελευταία σχέση υπολογίζουμε τον αριθμό των στοιχείων:

n=40 στοιχεία

β) $U_{AB}=R\cdot I=52Ω\cdot 1A=52V$

γ) $U=40\cdot 1{,}5V=60V$

6.3. ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΣΥΝΔΕΣΗ ΤΩΝ ΠΗΓΩΝ

Η παράλληλη σύνδεση τριών πηγών τάσης παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.4.

Στην παράλληλη σύνδεση των πηγών τάσης τα ρεύματα κάθε πηγής αθροίζονται και οι εσωτερικές αγωγιμότητες κάθε πηγής αθροίζονται. Οι τάσεις κενής λειτουργίας και οι εσωτερικές αντιστάσεις όλων των πηγών πρέπει να είναι ίδιες.

$$U=U_1=U_2=U_3$$

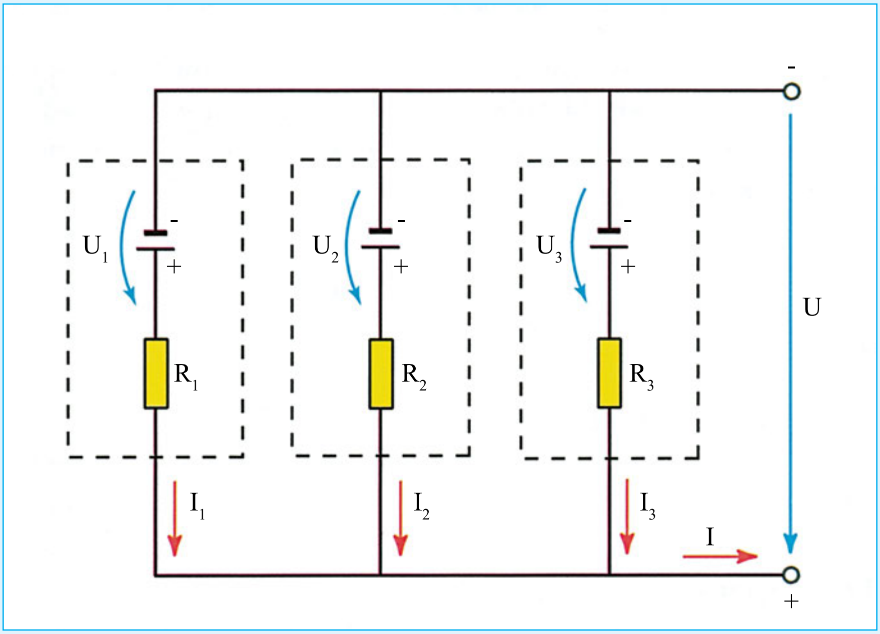
Με τους νόμους των κυκλωμάτων και με τα σύμβολα του Σχήματος 6.4. γράφουμε τις ακόλουθες σχέσεις:

$$I=I_1+I_2+I_3$$

$$G=G_1+G_2+G_3$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{3}{R_1} \quad (\text{επειδή } R_1=R_2=R_3)$$

$$R=R_1/3$$



Σχήμα 6.4. Παράλληλη σύνδεση τριών πηγών τάσης

Προσοχή:

Στην παράλληλη σύνδεση των πηγών τάσης πρέπει να συνδέονται όλοι οι θετικοί πόλοι μεταξύ τους και όλοι οι αρνητικοί πόλοι μεταξύ τους.

Προσοχή:

Εάν οι τάσεις κενής λειτουργίας και οι εσωτερικές αντιστάσεις των πηγών, που συνδέονται παράλληλα, δεν είναι ίδιες, τότε εμφανίζονται ρεύματα αντιστάθμισης προς τις πηγές με χαμηλότερη τάση, με αποτέλεσμα τη μείωση του χρόνου ζωής των πηγών, την καταστροφή τους ή ακόμα και την έκρηξη κάποιων από αυτές.

Για να αποφευχθεί το επικίνδυνο αυτό φαινόμενο, σε σειρά με κάθε πηγή τάσης συνδέεται μια δίοδος, (ηλεκτρονικό ημιαγωγό στοιχείο) ώστε να μην επιτρέπει την αντιστροφή της φοράς του ρεύματος.

Παράδειγμα 1

Έστω ότι για το σχήμα 6.4. έχουμε τα ακόλουθα δεδομένα: $U_1=U_2=U_3=12V$, $I_1=I_2=I_3=5A$ και $R_1=R_2=R_3=1\Omega$. Υπολογίστε: α) την ισοδύναμη πηγή τάσης, β) την ισοδύναμη εσωτερική αντίσταση και γ) το συνολικό ρεύμα.

Λύση:

α) $U=U_1=U_2=U_3=12V$,

β) $R=R_1/3=1\Omega/3=0{,}33\Omega$.

γ) $I=I_1+I_2+I_3=5A+5A+5A=15A$

Παράδειγμα 2

Τέσσερις όμοιες μπαταρίες συνδέονται παράλληλα. Η κάθε μπαταρία έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη 1,5V και εσωτερική ωμική αντίσταση 0,2Ω. Οι μπαταρίες τροφοδοτούν ένα φορτίο με αντίσταση 5Ω, Σχήμα 6.5. Υπολογίστε α) το ρεύμα στο φορτίο, β) το ρεύμα στην κάθε μπαταρία και γ) την τάση στους ακροδέκτες Α και Β.

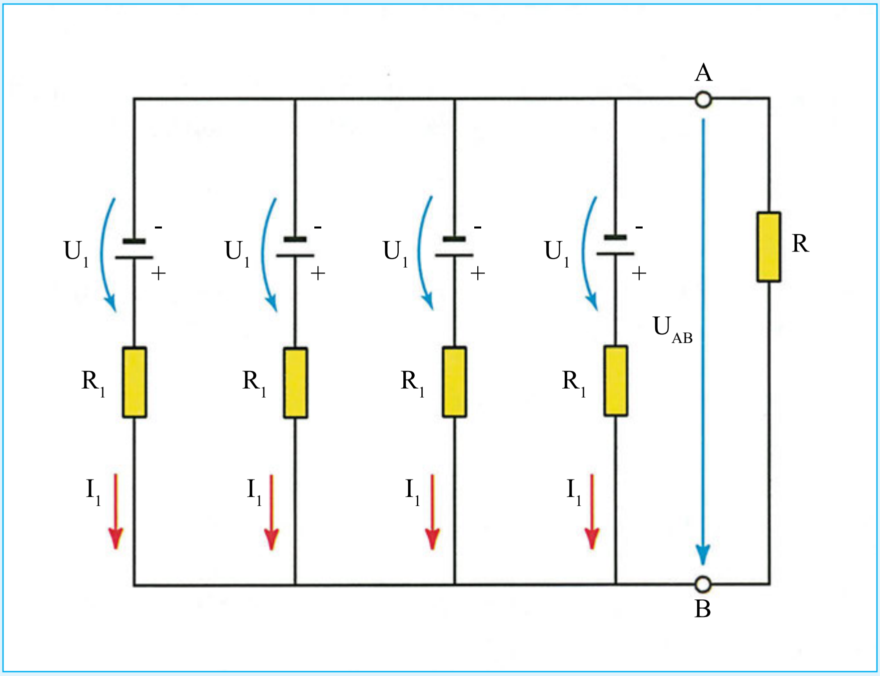
Λύση:

α) $R_{ισ}=R_1/4=0{,}2\Omega/4=0{,}05\Omega$

$I=U_{AB}/(R+R_{ισ})=1{,}5V/(5+0{,}05)\Omega= 1{,}5V/5{,}05\Omega=0{,}297A$

β) $I_1=I/4=0{,}297A/4=0{,}074A$

γ) $U_{AB}=U_1-R_1I_1=1{,}5V-0{,}2\Omega\cdot0{,}074A=1{,}48V$



Σχήμα 6.5. Παράλληλη σύνδεση τεσσάρων πηγών τάσης

Παρατηρούμε ότι:

Στο κενό φορτίο (χωρίς την αντίσταση R), όταν το ρεύμα I είναι μηδέν, η τάση στους ακροδέκτες A και B είναι ίδια με την ηλεκτρεγερτική δύναμη της μπαταρίας.

Όταν συνδεθεί η αντίσταση, δηλαδή **σε λειτουργία με φορτίο, τότε η τάση στους ακροδέκτες του φορτίου μειώνεται.** Αυτό οφείλεται στην πτώση τάσης στην εσωτερική αντίσταση της πηγής.

Παράδειγμα 3

Για την ίδια διάταξη του Σχήματος 6.5 να υπολογίσετε το ρεύμα βραχυκύκλωσης. Οι πηγές είναι ίδιες με τις πηγές του παραδείγματος 2, (U_1=1,5V, R_1=0,2Ω).

Λύση:

Βραχυκύκλωμα στη συστοιχία των πηγών σημαίνει ότι η τάση U_{AB}=0. Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Κίρκωφ γράφουμε τη σχέση:

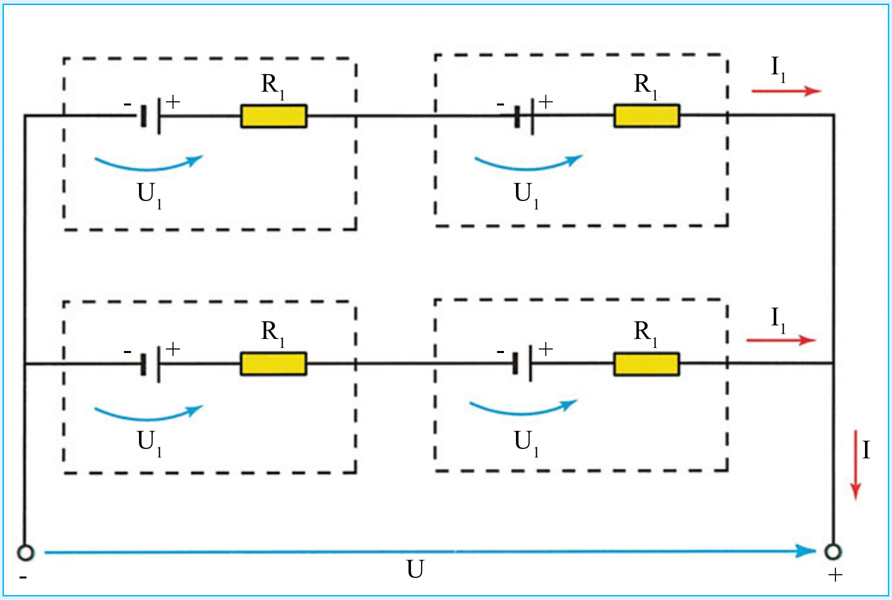
$$U_1 - R_{ισ} I_{βρ} = 0$$

όπου $R_{ισ}$ είναι η ισοδύναμη εσωτερική αντίσταση των πηγών και $I_{βρ}$ το ρεύμα βραχυκύκλωσης.

$$I_{βρ} = U_1 / R_{ισ} = 1{,}5V / 0{,}05Ω = 30A$$

6.4. ΣΥΝΘΕΤΗ (ΜΙΚΤΗ) ΣΥΝΔΕΣΗ ΤΩΝ ΠΗΓΩΝ

Οι πηγές τάσης μπορούν να συνδεθούν και σε σύνθετους (μικτούς) συνδυασμούς όπως στο Σχήμα 6.6.



Σχήμα 6.6. Μικτή σύνδεση των πηγών τάσης: δύο παράλληλοι κλάδοι από τους οποίους ο καθένας έχει δύο μπαταρίες.

Στο σχήμα 6.6 έχουν συνδεθεί τέσσερις όμοιες πηγές: δύο πηγές συνδέονται σε σειρά και ο κλάδος που προκύπτει συνδέεται παράλληλα με τον δεύτερο κλάδο, ο οποίος αποτελείται από τις άλλες δύο μπαταρίες σε σειρά.

Σύμφωνα με τους νόμους των κυκλωμάτων και με τους κανόνες σύνδεσης των αντιστάσεων γράφουμε τις ακόλουθες σχέσεις:

$U=U_1+U_1=2\cdot U_1$

$I=I_1+I_1=2I_1$

$R=R_1+R_1=2\cdot R_1$

$$R_{ισ}=\frac{2R_1\cdot 2R_1}{2R_1+2R_1}=\frac{4R_1^2}{4R_1}=R_1$$

Παράδειγμα 1

Έστω ότι για το σχήμα 6.6. έχουμε τα ακόλουθα δεδομένα: $U_1=12V$, $I_1=5A$ και $R_1=1\Omega$. Υπολογίστε: α) την ισοδύναμη πηγή τάσης, β) την ισοδύναμη εσωτερική αντίσταση και γ) το συνολικό ρεύμα.

Λύση:

α) $U=12V+12V=24V$

β) $R=(R_1+R_1)/2=1\Omega$

γ) $I=I_1+I_1=5A+5A=10A$

Παράδειγμα 2

Έξι όμοιες μπαταρίες με ηλεκτρεγερτική δύναμη $U_1=1{,}5V$ και εσωτερική αντίσταση $R_1=0{,}15\Omega$ συνδέονται σε μικτή σύνδεση (παράλληλη και σειρά) όπως στο Σχήμα 6.7 και τροφοδοτούν φορτίο R= 5,9Ω. Υπολογίστε: α) την τάση κενού φορτίου, β) το ρεύμα στο φορτίο, γ) την τάση στους ακροδέκτες του φορτίου και δ) το ρεύμα βραχυκύκλωσης.

Λύση:

α) $U_{κφ}=2\cdot 1{,}5V=3V$

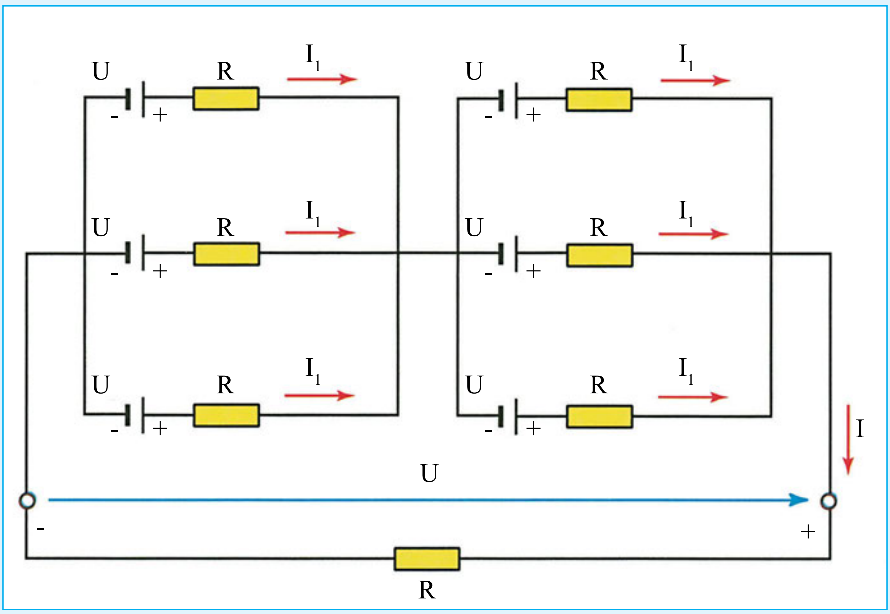
β) $R_{ισ}=R_1/3+R_1/3=0{,}15Ω/3+0{,}15Ω/3=0{,}1Ω$

$U_{κφ}=I(R+R_{ισ})$

$I=3V/(5{,}9Ω+0{,}1Ω)=0{,}5A$

γ) $U=R\cdot I=5{,}9Ω\cdot 0{,}5A=2{,}95V$

δ) $I_{βρ}=U_{κφ}/R_{ισ}=3V/0{,}1Ω=30A$



Σχήμα 6.7. Μικτή σύνδεση πηγών τάσης: τρεις παράλληλες μπαταρίες συνδέονται σε σειρά με άλλες τρεις παράλληλες μπαταρίες

6.5. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

1. Στη σύνδεση πηγών σε σειρά οι επί μέρους τάσεις αθροίζονται και οι επί μέρους εσωτερικές αντιστάσεις επίσης αθροίζονται.

2. Στην παράλληλη σύνδεση των πηγών αθροίζονται τα επί μέρους ρεύματα και αθροίζονται οι επί μέρους εσωτερικές αγωγιμότητες.

3. Προσοχή πρέπει να δοθεί ώστε να συνδεθούν παράλληλα μόνο πηγές που έχουν την ίδια ΗΕΔ και την ίδια εσωτερική αντίσταση

4. Στην σύνθετη σύνδεση των πηγών εξακριβώνουμε πρώτα ποιες πηγές είναι σε σειρά και ποιες είναι παράλληλα. Μετά εφαρμόζουμε τους κανόνες της σύνδεσης σε σειρά και παράλληλα.

6.6. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Η τάση λειτουργίας μίας μπαταρίας χωρίς φορτίο (καταναλωτή) είναι 12V. Κατά την χρησιμοποίηση της εκφορτίζεται και η τάση μειώνεται στα 10V. Υπολογίστε: α) πόσες μπαταρίες χρειάζονται για να τροφοδοτηθεί μια εγκατάσταση που απαιτεί 120V για να λειτουργήσει και β) ποια είναι η τάση της συστοιχίας των μπαταριών μετά την εκφόρτιση.

Απάντηση: 10 μπαταρίες, 100V.

2. Η συνδεσμολογία σε σειρά n μπαταριών τροφοδοτεί αντίσταση 9,9Ω. Η κάθε μπαταρία έχει ΗΕΔ 1,5V και εσωτερική αντίσταση 0,2Ω. Υπολογίστε: α) πόσα στοιχεία πρέπει να συνδεθούν σε σειρά, ώστε το ρεύμα στην αντίσταση να είναι 2A, β) την τάση στους ακροδέκτες της αντίστασης, γ) την τάση της ισοδύναμης πηγής και δ) την πτώση τάσης στις εσωτερικές αντιστάσεις.

Απάντηση: 18 μπαταρίες, 19,8V, 27V, 7,2V.

3. Τέσσερις όμοιες πηγές με επί μέρους τάση 9V και εσωτερική αντίσταση 1Ω συνδέονται παράλληλα και τροφοδοτούν από 0,5A η κάθε μία στο φορτίο. Υπολογίστε: α) την ισοδύναμη πηγή τάσης, β) την ισοδύναμη εσωτερική αντίσταση και γ) το συνολικό ρεύμα.

Απάντηση: 9V, 0,25Ω, 2A.

4. Υπολογίστε το ρεύμα βραχυκύκλωσης της διάταξης της άσκησης 3.

Απάντηση: 36A.

5. Ένα φωτοβολταϊκό στοιχείο (ηλιακό στοιχείο) παράγει τάση 1V και ρεύμα 0,2A. Υπολογίστε πόσα φωτοβολταϊκά στοιχεία πρέπει να συνδεθούν: α) σε σειρά ώστε να παράγουν τάση σε καταναλωτή 5V και 0,2A, β) παράλληλα ώστε να παράγουν τάση 1V και 1A και γ) μικτά ώστε να παράγουν τάση 5V και 1A.

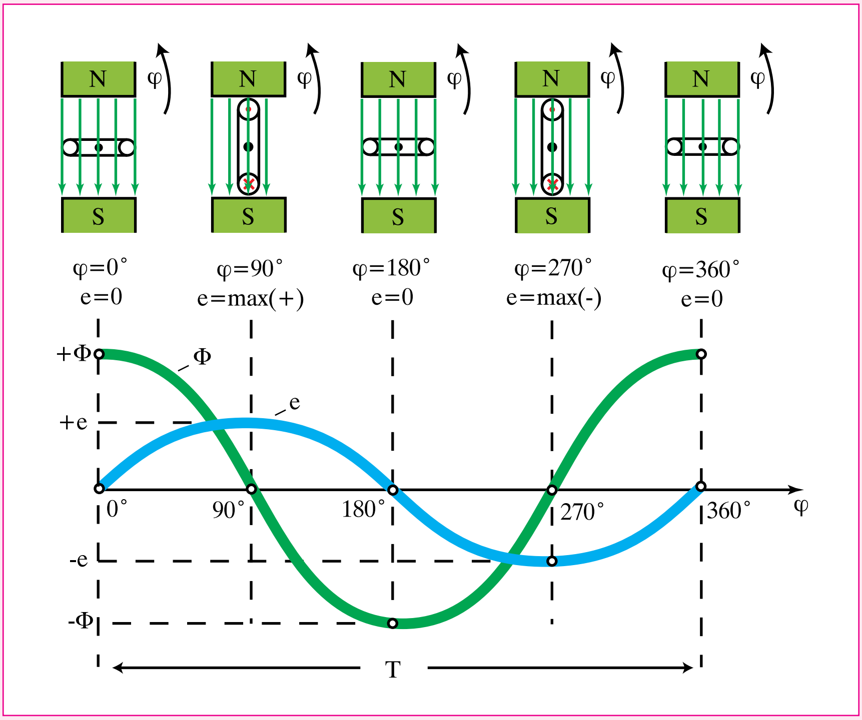
Απάντηση: 5 στοιχεία σε σειρά, 5 στοιχεία παράλληλα, 25 στοιχεία: 5 στοιχεία σε σειρά και ο κλάδος αυτός επαναλαμβάνεται και συνδέεται παράλληλα τέσσερις φορές.

ΜΕΡΟΣ Β

ΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΑ ΡΕΥΜΑΤΑ



7.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζονται:

1. Η περίοδος, η συχνότητα, η φάση, η ημιτονική καμπύλη και οι θεμελιώδεις εξισώσεις του εναλλασσομένου ρεύματος.

2. Η αρχική φάση, καθώς και η διαφορά φάσης εναλλασσομένων μεγεθών, της ίδιας συχνότητας.

3. Η ενεργός τιμή του εναλλασσομένου ρεύματος.

4. Η διανυσματική παράσταση και η πρόσθεση εναλλασσομένων μεγεθών.

5. Μερικές βασικές τριγωνομετρικές γνώσεις απαραίτητες για το κεφάλαιο αυτό θα βρείτε στο Παράρτημα Α.

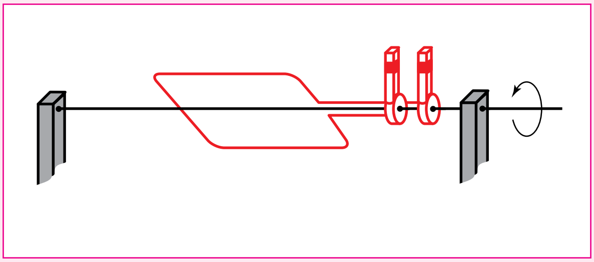
Το κεφάλαιο αυτό εξηγεί πώς παράγεται η εναλλασσόμενη τάση στα άκρα περιστρεφόμενου βρόχου μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, πώς υπολογίζονται οι στιγμιαίες τιμές σε συνάρτηση με το χρόνο, η περίοδος, η συχνότητα, η φάση και η κυκλική συχνότητα του εναλλασσομένου ρεύματος και πώς σχεδιάζονται οι κυματομορφές τάσης και έντασης του εναλλασσομένου ρεύματος.

Παρουσιάζει επίσης πώς παριστάνονται διανυσματικά τα εναλλασσόμενα μεγέθη, πώς προσθέτονται και πώς υπολογίζονται - επιλύονται εναλλασσόμενα μεγέθη με ενεργές τιμές τάσεων και εντάσεων. Επίσης, πώς υπολογίζεται η διαφορά φάσης των εναλλασσομένων μεγεθών.

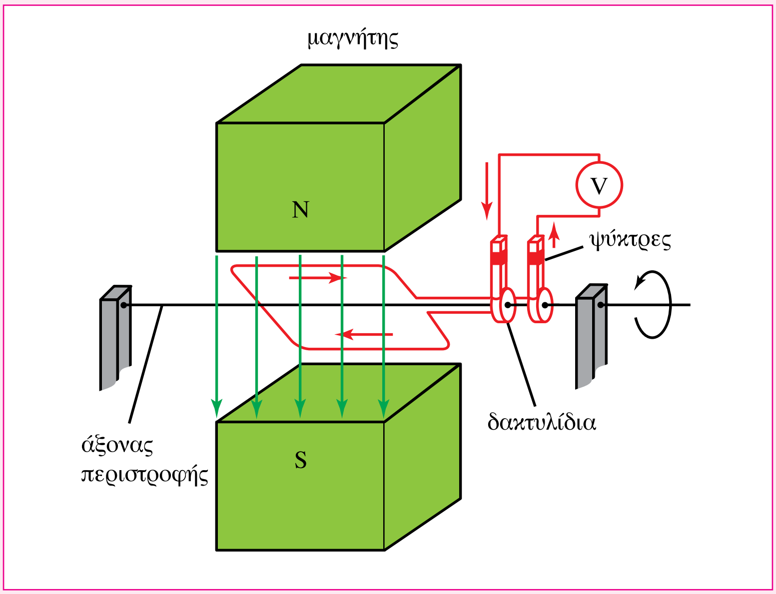
7.2. ΑΡΧΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΜΟΡΦΗ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Όπως γνωρίζουμε, μεταξύ δυο μαγνητικών πόλων παράγεται ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Αν συνδέσουμε τα άκρα ενός ορθογώνιου **βρόχου** (ή πλαισίου ή σπείρας), πλευράς μήκους ℓ (σχήμα 7.1), με δύο μονωμένα μεταξύ τους μεταλλικά δακτυλίδια ολίσθησης, που βρίσκονται προσαρμοσμένα σε άξονα, και περιστρέψουμε το βρόχο μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο, τότε αναπτύσσεται στα άκρα του βρόχου ηλεκτρεγερτική δύναμη (σχήμα 7.2).



Σχήμα 7.1. Συρμάτινος βρόχος (ή σπείρα), με μεταλλικά μονωμένα μεταξύ τους δακτυλίδια στα άκρα του.



Σχήμα 7.2. Περιστρεφόμενος συρμάτινος βρόχος μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, ανάμεσα στο ζεύγος πόλων, βόρειο **N** και νότιο **S** μόνιμου μαγνήτη. Γέννηση επαγόμενης τάσης Ε στα άκρα του βρόχου.

Αν συνδέσουμε ένα Βολτόμετρο μεγάλης ευαισθησίας μέσω δυο ψηκτρών εφαπτόμενων στα δακτυλίδια, τότε διαβάζουμε την Η.Ε.Δ. εξ επαγωγής **Ε,** ή **επαγόμενη τάση,** όπως επίσης θα ονομάζεται (σχήμα 7.2).

Το μέγεθος της Η.Ε.Δ, **Ε** εξ επαγωγής στα άκρα του περιστρεφόμενου με σταθερή γωνιακή ταχύτητα **ω** βρόχου δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{E = B \cdot \ell \cdot \upsilon}$$

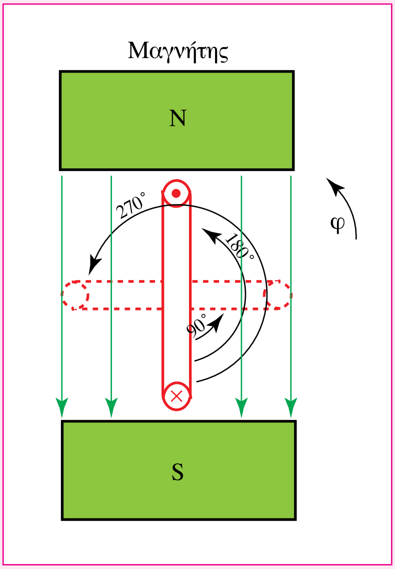
Όπου:

Μέγεθος	Επαγόμενη τάση **E**	Ένταση μαγνητικής επαγωγής **B**	Πλευρά του Πλαισίου **ℓ**	Ταχύτητα περιστροφής βρόχου **υ**
Μονάδα Μέτρησης	V	Vs/m²	m	m/s

Η σχέση αυτή είναι μια διατύπωση του νόμου της επαγωγής του **Faraday**, επάνω στην οποία στηρίζεται η λειτουργία των στρεφόμενων ηλεκτρικών μηχανών (γεννήτριες, κινητήρες).

Σε ομογενές μαγνητικό πεδίο υπάρχει μαγνητική ροή **Φ**, η οποία μεταβάλλεται με την περιστροφή του βρόχου και εξαρτάται από τη γωνία **φ** που σχηματίζει ο βρόχος, ως προς τη διεύθυνση των μαγνητικών γραμμών, του μαγνητικού πεδίου.

Όταν η γωνία αυτή **φ** είναι 0° ή 180° η μαγνητική ροή έχει τιμή **Φ=0**, όταν η φ είναι 90° ή 270° η μαγνητική ροή μεταβάλλεται μεταξύ ενός μεγίστου και ελαχίστου και έχει τη μεγαλύτερη τιμή της **Φ= max**. Δηλαδή, καθώς περιστρέφεται ο βρόχος, η μαγνητική ροή του πεδίου μέσα του συνεχώς μεταβάλλεται. Η ταχύτητα με την οποία μεταβάλλεται η μαγνητική ροή εξαρτάται από τη συχνότητα περιστροφής του βρόχου (Σχήμα 7.3)

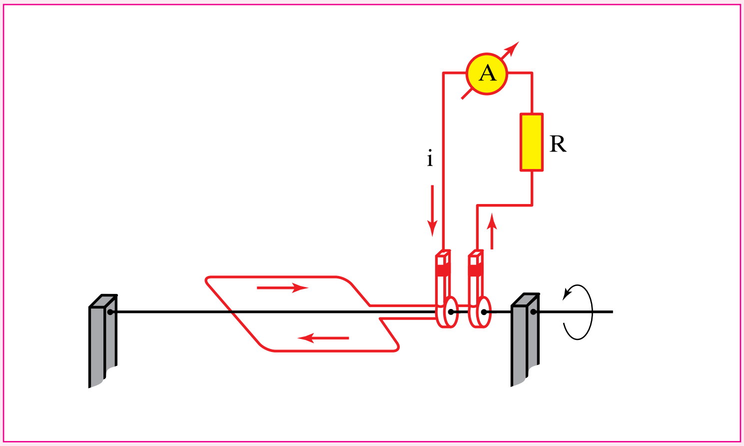


Σχήμα 7. 3. Χαρακτηριστικές γωνίες φ μεταξύ του περιστρεφόμενου βρόχου και των μαγνητικών γραμμών του πεδίου.

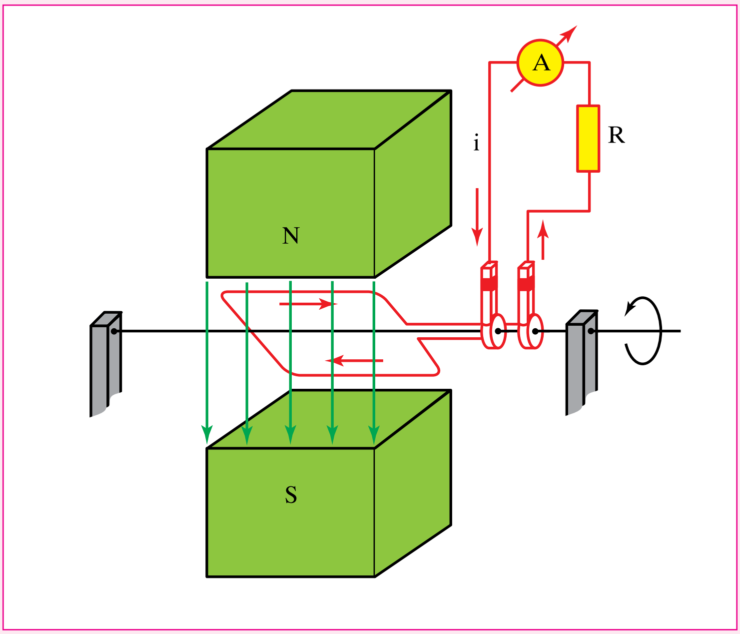
Συμπέρασμα Όταν ένας βρόχος περιστρέφεται σε ένα σταθερό και ομογενές μαγνητικό πεδίο, τότε η μαγνητική ροή **Φ** που τον διαρρέει μεταβάλλεται, με επακόλουθη συνέπεια να επάγεται στα άκρα του μία τάση **E**.

Όταν ο βρόχος σχηματίζει κλειστό εξωτερικό κύκλωμα, (Σχήμα 7.4), τότε παρατηρούμε στο φορτίο **R**, συνδεδεμένο στους ακροδέκτες του βρόχου, ροή ηλεκτρικού ρεύματος **i**. Το ηλεκτρικό ρεύμα που κυκλοφορεί στο βρόχο μπορούμε να το διαβάσουμε με ένα πολύ ευαίσθητο Αμπερόμετρο (σχήμα 7.5).

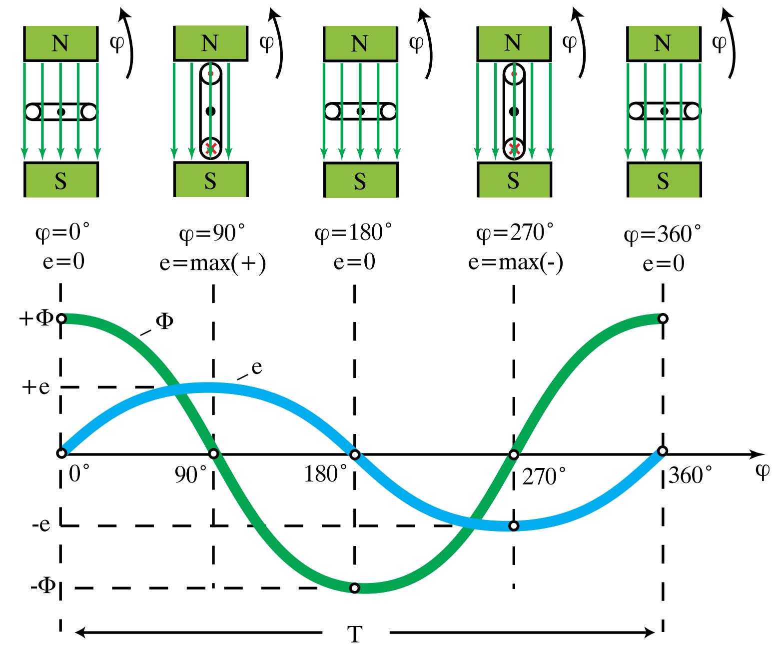
Οι εναλλαγές της φοράς της μαγνητικής ροής προκαλούν εναλλαγές στην πολικότητα της επαγόμενης τάσης **E** και έτσι παράγεται ένα εναλλασσόμενο ρεύμα **i**. Η μεταβολή της τάσης είναι ημιτονική και εξαρτάται από τη γωνία περιστροφής φ του βρόχου. Η αρχή μέτρησης της γωνίας φ είναι ο οριζόντιος άξονας. (σχήμα 7.6)



Σχήμα 7.4. Κλειστό εξωτερικό κύκλωμα συρμάτινου περιστρεφόμενου βρόχου.



Σχήμα 7.5. Κλειστό κύκλωμα περιστρεφόμενου βρόχου σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Παρατηρούμε κυκλοφορία ρεύματος **i** δια του εξωτερικού κυκλώματος.



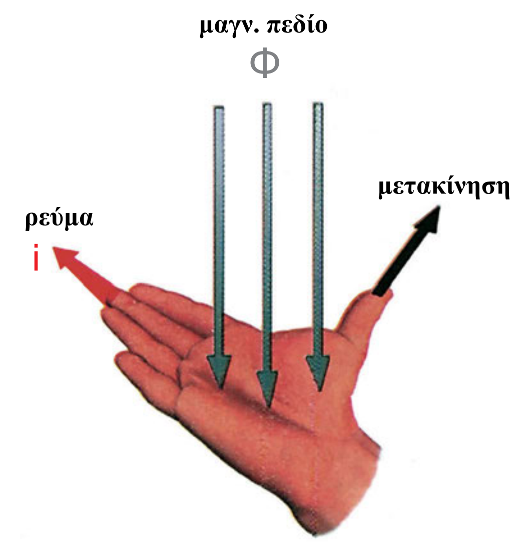
Σχήμα 7.6. Παραγωγή εναλλασσόμενης τάσης **e** και εναλλασσόμενης μαγνητικής ροής Φ.

Στο σχήμα 7.6 βλέπουμε:

α) Τις οριακές θέσεις της γωνίας φ μεταξύ του περιστρεφόμενου βρόχου και των μαγνητικών γραμμών του πεδίου.

β) Τις αντίστοιχες ημιτονοειδείς μεταβολές της χρονικής μεταβολής της τιμής της μαγνητικής ροής **Φ**, καθώς και της επαγόμενης τάσης **E**.

Η φορά του επαγόμενου εναλλασσόμενου ρεύματος καθορίζεται εύκολα με τη βοήθεια του κανόνα του δεξιού χεριού. (σχήμα 7.7)



Σχήμα 7.7. Κανόνας δεξιού χεριού. Ο αντίχειρας δείχνει την κίνηση των πλευρικών αγωγών της σπείρας και, όταν κάθετα προς την παλάμη κατευθύνονται οι μαγνητικές γραμμές του πεδίου, τότε τα τεντωμένα δάκτυλα δείχνουν τη φορά του επαγόμενου ρεύματος **i**.

Διαπιστώθηκε ότι η επαγόμενη τάση στα άκρα του βρόχου σε οποιαδήποτε τυχαία χρονική στιγμή t, δίδεται από τη σχέση

$$\mathbf{u = 2 \cdot B \cdot \boldsymbol{\ell} \cdot \upsilon \cdot ημφ}$$

όπου: **u** είναι η στιγμιαία τιμή της επαγόμενης τάσης (σε **V**), **B** είναι η ένταση της μαγνητικής επαγωγής του μαγνητικού πεδίου (σε **Vs/m²** ή Tesla), $\boldsymbol{\ell}$ είναι το μήκος των πλευρών της σπείρας που κόβουν τις μαγνητικές γραμμές του πεδίου (σε **m)** και **υ** είναι η ταχύτητα περιστροφής του βρόχου (σε **m/s**). Ο συντελεστής **2** έχει την έννοια των δύο πλευρών της σπείρας. Οι οριακές τιμές αυτής της τάσης **u** δίνονται στον πίνακα 1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1. Μεταβολή της επαγόμενης τάσης με τη γωνία περιστροφής φ του βρόχου ως προς τις μαγνητικές γραμμές του πεδίου.		
Γωνία Περιστροφής **φ**	Θέση επιπέδου του βρόχου ως προς τη διεύθυνση των μαγνητικών γραμμών	Τιμή της επαγόμενης τάσης **u**
0°	Κάθετος	u = 0
90°	**Παράλληλος**	**u = +Um**
180°	Κάθετος	u = 0
270°	**Παράλληλος**	**u = -Um**
360°	Κάθετος	u = 0

Γενικά για κάθε χρονική στιγμή η επαγόμενη στιγμιαία τάση δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{u = U_m \cdot ημφ}$$

Επίσης για την ένταση του ρεύματος ισχύει:

$$\mathbf{i = I_m \cdot ημφ}$$

όπου $\mathbf{U_m}$ και $\mathbf{I_m}$ είναι οι μέγιστες τιμές των εναλλασσομένων μεγεθών και **u** και **i** είναι οι στιγμιαίες τιμές τους.

Η σχέση μεταξύ $\mathbf{U_m}$ και $\mathbf{I_m}$ δίνεται από τον νόμο του Ωμ:

$$\mathbf{U_m = R \cdot I_m}$$

<u>Σημείωση.</u> Υπάρχουν και άλλες περιπτώσεις παραγωγής εναλλασσόμενης τάσης. Αυτές οι περιπτώσεις θα διδαχθούν στα μαθήματα της Ηλεκτροτεχνίας και των Ηλεκτρικών μηχανών.

7.3 ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΚΑΙ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΤΟΥ Ε.Ρ.

Από τα προηγούμενα προκύπτει ότι η επαγόμενη τάση $\mathbf{u = U_m \cdot ημφ}$ και το επαγόμενο ρεύμα $\mathbf{i = I_m \cdot ημφ}$ μεταβάλλονται περιοδικά και σύμφωνα με τη μεταβολή του ημιτόνου γωνίας **φ**, καθώς ο βρόχος περιστρέφεται συνεχώς με σταθερή ταχύτητα περιστροφής.

Ονομάζουμε εναλλασσόμενο ρεύμα i το περιοδικά μεταβαλλόμενο ρεύμα σύμφωνα με το ημίτονο της γωνίας φ περιστροφής του βρόχου ως προς τις μαγνητικές γραμμές του πεδίου.

Ονομάζουμε εναλλασσόμενη τάση u την περιοδικά μεταβαλλόμενη τάση σύμφωνα με το ημίτονο της γωνίας φ περιστροφής του βρόχου ως προς τις μαγνητικές γραμμές του πεδίου.

Γενικά, για κάθε χρονική στιγμή η εναλλασσόμενη τάση δίνεται από την σχέση.

$$\mathbf{u = U_m \cdot ημφ}$$

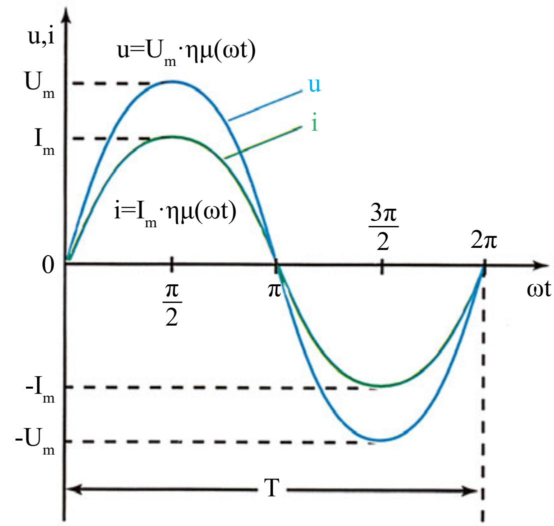
Επίσης, για κάθε χρονική στιγμή η εναλλασσόμενη ένταση του ρεύματος δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{i = I_m \cdot ημφ}$$

όπου: **u** είναι η στιγμιαία τιμή της εναλλασσόμενης τάσης, $\mathbf{U_m}$ είναι η μέγιστη τιμή της εναλλασσόμενης τάσης, **i** είναι η στιγμιαία τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος και $\mathbf{I_m}$ είναι η μέγιστη τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος.

Ονομάζεται περίοδος **T** ενός εναλλασσομένου μεγέθους (τάσης ή έντασης) ο σταθερός χρόνος T μέσα στον οποίο το εναλλασσόμενο ρεύμα συμπληρώνει μια πλήρη εναλλαγή (περιστροφή 360°), με άλλα λόγια ο χρόνος σε δευτερόλεπτα μέσα στον οποίο ολοκληρώνεται ένας πλήρης κύκλος μεταβολής του.

Στο σχήμα 7.8 βλέπουμε την περίοδο Τ.



Σχήμα 7. 8. Εναλλασσόμενο ρεύμα και εναλλασσόμενη τάση. Τ είναι η περίοδος

Έχουμε μία περίοδο **Τ**, όταν ο βρόχος (σπείρα) εκτελέσει μια πλήρη περιστροφή στην περίπτωση που εξετάσαμε.

Στα σχήματα 7.2, 7.3, 7.5 και 7.6 είχαμε ένα μαγνητικό πεδίο ενός μαγνήτη, το οποίο παράγεται ανάμεσα σε δύο πόλους. Στις περιπτώσεις που το μαγνητικό πεδίο δημιουργείται από περισσότερους μαγνήτες π.χ. 4 πόλους (ή 2 ζευγάρια πόλων), 6 πόλους (ή 3 ζευγάρια πόλων) κ.λπ., τότε έχουμε μία περίοδο **Τ** σε μισή στροφή για τους 4 πόλους, ή 1/3 περιστροφής του βρόχου για τους 6 πόλους, αντίστοιχα.

Σε χρόνο 1sec το εναλλασσόμενο ρεύμα συμπληρώνει 1/**Τ** κύκλους.

Ονομάζουμε συχνότητα **f** του εναλλασσόμενου ρεύματος τον αριθμό των κύκλων που συμπληρώνονται μέσα σε ένα δευτερόλεπτο.

Η περίοδος και η συχνότητα συνδέονται με τη σχέση:

f=1/T

Την συχνότητα f μετράμε σε 1/s ή Hz (Hertz)

Στην πράξη χρησιμοποιούμε και πολλαπλάσια της μονάδας μέτρησης συχνότητας

Κίλο χερτζ: 1KHz = 1000 Hz

Μέγα χερτζ: 1MHz =1.000.000 Hz

Γίγα χερτζ: 1GHz = 1.000.000.000 Hz

Η βιομηχανική συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος στην Ευρώπη είναι 50 Hz και με αυτή τη συχνότητα θα ασχολούμαστε στην Ηλεκτροτεχνία (στην Αμερική έχουν βιομηχανική συχνότητα f = 60Hz και μονοφασική τάση με ενεργό τιμή U = 127 V).

Προσοχή: Συσκευές που κατασκευάζονται για χρήση στην Αμερική δεν μπορούν να λειτουργήσουν στο δίκτυο της Ευρώπης χωρίς τις κατάλληλες μετατροπές των μεγεθών τάσης και συχνότητας που θα τις τροφοδοτήσουν.

Από τα ζεύγη των πόλων του μαγνητικού πεδίου και από την συχνότητα **f** του Ε.Ρ υπολογίζουμε την ταχύτητα περιστροφής **n** του βρόχου:

n = 60·f/p στροφές ανά λεπτό ή ΣΑΛ ή **rpm**.

όπου **p** είναι ο αριθμός ζευγών πόλων και rpm σημαίνει στα Αγγλικά rotations per minute.

Στα σχήματα 7.2, 7.3, 7.5 και 7.6, είχαμε ένα **ζεύγος** πόλων, δηλαδή ένα βόρειο **N** και ένα νότιο **S** πόλο και επομένως **p = 1.**

Σύμφωνα με το σχήμα 7.8, στο χρόνο μιας περιόδου **T:**

- Το εναλλασσόμενο μέγεθος, μηδενίζεται δύο φορές και παίρνει μια μέγιστη και μια ελάχιστη τιμή.

- Στο χρόνο μισής περιόδου **T/2** το εναλλασσόμενο μέγεθος διατηρεί τη μία από τις δύο κατευθύνσεις του.

Παράδειγμα 1

Υπολογίστε την περίοδο του εναλλασσόμενου ρεύματος βιομηχανικής συχνότητας της Ευρώπης.

Λύση:

$f=1/T \Rightarrow T = 1/f$

$T = 1/50 = 0{,}02$ s.

Κατά τη διάρκεια μιας περιόδου το εναλλασσόμενο ρεύμα ολοκληρώνει ένα κύκλο και κατ' επέκταση σε 1s ολοκληρώνει 50 περιόδους.

Παράδειγμα 2

Με πόσες στροφές το λεπτό περιστρέφεται τετραπολική μηχανή (p=2 ζεύγη πόλων), όταν η συχνότητα f είναι 50 Hz.

Λύση:

$n = 60 \cdot f/p$

$n = 60 \cdot 50/2= 3000/2=1500$ ΣΑΛ (ή rpm)

7.4. ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΤΗΣ ΗΜΙΤΟΝΙΚΗΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΟΥ Ε.Ρ.

Το εναλλασσόμενο ρεύμα (όπως παρουσιάσθηκε στην παράγραφο 7.2), ακολουθεί το **νόμο του ημιτόνου** γωνίας φ. Αυτό σημαίνει ότι οι στιγμιαίες τιμές του καθορίζονται από τις μεταβολές του ημιτόνου της γωνίας φ, που σχηματίζει ο περιστρεφόμενος βρόχος με την κατεύθυνση των μαγνητικών γραμμών του πεδίου.

Έστω εναλλασσόμενη τάση $u = U_m \cdot ημφ$

Βήμα 1. Σχεδιάζουμε κύκλο ακτίνας U_m

Βήμα 2. Χωρίζουμε τον κύκλο σε 12 ίσα τόξα γωνίας 30° (σχήμα 7.9)

Βήμα 3. Στη προέκταση της οριζόντιας διαμέτρου του κύκλου σχεδιάζουμε τον οριζόντιο άξονα. Στον άξονα αυτό ορίζουμε 12 ίσα τμήματα γωνιών 30° (αυτά τα σημεία είναι τα 1,2,...,12).

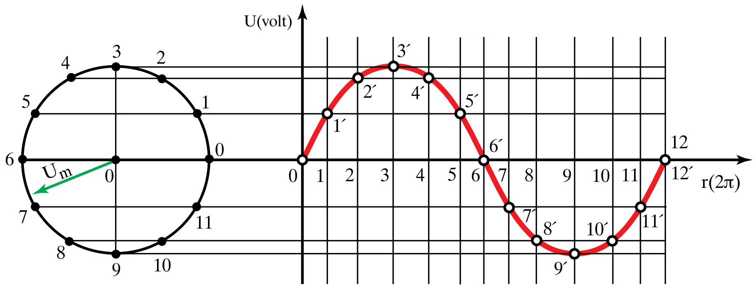
Βήμα 4. Στα σημεία αυτά φέρουμε καθέτους στον οριζόντιο άξονα, οι οποίες τέμνουν τις αντίστοιχες παράλληλες προς τον οριζόντιο άξονα που άγονται από τα αντίστοιχα σημεία χωρισμού του κύκλου. Έτσι ορίζονται τα σημεία τομής 1΄,2΄,3΄ ,. . ., 12΄.

Βήμα 5. Ενώνουμε τα σημεία τομής με ένα καμπυλόγραμμο και προκύπτει η ημιτονική καμπύλη με μέγιστη τιμή U_m.

$$u = U_m \cdot ημφ$$

Για συγκεκριμένες τιμές εναλλασσόμενου μεγέθους ορίζουμε κατάλληλη σχεδιαστική κλίμακα για τον κάθετο άξονα, π.χ. 1cm=10V, 1cm=0,05A και για τον οριζόντιο άξονα 1cm=60° ή 1cm=π/3rad.

Τη γωνία φ ονομάζουμε φάση ή γωνία φάσης της εναλλασσόμενης τάσης. Η φάση φ, καθώς περιστρέφεται ο βρόχος, διαρκώς αυξάνεται (σχήμα 7.9).



Σχήμα 7.9. Χάραξη της ημιτονικής μεταβολής εναλλασσομένου μεγέθους

Η φάση που αντιστοιχεί σε ένα δευτερόλεπτο είναι η κυκλική συχνότητα ω.

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \Rightarrow \varphi = \omega \cdot t \text{ σε ακτίνια ή μοίρες}$$

Η κυκλική συχνότητα ω συμπίπτει με τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του βρόχου και δίνεται από τη σχέση:

ω = 2·π·f ακτίνια/δευτερόλεπτο ή rad/sec

ω = 2·π/T ακτίνια/δευτερόλεπτο ή rad/sec

Κατά την αρχική χρονική στιγμή που συνήθως είναι και η αρχή της φάσης (t=0), δηλαδή κατά τη στιγμή που αρχίζουμε να παρακολουθούμε το εναλλασσόμενο ρεύμα καθώς αυτό μεταβάλλεται, η φάση του είναι **φ=0°**. Κατόπιν η φάση αυξάνεται διαρκώς, με σταθερά βήματα κατά ω ακτίνια ανά δευτερόλεπτο. Συνεπώς, μετά από χρόνο t η φάση αυξάνει κατά **ω·t** (rad/sec).

Έτσι, καταλήγουμε στις θεμελιώδεις εξισώσεις των εναλλασσόμενων μεγεθών τάσης και έντασης, που μας δίνουν τη στιγμιαία τιμή τους σε συνάρτηση με τη φάση τους.

$i = I_m \cdot ημωt$

$u=U_m \cdot ημωt$

Παράδειγμα 1

Ποια είναι η εξίσωση του εναλλασόμενου ρεύματος i, συχνότητας f=50Hz και μεγίστης τιμής I_m=6A;

Λύση:

$i = I_m \cdot ημ(ω \cdot t)$ αλλά $ω = 2 \cdot π \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314$ rad/sec

Συνεπώς $i = 6 \cdot ημ(314 \cdot t)$

Παράδειγμα 2

Να υπολογίσετε τη στιγμιαία τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος i του παραδείγματος 1, μετά από χρόνο: α) t=T/4 και β) t=T/8 (από την αρχή του χρόνου).

Λύση:

α) Παρατηρώντας την ημιτονική καμπύλη του εναλλασσόμενου ρεύματος i βλέπουμε ότι σε χρόνο t = T/4 η φάση είναι ωt = π/2 = 90° Άρα $i = I_m = 6A$

β) σε χρόνο t = T/8 η φάση είναι $ωt = ω \cdot T/8$

Αλλά T = 1/f = 1/50 = 0,02sec => t = 0,02/8 = 0,0025sec

Άρα $ωt = 2 \cdot 50 \cdot 3,14$ rad/s$\cdot 0,0025$s = 0,785 rad

Η φάση σε μοίρες υπολογίζεται:

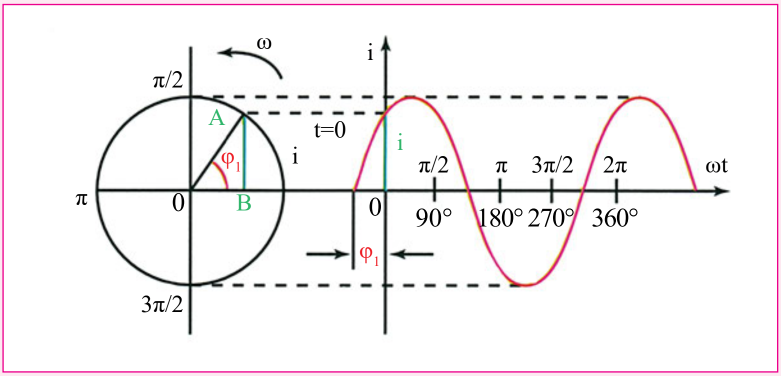
$$ωt = \frac{0,785\,\text{rad} \cdot 180^o}{3,14\,\text{rad}} = 45^o$$

Συνεπώς

$i = I_m \cdot ημωt = 6 \cdot ημ45° = 6 \cdot 0{,}707 = 4{,}24A.$

7.5. ΑΡΧΙΚΗ ΦΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΑ ΦΑΣΗΣ

Εάν κατά την αρχική χρονική στιγμή, που γίνονται οι μετρήσεις, δηλαδή για t=0, το εναλλασσόμενο ρεύμα έχει κάποια τιμή **i, δηλαδή δεν είναι μηδέν,** τότε λέμε ότι έχει αρχική φάση **$φ_1$**, σχήμα 7.10



Σχήμα 7.10. Εναλλασσόμενο ρεύμα **i**, με αρχική φάση **$φ_1$**

Σε αυτή τη περίπτωση μετράμε τον χρόνο από την αρχική φάση. Μετά από χρόνο t, η φάση του εναλλασσόμενου ρεύματος θα είναι:

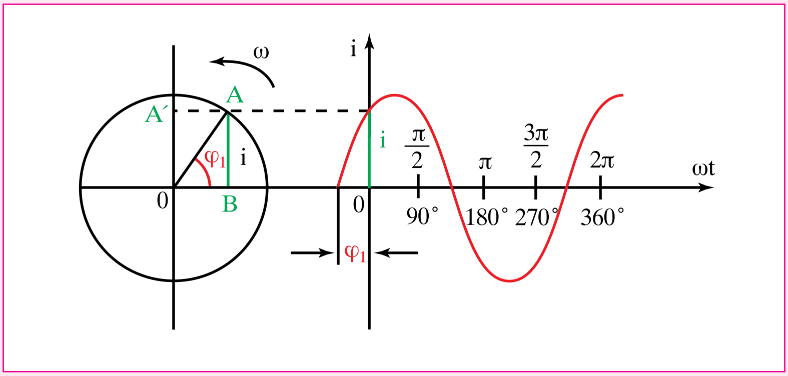
$$\boldsymbol{φ = ωt + φ_1}$$

Δηλαδή η εξίσωση του Ε.Ρ. γίνεται

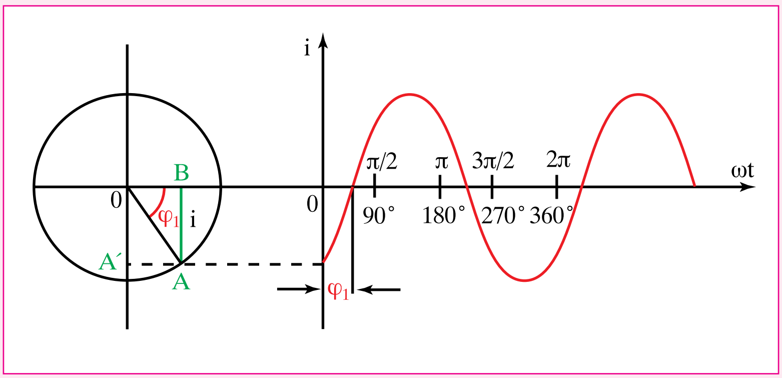
$$\boldsymbol{i = I_m \cdot ημ(ωt + φ_1)}$$

Η αρχική φάση **$φ_1$** επηρεάζει την αρχική τιμή του εναλλασσομένου ρεύματος μετρούμενη στον κάθετο άξονα.

Όταν η αρχική φάση είναι θετική, η ημιτονική καμπύλη είναι μετατοπισμένη προς τα αριστερά του κάθετου άξονα (της αρχικής χρονικής στιγμής t=0), σχήμα 7.11α, ενώ, όταν είναι αρνητική, μετατοπίζεται προς τα δεξιά του κάθετου άξονα, σχήμα 7.11 β.



Σχήμα 7.11 α. Το εναλλασσόμενο ρεύμα **i,** που έχει **θετική** αρχική φάση $\boldsymbol{\varphi_1}$

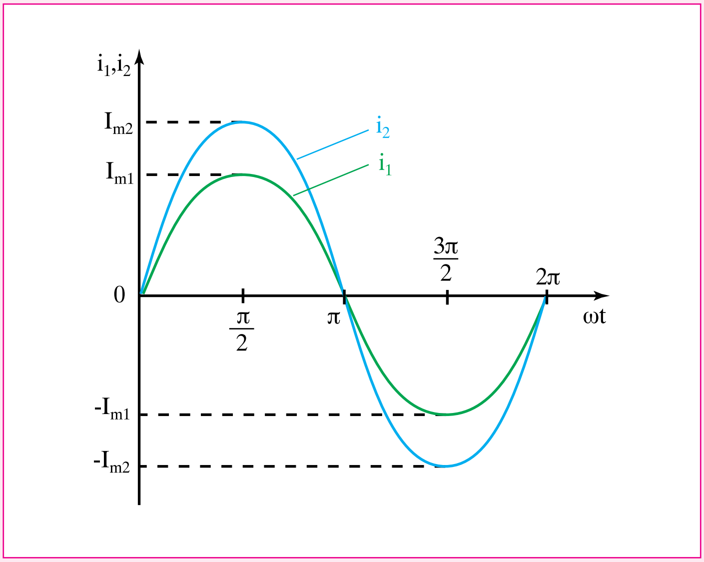


Σχήμα 7.11β. Το εναλλασσόμενο ρεύμα **i,** που έχει αρνητική αρχική φάση $\boldsymbol{\varphi_1}$

Δύο εναλλασσόμενα ρεύματα i_1 και i_2 της **ίδιας συχνότητας** και φάσης βρίσκονται σε **ταυτότητα φάσης** ή **σε φάση** ή είναι **συμφασικά.**

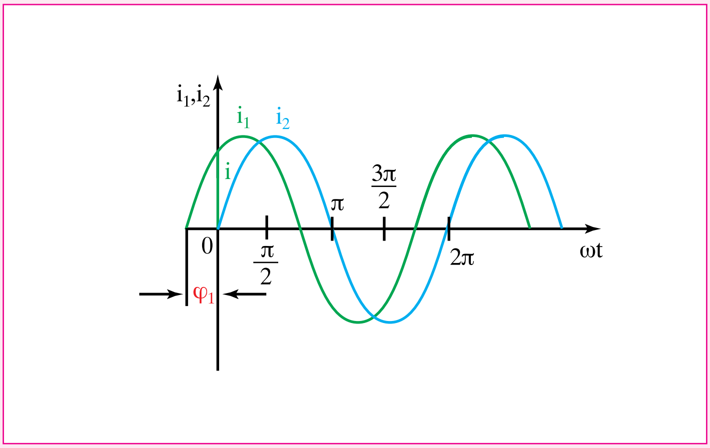
Στην περίπτωση αυτή τα δύο εναλλασσόμενα ρεύματα στις ίδιες χρονικές στιγμές (σχήμα 7.12)

- θα μηδενίζονται
- θα παίρνουν τις μέγιστες τιμές
- θα παίρνουν τις ελάχιστες τιμές τους.



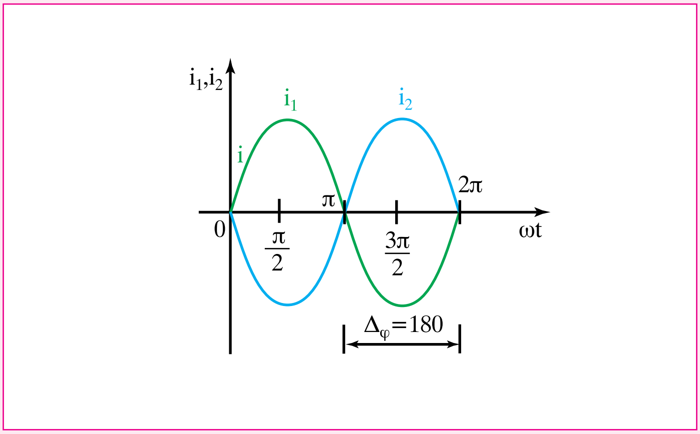
Σχήμα 7.12. Δύο εναλλασσόμενα ρεύματα $\mathbf{i_1}$ και $\mathbf{i_2}$ της ίδιας συχνότητας που βρίσκονται σε φάση

Δύο εναλλασσόμενα ρεύματα της **ίδιας συχνότητας,** που έχουν διαφορετική αρχική φάση, με αποτέλεσμα να παίρνουν σε διαφορετικές χρονικές στιγμές τις μέγιστες, ελάχιστες και μηδενικές τιμές τους, βρίσκονται σε **φασική απόκλιση** ή σε **διαφορά φάσης Δφ,** σχήμα 7.13.



Σχήμα 7.13 Τα ρεύματα i_1 και i_2 που βρίσκονται σε διαφορά φάσης **$\Delta\varphi = \varphi_1$,** ίδια με την αρχική φάση φ_1, του i_1

Όταν το ένα εναλλασσόμενο ρεύμα είναι μέγιστο και το άλλο ελάχιστο βρίσκονται σε **διαφορά φάσης 180°** ή σε **αντίφαση,** σχήμα 7.14.



Σχήμα 7.14. Τα ρεύματα i_1 και i_2 βρίσκονται σε αντίφαση (έχουν διαφορά φάσης $\Delta\varphi = 180°$)

Η διαφορά φάσης Δφ δύο ρευμάτων υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mathbf{\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2}$$

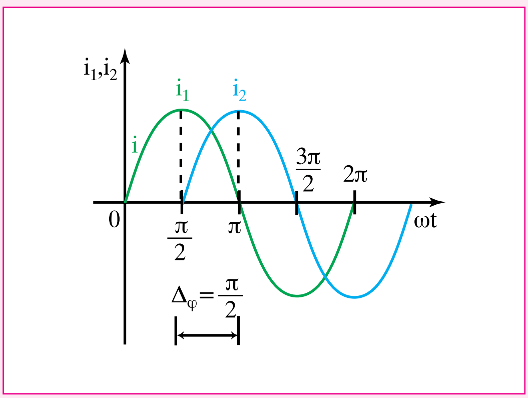
όπου φ_1 είναι η φάση του πρώτου ρεύματος και φ_2 είναι η φάση του δεύτερου ρεύματος.

Αν η διαφορά φάσης Δφ είναι θετική, τότε το i_1 προηγείται χρονικά του i_2, ή το i_1 είναι σε **προπορεία.** Αν η διαφορά φάσης είναι αρνητική, τότε το i_1 καθυστερεί χρονικά ως προς το i_2 και βρίσκεται σε **επιπορεία** ως προς το i_2.

Για να προσδιορίσουμε γραφικά μεταξύ δύο ή περισσότερων εναλλασσόμενων ρευμάτων της ίδιας συχνότητας, που βρίσκονται σε διαφορά φάσης, ποιο προηγείται του άλλου και κατά ποια γωνία, εκτελούμε τα ακόλουθα βήματα:

Βήμα 1. Φέρουμε κάθετες προβολές από τα θετικά μέγιστα προς τον οριζόντιο άξονα του χρόνου.

Βήμα 2. Παρατηρούμε ότι προηγείται εκείνο το εναλλασσόμενο ρεύμα, του οποίου την προβολή του μέγιστου συναντάμε πρώτη στον οριζόντιο άξονα. Μετρώντας την απόσταση των ιχνών (σε γωνία φ) των μεγίστων βρίσκουμε και τη διαφορά φάσης μεταξύ τους, (σχήμα 7.15)



Σχήμα 7.15. Η διαφορά φάσης δύο ρευμάτων i_1 και i_2, μετριέται μεταξύ δύο μέγιστων τιμών τους και προκύπτει η προπορεία του i_1.

Παράδειγμα 1

Σε ένα κύκλωμα το ρεύμα είναι $i = I_m \cdot ημωt$ και η τάση είναι $u = U_m \cdot ημ(ωt + π/6)$. α) Ποιο εναλλασσόμενο μέγεθος προηγείται του άλλου και β) ποια είναι η τιμή της στιγμιαίας τάσης στην αρχική χρονική στιγμή t=0;

Λύση:

α) Η ένταση $i = I_m \cdot ημωt$ κατά την αρχική χρονική στιγμή t=0 δεν έχει αρχική φάση δηλαδή $φ_1=0$.

Όμως η τάση $u=U_m \cdot ημ(ωt+π/6)$ έχει αρχική φάση π/6 δηλαδή $φ_2= 30°$.

$Δφ = φ_1 - φ_2 = 0° - 30° = - 30°$

Συνεπάγεται ότι προηγείται η τάση της έντασης κατά 30°, (όση είναι η αρχική της φάση στο χρόνο t=0).

β) $u=U_m \cdot ημ(π/6)=0,5 \cdot U_m= U_m/2$.

Παράδειγμα 2

Ένα εναλλασσόμενο ρεύμα έχει ημιτονική μορφή $i= 100 \cdot ημ(378 \cdot t + π)$. Να υπολογισθούν: α) το πλάτος του ή η μέγιστη τιμή του, β) η συχνότητά του f, γ) η αρχική του φάση και δ) η στιγμιαία τιμή της έντασης την χρονική στιγμή t = 0,0166s.

Λύση:

α) $I_m = 100$ A

β) ω = 378 rad/s

$f = ω /2π => f = 378/(2 \cdot 3,14) = 60,2Hz$.

γ) Η αρχική φάση είναι π.

δ) Η στιγμιαία τιμή της έντασης για t = 0.0166s είναι:

$i = 100 \cdot ημ(378 \cdot t + π) = 100 \cdot ημ(378 \cdot 0{,}0166 + π)$

$i = 100 \cdot ημ(6{,}28 + π)$

Αλλά ένας κύκλος έχει 2π = 6,28 ακτίνια.

Συνεπώς: $i = 100 \cdot ημ(2π + π) = 100 \cdot ημ(π) = 0$

Παρατήρηση:
Η προσθαφαίρεση ολόκληρων περιφερειών (2π ή 360°) στις γωνίες φάσεων δεν αλλάζει τη στιγμιαία τιμή του εναλλασσομένου μεγέθους.

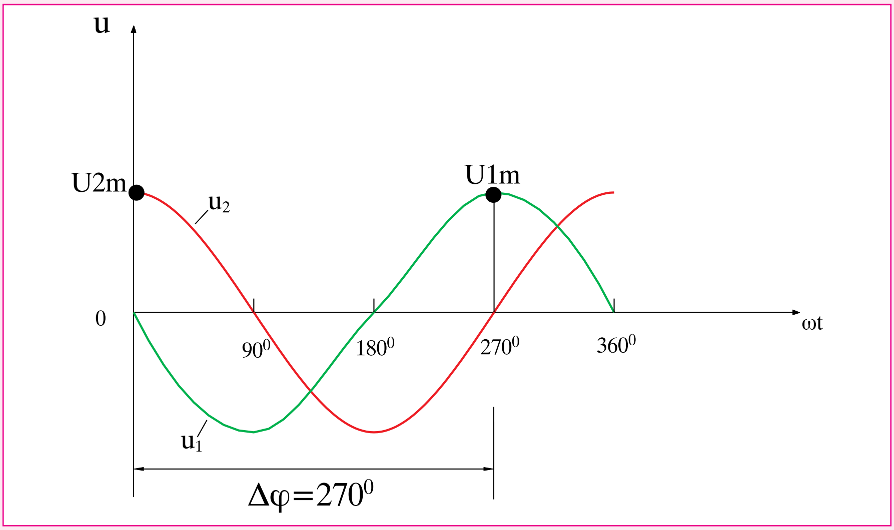
Παράδειγμα 3

Δίνονται οι εναλλασσόμενες τάσεις $u_1 = 220 \cdot ημ(ω \cdot t)$ και $u_2 = 220 \cdot ημ\left(ω \cdot t + \frac{3π}{2}\right)$. Υπολογίστε: α) τη διαφορά φάσης Δφ και β) την κατάσταση προπορείας των u_1 και u_2.

Λύση:

α) $Δφ = φ_1 - φ_2 = 0 - 3π/2 = -3π/2 = -270°$

β) Επειδή προέκυψε αρνητική διαφορά φάσης, η u_1 καθυστερεί χρονικά ως προς την u_2. Συνεπώς, η u_2 προηγείται χρονικά της u_1 κατά 3π/2 ή 270°. Αυτό φαίνεται στο σχήμα 7.16.



Σχήμα 7.16. Η διαφορά φάσης των τάσεων u_1 και u_2 είναι Δφ= -3π/2 και η u_2 προηγείται της u_1 κατά 270°

7.6. ΕΝΕΡΓΟΣ Η ΕΝΔΕΙΚΝΥΜΕΝΗ ΤΙΜΗ ΤΟΥ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Ενεργός τιμή του εναλλασσομένου ρεύματος ονομάζεται η τιμή της έντασης του ισοδύναμου συνεχούς ρεύματος, το οποίο θα παράγει επί μιας συγκεκριμένης ωμικής αντίστασης το ίδιο ποσό θερμότητας Q με το εναλλασσόμενο ρεύμα, στον ίδιο χρόνο.

$$Q = 0{,}24 \cdot 10^{-3} \cdot R \cdot I^2 \cdot t$$

Την ενεργό ή ενδεικνυμένη τιμή **I** της έντασης **i**, υπολογίζουμε από τη σχέση:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad \text{ή} \quad \mathbf{I = 0{,}707 \cdot I_m}$$

Ομοίως για την τάση ισχύει ότι την ενεργό ή ενδεικνυμένη τιμή **U** της τάσης **u** υπολογίζουμε από τη σχέση:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad ή \quad \mathbf{U = 0,707 \cdot U_m}$$

Η ενεργός τιμή ισούται περίπου με το 70% της μέγιστης τιμής των εναλλασσομένων μεγεθών.

Από εδώ και πέρα θα εργαζόμαστε μόνο με ενεργές τιμές. Δηλαδή όταν μιλάμε για τάση ή ένταση θα εννοούμε τις ενεργές τιμές τους, **U** και **I** αντίστοιχα.

Στα περισσότερα όργανα μετρήσεων διαβάζουμε μόνο ενεργές τιμές (Βολτόμετρα, Αμπερόμετρα, μετρητές ισχύος κ.λ.π.)

Παράδειγμα 1S

Να υπολογισθεί η μέγιστη τιμή της εναλλασσόμενης τάσης με ενεργό τιμή U = 220V.

Λύση:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_m = U \cdot \sqrt{2} = 220V \cdot 1,414 \Rightarrow U = 311V$$

Παράδειγμα 2

Να υπολογίσετε το ποσό θερμότητας Q που παράγει σε μια ώρα ηλεκτρική σόμπα, όταν η στιγμιαία τιμή του ρεύματος είναι $i = 10 \cdot ημωt$. Το θερμαντικό στοιχείο της σόμπας έχει αντίσταση R = 40Ω.

Λύση:

$$i = 10 \cdot ημωt \Rightarrow I_m = 10A$$

Άρα η ενεργός τιμή του ρεύματος είναι

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 7A$$

Συνεπώς:

$$Q = 0{,}24 \cdot 10^{-3} \cdot I^2 \cdot R \cdot t = 0.24 \cdot 10^{-3} \cdot 7^2 \cdot 40 \cdot 3600 = 1693 \text{ kcal}$$

7.7. ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Στην ημιτονική καμπύλη εύκολα και με ακρίβεια μπορούμε σε κάθε χρονική στιγμή t να έχουμε το πλάτος, τη φάση και τη συχνότητα του εναλλασσομένου ρεύματος.

Επειδή όμως δεν είναι εύκολη εργασία η χάραξη της ημιτονικής καμπύλης, θα χρησιμοποιούμε για τη γραφική παράσταση των εναλλασσομένων ρευμάτων συμβολικά τα διανύσματα των ενεργών τιμών τους.

Σημείωση. Θυμίζουμε από την ύλη του Γυμνασίου ότι ένα διάνυσμα παριστάνεται:

α) από ένα ευθύγραμμο τμήμα υπό κλίμακα, που εκφράζει το πλάτος του φυσικού μεγέθους ή τη μέγιστη τιμή του.

β) από την κλίση του, ή τη γωνία φ που σχηματίζει ως προς τον οριζόντιο άξονα.

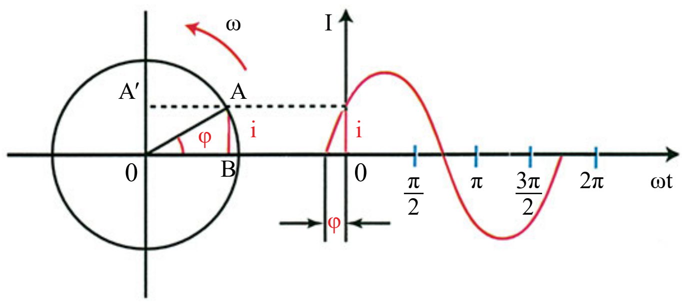
γ) από την φορά του, που τη δείχνει ένα βέλος στο άκρο του ευθύγραμμου τμήματος

Σε ένα σύστημα δυο καθέτων αξόνων, όπου θεωρούμε ότι ο οριζόντιος άξονας είναι άξονας της αρχής μέτρησης των φάσεων και ότι ο κάθετος είναι άξονας των προβολών των διανυσμάτων με κατάλληλη κλίμακα (π.χ. 1cm = 100V και 1cm = 4A), ορίζουμε:

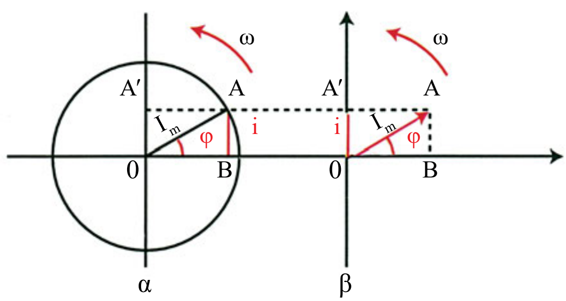
• Για το ρεύμα $i = I_m \cdot ημ(ωt+φ_1)$ ένα διάνυσμα με μέγεθος ΟΑ = $\mathbf{I_m}$ υπό γωνία $\boldsymbol{φ} = (ωt + φ_1)$ ως προς τον οριζόντιο άξονα, δηλαδή όση είναι η φάση του, Σχήμα 7.17.1

• Δείχνουμε πάντοτε με ένα τοξοειδές βέλος τη φορά περιστροφής της κυκλικής συχνότητας **ω.**

• Η φορά περιστροφής της ω είναι αντίθετη της φοράς περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.



Σχήμα 7.17.1 Γραφική παράσταση του διανύσματος I_m = ΟΑ. Από την ημιτονική καμπύλη στο διανυσματικό κύκλο.



Σχήμα 7.17.2 Γραφική παράσταση του διανύσματος I_m = ΟΑ. Από το διανυσματικό κύκλο (α) στο διανυσματικό διάγραμμα (β).

Αν πάρουμε την προβολή του σημείου Α στον κάθετο άξονα, μετράμε πάνω σε αυτόν απόσταση ΟΑ΄, που είναι η προβολή του διανύσματος ΟΑ= $\mathbf{I_m}$. Το ΟΑ΄ = ΑΒ και αντιστοιχεί στη στιγμιαία τιμή **i** (βλέπε σχήμα 7.17.2)

Στην πράξη χρησιμοποιούμε τις ενεργές τιμές τάσης και έντασης για τη διανυσματική παράστασή τους. Με τη διανυσματική παράσταση γίνονται αμέσως αντιληπτές η αρχική φάση φ (σχήμα 7.17.1 και 7.17.2) και οι διαφορές των φάσεων (σχήματα 7.18 και 7.19), πολλών εναλλασσομένων ρευμάτων της ίδιας συχνότητας.

Παράδειγμα 1

Εναλλασσόμενο ρεύμα με ενεργό τιμή I=5A, μέγιστη τιμή I_m = 7,07 A και συχνότητα f = 50Hz, στην αρχή των χρόνων t=0 έχει αρχική φάση φ_1=30° = π/6. Υπολογίστε: α) την κυκλική συχνότητα, β) υπολογίστε τη φάση μετά από χρόνο t=0,01 sec και γ) σχεδιάστε το διανυσματικό διάγραμμα.

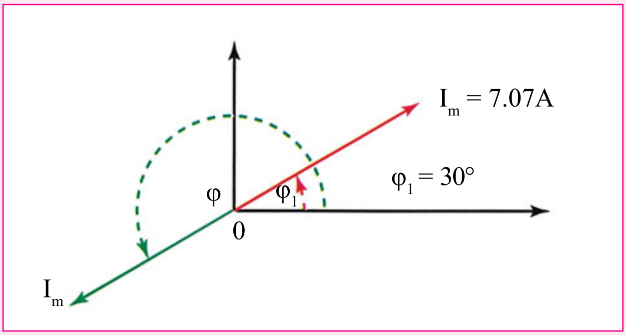
Λύση:

α) $\omega = 2\cdot\pi\cdot f = 2\cdot 3{,}14\cdot 50 = 314$ r/s

β) $\varphi = \omega t + \varphi_1$

$$\varphi = 314\cdot 0{,}01 + \frac{\pi}{6} = 3{,}14 + \frac{\pi}{6} = 210^{o}$$

γ) Το διανυσματικό διάγραμμα παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.17.3.



Σχήμα 7.17.3. Διανυσματικό διάγραμμα του ρεύματος i α) για t=0 είναι το κόκκινο βέλος και β) για t= 0,01s είναι το πράσινο βέλος

7.8. ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΩΝ ΡΕΥΜΑΤΩΝ

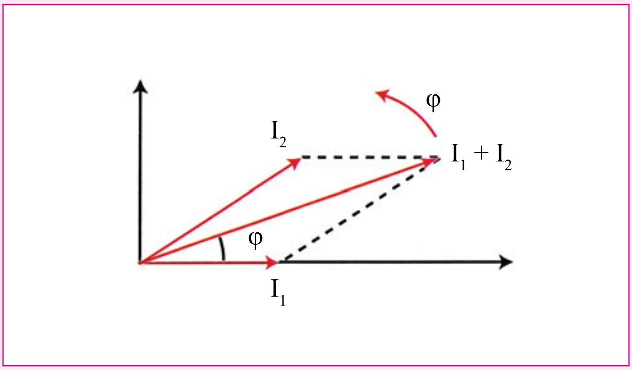
Η πρόσθεση δύο εναλλασσομένων ρευμάτων με προσθετέους τις στιγμιαίες τιμές τους είναι εργασία που απαιτεί μεγάλη ακρίβεια στο σχεδιασμό. Πολύ πιο εύκολα όμως γίνεται με τη χρήση του διανυσματικού διαγράμματος, όπου προσθέτουμε εύκολα δύο ή περισσότερα εναλλασσόμενα ρεύματα, αρκεί να τηρήσουμε ορισμένες παραδοχές.

Έστω τα ρεύματα I_1=20A με αρχική φάση 0° και I_2=10A με αρχική φάση 30°.

α) Ορίζουμε την κλίμακα σχεδίασης π.χ 1cm =10A

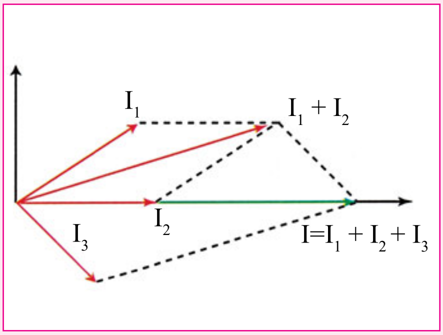
β) Θεωρούμε πάντοτε ως φορά περιστροφής των διανυσμάτων την αντίθετη των δεικτών του ρολογιού

γ) Σχεδιάζουμε τις **ενεργές τιμές** των διανυσμάτων με την επιλεγμένη κλίμακα, με διεύθυνση την αρχική τους φάση ως προς τον οριζόντιο άξονα (σχήμα 7.18)

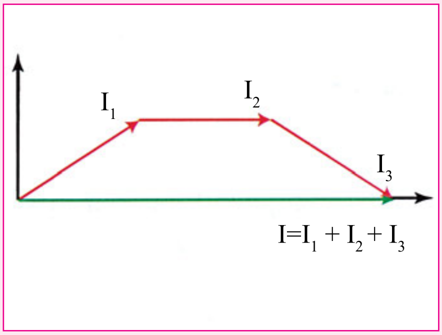


Σχήμα 7.18. Διανυσματική παράσταση των ρευμάτων i_1, i_2 και του συνιστάμενου ρεύματος $i_1 + i_2$

δ) Προσθέτουμε τα διανύσματα $\mathbf{I_1}$ και $\mathbf{I_2}$ με τον **νόμο του παραλληλογράμμου** Σχήμα 7.18. Η φάση του ολικού ρεύματος είναι η γωνία φ που σχηματίζει το διάνυσμά του με τον οριζόντιο άξονα, Σχήμα 7.18. Όταν τα ρεύματα είναι περισσότερα από δύο (π.χ. τρία), η πρόσθεσή τους γίνεται με το νόμο του παραλληλόγραμμου Σχήμα 7.19.α, ή με το δυναμοπολύγωνο, Σχήμα 7.19.β. Το συνισταμένο διάνυσμα $I=I_1+I_2+I_3$ είναι το ολικό ρεύμα.



(α)



(β)

Σχήμα 7.19. Διανυσματικό διάγραμμα πρόσθεσης τριών ρευμάτων: α) με το παραλληλόγραμμο και β) με το δυναμοπολύγωνο

Σημείωση 1

Για να προσθέσουμε διανυσματικά (γεωμετρικά) δύο μεγέθη που συντρέχουν σε κοινό σημείο:

α) από το τέλος του πρώτου φέρουμε παράλληλο και ίσο με το δεύτερο

β) από το τέλος του δεύτερου φέρουμε παράλληλο και ίσο προς το πρώτο. Το αποτέλεσμα είναι να σχηματισθεί παραλληλόγραμμο με παράλληλες πλευρές τα προστιθέμενα μεγέθη.

γ) Η διαγώνιος του παραλληλογράμμου που έχει αρχή την κοινή αρχή των δύο μεγεθών και τέλος το κοινό τους τέλος είναι το συνιστάμενο μέγεθος (σχήμα 7.18).

Σημείωση 2

Εάν τα μεγέθη είναι περισσότερα από δύο, ακολουθούμε ακριβώς την ίδια πορεία. Το συνιστάμενο μέγεθος έχει αρχή την κοινή αρχή των μεγεθών και τέλος, το τέλος του τελευταίου αγόμενου παράλληλου μεγέθους. Το διανυσματικό διάγραμμα που σχηματίζεται ονομάζεται δυναμοπολύγωνο (σχήμα 7.19.β).

7.9. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

1. Η συνολική τάση που προκύπτει (παράγεται) στα άκρα περιστρεφόμενου βρόχου μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, οποιαδήποτε τυχαία χρονική στιγμή t, δίδεται από τη σχέση:

$$\mathbf{u = 2 \cdot B \cdot \ell \cdot \upsilon \cdot ημφ}$$

2. Γενικά, για κάθε χρονική στιγμή η εναλλασσόμενη τάση δίνεται από την σχέση:.

$$\mathbf{u = U_m \cdot ημφ}$$

Επίσης, για κάθε χρονική στιγμή η εναλλασσόμενη ένταση (ρεύμα) δίνεται από τη σχέση.

$$\mathbf{i = I_m \cdot ημφ}$$

Όπου: **u** είναι η στιγμιαία τιμή της εναλλασσόμενης τάσης, $\mathbf{U_m}$ είναι η μέγιστη τιμή της εναλλασσόμενης τάσης, **i** είναι η στιγμιαία τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος και $\mathbf{I_m}$ είναι η μέγιστη τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος.

3. Ονομάζεται **περίοδος T** ενός εναλλασσομένου μεγέθους (τάσης ή έντασης) ο σταθερός χρόνος **T**, μέσα στον οποίο το εναλλασσόμενο ρεύμα συμπληρώνει μια πλήρη εναλλαγή (περιστροφή 360°), με άλλα λόγια ο χρόνος σε δευτερόλεπτα μέσα στον οποίο ολοκληρώνεται ένας πλήρης κύκλος μεταβολής του.

4. Ονομάζουμε **συχνότητα f** του εναλλασσόμενου ρεύματος, τον σταθερό αριθμό των κύκλων, που συμπληρώνονται μέσα σε ένα δευτερόλεπτο. Η μονάδα μέτρησης της συχνότητας είναι το Hertz (Hz).

Περίοδος και συχνότητα συνδέονται με τη σχέση.

$$\mathbf{f=1/T}$$

5. Τη γωνία **φ** της εναλλασσόμενης τάσης $\mathbf{u = U_m \cdot ημφ}$ ή του εναλλασσόμενου ρεύματος $\mathbf{i = I_m \cdot ημφ}$**,** ονομάζουμε **φάση** ή γωνία φάσης.

6. Τη σταθερή αύξηση της φάσης σε ένα δευτερόλεπτο ονομάζουμε **κυκλική συχνότητα ω** του εναλλασσόμενου μεγέθους.

Η κυκλική συχνότητα ω συμπίπτει με τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του βρόχου και δίνεται από τη σχέση:

$\mathbf{ω = 2πf = 2π/T}$ ακτίνια/δευτερόλεπτο ή rad/sec

7. Εάν κατά την αρχική χρονική στιγμή, $t=0$, το εναλλασσόμενο ρεύμα έχει κάποια τιμή **i,** διαφορετική του μηδενός, τότε έχει **αρχική φάση φ_1.** Σε αυτή τη περίπτωση μετράμε το χρόνο από την αρχική φάση. Μετά από χρόνο t η φάση του εναλλασσόμενου ρεύματος θα είναι:

$$\varphi = \omega t + \varphi_1$$

Δηλαδή η εξίσωση του εναλλασσόμενου ρεύματος με αρχική φάση γίνεται

$$\mathbf{i = I_m \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_1)}$$

8. Δύο εναλλασσόμενα ρεύματα i_1 και i_2 της ίδιας συχνότητας και φάσης λέμε ότι βρίσκονται σε **ταυτότητα φάσης** ή απλά **σε φάση** ή ότι είναι **συμφασικά.**

9. Δύο εναλλασσόμενα ρεύματα της ίδιας συχνότητας που έχουν διαφορετική αρχική φάση με αποτέλεσμα να παίρνουν σε διαφορετικές χρονικές στιγμές τις μέγιστες, ελάχιστες και μηδενικές τιμές τους λέμε ότι βρίσκονται σε **φασική απόκλιση** ή απλά σε **διαφορά φάσης Δφ.**

10. Η διαφορά φάσης Δφ δύο ρευμάτων υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\mathbf{\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2}$$

όπου φ_1 είναι η φάση του ενός ρεύματος και φ_2 είναι η φάση του άλλου ρεύματος.

Αν η διαφορά φάσης Δφ είναι θετική, τότε το i_1 προηγείται χρονικά του i_2, και είναι σε **προπορεία.** Αν η διαφορά φάσης Δφ είναι αρνητική, τότε το i_1 καθυστερεί χρονικά ως προς το i_2 και βρίσκεται σε **επιπορεία** ως προς το i_2.

11. Ονομάζεται **ενεργός τιμή** του εναλλασσομένου ρεύματος $\mathbf{I_{εν}}$ **ή I,** η τιμή της έντασης του ισοδύναμου συνεχούς ρεύματος, το οποίο θα παράγει επί μιας συγκεκριμένης ωμικής αντίστασης το ίδιο ποσό θερμότητας Q, με το εναλλασσόμενο ρεύμα, στον ίδιο χρόνο. Την **ενεργό ή ενδεικνύμενη τιμή I** της έντασης **i,** υπολογίζουμε από τη σχέση:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad ή \quad \mathbf{I = 0{,}707 \cdot I_m}$$

Ομοίως, για την τάση ισχύει ότι την **ενεργό ή ενδεικνυμένη τιμή U** της τάσης **u**, υπολογίζουμε από τη σχέση

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \quad ή \quad U = 0{,}707 \cdot U_m$$

Στα περισσότερα όργανα μετρήσεων διαβάζουμε **ενεργές τιμές** (Βολτόμετρα, Αμπερόμετρα, μετρητές ισχύος κ.λ.π.)

12. Επειδή δεν είναι εύκολη εργασία η χάραξη της ημιτονικής καμπύλης, χρησιμοποιούμε για τη γραφική παράσταση των εναλλασσομένων ρευμάτων και τάσεων, τα **διανύσματα των ενεργών τιμών τους.** Στην πράξη, για τη διανυσματική παράσταση εναλλασσομένων μεγεθών χρησιμοποιούμε τις **ενεργές τιμές** τους.

Με τη διανυσματική παράσταση γίνονται αμέσως αντιληπτές **η αρχική φάση** και **οι διαφορές των φάσεων** πολλών εναλλασσομένων ρευμάτων της ίδιας συχνότητας.

13. Με τη χρήση του διανυσματικού διαγράμματος **προσθέτουμε** εύκολα δύο ή περισσότερα εναλλασσόμενα ρεύματα.

7.10. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Ποια είναι η τιμή της κυκλικής συχνότητας ω και της περιόδου T μιας εναλλασσόμενης τάσης συχνότητας f=50Hz.

Απάντηση: ω = 314 rad /sec, T = 0,020s

2. Τετραπολική γεννήτρια περιστρέφεται με ταχύτητα n=1500 στροφές το λεπτό. Υπολογίστε την συχνότητα της παραγόμενης ΗΕΔ.

Απάντηση: f = 50Hz

3. Θέλουμε να κινήσουμε γεννήτρια με ταχύτητα n=500 στροφές το λεπτό. Υπολογίστε πόσους πόλους πρέπει να έχει η γεννήτρια, ώστε να παράγει εναλλασσόμενη τάση με συχνότητα 50Hz.

Απάντηση: p = 6 ζεύγη πόλων ή 12 πόλους

4. Η ενεργός τιμή εναλλασσόμενης τάσης είναι 220 V. Ποια είναι η μέγιστη τιμή της.

Απάντηση: U_m = 311V

5. Προσθέτουμε διανυσματικά δύο εναλλασσόμενες τάσεις με ενεργές τιμές U_1= 60V και U_2 = 40V. Υπολογίστε την τιμή της ολικής τάσης του κυκλώματος όταν: α) οι τάσεις είναι συμφασικές, β) η U_1 προπορεύεται της U_2 κατά 45° και γ) η U_1 προπορεύεται της U_2 κατά 90°.

Απάντηση: Ορίστε κατάλληλη κλίμακα και σχεδιάστε το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων και για τις τρεις περιπτώσεις.

6. Στην άσκηση 5, να σχεδιάσετε τα διανυσματικά διαγράμματα και να υπολογίσετε τη φάση της ολικής τάσης α) ως προς την U_1 και β) ως προς την U_2.

7. Υπολογίστε τη στιγμιαία τιμή της εναλλασσόμενης τάσης u=300ημ(ωt+60°) όταν t=0,01s και f=50Hz.

Απάντηση: u = -259,8V

8. Υπολογίστε τη στιγμιαία τιμή της έντασης i = 1,45ημ(225°). Τι παρατηρείτε για την τιμή αυτή;

Απάντηση: I = -1,02A

9. Γεννήτρια εναλλασσομένου ρεύματος παράγει στη συχνότητα των 50Hz τάση με μέγιστη τιμή 300 V και αρχική φάση 0. Υπολογίστε την τιμή της τάσης μετά από χρόνο t=0,02s από την αρχή των χρόνων .

Απάντηση: u = 0V

10. Εναλλασσόμενη τάση με μέγιστη τιμή 240V, συχνότητα 50Hz και αρχική φάση φ=0°, έχει τιμή 60V.
Υπολογίστε το χρόνο σε δευτερόλεπτα από την αρχή των χρόνων μέχρι την τιμή αυτή.

Απάντηση: $0{,}8 \cdot 10^{-3}$s=0.8msec

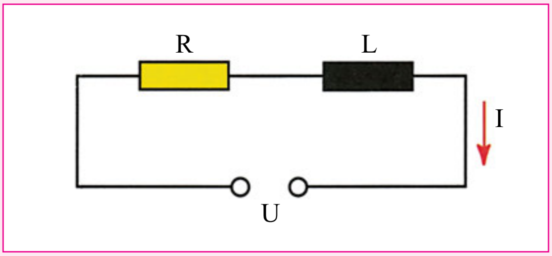
11. Δίδεται το εναλλασσόμενο ρεύμα i =11ημωt = 5 A. Υπολογίστε το χρόνο που πέρασε για να πάρει την τιμή αυτή, όταν η συχνοτητά του είναι 50 Hz.

Απάντηση: $1{,}5 \cdot 10^{-3}$sec=1,5msec

12. Εναλλασσόμενη τάση έχει μέγιστη τιμή 220V. Μετά από χρόνο 0,0015s, η στιγμιαία τιμή της είναι 100V. Υπολογίστε τη συχνότητα, όταν η αρχική της φάση είναι 0°.

Απάντηση: f = 50,1 Hz

13. Στο κύκλωμα του σχήματος 7.20 η τάση u προπορεύεται της έντασης κατά 30°. Να σχεδιάσετε τις ημιτονικές καμπύλες και το διανυσματικό διάγραμμα τάσης και έντασης, όταν I = 10A και U = 220 V.



Σχήμα 7.20. Κύκλωμα σε εναλλασσόμενο ρεύμα

14. Υπολογίστε την ενεργό τιμή εναλλασσομένου ρεύματος, όταν η μέγιστη τιμή του είναι 15 A.

Απάντηση: 10,6A

15. Σε κύκλωμα εναλλασσομένου ρεύματος μετράμε τάση 100 V με αρχική φάση 45°. Επίσης, μετράμε ένταση I=3,8A με καθυστέρηση ως προς τη τάση 30°. α) Σχεδιάστε το διανυσματικό διάγραμμα τάσης και έντασης, β) Υπολογίστε τη διαφορά φάσης, μεταξύ τάσης και έντασης, γ) Υπολογίστε γραφικά (από το διανυσματικό διάγραμμα) τις αντίστοιχες στιγμιαίες τιμές της τάσης και της έντασης.

Απάντηση: Τα αποτελέσματα προκύπτουν από το διανυσματικό διάγραμμα

16. Υπολογίστε τη διαφορά φάσης των εναλλασσομένων τάσεων $u_1 = U_1 \cdot ημ(ωt + π)$ και $u_2 = U_2 \cdot ημ(ωt - π/2)$

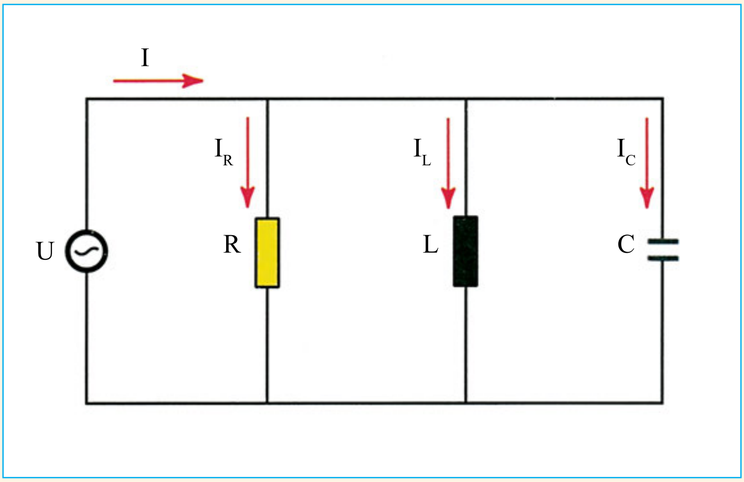
Απάντηση: Δφ = 3π/2 = 270°

17. Ποια είναι η φάση εναλλασσόμενης τάσης με περίοδο T = 0,02sec, κατά την χρονική στιγμή t=0,01sec. Η αρχική φάση είναι 0.

Απάντηση: φ = π

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΕΣ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΟΥΣ ΣΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ



8.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το μεγαλύτερο μέρος του οικιακού και βιομηχανικού εξοπλισμού λειτουργεί με εναλλασσόμενο ρεύμα. Τα κύρια χαρακτηριστικά του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι το πλάτος ή εύρος, η ενεργός τιμή και η συχνότητά του, που εξετάσθηκαν στο κεφάλαιο 7.

Ο λόγος, που χρησιμοποιείται εναλλασσόμενο ρεύμα (Ε.Ρ.) σε εφαρμογές, έχει να κάνει με τον τρόπο παραγωγής και διανομής του. Είναι σχετικά εύκολο να παραχθεί Ε.Ρ. σε ατμογεννήτριες και υδροηλεκτρικά εργοστάσια αντί για συνεχές ρεύμα και ακόμη πιο εύκολο να διανεμηθεί.

Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζονται κυκλώματα, που περιέχουν ωμικές αντιστάσεις, πηνία και πυκνωτές, που είναι συνδεδεμένα είτε σε σειρά είτε παράλληλα και τροφοδοτούνται με Ε.Ρ. Μελετάται η αντίσταση που προβάλλει κάθε στοιχείο στο κύκλωμα (ωμική, επαγωγική και χωρητική) καθώς και η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος. Στα κυκλώματα Ε.Ρ καταναλώνεται ισχύς, η οποία αναλύεται σε πραγματική, άεργη και φαινόμενη.

8.2. ΣΤΙΓΜΙΑΙΑ ΚΑΙ ΜΕΣΗ ΙΣΧΥΣ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Δίνεται ένα κύκλωμα, στο οποίο εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με στιγμιαία τιμή u και διαρρέεται από ρεύμα με στιγμιαία τιμή i. Το γινόμενο των στιγμιαίων τιμών τάσης και ρεύματος, σε κάποια χρονική στιγμή, παρέχει τη **στιγμιαία ισχύ** για το κύκλωμα:

$$p = u \cdot i$$

Στη γενική περίπτωση, που μεταξύ τάσης και ρεύματος υπάρχει κάποια διαφορά φάσης φ, οι στιγμιαίες τιμές του ρεύματος και της τάσης είναι:

$i=I_m \cdot ημωt$

$u=U_m \cdot ημ(ωt+φ)$

Η στιγμιαία ισχύς προκύπτει ως:

$p=u \cdot i=U_m \cdot I_m \cdot ημ(ωt+φ) \cdot ημωt$

όπου: $U_m = U \cdot \sqrt{2}$ και $I_m = I \cdot \sqrt{2}$

Μετά από μαθηματική επεξεργασία της σχέσης της στιγμιαίας ισχύος βρίσκουμε τη μέση ισχύ σε μία περίοδο η οποία μετριέται σε βατ και είναι:

$P=U \cdot I \cdot συνφ$ σε W

8.3. ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ, ΑΕΡΓΗ ΚΑΙ ΦΑΙΝΟΜΕΝΗ ΙΣΧΥΣ

Η πάρα πάνω σχέση είναι γενική και μπορεί να εφαρμοσθεί σε οποιοδήποτε κύκλωμα η τμήμα κυκλώματος. Η μέση ισχύς ονομάζεται επίσης **ενεργός** ή **πραγματική ισχύς.**

Η ενεργός ισχύς για το εναλλασσόμενο διαφέρει από την ισχύ συνεχούς ρεύματος κατά τον παράγοντα **συνφ,** που ονομάζεται **συντελεστής ισχύος.** Το **συνφ** παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1:

$0<συνφ<1$

Όσο μικρότερο είναι το **συνφ,** τόσο μικρότερη είναι η μέση ισχύς για τις ίδιες τιμές ρεύματος και τάσης. Ακόμη, για δεδομένη τάση και ισχύ, το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα αυξάνεται για μικρά **συνφ** και ελαττώνεται για μεγάλα **συνφ.** Ο συντελεστής ισχύος καθορίζεται από τη συγκρότηση του κυκλώματος και μπορεί να βελτιωθεί (βελτίωση συνφ), όπως θα αναπτυχθεί στο Κεφάλαιο 11. Η έννοια του συντελεστή ισχύος και της βελτίωσής του έχει τεράστια σημασία στις βιομηχανικές και οικιακές εγκαταστάσεις, αλλά και στα δίκτυα μεταφοράς και διανομής ηλεκτρικής ενέργειας.

Όταν το ρεύμα και η τάση βρίσκονται σε φάση, τότε **φ=0°** και **συνφ=1,** συνεπώς η τιμή της ισχύος είναι **P=U·I.** Αυτή η ισχύς, η οποία είναι η μέγιστη ισχύς που μπορεί να απορροφήσει ένας καταναλωτής με δεδομένη την τάση U και ένταση I, ονομάζεται **φαινόμενη ισχύ $P_φ$** και μετριέται σε **βολταμπέρ (VA).**

$P_φ = U \cdot I$ σε VA

Η φαινόμενη ισχύς είναι συνήθως ένα από τα ονομαστικά μεγέθη μιας συσκευής (π.χ. μετασχηματιστές).

Από το είδος του καταναλωτή και τις συνθήκες του δικτύου θα εξαρτηθεί πόση πραγματική ισχύ θα απορροφήσει. **Ο συντελεστής ισχύος προσδιορίζει το μέγεθος της πραγματικής ισχύος ως προς το μέγεθος της φαινόμενης ισχύος.**

$συνφ = P/P_φ$ ή $P = P_φ \cdot συνφ$

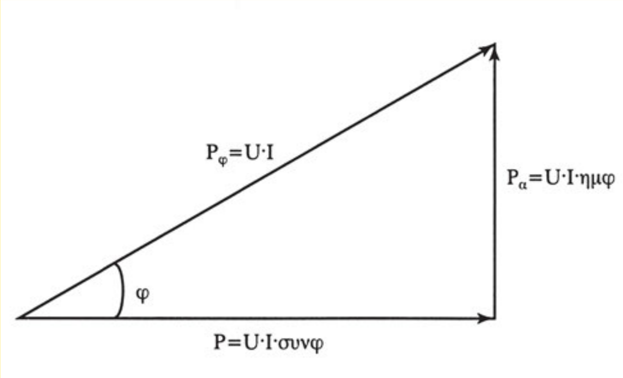
Η ποσότητα $P_α = U \cdot I \cdot ημφ$ ονομάζεται **άεργη ισχύς** και μετριέται σε **VAr.** Η άεργη ισχύς δεν παράγει μηχανικό έργο, ούτε θερμότητα. Υπολογίζεται από τη φαινόμενη ισχύ και από τη γωνία φ:

$P_α = P_φ \cdot ημφ$

Προκύπτει ότι η σχέση μεταξύ πραγματικής ισχύος, άεργης ισχύος και φαινόμενης ισχύος είναι:

$P_φ^2 = P^2 + P_α^2$

Στο διάγραμμα του σχήματος 8.1 παρουσιάζεται το **τρίγωνο ισχύος.** Η πραγματική ισχύς P είναι στον οριζόντιο άξονα, η άεργη ισχύς $P_α$ είναι κάθετη στην πραγματική ισχύ P και η φαινόμενη ισχύς $P_φ$ είναι η υποτείνουσα.



Σχήμα 8.1 Τρίγωνο Ισχύος: πραγματική ισχύς P, άεργη ισχύς $P_α$ και φαινόμενη ισχύς $P_φ$

Παράδειγμα 1

Η πραγματική ισχύς ενός ηλεκτροκίνητου μηχανήματος είναι P=7,2KW. Η φαινόμενη ισχύς του είναι $P_φ$=9,5KVA. Να υπολογιστεί: α) ο συντελεστής ισχύος συνφ και β) η άεργη ισχύς $P_α$.

Λύση:

α) Από το τρίγωνο των ισχύων βρίσκουμε:

$$συνφ = \frac{P}{P_φ} = \frac{7,2}{9,5} = 0,76 \Rightarrow φ = 40,5^\circ$$

β) άεργη ισχύς βρίσκεται από:

$$P_α = P_φ \cdot ημφ = 9,5 \cdot ημ40,5° = 6,2KVAr$$

Επαλήθευση:
Από τη σχέση του ορθογωνίου τριγώνου του σχήματος 8.1:

$$P_α^2 = P_φ^2 - P^2$$

$$P_α^2 = 9,5^2 - 7,2^2 = \sqrt{90,25 - 51,84} = 6,2\,KVAr$$

Παράδειγμα 2

Ένα εργοστάσιο παίρνει από δίκτυο τάσης 5KV πραγματική ισχύ 64KW με συντελεστή ισχύος συνφ=0,81. Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος.

Λύση:

Από τη σχέση της πραγματικής ισχύος $P=U \cdot I \cdot$συνφ βρίσκουμε:

$$I = \frac{P}{U\text{συνφ}} = \frac{64000\,W}{5000\,V \cdot 0,81} = 15,8\,A$$

Παράδειγμα 3

Καταναλωτής ονομαστικής ισχύος 10KW συνδέεται σε πηγή εναλλασσόμενης τάσης 220V, 50Hz. Να υπολογισθούν: α) η ενεργός τιμή του ρεύματος I όταν η άεργη ισχύς είναι μηδέν, β) η φαινόμενη ισχύς $P_φ$, η ενεργός τιμή του ρεύματος I και ο συντελεστής ισχύος συνφ, όταν η άεργος ισχύς είναι $P_α$=7KVAr.

Λύση:

α) Πρώτη περίπτωση όπου $P_α=0$ δηλαδή ημφ=0 ⇒ φ=0° ⇒ συνφ=1

Υπολογίζουμε το ρεύμα από τη σχέση:

$$P=P_φ \cdot \text{συνφ}=U \cdot I \cdot \text{συνφ}$$

$$I = \frac{P}{U\text{συνφ}} = \frac{10 \cdot 10^3\,W}{220\,V \cdot 1} = 45,45\,A$$

β) Δεύτερη περίπτωση όταν $P_α$=7KVAr.

Από το τρίγωνο ισχύων βρίσκουμε:

$$P_φ^2=P^2+P_α^2$$

$$P_\varphi = \sqrt{P^2 + P_\alpha^2} = \sqrt{10^2 + 7^2} = \sqrt{100 + 49} = 12,2\,kVA$$

$$I = \frac{P_\varphi}{U} = \frac{12,2 \cdot 10^3\,VA}{220V} = 55,45A$$

$$P = U \cdot I \cdot συνφ$$

$$συνφ = \frac{P}{U \cdot I} = \frac{10 \cdot 10^3}{220 \cdot 55,45} = 0,82$$

και φ ≈ 35°

Παράδειγμα 4

Να υπολογιστεί η φαινομένη ισχύς για u=2·ημ60° και i=2·ημ60°.

Λύση:

$$U = \frac{2}{\sqrt{2}} \text{ και } I = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$P_\varphi = U \cdot I = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{2} = 2W$$

Παράδειγμα 5

Το φορτίο ενός καταναλωτή δημιουργεί γωνία φ=30° μεταξύ τάσης και έντασης. Να υπολογιστεί ο συντελεστής ισχύος.

Λύση:

Ο συντελεστής ισχύος είναι:

$$συνφ = συν30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,87$$

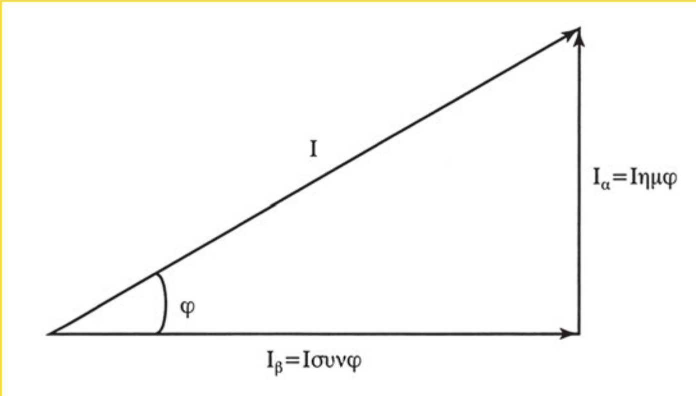
8.4. ΤΡΙΓΩΝΟ ΡΕΥΜΑΤΩΝ

Από το τρίγωνο ισχύος του Σχήματος 8.1 όταν διαιρέσουμε κάθε πλευρά με την τάση U προκύπτει το τρίγωνο ρευμάτων, Σχήμα 8.2. Στο τρίγωνο αυτό η ολική ένταση I προκύπτει από την διανυσματική πρόσθεση δυο συνιστωσών: της συνιστώσας $I_β$ και της συνιστώσας $I_α$. Η συνιστώσα $I_β$ αντιστοιχεί στο **ενεργό** ή **βαττικό ρεύμα,** στο οποίο οφείλεται η πραγματική ισχύς. Η συνιστώσα $I_α$ αντιστοιχεί στο **άεργο ρεύμα** στο οποίο οφείλεται η άεργη ισχύς. Στο τρίγωνο ρευμάτων, το βαττικό ρεύμα $I_β$ είναι στον οριζόντιο άξονα, το άεργο ρεύμα $I_α$ είναι κάθετο στο βαττικό $I_β$ ρεύμα και το ολικό ρεύμα I είναι η υποτείνουσα.

$I_β = I \cdot συνφ$

$I_α = I \cdot ημφ$

Το άεργο ρεύμα αυξάνει το ρεύμα φόρτισης των ηλεκτρικών γραμμών των εγκαταστάσεων, των μετασχηματιστών, των δικτύων μεταφοράς και διανομής και των γεννητριών.



Σχήμα 8.2. Τρίγωνο ρευμάτων: **βαττικό** ρεύμα $I_β$, **άεργο** ρεύμα $I_α$ και ολικό ρεύμα I

Έτσι για την ισχύ εναλλασσόμενου ρεύματος έχουμε τις σχέσεις:

- Φαινομένη ισχύς: $P_\varphi = U \cdot I$ σε VA
- Πραγματική ισχύς: $P = U \cdot I_\beta$ σε W
- Άεργη ισχύς: $P_\alpha = U \cdot I_\alpha$ σε VAr

8.5. ΩΜΙΚΟΣ, ΧΩΡΗΤΙΚΟΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΩΓΙΚΟΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΗΣ ΣΕ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

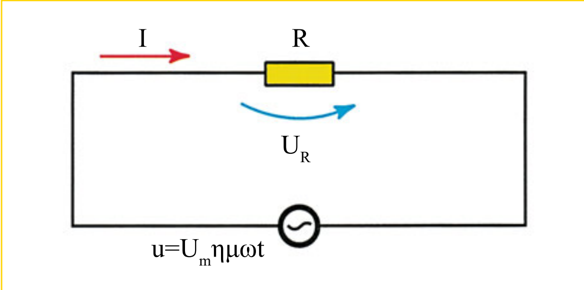
Οι συσκευές, που χρησιμοποιούνται καθημερινά στις οικιακές και βιοτεχνικές εγκαταστάσεις, λειτουργούν με εναλλασσόμενο ρεύμα. Όσες προορίζονται για τις ευρωπαϊκές χώρες έχουν χαρακτηριστικά (τάση, συχνότητα) = (220V, 50Hz), ενώ αυτές που λειτουργούν στις Η.Π.Α. έχουν (τάση, συχνότητα) = (127V, 60Hz). Οι ηλεκτρικές συσκευές αποτελούνται από πολύπλοκα κυκλώματα, τα κυριότερα από τα οποία είναι: η αντίσταση R, ο πυκνωτής C και το πηνίο L.

Με βάση όμως την λειτουργία τους, τα ηλεκτρικά κυκλώματα ταξινομούνται σε τρεις κατηγορίες:

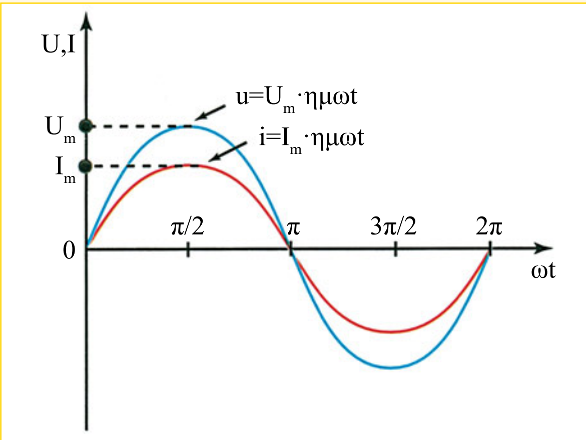
- Ωμικός καταναλωτής, όπου το βασικό στοιχείο είναι η αντίσταση
- Επαγωγικός καταναλωτής, όπου το βασικό χαρακτηριστικό είναι το πηνίο.
- Χωρητικός καταναλωτής, όπου το βασικό στοιχείο είναι ο πυκνωτής

8.5.1. Ωμικός καταναλωτής

Θεωρούμε μια πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος συνδεδεμένη με μια αντίσταση, όπως φαίνεται στα σχήματα 8.3.α και 8.3.β.



Σχήμα 8.3.α. Κύκλωμα με αντίσταση R στην οποία εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση u



Σχήμα.8.3.β Κυματομορφές τάσης - έντασης σε ωμικό καταναλωτή.

Η τάση της πηγής δίνεται από την σχέση:

$$u=U_m \cdot ημωt$$

όπου: u είναι η στιγμιαία τάση της πηγής σε Volt, U_m είναι το πλάτος της τάσης σε Volt, ω είναι η κυκλική συχνότητα σε rad/sec και t ο χρόνος σε sec.

Αυτό που ενδιαφέρει στον ωμικό καταναλωτή είναι η ένταση του ρεύματος, που διαρρέει το κύκλωμα και η καταναλισκόμενη ενέργεια σ' αυτό.

Στο Σχήμα 8.3.α η τάση της πηγής ισούται με την τάση στα άκρα της αντίστασης:

$$u=U_R$$

Η ένταση του ρεύματος είναι:

$$i=I_m\cdot ημωt$$

Για τις στιγμιαίες τιμές της τάσης και της έντασης ισχύει και στο εναλλασσόμενο ρεύμα ο νόμος του Ωμ. Επομένως για την ωμική αντίσταση του Σχήματος 8.3.α ισχύει:

$$i=\frac{u}{R}=\frac{U_m ημωt}{R}=I_m ημωt$$

$$I_m=\frac{U_m}{R}$$

Αντικαθιστώντας τις ενεργές τιμές U και I έχουμε:

$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}} \text{ και } U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$I=\frac{U_m}{\sqrt{2}R}=\frac{U}{R}\Rightarrow I=\frac{U}{R}$$

Ο νόμος του Ωμ ισχύει στο εναλλασσόμενο ρεύμα για τις ενεργές τιμές τάσης και έντασης.

Στον ωμικό καταναλωτή το ρεύμα και η τάση βρίσκονται σε φάση, διότι η διαφορά φάσης μεταξύ τους είναι φ=0°.

Παράδειγμα 1

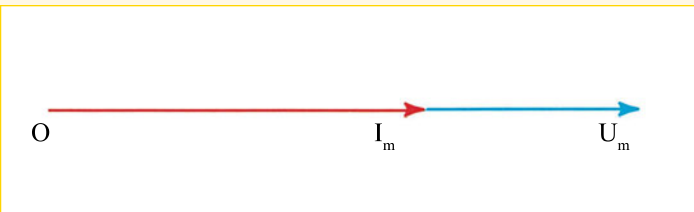
Ωμικός καταναλωτής τροφοδοτείται με στιγμιαία τάση u=310·ημωt και στιγμιαία ένταση i=31·ημωt. Να βρεθεί το μέγεθός του και να σχεδιαστεί το διανυσματικό διάγραμμα.

Λύση:

Από τις στιγμιαίες τιμές προκύπτει Δφ=0^o. Η τάση και η ένταση συμπίπτουν στον οριζόντιο άξονα, Σχήμα 8.4.

Πρόκειται λοιπόν για ωμικό καταναλωτή. Η τιμή της αντίστασης βρίσκεται με εφαρμογή του νόμου του Ωμ.

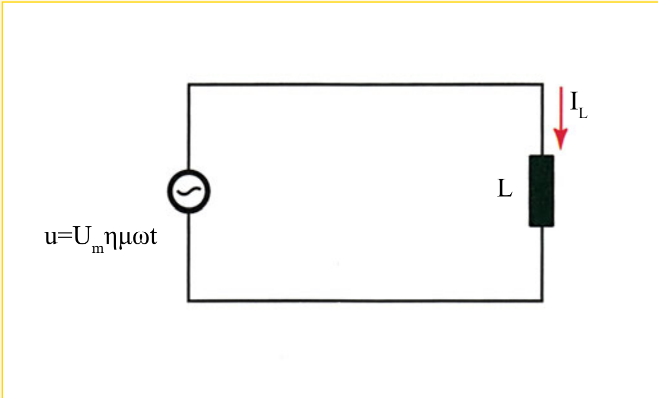
$$R = \frac{U}{I} = \frac{\frac{U_m}{\sqrt{2}}}{\frac{I_m}{\sqrt{2}}} = \frac{310/\sqrt{2}}{31/\sqrt{2}} = 10\ \Omega$$



Σχήμα 8.4 Διανυσματικό διάγραμμα τάσης και έντασης για κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος που τροφοδοτεί ωμική αντίσταση.

8.5.2. Επαγωγικός καταναλωτής

Θεωρούμε το κύκλωμα του σχήματος 8.5, όπου μια πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος συνδέεται με ένα ιδανικό ή καθαρό πηνίο. Ιδανικό πηνίο είναι αυτό που δεν παρουσιάζει ωμική αντίσταση R=0.



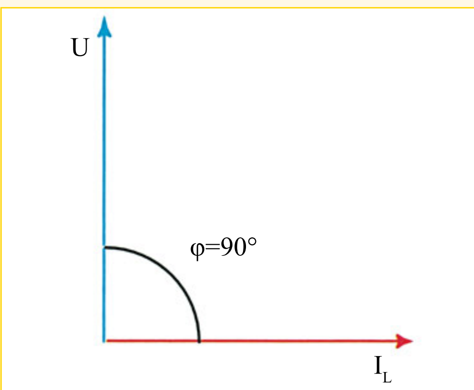
Σχήμα 8.5. Ιδανικό πηνίο, στα άκρα του οποίου εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση

Αποδεικνύεται ότι, αν εφαρμοστεί εναλλασσόμενη τάση $u=U_m \cdot ημωt$, τότε το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο είναι:

$$i = I_m ημ\left(ωt - \frac{π}{2}\right)$$

Η τάση στο πηνίο προηγείται του ρεύματος κατά 90°.

Το διανυσματικό διάγραμμα τάσης και έντασης σ' ένα ιδανικό πηνίο φαίνεται στο σχήμα 8.6:



Σχήμα. 8.6 Διάγραμμα τάσης - έντασης καθαρού επαγωγικού καταναλωτή σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος

Η αντίσταση που παρεμβάλλει το πηνίο στο κύκλωμα εναλλασσομένου ρεύματος ονομάζεται **επαγωγική αντίσταση.**

Η επαγωγική αντίσταση X_L είναι ο λόγος της ενεργού τιμής της τάσης στα άκρα του πηνίου προς την ενεργό ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.

$$X_L=U/I_L$$

Η επαγωγική αντίσταση είναι ανάλογη της κυκλικής συχνότητας ω του ρεύματος και της αυτεπαγωγής L του πηνίου:

$$X_L=\omega\cdot L=2\cdot\pi\cdot f\cdot L$$

Η μονάδα μέτρησης της επαγωγικής αντίστασης είναι το Ωμ [Ω].

Στην περίπτωση του επαγωγικού καταναλωτή η ενεργός, η άεργος και η φαινόμενη ισχύς είναι:

$$P=U\cdot I\cdot \text{συνφ}=0$$

$$P_\alpha=U\cdot I\cdot \text{ημφ}$$

$$P_\varphi=U\cdot I$$

Προκύπτει ότι ο επαγωγικός καταναλωτής δεν απορροφάει καθόλου ενεργό ισχύ. Όλη η φαινόμενη ισχύς συγκεντρώνεται στο πηνίο υπό μορφή επαγωγικής άεργου ισχύος:

$$\varphi=90°\Rightarrow \text{ημφ}=1 \Rightarrow P_\varphi=P_\alpha$$

Παράδειγμα 1

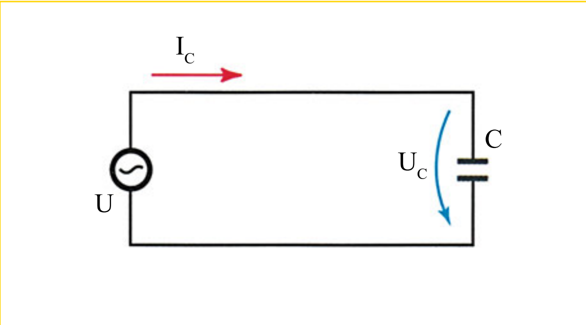
Πηνίο αυτεπαγωγής L=0,02H συνδέεται σε πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος συχνότητας 50Hz. Να βρεθεί η επαγωγική αντίσταση του πηνίου.

Λύση:

$X_L=\omega\cdot L=2\cdot\pi\cdot f\cdot L=2\cdot 3{,}14\cdot 50Hz\cdot 0{,}02H=6{,}28\Omega$

8.5.3 Χωρητικός καταναλωτής

Θεωρούμε μια πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος συνδεδεμένη με ένα ιδανικό πυκνωτή, όπως φαίνεται στο σχήμα 8.7. Ιδανικός πυκνωτής είναι αυτός που δεν παρουσιάζει ωμική αντίσταση, R=0.

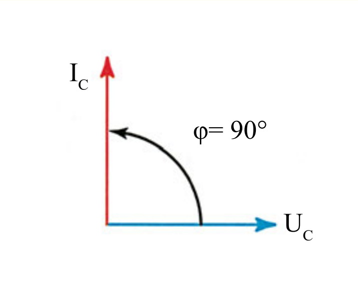


Σχήμα 8.7 Κύκλωμα πυκνωτή που συνδέεται με εναλλασσόμενη τάση

Αν η τάση της πηγής είναι $u=U_m\cdot$ημωt, τότε το ρεύμα που διαρρέει τον πυκνωτή είναι:

$$i = I_m \cdot \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Παρατηρούμε ότι στον ιδανικό πυκνωτή το ρεύμα προηγείται της τάσης κατά $\frac{\pi}{2}$, Σχήμα 8.8, ή η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και έντασης είναι $\varphi_C=90°$.



Σχήμα.8.8 Διανυσματικό διάγραμμα τάσης - έντασης ιδανικού πυκνωτή σε κύκλωμα Ε.Ρ

Η χωρητική αντίσταση είναι ο λόγος της ενεργού τιμής της τάσης Uc στα άκρα του πυκνωτή προς την ενεργό ένταση του ρεύματος Ic που τον διαρρέει.

$$X_C = \frac{U_C}{I_C}$$

Η χωρητική αντίσταση είναι αντιστρόφως ανάλογη της κυκλικής συχνότητας και της χωρητικότητας του πυκνωτή:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Στην περίπτωση του χωρητικού καταναλωτή, η ενεργός, η άεργος και η φαινόμενη ισχύς είναι:

$$P = U \cdot I \cdot \text{συνφ} = 0$$

$$P_\alpha = U \cdot I \cdot \text{ημφ}$$

$$P_\varphi = U \cdot I$$

Προκύπτει ότι ο χωρητικός καταναλωτής δεν απορροφάει ενεργό ισχύ. Όλη η φαινόμενη ισχύς συγκεντρώνεται στον πυκνωτή υπό μορφή χωρητικής αέργου ισχύος:

$$\varphi = 90° \Rightarrow \text{ημφ} = 1 \Rightarrow P_\varphi = P_\alpha$$

Παράδειγμα 1

Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει ένα πυκνωτή C=50μF, είναι I_m=10A και η συχνότητα είναι f=50Hz. Να υπολογισθεί η μέγιστη, η στιγμιαία και η ενεργός πτώση τάσης στο πυκνωτή.

Λύση:

Η κυκλική συχνότητα είναι:

$$\omega=2\cdot\pi\cdot f=2\cdot 3{,}14\cdot 50=314 rad/s$$

Το στιγμιαίο ρεύμα και η στιγμιαία πτώση τάσης στον πυκνωτή είναι:

$$i = 10\cdot ημ\,(314\cdot t+90^0)$$

$$u = U_m\cdot ημ\,\omega t$$

Από το νόμο του Ωμ έχουμε:

$$U_m=I_m\cdot X_c$$

Η χωρητική αντίσταση X_c του πυκνωτή είναι:

$$X_c=1/(\omega\cdot C)=1/(314\cdot 50\cdot 10^{-6}) = 63{,}7\Omega$$

Επομένως,

$$U_m=I_m X_c=10A\cdot 63{,}7\Omega=637V$$

Η στιγμιαία τάση που εφαρμόζεται στο πυκνωτή είναι:

$$u = 637\cdot ημ\,314\cdot t$$

Η ενεργός τιμή της τάσης είναι:

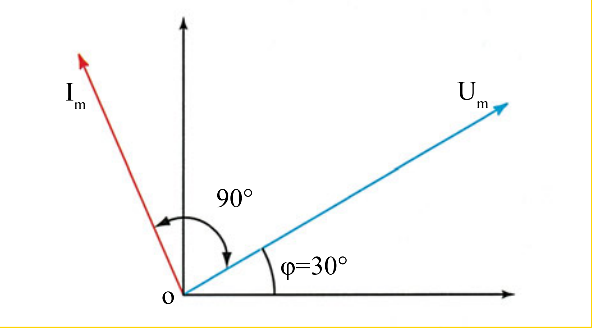
$$U = U_m / \sqrt{2} = 637\,V / \sqrt{2} = 450\,V$$

Παράδειγμα 2

Στα άκρα ιδανικού πυκνωτή εφαρμόζεται τάση $u=600\cdot ημ(314t+30°)$. Το ρεύμα στον πυκνωτή είναι I=30A. Να σχεδιαστεί το διανυσματικό διάγραμμα και να υπολογισθεί η χωρητικότητα του πυκνωτή.

Λύση:

Το διανυσματικό διάγραμμα μεταξύ της τάσης, που έχει αρχική φάση 30°, και της έντασης παρουσιάζεται στο Σχήμα 8.9:



Σχήμα 8.9. Διανυσματικό διάγραμμα τάσης και έντασης σε κύκλωμα Ε.Ρ. με ιδανικό πυκνωτή

Η τάση U δίνεται από την σχέση:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{600}{1,414} = 424,3 \text{ V}$$

Από το νόμο του Ohm, η χωρητική αντίσταση είναι

X_c =U/I= 424,3V/30A=14,14Ω

και η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι:

$C=1/(\omega X_c)=1/(314\cdot 14,14)=2,25\cdot 10^{-4}F=225\mu F$

8.6. ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΩΜ ΚΑΙ ΤΟΥ ΚΙΡΚΩΦ ΣΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

8.6.1 Νόμος του Ωμ

Όπως είδαμε στο συνεχές ρεύμα ο νόμος του Ωμ είχε τη μορφή:

$$U = I \cdot R \text{ ή } I = \frac{U}{R}$$

Στο εναλλασσόμενο ρεύμα η παραπάνω σχέση ισχύει για τις ενεργές τιμές τάσης και έντασης. Η διαφορά είναι ότι το ρεύμα υπολογίζεται ως ο λόγος της τάσης **U** προς την σύνθετη αντίσταση **Z**. Έτσι, έχουμε το νόμο του Ωμ στο εναλλασσόμενο ρεύμα:

$$I = \frac{U}{Z}$$

Το μέγεθος Z ονομάζεται σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος. Το **Z** λαμβάνει τις τιμές του Πίνακα 8.1.

Πίνακας 8.1. Σύνθετη αντίσταση σε κύκλωμα εναλλασσομένου ρεύματος

Μορφή Κυκλώματος	Σύνθετη αντίσταση Z
Μόνο με ωμικές αντιστάσεις	$Z=R$
Μόνο με ιδανικό πυκνωτή	$Z = \frac{1}{C\omega}$
Μόνο με ιδανικό πηνίο	$Z=L\omega$

8.6.2. Νόμοι του Κίρκωφ

Οι νόμοι του Κίρκωφ για το συνεχές ρεύμα, όπως παρουσιάσθηκαν στο Κεφάλαιο 3, εφαρμόζονται και στο εναλλασσόμενο ρεύμα για τις ενεργές τιμές τάσης και έντασης.

Στην περίπτωση του εναλλασσόμενου ρεύματος όμως αντί για αλγεβρική πρόσθεση γίνεται διανυσματική πρόσθεση των μεγεθών τάση και ένταση.

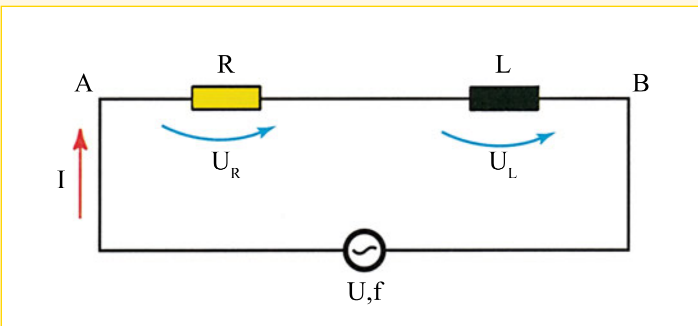
8.7. ΣΥΝΘΕΤΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

Τα κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος που περιλαμβάνουν αντιστάσεις R, πηνία L και πυκνωτές C ονομάζονται **σύνθετα κυκλώματα.**

Ο συνδυασμός των ωμικών, επαγωγικών και χωρητικών αντιστάσεων R, X_L, X_C αποτελεί την **σύνθετη ή φαινόμενη αντίσταση** του κυκλώματος.

8.7.1. Κυκλώματα RL Σειράς

Ένα σύνθετο κύκλωμα RL σειράς παρίσταται στο σχήμα 8.10.



Σχήμα 8.10 Κύκλωμα αντίστασης και πηνίου σε σειρά τροφοδοτούμενο με εναλλασσόμενη τάση

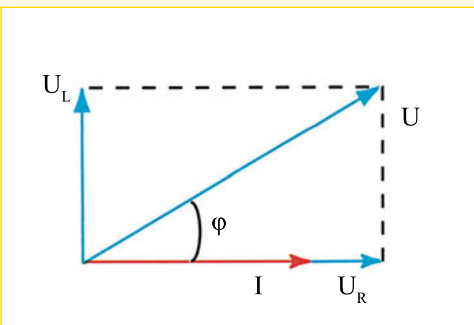
Στην πράξη το κύκλωμα αυτό εκτός από τα ανεξάρτητα στοιχεία ωμική αντίσταση και ιδανικό πηνίο μπορεί να είναι το ισοδύναμο κύκλωμα ενός πηνίου με ωμική αντίσταση R και αυτεπαγωγή L.

Στα άκρα του κυκλώματος AB εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση U. Από τα στοιχεία R και L διέρχεται το ίδιο ρεύμα I επειδή είναι σε σειρά. Οι πτώσεις τάσης σε αυτά είναι U_R, U_L αντίστοιχα. Σύμφωνα με το ΝΤΚ σε κάθε χρονική στιγμή, για τις στιγμιαίες τιμές των τάσεων, ισχύει:

$$u=u_R + u_L$$

Για να προσθέσουμε εναλλασσόμενα μεγέθη, προσθέτουμε τα διανύσματα των μεγίστων τιμών των μεγεθών αυτών. Επίσης, μπορούμε να αθροίσουμε διανυσματικά τις ενεργές τιμές των εναλλασσομένων τάσεων και ρευμάτων. Το διανυσματικό διάγραμμα του κυκλώματος του Σχήματος 8.10 παρουσιάζεται στο σχήμα 8.11.

Στην πράξη μας ενδιαφέρουν οι ενεργές τιμές και οι διαφορές φάσης μεταξύ των μεγεθών U, I, U_R και U_L του σύνθετου κυκλώματος. Όπως είναι γνωστό, η ενεργός τιμή της τάσης U_R και του ρεύματος I σε μια αντίσταση R βρίσκονται σε φάση (συμφασικά). Άρα η τάση U_R και το ρεύμα I συμπίπτουν στο διάγραμμα 8.11.



Σχήμα 8.11 Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων U, U_R, U_L και έντασης I σε κύκλωμα R - L σειράς

Το διάνυσμα της ενεργού τιμής της τάσης U_L προηγείται του διανύσματος $U_L=\omega \cdot L \cdot I$ του ρεύματος I κατά 90°.

Η τάση U, που εφαρμόζεται στα άκρα ΑΒ του κυκλώματος, σχήμα 8.10, είναι το διανυσματικό άθροισμα των U_R και U_L. Η μεταξύ τους διαφορά φάσης είναι η γωνία φ. Από το διανυσματικό διάγραμμα προκύπτει:

$$U^2=U_R^2+U_L^2=(I\cdot R)^2+(I\cdot\omega\cdot L)^2=I^2\cdot[R^2+(\omega\cdot L)^2]$$

Προκύπτει ότι:

$$U = I\cdot\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$$

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος R-L σειράς είναι:

$$Z = \sqrt{R^2+(\omega L)^2}$$

Η ωμική αντίσταση R καθώς και η επαγωγική αντίσταση ωL μετρώνται σε Ωμ, άρα και η σύνθετη αντίσταση Z μετράται σε Ωμ.

Η γωνία φ προσδιορίζεται από το ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος 8.11 και είναι η γωνία μεταξύ της τάσης U στα άκρα του κυκλώματος και της έντασης I:

$$\varepsilon\varphi\varphi=U_L/U_R=X_L/R=\omega L/R \text{ και } 0\leq\phi\leq 90^\circ$$

Εφαρμόζοντας λοιπόν εναλλασσόμενη τάση U στα άκρα σύνθετου καταναλωτή R-L σε σειρά, η ενεργός τιμή του ρεύματος ισούται με το λόγο της ενεργού τιμής της τάσης και της σύνθετης αντίστασης.

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{U}{\sqrt{R^2+X_L^2}}$$

Παράδειγμα 1

Να υπολογισθεί η τάση της πηγής που πρέπει να συνδεθεί στο κύκλωμα του Σχήματος 8.10 για να κυκλοφορήσει σ' αυτό ρεύμα 5A, όταν η ωμική αντίσταση είναι R=6Ω και η επαγωγική αντίσταση X_L=8Ω συνδεδεμένες σε σειρά.

Λύση:

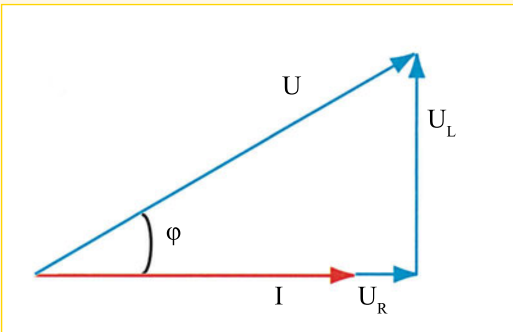
Οι πτώσεις τάσης στην ωμική και στην επαγωγική αντίσταση είναι:

$U_R=R \cdot I=5A \cdot 6\Omega=30V$

$U_L=I \cdot X_L=5A \cdot 8\Omega=40V$

Η τάση της πηγής υπολογίζεται από το διανυσματικό διάγραμμα του Σχήματος 8.12:

$$U=\sqrt{U_R^2+U_L^2}=\sqrt{30^2+40^2}=\sqrt{900+1600}=\sqrt{2500}=50\,V$$



Σχήμα 8.12. Διανυσματικό διάγραμμα πτώσεων τάσης σε κύκλωμα με R-L σε σειρά

Παράδειγμα 2

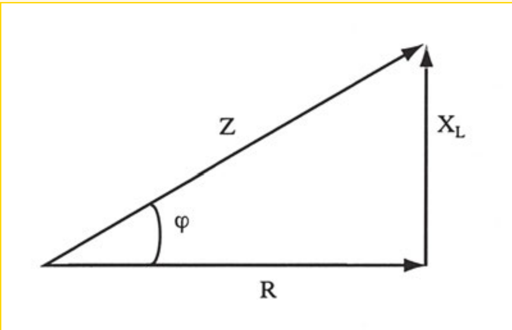
Να υπολογισθεί η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος, στο οποίο $R=9\Omega$ και $X_L=12\Omega$ σε σειρά.

Λύση:

$$Z=\sqrt{R^2+X_L^2}=\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{81+144}=\sqrt{225}=15\,\Omega$$

Παράδειγμα 3

Να υπολογισθεί το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα του Σχήματος 8.10 με επαγωγική αντίσταση X_L=5Ω και ωμική R=1Ω αν συνδεθεί σε δίκτυο Ε.Ρ. με τάση 12V.



Σχήμα.8.13 Τρίγωνο αντιστάσεων: ωμικής R, επαγωγικής X_L και σύνθετης Z

Λύση:

Από το σχήμα 8.13 βρίσκουμε την σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26} = 5{,}1\Omega$$

Από τον νόμο του Ωμ είναι:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{12\,V}{5{,}1\Omega} = 2{,}35\,A$$

Παράδειγμα 4

Εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση 42V-50HZ στα άκρα κυκλώματος σειράς με ωμική αντίσταση R=40 Ω και αυτεπαγωγή L=0,12H (σχήμα 8.10). Να υπολογισθεί: α) η σύνθεση αντίσταση του κυκλώματος, β) η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, γ) η πτώση τάσης στην αντίσταση του πηνίου, δ) η πτώση τάσης στο πηνίο, ε) η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος και στ) ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος.

Λύση:

Η επαγωγική αντίσταση είναι:

$X_L = \omega L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,12 = 37,68\Omega$

α) Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{40^2 + 37,68^2} = 55\,\Omega$$

β) Η ένταση του ρεύματος υπολογίζεται από το νόμο του Ωμ:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{42\ V}{55\ \Omega} = 0,76\,A$$

γ) Η πτώση τάσης στην ωμική αντίσταση είναι:

$U_R = I \cdot R = 0,76A \cdot 40\Omega = 30,4V$

Η τάση U_R είναι σε φάση με το ρεύμα, Σχήμα 8.11.

δ) Η πτώση τάσης στο πηνίο είναι:

$U_L = I \cdot X_L = 0,76A \cdot 37,68\Omega = 28,65V$.

Η τάση αυτή προπορεύεται του ρεύματος κατά 90°.

Η τάση που εφαρμόζεται στο κύκλωμα U=42V είναι το διανυσματικό άθροισμα των δυο πτώσεων τάσης U_L και U_R, Σχήμα 8.11.

$U^2 = U_R^2 + U_L^2 = 30,4^2 + 28,65^2 = 924,16 + 820,82 = 1744,98V^2$ και

$$U = \sqrt{1744,98} = 41,77\,V$$

ε) Η γωνία φ μεταξύ τάσης U και ρεύματος I υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{37,68}{40} = 0,94 \text{ και } \varphi=43°$$

Η εφαρμοζόμενη τάση προπορεύεται του ρεύματος κατά 43°. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το κύκλωμα έχει επαγωγική συμπεριφορά.

στ) Ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος υπολογίζεται από την ωμική αντίσταση και από την σύνθετη αντίσταση:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{40}{55} = 0,73$$

Παράδειγμα 5

Σ'ένα κύκλωμα με R-L σε σειρά, R=100Ω, L=1H εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή U=220V και f=50Hz. Να υπολογιστούν: α) η επαγωγική αντίσταση X_L, β) η σύνθετη αντίσταση Z, γ) η ενεργός τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος I, δ) οι πτώσεις τάσεων U_R και U_L στην αντίσταση και στο πηνίου και ε) η διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης U και της έντασης I.

Λύση:

$$\alpha)\, X_L = L\cdot\omega = 2\cdot\pi\cdot f\cdot L = 2\pi\cdot 50\cdot 1 = 314\,\Omega$$

$$\beta)\, Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{100^2 + 314^2} = 329,5\,\Omega$$

$$\gamma)\, I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{329,5} = 0,67\,A$$

$$\delta)\, U_R = I\cdot R = 0,67\cdot 100 = 67\,V$$

$$U_L = I\cdot\omega\cdot L = 0,67\cdot 314 = 210\,V$$

$$U_L = I\cdot\omega\cdot L = 0,67V$$

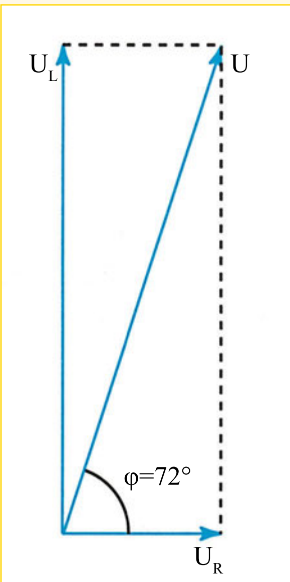
$$\varepsilon)\, \varepsilon\varphi\varphi = \frac{\omega L}{R} = \frac{314}{100} = 3,14$$

και φ=72°

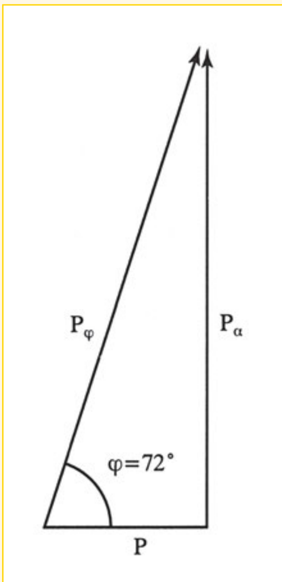
Η τάση προηγείται της έντασης κατά 72° δηλαδή η συμπεριφορά του καταναλωτή είναι επαγωγική.

Παράδειγμα 6

Με τα δεδομένα του προηγούμενου παραδείγματος να υπολογιστούν: α) η φαινόμενη ισχύς $P_φ$, η πραγματική ισχύς P και η άεργη ισχύς $P_α$ του κυκλώματος και β) να σχεδιαστεί το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων και το τρίγωνο ισχύων.



(α)



(β)

Σχήμα.8.14. Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων (α) και ισχύων (β) κυκλώματος R - L σειράς

Λύση:

α) $P_φ$=U·I=220·0,67=147,4VA

P=U·I·συνφ=220·0,67·0,309=45,55W

$P_α$ = U·I·ημφ = 220·0,67·0,951 = 140,2VAr

β) Το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων και το τρίγωνο της ισχύος δίνονται στο σχήμα 8.14 α και β αντίστοιχα.

Παράδειγμα 7

Δίνεται σύνθετη αντίσταση Z που αποτελείται από ωμική αντίσταση 5Ω και πηνίο L σε σειρά. Όταν εφαρμόζουμε στα άκρα της εναλλασσόμενης τάσης 50V και συχνότητας 50Hz, το ρεύμα είναι I=5A. Να βρεθεί η αυτεπαγωγή L του πηνίου.

Λύση:

Από το νόμο του Ωμ έχουμε:

$$I = \frac{U}{Z} \Rightarrow Z = \frac{U}{I} = \frac{50}{5} = 10\,\Omega$$

Από την σχέση της σύνθετης αντίστασης:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow Z^2 = R^2 + X_L^2$$

Η επαγωγική αντίσταση υπολογίζεται ως:

$$X_L^2 = Z^2 - R^2 = 10^2 - 5^2 = 75\Omega^2$$

και $X_L = \sqrt{75} = 8,66\,\Omega$

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

$$L = \frac{8,66}{2\pi f} = \frac{8,66}{314} = 0,027\,H.$$

Παράδειγμα 8

Ένα κύκλωμα αποτελείται από μια ωμική αντίσταση R=10Ω σε σειρά με μια αυτεπαγωγή L=50mH. Στο κύκλωμα εφαρμόζεται τάση U=24V με συχνότητα 50Hz. Να βρεθούν: α) η διαφορά φάσης φ μεταξύ τάσης και έντασης, β) η ενεργός ισχύς και γ) η ωμική και η επαγωγική πτώση τάσης.

Λύση:

α) $X_L = \omega L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 15{,}7\Omega$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{L \cdot \omega}{R} = \frac{314 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{10} = \frac{15{,}7}{10} = 1{,}57 \text{ και } \varphi = 57°$$

β) Για να βρεθεί η ισχύς, υπολογίζονται η σύνθετη αντίσταση Z και το ρεύμα I του κυκλώματος:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 15{,}7^2} = \sqrt{100 + 246{,}5} = 18{,}6\,\Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{24}{18{,}6} = 1{,}29\,\text{A}$$

β) Η ενεργός ισχύς του κυκλώματος είναι:

$$P = U \cdot I \cdot \text{συν}\varphi = 24 \cdot 1{,}29 \cdot \text{συν}57° = 24 \cdot 1{,}29 \cdot 0{,}54 \cdot \cong 16{,}7\text{ W}$$

γ) $U_R = I \cdot R = 1{,}29 \cdot 10 = 12{,}9V$

$U_L = I \cdot X_L = 1{,}29 \cdot 15{,}7 = 20{,}2V$

Παράδειγμα 9

Να υπολογιστεί η σύνθετη αντίσταση κυκλώματος στο οποίο $R=10\Omega$ και $X_L=20\Omega$ είναι συνδεδεμένα σε σειρά.

Λύση:

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = \sqrt{100 + 400} = 22{,}36\,\Omega$$

Παράδειγμα 10

Πηνίο με επαγωγική αντίσταση X_L=5Ω και ωμική R=1Ω συνδέεται σε δίκτυο με τάση 12V. Να υπολογιστεί το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα.

Λύση:

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26} = 5{,}1\Omega$$

Από το νόμο του Ohm έχουμε

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{12}{5{,}1} = 2{,}35\ \text{A}$$

Παράδειγμα 11

Κύκλωμα με ωμική αντίσταση R=5Ω και αυτεπαγωγή L=15mH σε σειρά διαρρέεται από ρεύμα i=10 ημ(500t). Να υπολογιστούν: α) η ενεργός τιμή του ρεύματος, β) η ενεργός τιμή της τάσης της πηγής, γ) η ενεργός ισχύς, δ) οι πτώσεις τάσεων στα άκρα των στοιχείων R και L.

Λύση:

α) Η ενεργός τιμή του ρεύματος είναι:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7{,}1\,\text{A}$$

β) Από το ρεύμα i=10 ημ500t, προκύπτει ότι ω=500 rad/sec.

Η επαγωγική αντίσταση του πηνίου είναι:

$$X_L = L\cdot\omega = 500\cdot 15\cdot 10^{-3} = 7{,}5\Omega$$

Η σύνθετη αντίσταση είναι:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{5^2 + 7,5^2} = 9\,\Omega$$

Η ενεργός τιμή της τάσης που εφαρμόζεται στο κύκλωμα είναι:

$U = Z \cdot I = 9 \cdot 7,1 = 63,9V$

γ) Η διαφορά φάσης μεταξύ του ρεύματος και της τάσης είναι:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{7,5}{5} = 1,5 \quad \text{και } \varphi = 56,3°$$

Για τη γωνία αυτή έχουμε:

$\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,554$

και η ενεργός ισχύς είναι:

$P = U \cdot I \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 63,9 \cdot 7,1 \cdot 0,554 = 251,5W$

Επαλήθευση:

$P = R \cdot I^2 = 5 \cdot 7,1^2 = 251,5W$

δ) Οι πτώσεις τάσης στα στοιχεία R και L βρίσκονται από:

$U_L = I \cdot X_L = 7,1 \cdot 7,5 = 53,2V$

$U_R = I \cdot R = 7,1 \cdot 5 = 35,5\ V$

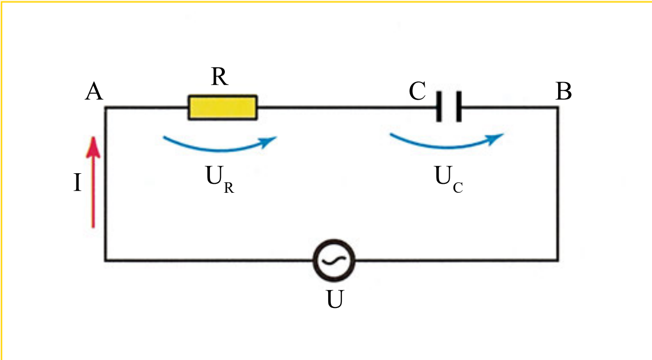
Επαλήθευση:

$U_R = U \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 63,9 \cdot 0,554 = 35,5V$

$U_L = U \cdot \eta\mu\varphi = 63,9 \cdot \eta\mu 56,3° = 53,2V$

8.7.2. Κυκλώματα R - C Σειράς

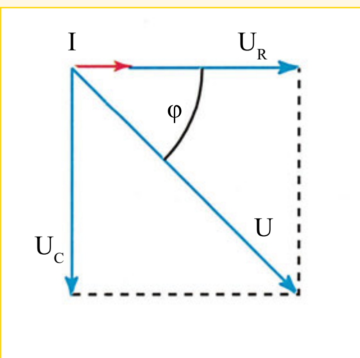
Το κύκλωμα R - C σειράς παρουσιάζονται στο σχήμα 8.15.



Σχήμα 8.15 Κύκλωμα R - C σειράς τροφοδοτούμενο με εναλλασσόμενη τάση

Στα άκρα ΑΒ εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση U. Στους ακροδέκτες της αντίστασης παρουσιάζεται μια πτώση τάσης $U_R=I \cdot R$ σε φάση με το ρεύμα I και στους οπλισμούς του πυκνωτή μια τάση U_C. Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Κίρκωφ, το διανυσματικό άθροισμα των πτώσεων τάσεων U_R και U_C ισούται με την τάση της πηγής U.

Η ενεργός τιμή της τάσης στα άκρα του πυκνωτή $U_C = I \cdot X_C$ καθυστερεί κατά 90° της ενεργού τιμής του ρεύματος I, Σχήμα 8.16.



Σχήμα 8.16 Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων U_R, U_C, U και έντασης I σε κύκλωμα R - C σειράς

Η ενεργός τιμή της τάσης της πηγής U είναι το διανυσματικό άθροισμα των ενεργών τιμών U_R και U_C. Η διαφορά φάσης μεταξύ U και I είναι η γωνία φ. Από το διάγραμμα του Σχήματος 8.16 προκύπτει:

$$U^2 = U_R^2 + U_C^2 = (I \cdot R)^2 + (IX_C)^2 \text{ και}$$

$$U = I\sqrt{R^2 + X_C^2} \rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος R - C είναι:

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

Και ως γνωστό

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Το μέγεθος Z είναι η σύνθετη αντίσταση του καταναλωτή R - C σειράς και μετριέται σε Ω. Από το διάγραμμα του σχήματος 8.16 προκύπτει ότι η εφαρμοζόμενη τάση U καθυστερεί ως προς την ένταση I κατά την γωνία φ.

Η γωνία φ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{U_C}{U_R} = \frac{1}{\omega CR} = \frac{X_C}{R} \text{ και } 0 < \varphi < 90^\circ$$

Ο συντελεστής ισχύος είναι:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{U_R}{U} = \frac{IR}{IZ} = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$$

Στο κύκλωμα R - C σειράς το ρεύμα προηγείται της τάσης και το κύκλωμα παρουσιάζει χωρητική συμπεριφορά.

Παράδειγμα 1

Τάση 220V, 50Hz εφαρμόζεται στα άκρα σύνθετου κυκλώματος, το οποίο αποτελείται από ωμική αντίσταση R=140 Ω σε σειρά με πυκνωτή C=15μF. Να υπολογισθούν: α) η σύνθετη αντίσταση Z του καταναλωτή, β) το ρεύμα στον πυκνωτή, γ) η πτώση τάσης στην αντίσταση, δ) η πτώση τάσης στον πυκνωτή, ε) η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και έντασης και στ) ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος.

Λύση:

α) Η σύνθετη αντίσταση του καταναλωτή είναι:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

όπου

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{15 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 50} = \frac{10^6}{15 \cdot 314} = 212\ \Omega$$

και $Z = \sqrt{140^2 + 212^2} = 254\,\Omega$

β) $I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{254} = 0{,}86\,A$

γ) U_R=I·R=0,86A· 140Ω=120,4V

Η τάση αυτή είναι σε φάση με το ρεύμα.

δ) U_C=I·X_C=0,86A·212Ω=182,32V

Η τάση αυτή μεταπορεύεται του ρεύματος κατά 90°.

ε) Η γωνία φ είναι:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{1}{RC\omega} = \frac{X_C}{R} = \frac{212}{140} = 1{,}51 \qquad \text{και } \varphi = 56{,}56°$$

Από το διάγραμμα του Σχήματος 8.16 βλέπουμε ότι η τάση U μεταπορεύεται του ρεύματος I κατά 56°.

στ) Ο συντελεστής ισχύος είναι:

$$\text{συνφ} = \text{συν}56° = 0{,}55$$

Παράδειγμα 2

Αντίσταση R=10 Ω και πυκνωτής C=50 μF συνδέονται σε σειρά, σχήμα 8.15. Η στιγμιαία τιμή της έντασης του ρεύματος δίνεται από την σχέση: $i = 10 \cdot \text{ημ}(1000t)$. Να βρεθεί α) η ενεργός τιμή της τάσης U της πηγής και β) η διαφορά φάσης φ μεταξύ τάσης και έντασης.

Λύση:

Η στιγμιαία τιμή της τάσης που εφαρμόζεται από την πηγή είναι:

$$u = U_m \cdot \text{ημ}(\omega t - \varphi)$$

και η κυκλική συχνότητα είναι

$$\omega = 1000 \text{ rad/sec.}$$

Η μέγιστη τιμή της τάσης είναι:

$$U_m = I_m \cdot Z \text{ όπου } I_m = 10 \text{ A.}$$

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος υπολογίζεται ως:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{1}{1000 \times 50 \times 10^{-6}}\right)^2} = 22\,\Omega$$

Από τον νόμο του Ωμ:

$$U_m = I_m \cdot Z = 10\text{A} \cdot 22\Omega = 220\text{V} \Rightarrow U = 0{,}707 \cdot U_m = 155{,}5\text{V}$$

Η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων της τάσης και της έντασης είναι:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{1}{\omega CR} = \frac{1}{1000 \times 50 \times 10^{-6} \times 10} = 2$$

και φ = 63°

Η τάση U καθυστερεί ως προς το ρεύμα I άρα η συμπεριφορά του κυκλώματος είναι χωρητική.

Παράδειγμα 3

Το κύκλωμα R-C σειράς του σχήματος 8.15 περιλαμβάνει αντίσταση R= 6000 Ω και πυκνωτή χωρητικότητας C=2 μF. Στα άκρα του εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή U = 220 V και συχνότητα f = 50 Hz. Να βρεθούν: α) η κυκλική συχνότητα ω, β) η χωρητική αντίσταση X_C, γ) η σύνθετη αντίσταση Z του κυκλώματος, δ) η ενεργός τιμή του ρεύματος I, ε) η πτώση τάσης U_R στην αντίσταση και η U_C στον πυκνωτή, στ) η διαφορά φάσης φ, ζ) η φαινόμενη ισχύς P_φ, η πραγματική ισχύς P και η άεργη ισχύς P_α και η) να σχεδιαστούν το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων και το τρίγωνο της ισχύος.

Λύση:

α) $\omega = 2\cdot\pi\cdot f = 2\cdot\pi\cdot 50 = 314$ rad/sec

$$\beta)\, X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 2 \times 10^{-6}} = \frac{10^6}{628} = 1592,5\ \Omega$$

$$\gamma)\, Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{6000^2 + 1592,5^2} = 6208\,\Omega$$

$$\delta)\, I = \frac{U}{Z} = \frac{220\,V}{6208\,\Omega} = 0,0354\,A$$

ε) $U_R = I\cdot R = 0,0354A\cdot 6000\Omega = 212,4$ V

$U_C = I \cdot X_C = 0{,}0354A \cdot 1592{,}5\Omega = 56{,}4\ V$

στ) $εφφ = \dfrac{U_C}{U_R} = \dfrac{56{,}4}{212{,}4} = 0{,}2655$

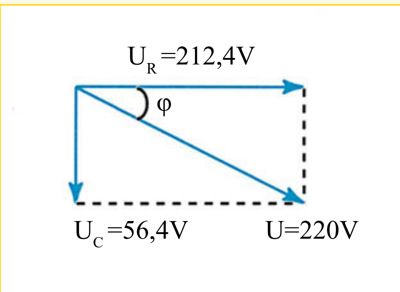
και $φ = 15°$

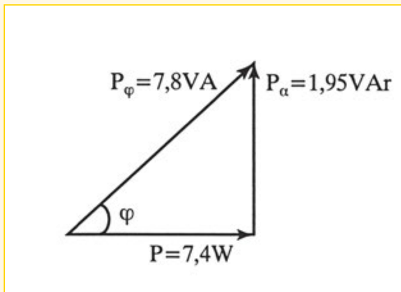
ζ) $P_φ = U \cdot I = 220 \cdot 0{,}0354 = 7{,}8\ VA$

$P = U \cdot I \cdot συνφ = 220 \cdot 0{,}0354 \cdot συνφ = 220 \cdot 0{,}0354 \cdot 0{,}95 = 7{,}4\ W$

$P_α = U \cdot I \cdot ημφ = 220 \cdot 0{,}0354 \cdot ημφ = 220 \cdot 0{,}0354 \cdot 0{,}25 = 1{,}95\ VAr$

η) Στο σχήμα 8.17 απεικονίζονται το διάγραμμα τάσεων και το τρίγωνο ισχύος.





Σχήμα 8.17. Διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων και τρίγωνο ισχύος του κυκλώματος του παραδείγματος 3

Παράδειγμα 4

Ένας καταναλωτής περιλαμβάνει ωμική αντίσταση R=175Ω σε σειρά με πυκνωτή χωρητικότητας C=5μF και συνδέεται με τάση U=150V, συχνότητας 50Hz. Να υπολογιστούν: α) η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και έντασης, β) η σύνθετη αντίσταση του καταναλωτή και γ) η ένταση του ρεύματος.

Λύση:

α) Η χωρητική αντίσταση είναι:

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{6,28 \cdot 50 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 637\,\Omega$$

Οπότε η γωνία φ δίνεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{637}{175} = 3,64 \quad \text{και } \varphi = 75°$$

β) Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

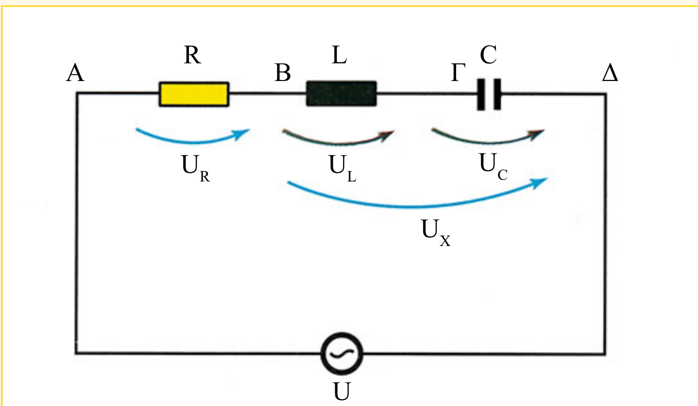
$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{175^2 + 637^2} = 660\,\Omega$$

γ) Η ένταση του ρεύματος είναι:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{150}{660} = 0,23\,A$$

8.7.3 Κύκλωμα R-L-C Σειράς

Το σύνθετο αυτό κύκλωμα περιλαμβάνει αντίσταση R, πηνίο L και πυκνωτή C σε σειρά, σχήμα 8.18.



Σχήμα. 8.18 Κύκλωμα R - L - C σειράς τροφοδοτούμενο με εναλλασσόμενη τάση U

Η τάση U που εφαρμόζεται στα άκρα ΑΔ είναι το διανυσματικό άθροισμα των τριών πτώσεων τάσης U_R, U_L και U_C:

- Η τάση $U_R = I \cdot R$ είναι σε φάση με το ρεύμα
- Η τάση $U_L = I \cdot X_L$ είναι σε προπορεία 90° ως προς το ρεύμα
- Η τάση $U_C = \frac{I}{C\omega}$ είναι σε μεταπορεία 90° ως προς το ρεύμα.

Η πτώση τάσης στην αντίσταση U_R και το ρεύμα I συμπίπτουν (φ=0°) στο διάγραμμα 8.19.α. Το διάνυσμα της τάσης U_R βρίσκεται επί του διανύσματος του ρεύματος και έχει την ίδια φορά.

Η πτώση τάσης στα άκρα του πηνίου U_L προπορεύεται του ρεύματος I κατά 90°, ενώ η πτώση τάσης στο πυκνωτή U_C μεταπορεύεται του ρεύματος I κατά 90°. Οι τάσεις U_L και U_C είναι σε αντίθεση φάσης (αντίφαση), δηλαδή έχουν μεταξύ τους διαφορά φάσης Δφ=180°.

Από το διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 8.19.β προκύπτει:

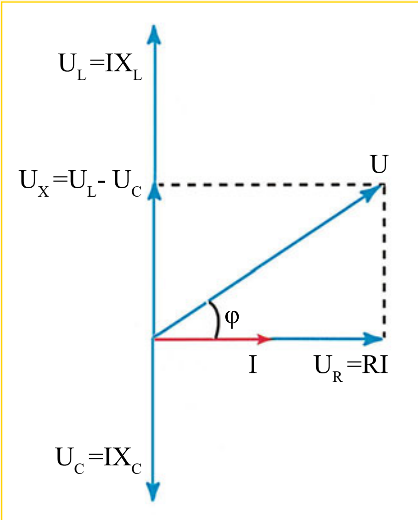
$$U = \sqrt{U_R^2 + \left(U_L - U_C\right)^2} = I\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

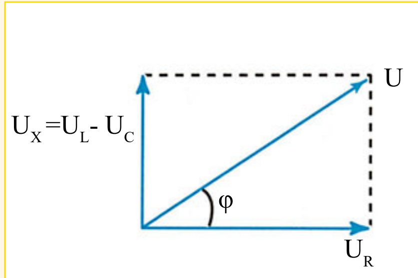
$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Η διαφορά φάσης φ, σχήμα 8.19.β υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$



(α)



(β)

Σχήμα 8.19. Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων U_R, U_L, U_C και έντασης I σε κύκλωμα R-L-C σειράς

Η επαγωγική πτώση τάσης U_L και η χωρητική πτώση τάσης U_C έχουν αντίθετες φάσεις και το διανυσματικό τους άθροισμα γίνεται με αλγεβρική άθροιση των αριθμητικών τιμών.

Αν η πτώση τάσης στο πηνίο είναι μεγαλύτερη σε απόλυτη τιμή της πτώσης τάσης στον πυκνωτή, τότε η τάση στα άκρα ΒΔ του κλάδου είναι:

$$U_X = U_L - U_C = I \cdot \omega \cdot L - I \cdot \frac{1}{\omega C} = I \cdot \left(L \cdot \omega - \frac{1}{C\omega} \right)$$

Η τάση αυτή U_X προπορεύεται του ρεύματος και το όλο κύκλωμα έχει επαγωγική συμπεριφορά.

Η διαφορά $X = L\omega - \frac{1}{C\omega} = X_L - X_C$ ονομάζεται **φαινόμενη αντίσταση ή σύνθετη αντίσταση** των στοιχείων L και C σε σειρά.

Αντίθετα όταν η επαγωγική πτώση τάσης είναι μικρότερη από την χωρητική, τότε η τάση U_X προκύπτει αρνητική και μεταπορεύεται του ρεύματος. Το κύκλωμα στην περίπτωση αυτή έχει χωρητική συμπεριφορά.

Παράδειγμα 1

Σύνθετος καταναλωτής περιλαμβάνει πυκνωτή C=15 μF, ωμική αντίσταση 50 Ω και αυτεπαγωγή L=0,4 H συνδεδεμένα σε σειρά τα οποία τροφοδοτούνται με εναλλασσόμενη τάση 100V, 50Hz. Να υπολογισθεί: α) η χωρητική αντίσταση του πυκνωτή, β) η επαγωγική αντίσταση του πηνίου, γ) η σύνθετη αντίσταση των τριών στοιχείων πυκνωτή, πηνίου και ωμικής αντίστασης, δ) το ρεύμα I στο κύκλωμα, ε) η πτώση τάσης U_L στο πηνίο, στ) η πτώση τάσης U_C στο πυκνωτή, ζ) η διαφορά φάσης μεταξύ ρεύματος και τάσης στα άκρα του κυκλώματος, η) ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος και θ) το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων και έντασης.

Λύση:

α) $X_C = \dfrac{1}{C\omega} = \dfrac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 15 \cdot 10^{-6}} = 212\,\Omega$

β) Η επαγωγική αντίσταση του πηνίου είναι:

$$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,4 = 125,6\ \Omega$$

γ) Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2} = \sqrt{50^2 + \left(125,6 - 212\right)^2} = 99,8\,\Omega$$

δ) Το ρεύμα I είναι:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100\,V}{99,8\,\Omega} \approx 1A$$

ε) Η πτώση τάσης U_L στο πηνίο είναι:

$$U_L = I \cdot X_L = 1A \cdot 125{,}6\Omega = 125{,}6\ V$$

στ) Η πτώση τάσης στον πυκνωτή είναι:

$$U_C = IX_C = 1A \cdot 212\Omega = 212V$$

ζ) Η εφαπτομένη της γωνίας φ:

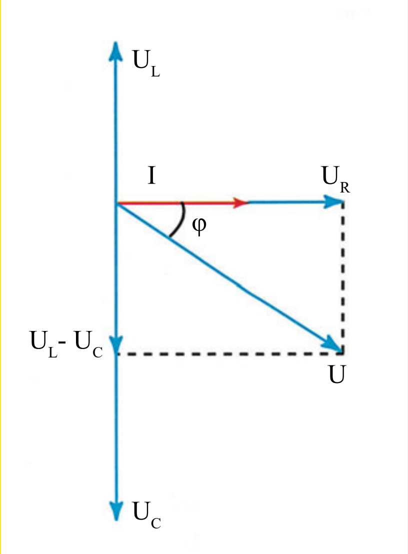
$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{125{,}6 - 212}{50} = -1{,}728$$

και $\varphi = -60°$

Η τάση της πηγής U μεταπορεύεται της έντασης Ι κατά 60°. Επομένως το κύκλωμα παρουσιάζει χωρητική συμπεριφορά.

η) $\sigma\upsilon\nu\varphi = \dfrac{R}{Z} = \dfrac{50}{99{,}8} = 0{,}5$

θ) Το διανυσματικό διάγραμμα φαίνεται στο Σχήμα 8.20.



Σχήμα 8.20 Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων και έντασης σε σύνθετο κύκλωμα με χωρητική συμπεριφορά

Παράδειγμα 2

Σε κύκλωμα που αποτελείται από αντίσταση, πηνίο και πυκνωτή με αντιστάσεις R=10Ω, X_L=50Ω και X_C=30Ω σε σειρά, εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση u=310·ημ(314t). Να υπολογισθεί η ενεργός τιμή του ρεύματος στο κύκλωμα.

Λύση:

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{10^2+(50-30)^2}=\sqrt{10^2+20^2}=22{,}4\,\Omega$$

Η ενεργός τιμή της τάσης ισούται με:

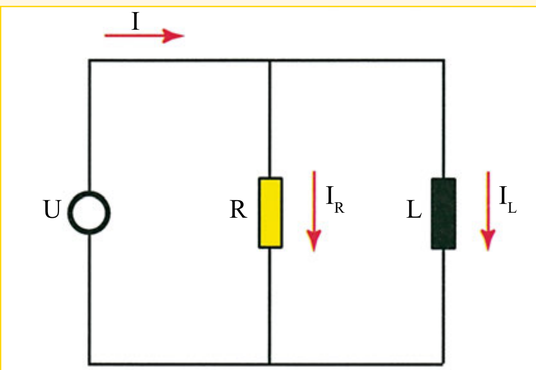
$$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}=\frac{310}{\sqrt{2}}=220\text{ V}$$

και η ενεργός τιμή του ρεύματος είναι,

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{220}{22{,}4}=9{,}8\,\text{A}$$

8.7.4. Κύκλωμα με R και L Παράλληλα

Το κύκλωμα του σχήματος 8.21 περιλαμβάνει ωμική αντίσταση και καθαρή αυτεπαγωγή σε παράλληλη σύνδεση.



Σχήμα 8.21 Κύκλωμα με R και L παράλληλα σε εναλλασσόμενη τάση

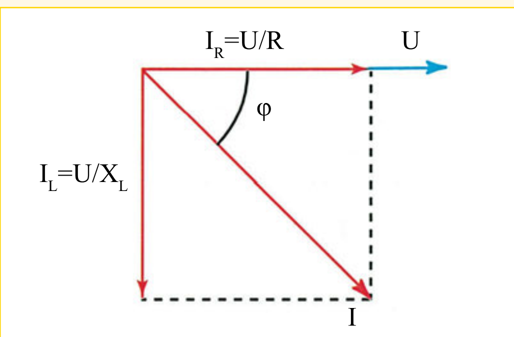
Στην περίπτωση αυτή η εναλλασσόμενη τάση της πηγής είναι ίδια και για τα δυο στοιχεία. Το ολικό ρεύμα I κατανέμεται στο I_R που διέρχεται από την αντίσταση R και στο I_L που διέρχεται από την αυτεπαγωγή L. Μπορούμε να υπολογίσουμε τα δυο ρεύματα αν διαιρέσουμε την τάση U με τις αντίστοιχες αντιστάσεις των στοιχείων, δηλαδή:

$$I_R = \frac{U}{R} \quad \text{και}$$

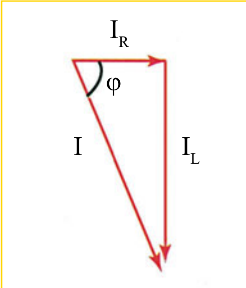
$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{L\omega}$$

Για τον υπολογισμό του ολικού ρεύματος I πρέπει να σχεδιάσουμε το διανυσματικό διάγραμμα του κυκλώματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 8.22. Το ρεύμα I_R είναι συμφασικό προς την τάση και το διάνυσμά του τοποθετείται στον ίδιο άξονα με αυτή. Το ρεύμα I_L καθυστερεί της τάσης κατά 90°, γι' αυτό το διάνυσμά του είναι κάθετο στο I_R και βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα. Η διαγώνιος του σχηματιζόμενου παραλληλογράμμου δίνει το άθροισμα των δυο ρευμάτων, δηλαδή το ολικό ρεύμα I. Η γωνία φ μεταξύ του συνισταμένου ρεύματος I και της τάσης U είναι η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και έντασης του κυκλώματος.

Υπολογίζουμε την τιμή αυτού του ρεύματος I με την βοήθεια του τριγώνου του σχήματος 8.23.



Σχήμα.8.22. Διανυσματικό διάγραμμα εντάσεων I_R, I_L και I σε κύκλωμα R - L παράλληλο



Σχήμα.8.23 Τρίγωνο ρευμάτων

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{X_L}\right)^2} = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}$$

Το ρεύμα I καθυστερεί της τάσης U κατά γωνία φ:

$$εφφ = \frac{I_L}{I_R} = \frac{U/X_L}{U/R} = \frac{1/X_L}{1/R} = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{L\omega}$$

Η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{L^2\omega^2}}} = \frac{LR\omega}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} = \frac{X_L R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

Τέλος από το τρίγωνο του σχήματος 8.23 προκύπτουν οι σχέσεις:

$I_R = I \cdot συνφ$ και $I_L = I \cdot ημφ$

Παράδειγμα 1

Ωμική αντίσταση R=20Ω και αυτεπαγωγή L=3mH συνδέονται παράλληλα. Στο κύκλωμα εφαρμόζεται τάση U=120V, f=800Hz. Να υπολογιστούν: α) η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση, β) το ολικό ρεύμα I, γ) τα ρεύματα I_R και I_L στην αντίσταση και το πηνίο αντίστοιχα, δ) η διαφορά φάσης του ρεύματος I και της τάσης U.

Λύση:

α) Η επαγωγική αντίσταση είναι:

$X_L = L\cdot\omega = 2\cdot\pi\cdot f\cdot L = 2\cdot 3{,}14\cdot 800\cdot 3\cdot 10^{-3} = 15\Omega$

Η ισοδύναμη σύνθετη αντίσταση είναι:

$$Z = \frac{X_L R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{15\cdot 20}{\sqrt{15^2 + 20^2}} = 12\,\Omega$$

β) Το ολικό ρεύμα είναι:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{120}{12} = 10\,A$$

γ) Το ρεύμα στην αντίσταση είναι:

$$I_R = U/R = \frac{120}{20} = 6\,A,$$

Το ρεύμα στο πηνίο είναι:

$$I_L = U/X_L = \frac{120}{15} = 8\,A$$

δ) Η γωνία φ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{R}{L\omega} = \frac{I_L}{I_R} = \frac{8}{6} = 1{,}33 \quad \text{και } \varphi = 53°$$

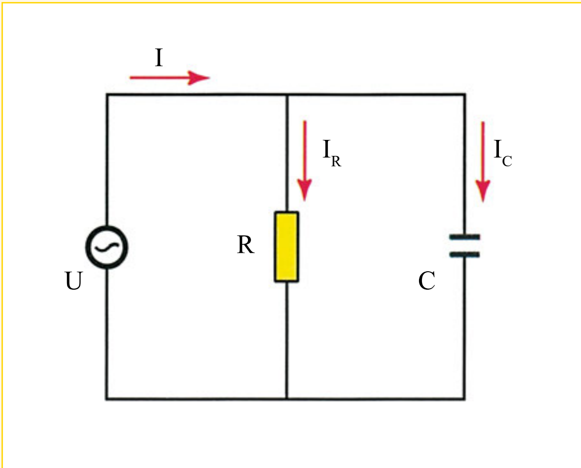
Επαλήθευση:

$I_R = I\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi = 10\cdot\sigma\upsilon\nu 53° = 10\cdot 0{,}6 = 6A$

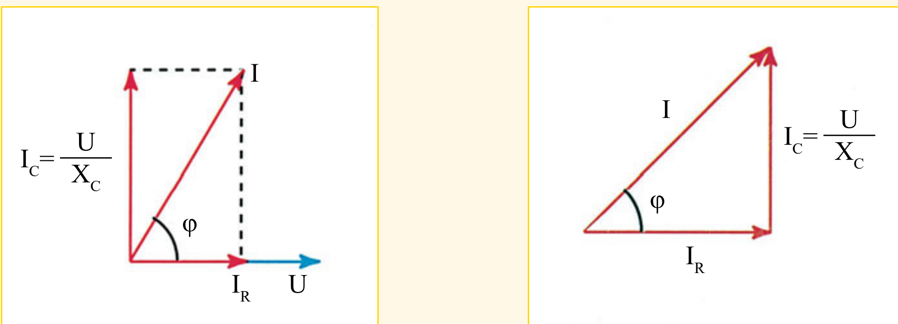
$I_L = I\cdot\eta\mu\varphi = I\cdot\eta\mu 53° = 10\cdot 0{,}8 = 8A$

8.7.5. Κύκλωμα με R και C Παράλληλα

Έστω το κύκλωμα του σχήματος 8.24 με πυκνωτή και ωμική αντίσταση συνδεδεμένα παράλληλα που τροφοδοτούνται από πηγή εναλλασσόμενης τάσης. Το διανυσματικό του διάγραμμα και το τρίγωνο των ρευμάτων φαίνονται στο σχήμα 8.25.



Σχήμα. 8.24 Κύκλωμα με R - C παράλληλα σε εναλλασσόμενη τάση



Σχήμα. 8.25 Διανυσματικό διάγραμμα και τρίγωνο ρευμάτων

Στην περίπτωση αυτή έχουμε:

$$I_R = \frac{U}{R} \quad \text{και}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{1/C\omega} = U \cdot C \cdot \omega$$

Από το τρίγωνο προκύπτει ότι το ολικό ρεύμα είναι:

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{X_C}\right)^2} = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + C^2\omega^2}$$

Η διαφορά φάσης φ είναι:

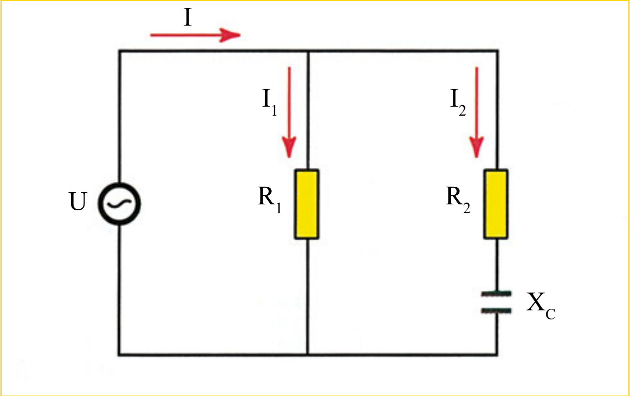
$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{I_C}{I_R} = \frac{R}{X_C} = R \cdot C \cdot \omega$$

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2}} = \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}}$$

Παράδειγμα

Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος 8.26 όπου R_1=4Ω βρίσκεται παράλληλα με R_2=2Ω και πυκνωτή X_C=1Ω. Το κύκλωμα συνδέεται με πηγή τάσης U=12 V με συχνότητα 50 Hz. Να υπολογιστούν τα ρεύματα I_1 και I_2 στους δυο παράλληλους κλάδους.



Σχήμα.8.26. Κύκλωμα με αντίσταση R_1 συνδεδεμένη παράλληλα με αντίσταση R_2σε σειρά με πυκνωτή C που τροφοδοτούνται με εναλλασσόμενη τάση.

Λύση:

$I_1 = U/R_1 = 12V/4\Omega = 3A$

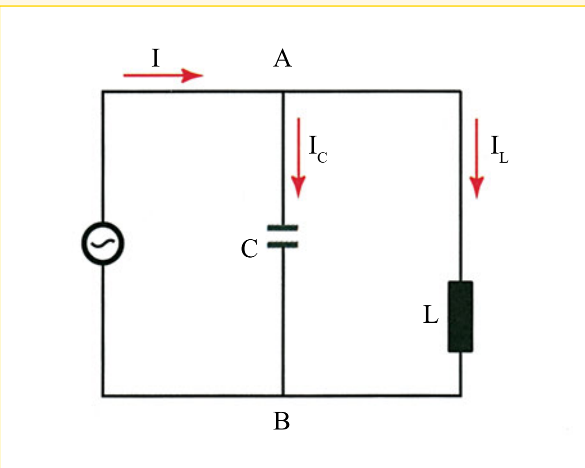
Για να υπολογιστεί το I_2, πρέπει να βρεθεί η ισοδύναμη αντίσταση X_{RC} του συνδυασμού αντίστασης R_2 σε σειρά με τον πυκνωτή C.

$$X_{RC} = \sqrt{\left(R_2^2 + X_C^2\right)} = \sqrt{(4+1)} = 2,2\,\Omega$$

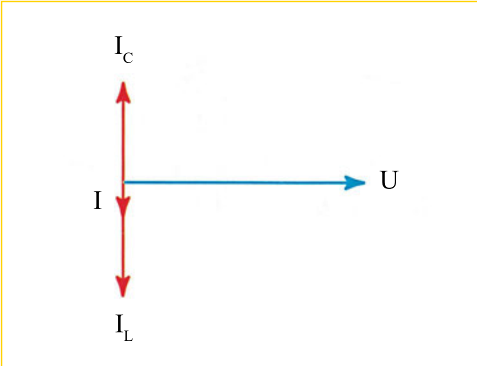
$$I_2 = U/X_{RC} = 12/2,2 = 5,5\,A$$

8.7.6. Κύκλωμα με Πηνίο και Πυκνωτή Παράλληλα

Στο σχήμα 8.27 παρουσιάζεται κύκλωμα που αποτελείται από δύο κλάδους παράλληλα συνδεδεμένους, ο ένας περιλαμβάνει πυκνωτή C και ο άλλος πηνίο L. Στα άκρα ΑΒ εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή U. Το ρεύμα στον πυκνωτή είναι $I_C = U \cdot \omega \cdot C$ και προπορεύεται της τάσης κατά 90°. Το ρεύμα στο πηνίο είναι: $I_L = \dfrac{U}{L\omega}$ και μεταπορεύεται της τάσης κατά 90°. Στο Σχήμα 8.28 παρουσιάζεται το διανυσματικό διάγραμμα της τάσης και των ρευμάτων.



Σχήμα.8.27 Κύκλωμα με L-C παράλληλα τροφοδοτούμενο από εναλλασσόμενη τάση



Σχήμα 8.28 Διανυσματικό διάγραμμα τάσης και ρευμάτων του παράλληλου κυκλώματος L-C

Το ολικό ρεύμα I είναι το διανυσματικό άθροισμα των δύο ρευμάτων I_L και I_C. Τα δύο ρεύματα I_L και I_C έχουν διαφορά φάσης 180°, επομένως, βρίσκονται στον κάθετο άξονα και προσθέτονται αλγεβρικά.

$$I = I_L - I_C = \frac{U}{L\omega} - UC\omega = U\left(\frac{1}{L\omega} - C\omega\right)$$

Η σύνθετη αντίσταση υπολογίζεται από το νόμο του Ωμ:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U}{U\left(\frac{1}{L\omega} - C\omega\right)} = \frac{1}{\frac{1}{L\omega} - C\omega}$$

Προσοχή:

Είναι πολύ δύσκολο να κατασκευαστούν πηνίο και πυκνωτής με μηδενική ωμική αντίσταση, επομένως, σπάνια θα έχουμε την ιδανική αυτή περίπτωση.

Συχνά όμως, στο εναλλασσόμενο ρεύμα, χρησιμοποιούνται κυκλώματα με ωμική αντίσταση, πηνίο και πυκνωτή συνδεδεμένα παράλληλα.

Παράδειγμα 1

Στο σχήμα 8.29 η ωμική αντίσταση R= 10 Ω συνδέεται παράλληλα με την επαγωγική αντίσταση X_L = 11 Ω και παράλληλα με τη χωρητική αντίσταση X_C= 22 Ω. Στο κύκλωμα τροφοδοτείται εναλλασσόμενη τάση U=220V, 50 Hz. Υπολογίστε τα ρεύματα στην κάθε αντίσταση και το ολικό ρεύμα.

Λύση:

Τα ρεύματα στους παράλληλους κλάδους υπολογίζονται από το νόμο του Ωμ:

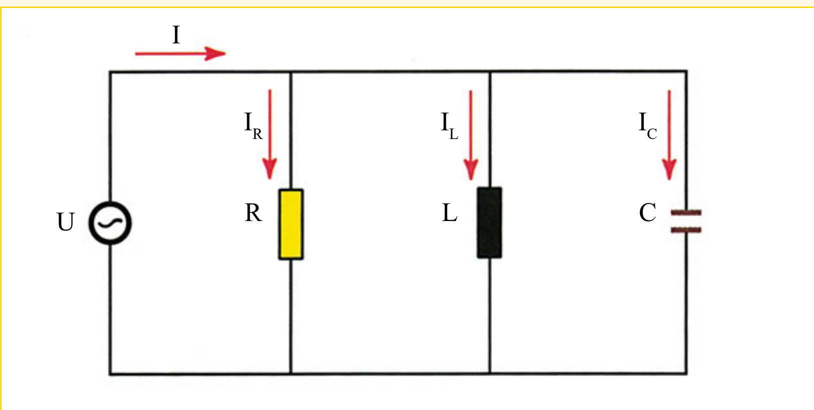
I_R=U/R=220V/10Ω=22 A

I_L=U/X_L=220V/11 Ω=20A

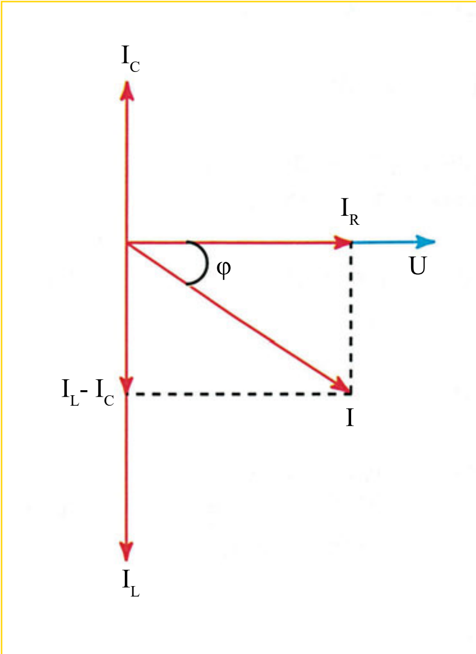
I_C=U/X_C=220V/22Ω=10 A

Το ολικό ρεύμα υπολογίζεται με τη βοήθεια του διανυσματικού διαγράμματος του σχήματος 8.30

$$I=\sqrt{I_R^2+(I_L\text{-}I_C)^2}=\sqrt{22^2+(20-10)^2}=24{,}17\,\mathrm{A}$$



Σχήμα 8.29. Κύκλωμα παράλληλης σύνδεσης στοιχείων R-L-C



Σχήμα 8.30. Διανυσματικό διάγραμμα των ρευμάτων παράλληλου κυκλώματος R-L-C

8.8. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό δόθηκαν οι έννοιες της φαινόμενης, άεργης και πραγματικής ισχύος και η έννοια του συντελεστή ισχύος για κυκλώματα Ε.Ρ.

Έγινε μια αναλυτική παρουσίαση των κυκλωμάτων συνδεσμολογίας R - L - C τόσο σε σειρά όσο και παράλληλα. Εξετάσθηκε η μορφή της τάσης και έντασης σε διάφορες περιπτώσεις και η μεταξύ τους διαφορά φάσης. Τα παραπάνω αποδόθηκαν και διαγραμματικά υπό μορφή διανυσμάτων.

Σε όλες τις συνδεσμολογίες δόθηκαν οι σχέσεις για τις σύνθετες αντιστάσεις.

8.9. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Ορίστε την πραγματική, άεργη και φαινόμενη ισχύ.

2. Πώς μπορεί να εξηγηθεί η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος σε κυκλώματα επαγωγικών και χωρητικών καταναλωτών;

3. Δώστε τον τρόπο εύρεσης της συνολικής τάσης και έντασης σε κύκλωμα Ε.Ρ. που περιέχει σε σειρά:

   (α) R - L, (β) R - C, (γ) L - C και (δ) R - L - C

4. Στα άκρα ωμικού καταναλωτή αντίστασης 11 Ω, εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 220 V. Ποια είναι η ένταση του ρεύματος στον καταναλωτή και ποια είναι η διαφορά φάσης με τη τάση;

   Απάντηση: 20 A. Το ρεύμα είναι σε φάση με την τάση.

5. Δίνεται πηνίο με αυτεπαγωγή 0,6 H. Τι επαγωγική αντίσταση θα παρουσιάζει όταν στα άκρα του εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση συχνότητας 50Hz ;

   Απάντηση: 188,4 Ω

6. Στα άκρα πηνίου με αυτεπαγωγή 0,25 H εφαρμόζεται τάση 220 V, συχνότητας 50 Hz. Ποια είναι η ένταση του ρεύματος στο πηνίο και ποια είναι η διαφορά φάσης με τη τάση;

   Απάντηση: 2,8 A. Το ρεύμα μεταπορεύεται της τάσης κατά 90°.

7. Ποια είναι η χωρητική αντίσταση πυκνωτή χωρητικότητας 10 μF, όταν εφαρμόζεται στα άκρα του εναλλασσόμενη τάση συχνότητας 50 Hz.

   Απάντηση: 318 Ω

8. Τάση 220 V και συχνότητας 50 Hz εφαρμόζεται σε πυκνωτή χωρητικότητας 20 μF. Ποια είναι η τιμή της έντασης του ρεύματος στον πυκνωτή;

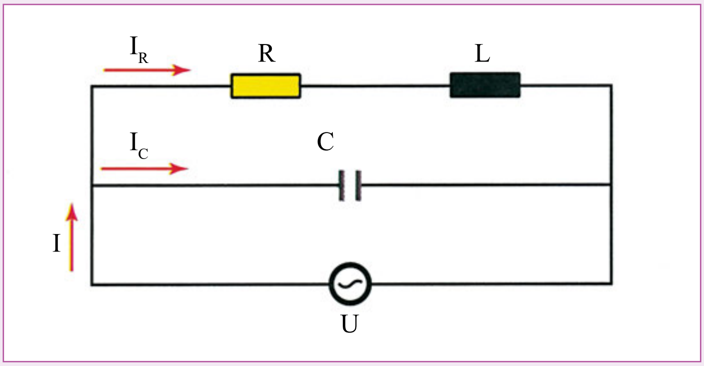
   Απάντηση: 1,38 A.

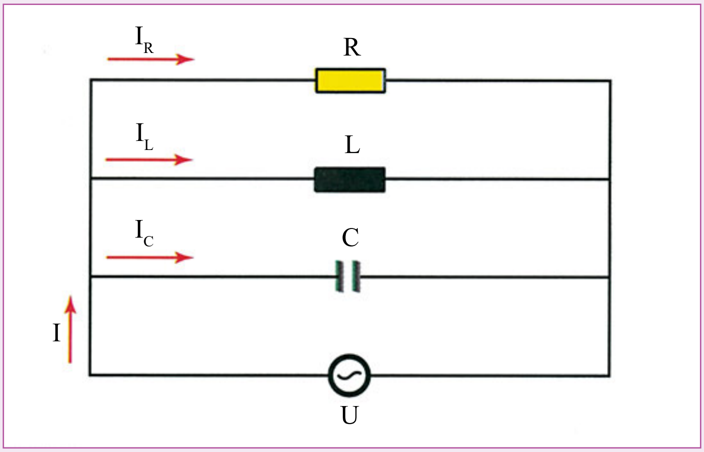
9. Τάση 220 V συχνότητας 50 Hz εφαρμόζεται σε πυκνωτή και η ένταση του ρεύματος είναι 10 A. Ποια είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή;

   Απάντηση: 144,8 μF

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

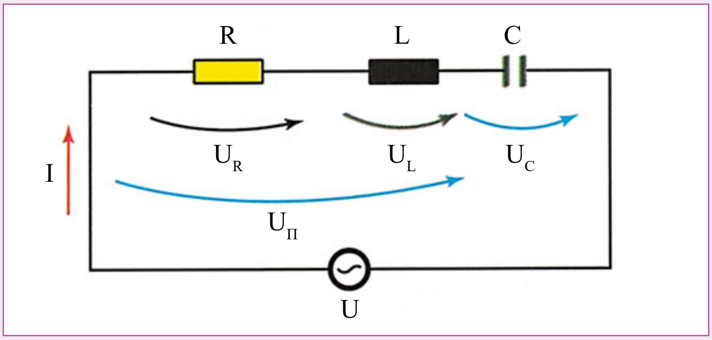
ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ





9.1. ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ ΣΕΙΡΑΣ

Όταν σε κύκλωμα σειράς με ωμική αντίσταση, επαγωγή και χωρητικότητα, το οποίο τροφοδοτείται με τάση U και μεταβαλλόμενη συχνότητα f ή κυκλική συχνότητα ω, για μια ορισμένη τιμή f_0 ή ω_0 της συχνότητας, **η επαγωγική αντίσταση X_L γίνει ίση με την χωρητική αντίσταση X_C, τότε το κύκλωμα συντονίζεται** ως προς την πηγή που το τροφοδοτεί. Η ωμική αντίσταση θεωρείται ως η αντίσταση, που παρεμβάλλει το σύρμα του πηνίου. Το κύκλωμα αυτό ονομάζεται επίσης και **ταλαντωτής σειράς,** Σχήμα 9.1.



Σχήμα 9.1. Ένα κύκλωμα R - L - C σειράς μπορεί να συντονισθεί

Το κύκλωμα είναι σε συντονισμό (ή συντονίζεται) όταν:

$$X_L = X_C$$

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

Η **συχνότητα συντονισμού** προκύπτει από την πάρα πάνω σχέση:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Στην περίπτωση συντονισμού σειράς, η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος αποκτά την ελάχιστη τιμή της, το δε ρεύμα αποκτά την μέγιστη τιμή του.

$Z = R =$ ελάχιστη τιμή,

$I = U/Z = U/R =$ μέγιστη τιμή

Ονομάζουμε **συντελεστή ποιότητας Q** του ταλαντωτή σειράς τον λόγο:

$Q=X_L/R$ ή $Q=X_C/R$

Αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση της συχνότητας συντονισμού, τότε βρίσκουμε για τον συντελεστή ποιότητας ότι:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Ο συντελεστής ποιότητας Q του συντονισμένου κυκλώματος είναι λόγος αντιστάσεων και παίρνει τιμές μέχρι 300.

9.2. ΥΠΕΡΤΑΣΗ

Στην περίπτωση του συντονισμού του κυκλώματος σειράς, οι πτώσεις τάσης στο πηνίο και στον πυκνωτή είναι ίσες και γίνονται Q φορές μεγαλύτερες από την τάση του κυκλώματος U με αποτέλεσμα την εμφάνιση υπερτάσεων.

Για την συχνότητα συντονισμού ισχύει ότι:

$U_L = U_C = Q \cdot U$

Προσοχή:

Οι υπερτάσεις είναι επικίνδυνες για τους καταναλωτές και για τις συσκευές. Έτσι, αν το τύλιγμα του πηνίου δεν έχει την κατάλληλη αντοχή της μόνωσης ή αν η τάση ασφαλείας του πυκνωτή είναι μικρότερη της υπέρτασης συντονισμού, τότε είναι δυνατόν να γίνει υπερπήδηση (σπινθήρας) και οι συσκευές αυτές να καταστραφούν.

Παράδειγμα 1

Συνδέουμε σε σειρά ένα πηνίο με ωμική αντίσταση 170 Ω και αυτεπαγωγή 1 H με ένα πυκνωτή χωρητικότητας 10 μF. Στα άκρα του κυκλώματος εφαρμόζουμε την τάση του δικτύου 220V, 50Hz, Σχήμα 9.1. Να υπολογιστούν: α) η χωρητική αντίσταση X_C και η επαγωγική αντίσταση X_L, β) το ρεύμα I στο κύκλωμα, γ) η σύνθετη αντίσταση του πηνίου $Z_Π$, δ) η πτώση τάσης στο πηνίο $U_Π$ και στον πυκνωτή U_C.

Λύση:

α) Από τις γνωστές σχέσεις βρίσκουμε:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 314 \text{ rad/sec.}$$

$$X_L = L \cdot \omega = 1 \cdot 314 = 314\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{10 \cdot 10^{-6} \cdot 314} = \frac{10^5}{314} = 318,47\,\Omega$$

Οι δυο αυτές τιμές διαφέρουν πολύ λίγο η μια από την άλλη. Το κύκλωμα είναι πολύ κοντά στον συντονισμό.

β) Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}} = \frac{220}{\sqrt{170^2 + \left(314 - 318,47\right)^2}} =$$

$$= \frac{220}{\sqrt{170^2 + 4,47^2}} = 1,3\,A$$

γ) Η σύνθετη αντίσταση του πηνίου είναι:

$$Z_Π = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{170^2 + 314^2} = \sqrt{28900 + 98546} = 357\,\Omega$$

δ) Η πτώση τάσης στο πηνίο και στο πυκνωτή είναι, αντίστοιχα:

$U_Π = I \cdot Z_Π = 1{,}3A \cdot 357Ω = 464{,}1$ V

$U_C = I \cdot X_C = 1{,}3A \cdot 318{,}47Ω = 414$ V

Στο παράδειγμα αυτό σκόπιμα θεωρήθηκε ένα πηνίο με σχετικά μεγάλη ωμική αντίσταση R=170Ω, η οποία περιορίζει την ένταση I του ρεύματος και επομένως τις πτώσεις τάσης στο πηνίο $U_Π$ και στο πυκνωτή U_C. Στο επόμενο παράδειγμα θα δούμε το ίδιο φαινόμενο να εκδηλώνεται σε πηνίο χαμηλής ωμικής αντίστασης και θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα.

Παράδειγμα 2

Χρησιμοποιούμε τον ίδιο πυκνωτή C=10μF του παραδείγματος 1 σε σειρά με ένα πηνίο με αυτεπαγωγή L=1H και ωμική αντίσταση R=20 Ω. Να υπολογιστούν: α) το ρεύμα στο κύκλωμα και β) οι πτώσεις τάσης στο πηνίο και στον πυκνωτή. γ) Συγκρίνετε τα αποτελέσματα με αυτά του παραδείγματος 1.

Λύση :

α) Από το προηγούμενο παράδειγμα βρίσκουμε τις X_L=314Ω και X_C=318,48Ω.

Το ρεύμα υπολογίζεται από το νόμο του Ωμ:

$$I = \frac{220}{\sqrt{20^2 + (314 - 318{,}47)^2}} = \frac{220}{\sqrt{20^2 + 4{,}47^2}} = \frac{220}{20{,}5} = 10{,}74\,A$$

β) Οι πτώσεις τάσης στο πηνίο και στον πυκνωτή υπολογίζονται κατά τον ίδιο τρόπο όπως στο παράδειγμα 1:

$$U_Π = I \cdot Z_Π = 10{,}74 \cdot \sqrt{20^2 + 314^2} = 10{,}74 \cdot 314{,}6 = 3379\,V$$

$$U_C = I \cdot X_C = 10{,}74 \cdot 318{,}47 = 3420$$

γ) Παρατηρούμε ότι η μείωση της ωμικής αντίστασης από 170Ω σε 20Ω προκαλεί την αύξηση του ρεύματος από 1, 3A σε 10,74A και ταυτόχρονα η πτώση τάσης στο πηνίο αυξάνεται από 464,1V σε 3379V και η πτώση τάσης στον πυκνωτή αυξάνεται από 414V σε 3420V.

Προσοχή:

Προκειμένου να συνδέσουμε σε σειρά πηνίο με πυκνωτή πρέπει να βεβαιωθούμε πρώτα με υπολογισμούς ότι η σύνδεση δεν συντονίζεται και έτσι δεν παρουσιάζει κινδύνους τόσο για τις συσκευές όσο και για εκείνους που τις χειρίζονται, λόγω υπερτάσεων.

Παράδειγμα 3

Το κύκλωμα του σχήματος 9.1. περιλαμβάνει μια αντίσταση R=5Ω, ένα πυκνωτή C=2200 pF και ένα πηνίο L=2 μH σε σειρά. Στους ακροδέκτες του εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή U=5 V. Να υπολογιστούν: α) Η συχνότητα συντονισμού f_0 του κυκλώματος και β) ο συντελεστής ποιότητας Q.

Λύση:

$$\alpha)\, f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2\times10^{-6}\times2200\times10^{-12}}} = \frac{1\times10^{8}}{41,68} = 2,4\text{MHz}$$

$$\beta)\, Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{2\pi\times2,4\times10^{6}\times2\times10^{-6}}{5} = 6$$

Παράδειγμα 4

Στο κύκλωμα του σχήματος 9.1 με αντίσταση R=20Ω, πυκνωτή C=0,02μF και πηνίο L σε σειρά εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή U. Η συχνότητα συντονισμού του κυκλώματος είναι f_0=20 kHz. Υπολογίστε: α) την αυτεπαγωγή L και β) το συντελεστή ποιότητας του κυκλώματος Q.

Λύση:

α) Η συχνότητα συντονισμού δίνεται από τη σχέση:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Από τη σχέση αυτή υπολογίζεται η άγνωστη τιμή της αυτεπαγωγής L:

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 20^2 \cdot \left(10^3\right)^2 \cdot 0,02 \cdot 10^{-6}} = 3,16\text{mH}$$

β) Ο συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{20}\sqrt{\frac{3,16\times10^{-3}}{0,02\times10^{-6}}} = 20$$

Παράδειγμα 5

Πυκνωτής 20μF και πηνίο 0,5H συνδέονται σε σειρά με ωμική αντίσταση 10Ω. Εφαρμόζεται στο κύκλωμα εναλλασσόμενη τάση 100V, 50Hz, Σχήμα 9.1. Υπολογίστε: α) τη σύνθετη αντίσταση Z του κυκλώματος, β) την ένταση του ρεύματος, γ) τη τάση $U_Π$ στα άκρα του πηνίου, δ) τη τάση U_C στα άκρα του πυκνωτή και ε) τη διαφορά φάσης του ρεύματος με την τάση της πηγής, στ) Αν η συχνότητα της τάσης μεταβάλλεται, σε ποια συχνότητα θα συντονιστεί το κύκλωμα; η) Επαναλάβετε τις ερωτήσεις α)-ε) για τη συχνότητα συντονισμού.

Λύση:

α) $X_L = \omega\cdot L = 2\cdot\pi\cdot50\cdot0,5 = 157\ \Omega$

$X_C = 1/(\omega\cdot C) = 1/(2\cdot\pi\cdot50\cdot20\cdot10^{-6}) = 159,2\ \Omega$

$$Z = \sqrt{10^2 + \left(2\cdot\pi\cdot50\cdot0,5 - \frac{1}{20\cdot10^{-6}\cdot2\cdot\pi\cdot50}\right)^2} = 10,25\,\Omega$$

β) $I = \dfrac{100}{10,25} = 9,76\,A$

γ) $U_{\Pi} = I \cdot \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = 9,76 \cdot \sqrt{10^2 + (0,5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50)^2} = 1535,3\,V$

δ) $U_C = \dfrac{I}{C\omega} = \dfrac{9,76}{20 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50} = 1553\,V$

ε) εφ φ= $(X_L - X_C)/R = (157\Omega - 159,2\Omega)/10\Omega = -0,22$

και φ= - 12,4°

Στο κύκλωμα αυτό υπερτερεί η χωρητικότητα, επομένως το ρεύμα βρίσκεται σε φασική προπορεία της τάσης.

στ) Το κύκλωμα θα συντονισθεί όταν η συχνότητα της τάσης θα γίνει:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 1/\left(2 \cdot \pi \cdot \sqrt{0,5 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}\right) = 50,36\,Hz$$

η) Στον συντονισμό έχουμε:

$X_L = X_C = 158\ \Omega$ και $Z = R = 10\Omega$

$I = U/R = 100V/10\Omega = 10A$

$U_{\Pi} = 10 \cdot \sqrt{10^2 + 158^2} = 10 \cdot 158,3 = 1583\,V$

$U_C = I \cdot X_C = 10 \cdot 158 = 1580\ V$

εφ φ=0 ή φ=0°, δηλαδή το ρεύμα είναι σε φάση με τη τάση.

Παράδειγμα 6

Κύκλωμα RLC σειράς (Σχήμα 9.1) που βρίσκεται σε συντονισμό έχει R=30Ω, X_C= 100Ω, X_L=100Ω και στα άκρα του εφαρμόζεται τάση στιγμιαίας τιμής: u=310·ημ(314t). Να βρεθούν: α) η ενεργός τιμή του ρεύματος, β) η ενεργός τιμή των πτώσεων τάσεως στο πηνίο και τον πυκνωτή και γ) ο συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος.

Λύση:

α) Η ενεργός τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το συντονισμένο κύκλωμα σειράς είναι:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{310}{\sqrt{2}R} = \frac{310}{R\sqrt{2}} = \frac{310}{30\sqrt{2}} = 7{,}3\,A$$

β) Οι πτώσεις τάσης στην αντίσταση, στο πηνίο και πυκνωτή αντίστοιχα είναι:

U_R=IR=7,3·30=220V

U_L=IX_L=7,3·100=730V

U_C=IX_C=7,3·100=730V

γ) Ο συντελεστής ποιότητας υπολογίζεται από τη σχέση:

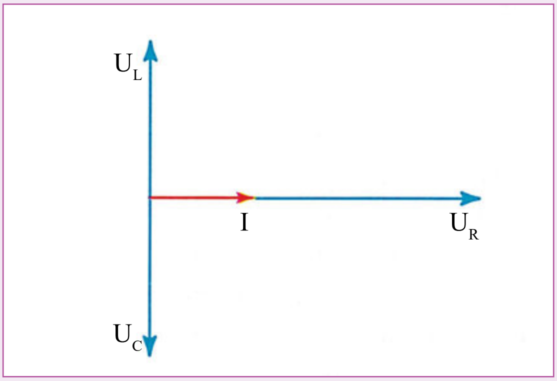
Q= X_L/R=100Ω/30Ω=3,33

Παράδειγμα 7

Κύκλωμα σειράς R-L-C (Σχήμα 9.1) συνδέεται με πηγή εναλλασσομένου ρεύματος συχνότητας 50 Hz και διαρρέεται από ρεύμα 10 A. Οι πτώσεις τάσης στα στοιχεία του κυκλώματος είναι U_R=220V, U_L=200V, U_C=200V. Υπολογίστε: α) τις τιμές των στοιχείων R, L και C του κυκλώματος και β) τη τάση της πηγής.

Λύση:

Το διανυσματικό διάγραμμα του ταλαντωτή σειράς είναι:



Σχ. 9.2. Διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων U_R, U_L, U_C και έντασης I του ταλαντωτή σειράς

α) Οι τάσεις U_L και U_C αλληλοαναιρούνται γιατί είναι διανύσματα ίσα και αντίθετα λόγω του συντονισμού.

$$U_R = R \cdot I \qquad R = \frac{220}{10} = 22\,\Omega$$

$$X_L = \frac{U_L}{I} = \frac{200}{10} = 20\Omega$$

$$X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{200}{10} = 20\Omega$$

Από τη σχέση X_L=Lω βρίσκουμε την αυτεπαγωγή L

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{20}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50} = 0{,}064\,H$$

Και από την σχέση

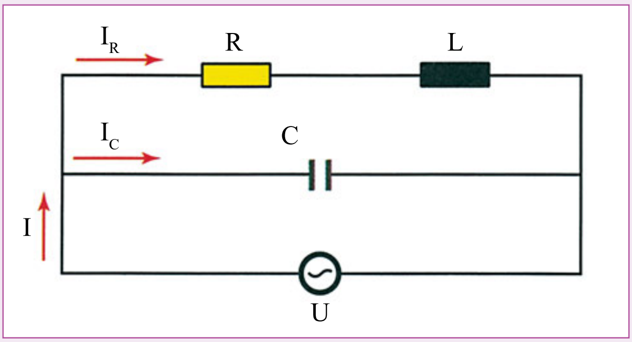
$$X_C = \frac{1}{C\omega} \rightarrow C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50 \cdot 20} = 159\mu F$$

β) Το κύκλωμα παρουσιάζει ωμική συμπεριφορά και έτσι η τάση της πηγής θα είναι:

$U=U_R=220$ V

9.3. ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΣ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ

Όταν σε κύκλωμα με ωμική αντίσταση R και επαγωγή L συνδεδεμένες παράλληλα με χωρητικότητα C, τα οποία τροφοδοτούνται με τάση U και μεταβαλλόμενη συχνότητα f ή κυκλική συχνότητα ω, για μια ορισμένη τιμή f_0 ή ω_0 των συχνοτήτων **η επαγωγική αντίσταση X_L γίνει ίση με την χωρητική αντίσταση X_C, τότε το κύκλωμα βρίσκεται σε παράλληλο συντονισμό.** Το κύκλωμα ονομάζεται επίσης και **παράλληλος ταλαντωτής** και παρουσιάζεται στο Σχήμα 9.3.



Σχήμα 9.3. Το κύκλωμα έχει στον ένα κλάδο ένα πηνίο με αυτεπαγωγή L και ωμική αντίσταση R και στον παράλληλο κλάδο ένα πυκνωτή C. Θα βρεθεί σε παράλληλο συντονισμό όταν η επαγωγική αντίσταση ισούται με τη χωρητική αντίσταση.

Οι σχέσεις μεταξύ των στοιχείων του κυκλώματος είναι:

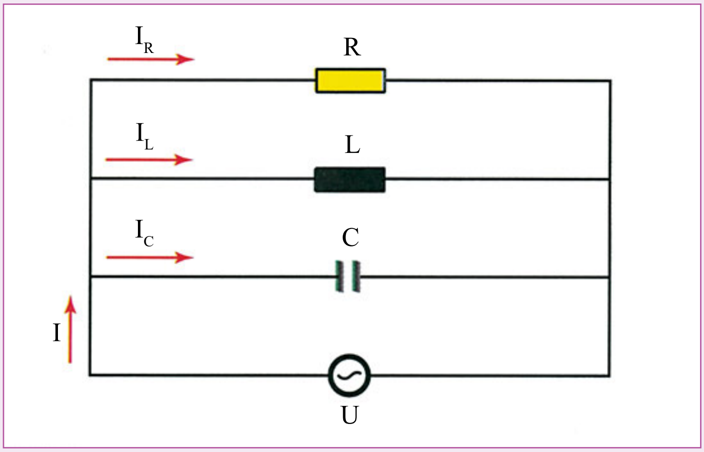
$$X_L = X_C \quad \text{ή} \quad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad \text{ή} \quad \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

Η **συχνότητα συντονισμού** δίδεται από την σχέση:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Η συνθήκη συντονισμού του παράλληλου ταλαντωτή είναι η ίδια όπως και αυτή του ταλαντωτή σειράς.

Ως αποτέλεσμα του φαινόμενου του συντονισμού το κύκλωμα συμπεριφέρεται ως ωμικό. Η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης της πηγής και ολικού ρεύματος που απορροφάει το κύκλωμα από τη πηγή είναι φ = 0°, επομένως, το ολικό ρεύμα του κυκλώματος είναι σε φάση με την τάση της πηγής και βρίσκεται στην ελάχιστη τιμή του. Το ισοδύναμο κύκλωμα της διάταξης του σχήματος 9.3 σε παράλληλο συντονισμό παρουσιάζεται στο Σχήμα 9.4.



Σχήμα 9.4. Ισοδύναμο κύκλωμα του παράλληλου συντονισμού του κυκλώματος του σχήματος 9.3

Στην περίπτωση παράλληλου συντονισμού η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος αποκτά την μέγιστη τιμή της, το δε ρεύμα αποκτά την ελάχιστη τιμή του.

$Z = R =$ μέγιστη τιμή,

$I = U/Z = U/R =$ ελάχιστη τιμή

Ο συντελεστής ποιότητας του παράλληλου ταλαντωτή ορίζεται κατά τον ίδιο τρόπο όπως στον ταλαντωτή σειράς:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

9.4. ΥΠΕΡΕΝΤΑΣΗ

Στην κατάσταση του παράλληλου συντονισμού οι δυο παράλληλοι κλάδοι του κυκλώματος του Σχήματος 9.3 διαρρέονται από ρεύματα:

$I_L = Q \cdot I$ και $I_C = Q \cdot I$

Δηλαδή, **τα ρεύματα στους κλάδους του πηνίου και του πυκνωτή είναι Q φορές μεγαλύτερα από το ολικό ρεύμα του κυκλώματος.**

Το φαινόμενο αυτό της **υπερέντασης** κατά τον συντονισμό βρίσκει πρακτική εφαρμογή στην βιομηχανία, όπου μάζα μετάλλου προς κατεργασία υφίσταται ομοιόμορφη θέρμανση.

Προσοχή:
Τα υπερρεύματα όταν είναι απρόβλεπτα μπορούν να γίνουν επικίνδυνα για τους καταναλωτές.

Παράδειγμα 1
Το κύκλωμα του σχήματος 9.3 έχει τα ακόλουθα στοιχεία: R=40 Ω, L=7 mH και C=1590 pF. Υπολογίστε: α) τη συχνότητα συντονισμού f_0 και β) το συντελεστή ποιότητας Q του κυκλώματος.

Λύση:

$$\alpha)\ f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{7\cdot10^{-3}\cdot1590\cdot10^{-12}}} = 47,73\,\text{kHz}$$

$$\beta)\ Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{2\pi\cdot47,73\cdot10^{3}\cdot7\cdot10^{-3}}{40} = 52,45$$

Παράδειγμα 2

Το ισοδύναμο κύκλωμα του Σχήματος 9.4 έχει αυτεπαγωγή 4 μH, χωρητικότητα 0,11μF, ωμική αντίσταση 0,1Ω και πηγή τάσης 10V. Το κύκλωμα βρίσκεται σε παράλληλο συντονισμό. Υπολογίστε: α) τη συχνότητα συντονισμού, β) τα μερικά ρεύματα I_R και I_C του κυκλώματος.

Λύση:

α) Η συχνότητα συντονισμού υπολογίζεται από την σχέση:

$$f_0 = 1/\left(2\cdot\pi\cdot\sqrt{LC}\right) = 1/\left(2\cdot3,14\cdot\sqrt{4\cdot10^{-6}\cdot0,11\cdot10^{-6}}\right) = 241\,\text{kHz}$$

Με τη συχνότητα f_0 προκύπτουν οι ακόλουθες τιμές για την επαγωγική αντίσταση και για τη χωρητική αντίσταση:

$$X_L = \omega\cdot L = 2\cdot\pi\cdot241\cdot10\cdot4\cdot10 = 6\ \Omega$$

$$X_C = 1/(\omega\cdot C) = 1/(2\cdot\pi\cdot241\cdot10^{3}\cdot0,11\cdot10^{-6}) = 6\ \Omega$$

Επομένως, έχουμε $X_L = X_C$.

β) Τα ρεύματα των παράλληλων κλάδων είναι :

$$I_L = U/X_L = 10\ V/6\ \Omega = 1,67\ A$$

$$I_C = U/X_C = 10\ V/6\ \Omega = 1,67\ A$$

Επομένως έχουμε $I_L = I_C$

9.5. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Πότε εμφανίζονται τα φαινόμενα του συντονισμού κυκλώματος σειράς και του παράλληλου κυκλώματος;

2. Τι είναι ο ταλαντωτής σειράς και ο παράλληλος ταλαντωτής;

3. Πώς εξηγείται η εμφάνιση υπερτάσεων και υπερρευμάτων;

4. Πώς υπολογίζεται η συχνότητα συντονισμού;

5. Πώς υπολογίζεται ο συντελεστής ποιότητας ενός κυκλώματος;

6. Καταναλωτής αποτελείται από ένα πηνίο ωμικής αντίστασης 56 Ω και αυτεπαγωγής 0,5 H ο οποίος συνδέεται σε σειρά με ένα πυκνωτή χωρητικότητας 16 μF. Στα άκρα του καταναλωτή εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση 210 V, 50 Hz. Υπολογίστε: α) τη χωρητική αντίσταση του πυκνωτή, β) τη σύνθετη αντίσταση του πηνίου, γ) τη σύνθετη αντίσταση ολόκληρου του καταναλωτή, δ) το ρεύμα στο κύκλωμα, ε) τη πτώση τάσης στον πυκνωτή, στ) τη πτώση τάσης στο πηνίο και ζ) το συντελεστή ισχύος του καταναλωτή.

   Απαντήσεις: 199 Ω, 164,6 Ω, 70 Ω, 4 A, 597 V, 109,8 V, 0,8

7. Όταν ο καταναλωτής του προηγούμενου παραδείγματος τροφοδοτηθεί με μεταβλητή συχνότητα, υπολογίστε τη συχνότητα συντονισμού και το συντελεστή ποιότητας του κυκλώματος.

   Απαντήσεις: 56,3 Hz, 3,2

8. Ένας πυκνωτής χωρητικότητας 30 μF και ένα πηνίο με αυτεπαγωγή 0,5 H και ωμική αντίσταση 10 Ω συνδέονται παράλληλα. Στα άκρα του κυκλώματος εφαρμόζεται τάση 1000 V, συχνότητας 50 Hz. Υπολογίστε: α) το ρεύμα I_L στο πηνίο, β) το ρεύμα I_C στον πυκνωτή, γ) το ολικό ρεύμα, δ) το συντελεστή ισχύος ολόκληρου του καταναλωτού.

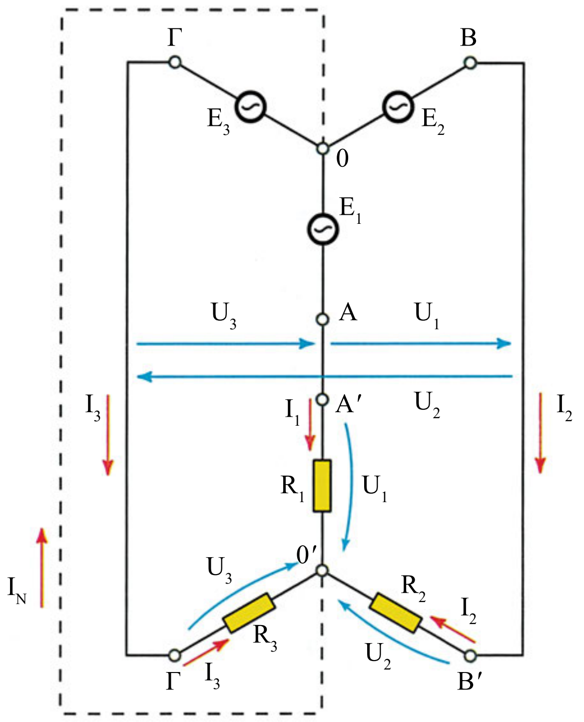
Απαντήσεις: I_L=5,28 A, I_C=7,54 A, I=2,25 A, συνφ=0,124

9. Όταν ο καταναλωτής του προηγούμενου παραδείγματος τροφοδοτηθεί με μεταβλητή συχνότητα, υπολογίστε τη συχνότητα συντονισμού και το συντελεστή ποιότητας του κυκλώματος.

   Απαντήσεις: 41 Hz, 12,9

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ



10.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το μεγαλύτερο μέρος της ηλεκτρικής ενέργειας, που παράγεται, μεταφέρεται και καταναλώνεται σε όλο τον κόσμο είναι τριφασικό. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η τριφασική ισχύς είναι αποδοτικότερη συγκριτικά με την ισχύ της μονοφασικής εναλλασσόμενης και με την ισχύ της συνεχούς τάσης.

Στα ακόλουθα παρουσιάζεται η διαφορά και η συσχέτιση μεταξύ τριφασικής και μονοφασικής τάσης. Εξετάζονται οι συνδεσμολογίες των πηγών και των καταναλωτών σε αστέρα και σε τρίγωνο και επί πλέον οι σχέσεις μεταξύ τους σε ότι αφορά τις τάσεις, τα ρεύματα και τις ισχείς.

10.2. ΤΡΙΦΑΣΙΚΗ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

Τρεις μονοφασικές εναλλασσόμενες τάσεις με την ίδια συχνότητα και οι οποίες διαφέρουν η μία από την επόμενη κατά 120° αποτελούν ένα **τριφασικό σύστημα τάσεων:**

$$u_1=U_1\cdot ημ(ωt+φ_1)$$

$$u_2=U_2\cdot ημ(ωt+φ_2)$$

$$u_3=U_3\cdot ημ(ωt+φ_3)$$

όπου:

- u_1, u_2, u_3 είναι οι στιγμιαίες τιμές των τριών τάσεων σε Volt
- U_1,$\cdot U_2$,$\cdot U_3$ είναι οι μέγιστες τιμές ή τιμές κορυφής σε Volt
- $φ_1$, $φ_2$, $φ_3$ είναι οι διαφορές φάσης ως προς ένα σύστημα συντεταγμένων σε μοίρες ή ακτίνια
- ω είναι η γωνιακή ταχύτητα ή συχνότητα σε ακτίνια/δευτερόλεπτο, ή rad/sec
- t είναι ο χρόνος, σε δευτερόλεπτα.

Η σχέση μεταξύ γωνιακής συχνότητας και περιόδου της τάσης είναι:

$\omega=2\cdot\pi\cdot f=2\cdot\pi/T$

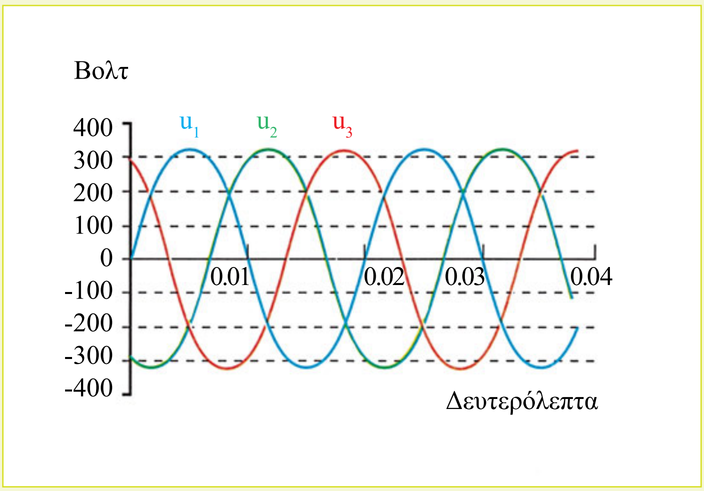
όπου:

- f είναι η συχνότητα σε Hertz (Hz)
- T είναι η περίοδος σε δευτερόλεπτα

Η βιομηχανική μονοφασική τάση στον Ευρωπαϊκό χώρο έχει εύρος 220 V, συχνότητα 50 Hz και περίοδο 1/50=0,02 sec. Στην Αμερική η τάση είναι εύρους 117 V, συχνότητας 60 Hz και περιόδου 1/60 sec.

Οι τρεις τάσεις u_1, u_2, u_3 ονομάζονται **φασικές τάσεις:** η u_1 είναι η πρώτη φάση, η u_2 είναι η δεύτερη φάση και η u_3 είναι η τρίτη φάση.

Όταν $U_1 = U_2 = U_3 = \sqrt{2}U$ και $\varphi_1-\varphi_2=\varphi_2-\varphi_3=\varphi_3-\varphi_1=120°$ ή, με άλλα λόγια, όταν οι τρεις φασικές τάσεις έχουν το ίδιο μέτρο και η διαφορά φάσης μεταξύ τους είναι 120° τότε **το τριφασικό σύστημα τάσεων είναι συμμετρικό,** Σχήμα 10.1.



Σχήμα 10.1. Τριφασικό συμμετρικό σύστημα εναλλασσόμενης τάσης

$$u_1 = \sqrt{2} \cdot U \cdot ημ(ωt)$$

$$u_2 = \sqrt{2} \cdot U \cdot ημ(ωt - 120^o)$$

$$u_3 = \sqrt{2} \cdot U \cdot ημ(ωt - 240^o)$$

όπου U είναι η **ενδεικνύμενη τιμή** της εναλλασσόμενης τάσης.

Η μεταβολή με το χρόνο της τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης απεικονίζεται στο Σχήμα 10.1. Το άθροισμα των στιγμιαίων τιμών των τριών φασικών τάσεων του συμμετρικού συστήματος τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης είναι μηδέν:

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0$$

Όταν οι τρεις φασικές τάσεις δεν έχουν το ίδιο μέτρο, ή η διαφορά φάσης μεταξύ τους δεν είναι 120°, τότε έχουμε **ασύμμετρο τριφασικό σύστημα τάσεων.**

Τόσο στη βιβλιογραφία όσο και στις πινακίδες των ηλεκτρικών συσκευών οι τρεις φάσεις της τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης συμβολίζονται με A, B, Γ ή R, S, T, ή L_1 (line 1), L_2, (line 2), L_3 (line 3), ή U, V, W.

Όταν η διαφορά φάσης μεταξύ των τριών τάσεων είναι θετική (120°) τότε έχουμε **ορθή (θετική) διαδοχή φάσεων,** όταν είναι αρνητική (-120°), η **διαδοχή των φάσεων είναι αντίστροφη (αρνητική).**

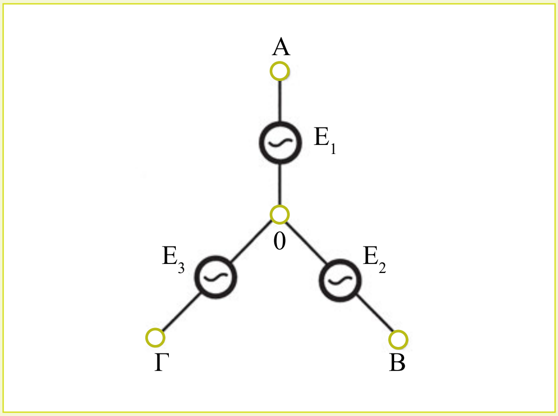
10.3. ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΕΣ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ ΤΑΣΗΣ

Συνήθως μια τριφασική γεννήτρια είναι πηγή τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης. Οι τρεις φάσεις των τυλιγμάτων της γεννήτριας μπορούν να συνδεθούν σε αστέρα ή σε τρίγωνο, σύμφωνα με τις απαιτήσεις της εφαρμογής.

10.3.1. Σύνδεση Πηγών Εναλλασσόμενης Τάσης σε Αστέρα ή σε Τρίγωνο

Τρεις μονοφασικές πηγές εναλλασσόμενης τάσης με ΗΕΔ E_1, E_2 και E_3 οι οποίες συνδέονται με τον ένα ακροδέκτη σε ένα κοινό κόμβο **Ο** και ο άλλος ακροδέκτης είναι ελεύθερος για σύνδεση σε καταναλωτή, αποτελούν μια τριφασική πηγή σε σύνδεση αστέρα, ή σύνδεση **"ύψιλον-Υ",** Σχήμα 10.2.

Στο Σχήμα 10.2 παρουσιάζεται η σύνδεση σε αστέρα των τριών φάσεων της πηγής τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης. Ο κόμβος "Ο" ονομάζεται **ουδέτερος κόμβος της πηγής.** Οι ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις E_1, E_2 και E_3 είναι οι **φασικές ΗΕΔ.**



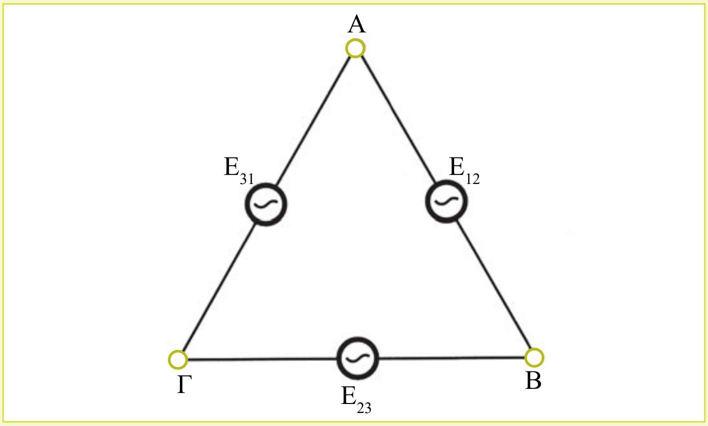
Σχήμα 10.2. Σύνδεση πηγών εναλλασσόμενης τάσης σε αστέρα, "Υ".

Γενικά, ορίζουμε **φασική τάση** την διαφορά δυναμικού μεταξύ του ακροδέκτη της κάθε φάσης και του ουδέτερου κόμβου, π.χ. μεταξύ Α και Ο, ή μεταξύ Β και Ο, ή μεταξύ Γ και Ο.

Για να συνδεθούν σε τρίγωνο ή **σε "Δέλτα - Δ"** οι τρεις φάσεις της πηγής εναλλασσόμενης τάσης με ΗΕΔ E_{12}, E_{23} και E_{31} πρέπει το τέλος κάθε φάσης να συνδέεται στην αρχή της επόμενης, Σχήμα 10.3. Οι τάσεις με ΗΕΔ E_{12}, E_{23} και E_{31} ονομάζονται **πολικές ΗΕΔ.**

Η **πολική τάση** είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο ακροδεκτών διαφορετικών φάσεων, π.χ. μεταξύ φάσεων Α και Β, ή μεταξύ φάσεων Β και Γ, ή μεταξύ φάσεων Γ και Α.

Στη συνδεσμολογία σε τρίγωνο δεν υπάρχει ουδέτερος κόμβος.



Σχήμα 10.3. Σύνδεση πηγών εναλλασσόμενης τάσης σε τρίγωνο, “Δ”

10.3.2. Σχέσεις Μεταξύ Τάσεων ή ΗΕΔ στη Σύνδεση σε Αστέρα και σε Τρίγωνο

Μια πηγή μπορεί να αλλάξει συνδεσμολογία από “Υ” σε “Δ” ή και αντίστροφα. Τότε από τις τάσεις της συνδεσμολογίας σε αστέρα, σχήμα 10.2, υπολογίζονται οι τάσεις της συνδεσμολογίας σε τρίγωνο, σχήμα 10.3, σύμφωνα με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$U_{12}=U_1-U_2$$

$$U_{23}=U_2-U_3$$

$$U_{31}=U_3-U_1$$

Από τις ΗΕΔ της συνδεσμολογίας σε αστέρα, σχήμα 10.2, υπολογίζονται οι ΗΕΔ της συνδεσμολογίας σε τρίγωνο, σχήμα 10.3, σύμφωνα με τις ακόλουθες σχέσεις

Στη σύνδεση σε αστέρα και σε τρίγωνο οι τάσεις ή οι ΗΕΔ είναι διανύσματα. Η πρόσθεση ή η αφαίρεση τους γίνεται διανυσματικά (γεωμετρικά).

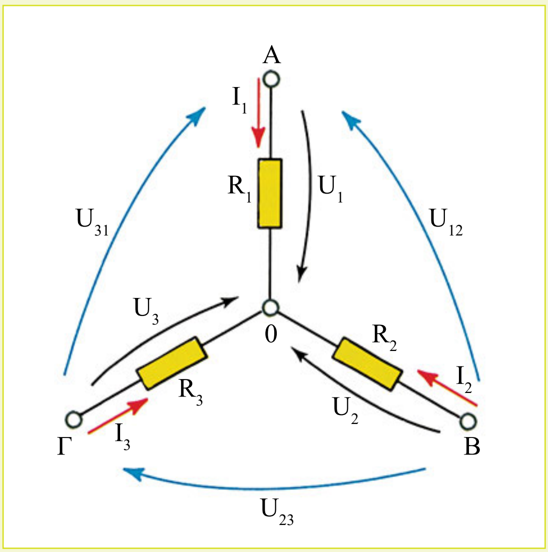
$$E_{12}=E_1-E_2$$
$$E_{23}=E_2-E_3$$
$$E_{31}=E_3-E_1$$

10.4. ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΙ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΕΣ ΣΕ ΣΥΝΔΕΣΗ “Υ”

Ηλεκτρικό κύκλωμα με τριφασικά εναλλασσόμενα μεγέθη όπως: τάση, ηλεκτρεγερτική δύναμη, ρεύμα και τριφασικό καταναλωτή (φορτίο) αποτελεί ένα **τριφασικό κύκλωμα.**

10.4.1. Συμμετρικοί καταναλωτές σε σύνδεση “Υ”

Τρεις καταναλωτές R_1, R_2 και R_3 οι οποίοι συνδέεονται με το ένα άκρο σε ένα κοινό κόμβο **“Ο”** και με το άλλο άκρο στην κάθε φάση της τριφασικής πηγής τάσης αποτελούν μια σύνδεση καταναλωτών σε αστέρα, ή **“Υ”**, Σχήμα 10.4.



Σχήμα 10.4. Σύνδεση καταναλωτών σε αστέρα

Ο κόμβος "Ο" ονομάζεται **ουδέτερος κόμβος του φορτίου** και συνδέεται με τον ουδέτερο κόμβο "Ο" της τριφασικής πηγής τάσης του Σχήματος 10.2. Ο αγωγός που συνδέει τους δύο ουδέτερους κόμβους ονομάζεται **ουδέτερος αγωγός** και είναι απαραίτητος, όταν η τριφασική τάση της πηγής, ή ο τριφασικός καταναλωτής δεν είναι συμμετρικά. Τότε, τα τρία φασικά ρεύματα δεν είναι συμμετρικά και εφαρμόζοντας τον νόμο του Κίρκωφ στον κόμβο "Ο" έχουμε:

$$i_N = i_1+i_2+i_3 \neq 0$$

Το ρεύμα i_N διοχετεύεται μέσω του ουδέτερου αγωγού.

Στο Σχήμα 10.4 οι U_1, U_2 και U_3 είναι οι φασικές τάσεις, οι U_{12}, U_{23}, και U_{31} είναι οι πολικές τάσεις και I_1, I_2 και I_3 είναι τα φασικά ρεύματα.

Οι διανυσματικές σχέσεις μεταξύ των πολικών και φασικών τάσεων και μεταξύ των φασικών ρευμάτων είναι:

$$U_{12}=U_1-U_2$$
$$U_{23}=U_2-U_3$$
$$U_{31}=U_3-U_1$$
$$I_1 + I_2 + I_3 = I_N$$

Όταν ο καταναλωτής είναι συμμετρικός, δηλαδή $R_1=R_2=R_3$, τότε το ρεύμα στον ουδέτερο αγωγό είναι μηδέν, $I_N=0$. Επίσης η σχέση μεταξύ πολικών U_π και φασικών τάσεων U_φ γίνεται:

$$U_\pi = \sqrt{3}\cdot U_\varphi = 1,73\cdot U_\varphi$$

Η σχέση μεταξύ πολικού ρεύματος I_π και φασικού ρεύματος I_φ είναι:

$$I_\pi = I_\varphi$$

Η τριφασική ενεργή, άεργη και φαινόμενη ισχύς του τριφασικού καταναλωτή σε σύνδεση σε αστέρα υπολογίζονται σύμφωνα με τις ακόλουθες σχέσεις:

$$P = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot συνφ_1 = \sqrt{3} \cdot U_π \cdot I_π \cdot συνφ_1 \qquad [W]$$

$$Q = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot ημφ_1 = \sqrt{3} \cdot U_π \cdot I_π \cdot ημφ_1 \qquad [VAr]$$

$$S = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 = \sqrt{3} \cdot U_π \cdot I_π \qquad [VA]$$

Παράδειγμα 1

Σχεδιάστε ένα τριφασικό κύκλωμα με πηγή τάσης σε αστέρα και καταναλωτή συνδεδεμένο σε αστέρα (σύνδεση "Υ-Υ").

Λύση:

Το κύκλωμα απεικονίζεται στο Σχήμα 10.5 όπου A, B, Γ είναι οι ακροδέκτες της τριφασικής πηγής και O ο ουδέτερος κόμβος της πηγής, A΄, B΄, Γ΄ είναι οι ακροδέκτες του τριφασικού καταναλωτή και O΄ είναι ο ουδέτερος. Η σύνδεση γίνεται μεταξύ ακροδεκτών A-A΄, B-B΄, Γ-Γ΄, O-O΄.
Ο ουδέτερος αγωγός είναι O-O΄ (με διακεκομένη γραμμή)

Παράδειγμα 2

Τρεις ίδιες αντιστάσεις συνδέονται σε αστέρα, Σχήμα 10.4, και τροφοδοτούνται από τριφασική πηγή τάσης $U_{12}=U_{23}=U_{31}=380V$. Η κάθε αντίσταση είναι 100 Ω. Υπολογίστε: α) την φασική τάση στην κάθε αντίσταση, β) το ρεύμα στην κάθε αντίσταση.

Λύση:

$$α)\, U_1 = U_{12} / \sqrt{3} = 380\,V / 1,73 = 220\,V$$

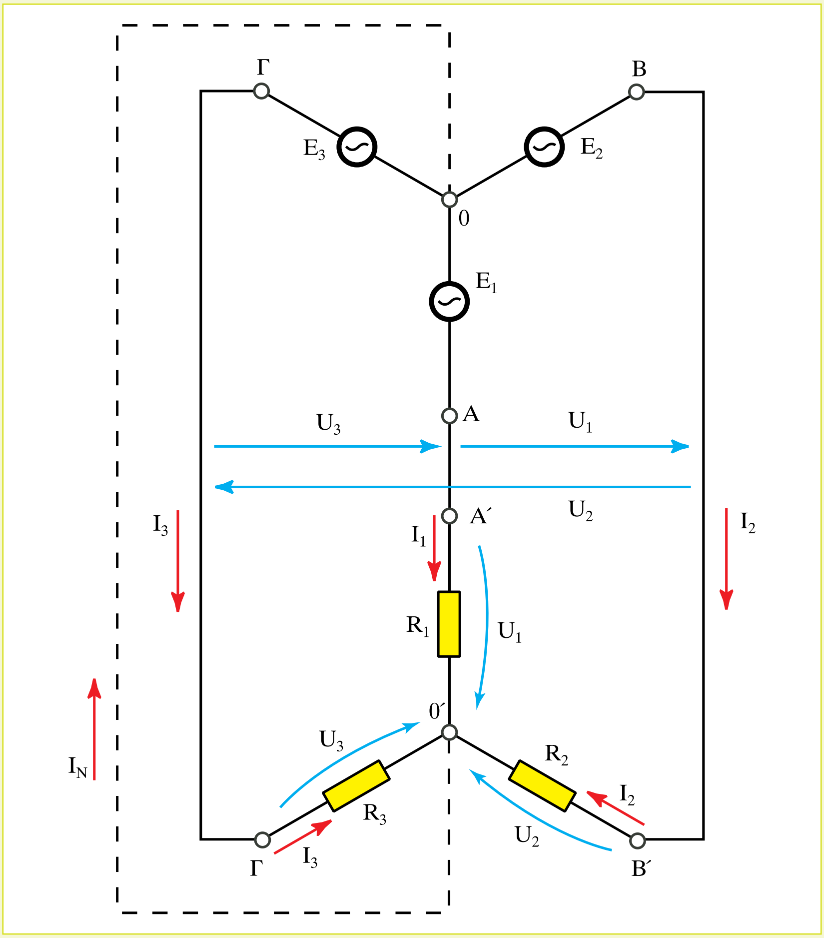
$$β)\, I_1 = U_1 / R = 220\,V / 100\,Ω = 2,2\,A$$

Παράδειγμα 3

Τρεις ίδιες αντιστάσεις συνδέονται σε αστέρα, Σχήμα 10.4, και τροφοδοτούνται από τριφασική πηγή τάσης $U_{12}=U_{23}=U_{31}=380V$. Το ρεύμα στην κάθε αντίσταση είναι 11A. Υπολογίστε την αντίσταση κάθε φάσης.

Λύση:

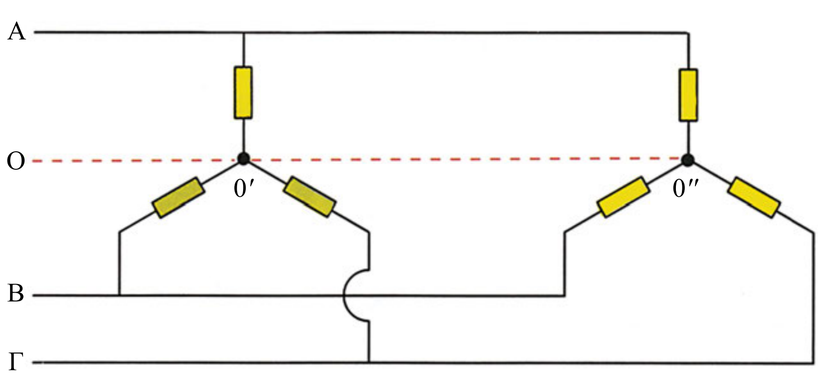
$$R = U_1 / I_1 = 380V / \sqrt{3} / 11A = 20\Omega$$



Σχήμα 10.5. Τριφασικό κύκλωμα αποτελούμενο από πηγή συνδεδεμένη σε αστέρα και καταναλωτή συνδεδεμένο σε αστέρα, **σύνδεση "Y-Y"**

Παράδειγμα 4

Δίκτυο τριφασικής τάσης 380V τροφοδοτεί δύο συμετρικούς καταναλωτές συνδεδεμένους σε “Y”, Σχήμα 10.6. Οι αντιστάσεις στήν κάθε φάση είναι 20 Ω στον πρώτο καταναλωτή και 5 Ω στον δεύτερο. Υπολογίστε το ρεύμα γραμμής.



Σχήμα 10.6. Παράλληλη διάταξη δύο καταναλωτών συνδεδεμένων σε αστέρα

Λύση:

Οι δύο αστέρες με αντιστάσεις είναι συνδεδεμένοι παράλληλα και μπορούμε να τους αντικαταστήσουμε με ένα ισοδύναμο αστέρα, ο οποίος έχει στην κάθε φάση την ισοδύναμη αντίσταση που προκύπτει από τη παράλληλη σύνδεση των 20Ω με 5Ω.

$$R_{\iota\sigma} = 20\Omega \cdot 5\Omega / (20\Omega + 5\Omega) = 4\Omega$$

$$U_1 = U_{12} / \sqrt{3} = 380V / \sqrt{3} = 220V$$

$$I_1 = 220V / 4\Omega = 55A$$

Το ρεύμα γραμμής είναι 55A.

10.4.2. Ασύμμετρη φόρτιση σε αστέρα

Όταν συνδεθούν καταναλωτές με διαφορετική ισχύ ή αντίσταση σε κάθε φάση, προκύπτει ασύμμετρη φόρτιση του τριφασικού δικτύου.

Στη σύνδεση σε αστέρα των καταναλωτών με ασύμμετρη φόρτιση, εάν δεν συνδεθεί ο ουδέτερος αγωγός, τότε ο καταναλωτής με τη μικρότερη ισχύ δέχεται στα άκρα του υψηλότερη τάση. Όταν υπάρχει και ουδέτερος αγωγός, τότε στους τρεις καταναλωτές εφαρμόζεται η ίδια τάση.

Οι συσκευές για τριφασική τάση όπως οι κινητήρες, οι μετασχηματιστές, οι συσκευές θέρμανσης, έχουν συμμετρικά τυλίγματα, τα οποία συνδέονται ή αποσυνδέονται στο δίκτυο ταυτόχρονα με τη χρήση τριφασικών διακοπτών. Οι συσκευές αυτές **φορτίζουν συμμετρικά το δίκτυο.**

Αντιθέτως **τα κυκλώματα, που αποτελούνται από λαμπτήρες και ρευματοδότες,** συνδέονται μεταξύ γραμμής και ουδέτερου αγωγού, επομένως **δημιουργούν ασύμμετρη φόρτιση του δικτύου.** Το άθροισμα των τριών φασικών ρευμάτων δίνει το ρεύμα στον ουδέτερο αγωγό. Έτσι τα δίκτυα χαμηλής τάσης ή δίκτυα διανομής κατασκευάζονται με τέσσερις αγωγούς, ενώ τα δίκτυα υψηλής τάσης ή δίκτυα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας είναι με τρεις αγωγούς.

Παράδειγμα 1

Τριφασικό κύκλωμα τεσσάρων αγωγών τροφοδοτείται από πηγή τάσης 380V, 50Hz και περιλαμβάνει ασύμμετρο φορτίο σε σύνδεση "Y" με αντιστάσεις: R_1=22Ω, R_2=22 Ω και R_3=11Ω, Σχήμα 10.5. Υπολογίστε: α) τα ρεύματα γραμμής και β) το ρεύμα στον ουδέτερο αγωγό.

Λύση:

α) Οι φασικές τάσεις είναι:

$$u_1 = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \eta\mu(\omega t)$$

$$u_2 = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \eta\mu(\omega t - 120^o)$$

$$u_3 = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \eta\mu(\omega t - 240^o)$$

Το μέγεθος των φασικών ρευμάτων υπολογίζεται από το μέγεθος της φασικής τάσης και από το μέγεθος της αντίστασης κάθε φάσης.

$I_1=U_1/R_1=220V/22\Omega=10A$
$I_2=U_2/R_2=220V/22\Omega=10A$
$I_3=U_3/R_3=220V/11\Omega=20A$

Η διαφορά φάσης μεταξύ των ρευμάτων είναι η ίδια όπως και αυτή των τάσεων:

$$i_1 = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \eta\mu(\omega t)$$

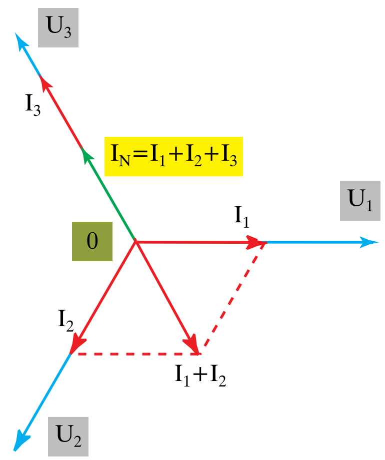
$$i_2 = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \eta\mu(\omega t - 120^o)$$

$$i_3 = \sqrt{2} \cdot 20 \cdot \eta\mu(\omega t - 240^o)$$

β) Το ρεύμα στον ουδέτερο αγωγό υπολογίζεται ως το άθροισμα των τριών φασικών στιγμιαίων ρευμάτων ή από το διανυσματικό διάγραμμα του Σχήματος 10.7 και προκύπτει:

$$i_N = i_1 + i_2 + i_3 = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \left[\eta\mu(\omega t) + \eta\mu(\omega t - 120^o) + 2 \cdot \eta\mu(\omega t - 240^o)\right] =$$

$$= \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \eta\mu(\omega t - 240^o) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \eta\mu(\omega t + 120^o)\,A$$



Σχήμα 10.7. Διανυσματικό διάγραμμα τριφασικού συμμετρικού συστήματος φασικών τάσεων U_1, U_2, U_3, τριφασικού ασύμμετρου συστήματος ρευμάτων I_1, I_2,I_3, και ρεύματος στον ουδέτερο αγωγό I_N κατά την σύνδεση ασύμμετρου φορτίου.

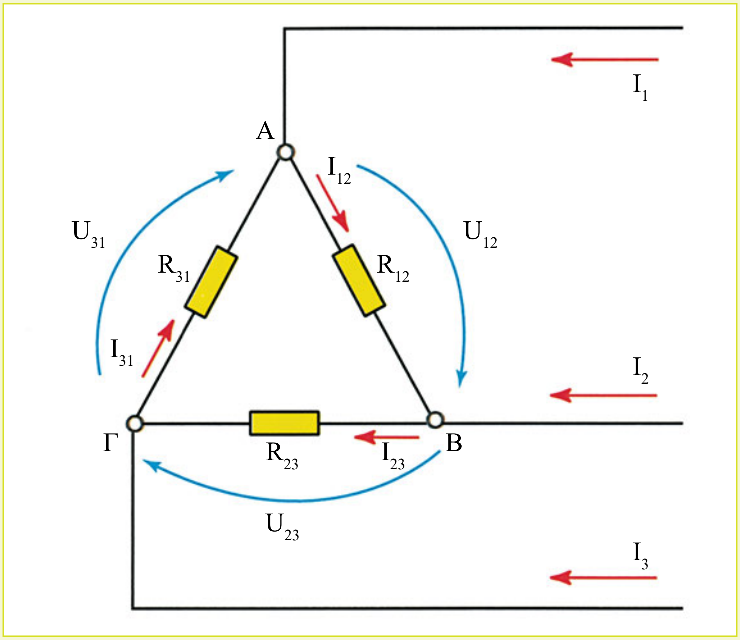
10.5. ΤΡΙΦΑΣΙΚΟΙ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΕΣ ΣΕ ΣΥΝΔΕΣΗ "Δ"

10.5.1. Συμμετρικοί καταναλωτές σε "Δ"

Για να σχηματιστεί μια συνδεσμολογία τριών καταναλωτών σε τρίγωνο, ή **"Δ",** η αρχή κάθε μιας από τις τρεις αντιστάσεις R_{12}, R_{23} και R_{31}, συνδέεται στο τέλος της άλλης, Σχήμα 10.8.

Τα ρεύματα I_1, I_2,1_3, είναι **πολικά ρεύματα** και ονομάζονται **ρεύματα γραμμής,** τα ρεύματα I_{12}, I_{23}, I_{31}, είναι **φασικά ρεύματα.** Οι διανυσματικές σχέσεις μεταξύ των πολικών και φασικών ρευμάτων είναι:

$$I_1=I_{12}-I_{31}$$
$$I_2=I_{23}-I_{12}$$
$$I_3=I_{31}-I_{23}$$



Σχήμα 10.8. Σύνδεση σε τρίγωνο του τριφασικού καταναλωτή

Όταν ο καταναλωτής είναι συμμετρικός, δηλαδή R_{12}=R_{23}=R_{31}, τότε:

$I_1+I_2+I_3=0$

Στη σύνδεση τριφασικού καταναλωτού σε τρίγωνο, η σχέση μεταξύ πολικού ρεύματος I_π και φασικού ρεύματος I_φ είναι:

$$I_\pi = \sqrt{3} \cdot I_\varphi = 1,73 \cdot I_\varphi$$

Επίσης, η σχέση μεταξύ πολικής U_π και φασικής τάσης U_φ είναι:

$U_\pi = U_\varphi$

Στη σύνδεση αυτή δεν υπάρχει ουδέτερος κόμβος, επομένως δεν υπάρχει ούτε ουδέτερος αγωγός. Η σύνδεση σε τρίγωνο είναι χρήσιμη όταν το κύκλωμα είναι συμμετρικό (δηλαδή αποτελείται από συμμετρική τάση και συμμετρικό καταναλωτή, επομένως το ρεύμα i_N =0).

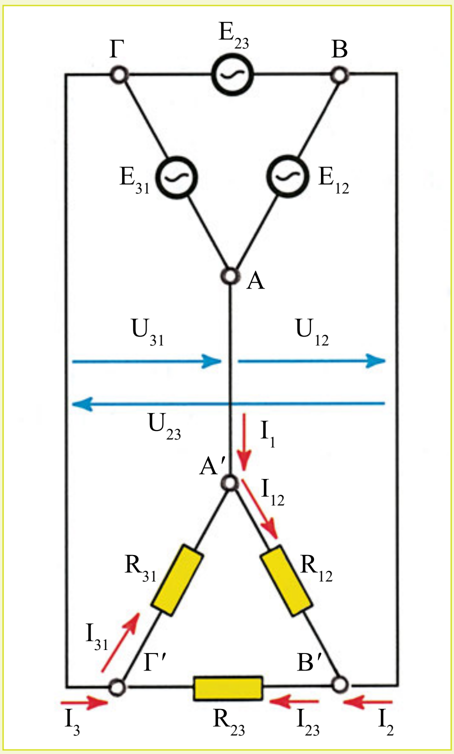
Συγκριτικά με τη σύνδεση σε αστέρα, η σύνδεση σε τρίγωνο έχει το πλεονέκτημα ότι λειτουργεί με τρεις αγωγούς, ενώ στη σύνδεση σε αστέρα χρειάζονται τέσσερις αγωγοί. Συνήθως η σύνδεση "Δ" χρησιμοποιείται στα δίκτυα μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας για την εξοικονόμηση του ουδέτερου αγωγού.

Παράδειγμα 1

Σχεδιάστε ένα τριφασικό κύκλωμα με πηγή τάσης συνδεδεμένη σε τρίγωνο και καταναλωτή συνδεδεμένο σε τρίγωνο (σύνδεση "Δ-Δ").

Λύση:

Το κύκλωμα δίνεται στο Σχήμα 10.9 όπου Α, Β, Γ είναι οι ακροδέκτες της τριφασικής πηγής και Α΄, Β΄, Γ΄ είναι οι ακροδέκτες του τριφασικού καταναλωτή. Η σύνδεση γίνεται μεταξύ Α-Α΄, Β-Β΄ και Γ-Γ΄.



Σχήμα 10.9. Τριφασικό κύκλωμα αποτελούμενο από πηγή συνδεδεμένη σε τρίγωνο και καταναλωτή συνδεδεμένο σε τρίγωνο, **σύνδεση "Δ-Δ"**

Παράδειγμα 2

Ένα τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από συμμετρικό καταναλωτή συνδεδεμένο σε "Δ" με 55Ω σε κάθε φάση, Σχήμα 10.8. Η πηγή εναλλασσόμενης τάσης είναι 220V, 50Hz. Υπολογίστε το ρεύμα γραμμής.

Λύση:

Το φασικό ρεύμα υπολογίζεται από την φασική τάση και από την ωμική αντίσταση της φάσης:

$$I_{12} = \frac{U_{12}}{R_{12}} = \frac{220V}{55\Omega} = 4A$$

Το ρεύμα γραμμής (πολικό) είναι $\sqrt{3}$ φορές υψηλότερο από το φασικό ρεύμα:

$$I_1 = \sqrt{3} \cdot I_{12} = \sqrt{3} \cdot 4\,A = 6{,}92\,A$$

Παράδειγμα 3

Τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από δύο ομάδες συμμετρικών αντιστάσεων συνδεδεμένες σε "Δ": η μία ομάδα έχει αντιστάσεις των 10 Ω και η άλλη έχει αντιστάσεις των 40 Ω, Σχήμα 10.10. Το κύκλωμα τροφοδοτείται από πηγή εναλλασσόμενης τάσης 220 V, 50 Hz. Υπολογίστε το ρεύμα γραμμής.

Λύση:

Τα δύο τρίγωνα αντιστάσεων είναι συνδεδεμένα παράλληλα και μπορούμε να τα αντικαταστήσουμε με ένα ισοδύναμο τρίγωνο, το οποίο έχει στην κάθε φάση την ισοδύναμη αντίσταση που προκύπτει από 10 Ω παράλληλα με 40 Ω.

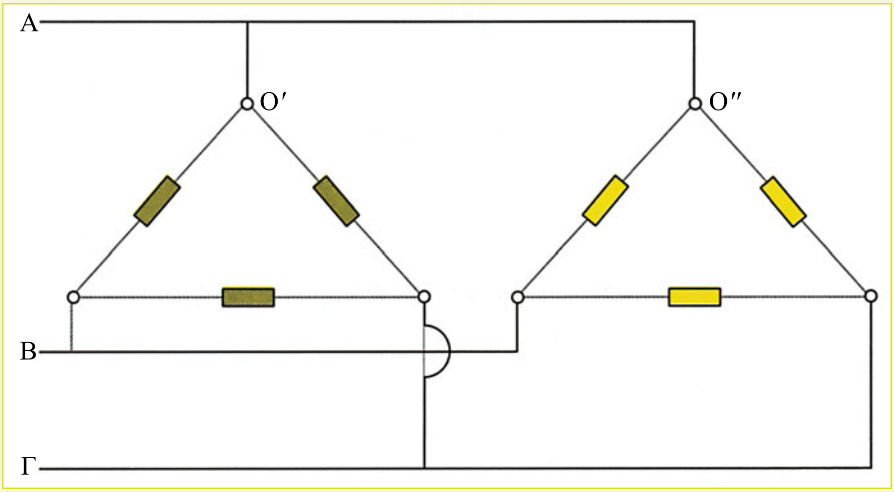
$$R_{ισ} = \frac{10\Omega \cdot 40\Omega}{10\Omega + 40\Omega} = \frac{400}{50} = 8\Omega$$

Το φασικό ρεύμα είναι:

$$I_{12} = \frac{U_{12}}{R_{ισ}} = \frac{220V}{8\Omega} = 27{,}5A$$

Το ρεύμα γραμμής είναι:

$$I_1 = \sqrt{3} \cdot I_{12} = \sqrt{3} \cdot 27,5A = 47,6A$$



Σχήμα 10.10. Δύο συστοιχίες καταναλωτών συνδεδεμένοι σε "Δ" και παράλληλα μεταξύ τους.

10.5.2. Ασύμμετρη φόρτιση σε τρίγωνο

Όταν συνδέονται σε τρίγωνο τρεις καταναλωτές διαφορετικής ισχύος, τότε έχουμε ασύμμετρο φορτίο σε τρίγωνο, το οποίο παράγει άνισα φασικά ρεύματα,

Εάν πρόκειται για καταναλωτές με καθαρή ωμική αντίσταση, τότε τα ρεύματα δεν έχουν το ίδιο μέγεθος, διατηρούν όμως τη διαφορά φάσης 120° μεταξύ τους.

Παράδειγμα 1

Ένα τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από ασύμμετρο καταναλωτή συνδεδεμένο σε "Δ" με αντίσταση 10 Ω στην πρώτη φάση, 15 Ω στην δεύτερη και 20 Ω στην τρίτη φάση, Σχήμα 10.8. Η πηγή τριφασικής εναλλασσόμενης τάσης είναι συμμετρική 220 V, 50 Hz. Υπολογίστε: α) τα φασικά ρεύματα και β) τα ρεύματα γραμμής (πολικά).

Λύση:

α) Εφ' όσον η τάση είναι συμμετρική, τότε οι ενδεικνύμενες τιμές των φασικών τάσεων είναι ίσες:

$U_{12}=U_{23}=U_{31}$

Το φορτίο είναι ασύμμετρο και οι δεδομένες αντιστάσεις είναι:

$R_{12}=10\ \Omega$, $R_{23}=15\ \Omega$ και $R_{31}=20\ \Omega$

Τα φασικά ρεύματα υπολογίζονται από τον νόμο του Ωμ:

$$I_{12}=\frac{U_{12}}{R_{12}}=\frac{220V}{10\Omega}=22A$$

$$I_{23}=\frac{U_{23}}{R_{23}}=\frac{220V}{15\Omega}=14,7A$$

$$I_{31}=\frac{U_{31}}{R_{31}}=\frac{220V}{20\Omega}=11A$$

Δεδομένου ότι το φορτίο αποτελείται από ωμικές αντιστάσεις, τα φασικά ρεύματα I_{12}, I_{23} και I_{31} έχουν την ίδια φάση με τις αντίστοιχες φασικές τάσεις U_{12}, U_{23} και U_{31}. Το διανυσματικό διάγραμμα των φασικών τάσεων και των φασικών ρευμάτων παρατίθεται στο Σχήμα 10.11.

β) Τα πολικά ρεύματα (ή ρεύματα γραμμής) I_1, I_2 και I_3 υπολογίζονται από το διανυσματικό διάγραμμα του Σχήματος 10.11.

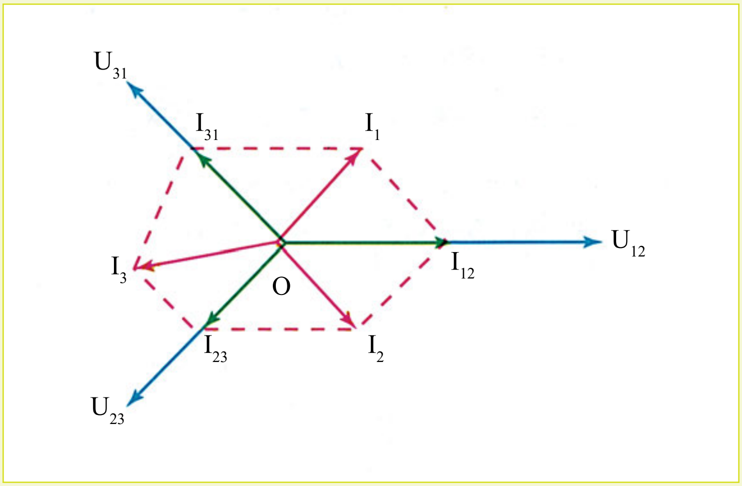
Βρίσκουμε ότι:

$$\overline{I}_1=\overline{I}_{12}+\overline{I}_{31}=22\angle 0^o+11\angle 120^o=19\angle 30^o A$$

$$\overline{I}_2=\overline{I}_{12}+\overline{I}_{23}=22\angle 0^o+14,7\angle\text{-}120^o=19,4\angle\text{-}41^\circ A$$

$$\overline{I}_3=\overline{I}_{23}+\overline{I}_{31}=14,7\angle\text{-}120^o+11\angle 120^o=13,2\angle 194^\circ A$$

Όπου με τον συμβολισμό $\overline{\mathrm{I}} = \mathrm{I}\angle\varphi^{\circ}$ εννοούμε το διάνυσμα ρεύματος με ενδεικνύμενη τιμή I και γωνία φάσης φως πρός τον οριζόντιο άξονα Ox.



Σχήμα 10.11. Διανυσματικό διάγραμμα τριφασικού συμμετρικού συστήματος φασικών τάσεων U_{12}, U_{23}, U_{31}. τριφασικού ασύμμετρου συστήματος φασικών ρευμάτων I_{12}, I_{23}, I_{31} και πολικών ρευμάτων I_1, I_2, I_3.

Παράδειγμα 1.

Τριφασικός ηλεκτρικός κινητήρας, όταν λειτουργεί σε σύνδεση αστέρα, έχει τα ακόλουθα ονομαστικά μεγέθη: ισχύς 20kW, συντελεστή ισχύος 0,8, τάση τροφοδοσίας 380V και συχνότητα 50Hz. Υπολογίστε: α) το ονομαστικό πολικό ρεύμα, β) την φαινόμενη ισχύ που απορροφάει στην ονομαστική λειτουργία και γ) την άεργη ισχύ που απορροφάει στην ονομαστική λειτουργία.

Λύση:

Από την γνωστή σχέση της πραγματικής ισχύος

$$P_1 = \sqrt{3} \cdot U_{\pi} \cdot I_{\pi} \cdot \text{συνφ}$$

Υπολογίζουμε το πολικό ρεύμα:

$$I_\pi = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_\pi \cdot \eta\mu\varphi} = \frac{20000W}{1,73 \cdot 380 \cdot 0,8} = 38A$$

β) Η φαινόμενη ισχύς υπολογίζεται από την πολική τάση και το πολικό ρεύμα σύμφωνα με την ακόλουθη σχέση:

$$S = \sqrt{3} \cdot U_\pi \cdot I_\pi = \sqrt{3} \cdot 380V \cdot 38A = 24981VA = 24,98kVA$$

γ) Η άεργη ισχύς υπολογίζεται από την φαινόμενη ισχύ και από το συνημίτονο της γωνίας φάσης μεταξύ της τάσης και του ρεύματος.

$$Q = S \cdot \eta\mu\varphi$$

Από τον συντελεστή ισχύος ημ φ=0,8 υπολογίζουμε:

$$\varphi = 36,87° \text{ ή } \sigma\upsilon\nu\varphi = 0,6$$

Επομένως:

$$Q = 24981VA \cdot 0,6 = 14989\ VAr = 14,99\ kVAr$$

10.6. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Γενικά, σε τριφασικό κύκλωμα, οι σχέσεις μεταξύ πολικών και φασικών τάσεων και ρευμάτων είναι:

$$U_\pi = \sqrt{3} \cdot U_\varphi$$

$$I_\pi = \sqrt{3} \cdot I_\varphi$$

Ειδικότερα, όταν υπάρχει σύνδεση σε αστέρα ή σε τρίγωνο, τότε οι σχέσεις μεταξύ τάσεων, ρευμάτων και ισχύος δίνονται στον Πίνακα 10.1.

Πίνακας 10.1. Σχέσεις μεταξύ τάσεων, ρευμάτων και ισχύος στη σύνδεση "Υ" και στη σύνδεση "Δ"	
"Υ"	**"Δ"**
$U_\pi = \sqrt{3} \cdot U_\varphi$	$U_\pi = U_\varphi$
$I_\pi = I_\varphi$	$I_\pi = \sqrt{3} \cdot I_\varphi$
$P = \sqrt{3} \cdot U_\pi \cdot I_\pi \cdot \text{συνφ} = S \cdot \text{συνφ} \quad [W]$ $Q = \sqrt{3} \cdot U_\pi \cdot I_\pi \cdot \text{ημφ} = S \cdot \text{ημφ} \quad [VAr]$ $S = \sqrt{3} \cdot U_\pi \cdot I_\pi \quad [VA]$	

10.7. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Ποιοι είναι οι βασικότεροι τύποι συνδεσμολογίας των τριφασικών κυκλωμάτων που αποτελούνται από πηγές και καταναλωτές;

2. Καταναλωτής συνδεδεμένος σε αστέρα συνδέεται σε τριφασική τάση 380V. Ποια είναι η πολική τάση και ποια είναι η φασική τάση;

3. Καταναλωτής συνδεδεμένος σε τρίγωνο συνδέεται σε τριφασική τάση 220V. Ποια είναι η πολική τάση και ποια είναι η φασική τάση;

4. Ποια είναι η διαφορά φάσης μεταξύ των τάσεων σε ένα τριφασικό σύστημα;

5. Ποια είναι η διαφορά φάσης μεταξύ των ρευμάτων σε ένα τριφασικό σύστημα;

6. Σχεδιάστε ένα τριφασικό κύκλωμα με πηγή τάσης συνδεδεμένη σε αστέρα και καταναλωτή συνδεδεμένο σε τρίγωνο (σύνδεση "Υ-Δ").

7. Σχεδιάστε ένα τριφασικό κύκλωμα με πηγή τάσης συνδεδεμένη σε τρίγωνο και καταναλωτή συνδεδεμένο σε αστέρα (σύνδεση "Δ-Υ").

8. Ένα τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από συμμετρικό καταναλωτή συνδεδεμένο σε "Υ" με 100Ω σε κάθε φάση, Σχήμα 10.4. Η πηγή εναλλασσόμενης τάσης είναι 380V και 50Hz. Υπολογίστε το φασικό ρεύμα.

   Απάντηση: 2,2 A

9. Ένα τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από συμμετρικό καταναλωτή συνδεδεμένο σε "Δ" με 100 Ω σε κάθε φάση, Σχήμα 10.8. Η πηγή εναλλασσόμενης τάσης είναι 220 V, 50 Hz. Υπολογίστε το πολικό ρεύμα (γραμμής).

   Απάντηση: 3,8 A

10. Τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από δύο ομάδες συμμετρικών αντιστάσεων συνδεδεμένες σε "Δ": η μία ομάδα έχει αντιστάσεις των 60 Ω και η άλλη έχει αντιστάσεις των 90 Ω, Σχήμα 10.10. Το κύκλωμα τροφοδοτείται από πηγή εναλλασσόμενης τάσης 220 V, 50 Hz. Υπολογίστε το ρεύμα γραμμής.

    Απάντηση: 10,6 A

11. Τριφασικό κύκλωμα αποτελείται από δύο ομάδες συμμετρικών αντιστάσεων συνδεδεμένες σε "Υ": η μία ομάδα έχει αντιστάσεις των 30 Ω και η άλλη έχει αντιστάσεις των 60 Ω, Σχήμα 10.6. Το κύκλωμα τροφοδοτείται από πηγή εναλλασσόμενης τάσης 380 V, 50 Hz. Υπολογίστε το ρεύμα γραμμής.

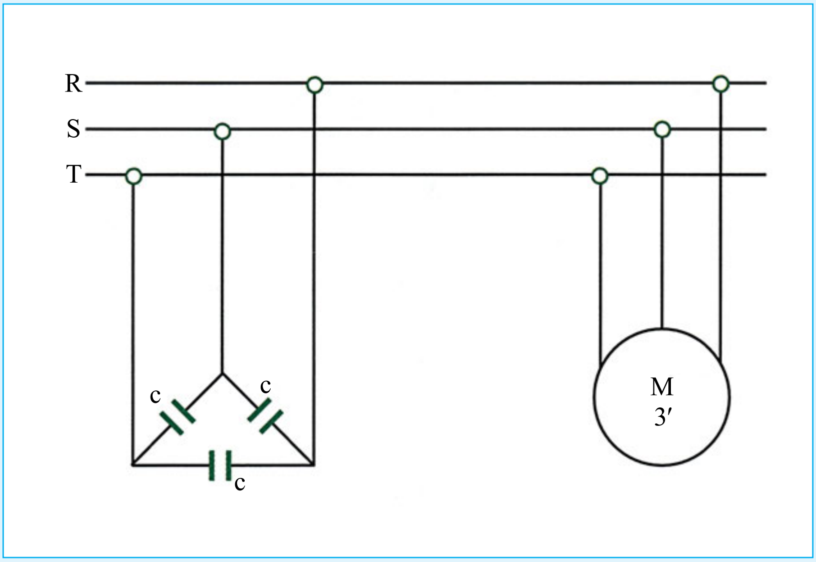
    Απάντηση: 11 A

12. Τριφασικός ηλεκτρικός κινητήρας έχει τα ακόλουθα ονομαστικά μεγέθη, όταν λειτουργεί σε σύνδεση αστέρα: ισχύ 50 kW, συντελεστή ισχύος 0,7, τάση τροφοδοσίας 380 V και συχνότητα 50 Hz. Υπολογίστε: α) το ονομαστικό πολικό ρεύμα, β) την φαινόμενη ισχύ που απορροφάει στην ονομαστική λειτουργία γ) την άεργη ισχύ που απορροφάει στην ονομαστική λειτουργία.

    Απάντηση: 108,6 A, 71,39 kVA, 50,99 kVAr.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11

ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΙΣΧΥΟΣ



11.1. ΕΠΙΠΤΩΣΕΙΣ ΧΑΜΗΛΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΙΣΧΥΟΣ

Ο συντελεστής ισχύος **συν φ** είναι ο λόγος της πραγματικής ισχύος **P** προς την φαινόμενη ισχύ **S** και αντιστοιχεί στο τμήμα της φαινόμενης ισχύος, που παράγει πραγματική (ενεργό) ισχύ.

$$P=U_\pi \cdot I_\pi \cdot \text{συν } \varphi = S \cdot \text{συν } \varphi$$

$$\text{συν } \varphi = P/S$$

Σε σταθερή τάση και σταθερή πραγματική ισχύ, όσο μικρότερος είναι ο συντελεστής ισχύος, τόσο μεγαλύτερα είναι: το ρεύμα, η φαινόμενη ισχύς και η άεργη ισχύς. Η άεργη ισχύς στα δίκτυα μεταφοράς και διανομής ηλεκτρικής ενέργειας αυξάνει το ρεύμα φόρτισης των γραμμών και των καταναλωτών με αρνητικές επιπτώσεις όπως: η ανάγκη αύξησης της εγκαταστημένης ισχύος στο εργοστάσιο παραγωγής και η αύξηση της διατομής των αγωγών του δικτύου διανομής με συνέπεια την αύξηση του κόστους εγκαταστάσεων.

Παράδειγμα 1

Πραγματική ισχύς 1KW με συντελεστή ισχύος **συν**$\boldsymbol{\varphi_1}$**=0,5** μεταφέρεται στον καταναλωτή. Αν ο συντελεστής ισχύος βελτιωθεί (αυξηθεί) στο **συν**$\boldsymbol{\varphi_2}$**=1,** υπολογίστε το λόγο των ρευμάτων των δύο καταστάσεων.

Λύση:

Η ενεργός ισχύς P=1KW είναι σταθερή και στις δύο καταστάσεις:

$$P_1=U_\pi \cdot I_{\pi 1} \cdot \text{συν } \varphi_1$$

$$P_2=U_\pi \cdot I_{\pi 2} \cdot \text{συν } \varphi_2$$

Αν διαιρέσουμε τις δύο αυτές σχέσεις βρίσκουμε:

$P_1/P_2=U_\pi \cdot I_{\pi 1} \cdot συνφ_1/U_\pi \cdot I_{\pi 2} \cdot συνφ_2$

$I_{\pi 1}/I_{\pi 2}=συνφ_2/συνφ_1= 1/0{,}5=2$

$I_{\pi 1}/I_{\pi 2}=2$

Το ρεύμα προ της βελτίωσης (αντιστάθμισης) του συνφ είναι διπλάσιο του ρεύματος με αντισταθμισμένο συνφ.

11.2. ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΙΣΧΥΟΣ

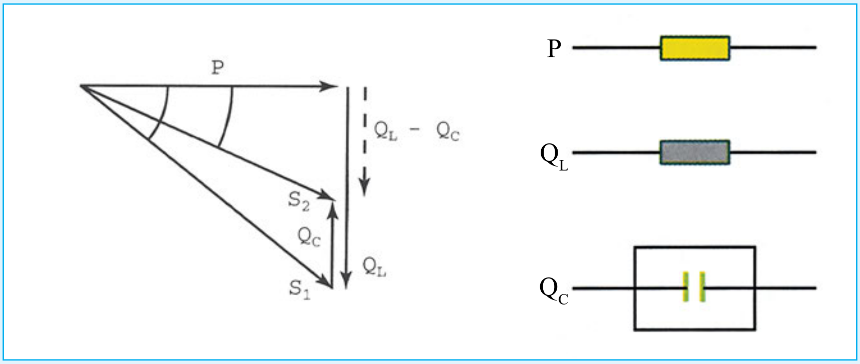
Αντιστάθμιση της άεργης ισχύος ονομάζεται η ελάττωση της επαγωγικής άεργης ισχύος μέσω αύξησης της χωρητικής άεργης ισχύος.

Επομένως, **η αντιστάθμιση της άεργου ισχύος οδηγεί στην βελτίωση (αύξηση) του συντελεστή ισχύος.**

Η αντιστάθμιση επιτυγχάνεται με σύνδεση πυκνωτών, οι οποίοι παράγουν χωρητική άεργη ισχύ. Ως γνωστό, η επαγωγική άεργη ισχύς και η χωρητική άεργη ισχύς έχουν διαφορά φάσης 180°. Επομένως το **πηνίο απορροφάει άεργη ισχύ από το δίκτυο,** ενώ **ο πυκνωτής τροφοδοτεί το δίκτυο με άεργη ισχύ.** Η αντιστάθμιση ολοκληρώνεται όταν **συνφ=1.**

Στο Σχήμα 11.1 απεικονίζεται η διαδικασία αντιστάθμισης του συντελεστή ισχύος. Αρχικά, στο δίκτυο ρέει **P** ενεργός ισχύς, $\mathbf{Q_L}$ άεργη επαγωγική ισχύς και $\mathbf{S_1}$ φαινόμενη ισχύς. Η γωνία φάσης χωρίς αντιστάθμιση μεταξύ $\mathbf{S_1}$ και **P** είναι η $\boldsymbol{φ_1}$.

Η αντιστάθμιση επιτυγχάνεται μέσω εισαγωγής στο δίκτυο της $\mathbf{Q_C}$ χωρητικής άεργης ισχύος. Ως αποτέλεσμα η ενεργός ισχύς **P** παραμένει σταθερή, η τελική άεργη ισχύς γίνεται $\mathbf{Q_L}$-$\mathbf{Q_C}$, η τελική φαινόμενη ισχύς γίνεται $\mathbf{S_2}$ και η τελική γωνία φάσης με αντιστάθμιση γίνεται $\boldsymbol{φ_2}$.



Σχήμα 11.1. Αντιστάθμιση (βελτίωση) του συντελεστή ισχύος

Παρατηρούμε ότι:

εφ $\varphi_1 = Q_L/P$

εφ $\varphi_2 = (Q_L - Q_C)/P$

Επομένως:

$\varphi_2 < \varphi_1$ ή συν $\varphi_2 >$ συν φ_1

$Q_C = P \cdot (\text{εφ } \varphi_1 - \text{εφ } \varphi_2)$

$\Delta Q = Q_L - Q_C$ είναι η τελική άεργη ισχύς μετά την αντιστάθμιση

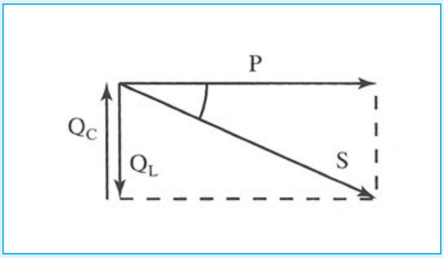
$Q_C = Q_L - \Delta Q = U^2/X_C = \omega \cdot C \cdot U^2$

Ο πυκνωτής για την αντιστάθμιση υπολογίζεται από τη σχέση:

$C = Q_C/(\omega \cdot U^2)$

Έτσι υπολογίζεται η χωρητικότητα του πυκνωτή για την αντιστάθμιση της άεργου ισχύος και του συντελεστή ισχύος στο δίκτυο.

Η άεργη ισχύς, η οποία απαιτείται για την ολική αντιστάθμιση (Q_L=Q_C και συν φ=1), είναι η Q_C και παρουσιάζεται στο διάγραμμα του Σχήματος 11.2.



Σχήμα 11.2. Ολική αντιστάθμιση του συντελεστή ισχύος (Q_L=Q_C)

Παράδειγμα 2

Υπολογίστε την χωρητικότητα του πυκνωτή που απαιτείται για την ολική αντιστάθμιση άεργης ισχύος 5 kVAr σε δίκτυο τάσης 220 V και συχνότητας 50 Hz.

Λύση:

Το διάγραμμα της ισχύος παρουσιάζεται στο Σχήμα 11.2. Η επαγωγική άεργη ισχύς που πρέπει να αντισταθμισθεί είναι Q_L =5000 VAr και η γωνία φάσης είναι φ.

Η αντιστάθμιση επιτυγχάνεται μέσω σύνδεσης παράλληλα με το δίκτυο συστοιχίας πυκνωτών χωρητικότητας C και χωρητικής αντίστασης X_C η οποία παράγει άεργη χωρητική ισχύ $\mathbf{Q_C = Q_L}$=5000 VAr. Ως συνέπεια η γωνία φ μηδενίζεται και τότε **συνφ=1.**

Το χωρητικό ρεύμα I_C και η χωρητική άεργη ισχύς Q_C υπολογίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

I_C=U/X_C

Q_C=$U \cdot I_C$=U^2/X_C

Η χωρητική αντίδραση υπολογίζεται από την τελευταία σχέση ως:

$X_C=U^2/Q_C=220^2V^2/5000VAr=9{,}68\ \Omega$

Η χωρητικότητα του πυκνωτή προκύπτει άμεσα:

$C=1/(\omega\cdot X_C)=1/(2\cdot\pi\cdot 50Hz\cdot 9{,}68\Omega)=329\mu F$

Προσοχή:

Μια συστοιχία πυκνωτών με σταθερή χωρητικότητα αντισταθμίζει μόνο συγκεκριμένη ποσότητα άεργης ισχύος. Όταν η άεργη ισχύς μεταβάλλεται, ή η τάση του δικτύου παρουσιάζει διακυμάνσεις, τότε η αντιστάθμιση επιτυγχάνεται μόνο για ένα μέρος της άεργης ισχύος.

Σύμφωνα με την πρακτική των ηλεκτρικών εγκαταστάσεων, ο αντισταθμισμένος συντελεστής ισχύος κυμαίνεται μεταξύ συνφ=0,8 επαγωγικός και συνφ=0,9 χωρητικός. Μεγαλύτερη αύξηση του συντελεστή ισχύος αυξάνει σημαντικά το κόστος των πυκνωτών αντιστάθμισης και ως συνέπεια το κόστος των εγκαταστάσεων.

Οι κατασκευαστικές εταιρίες αναγράφουν στους πυκνωτές αντιστάθμισης την τάση, την συχνότητα και την άεργη ισχύ (kVAr) την οποία παράγουν. Επομένως για την υλοποίηση μιας εγκατάστασης αντιστάθμισης πρέπει να γνωρίζουμε την τάση της γραμμής και την άεργη ισχύ που πρέπει να αντισταθμιστεί.

Οπωσδήποτε, η σύνδεση στο δίκτυο των πυκνωτών αντισταθμίζει την άεργη ισχύ και βελτιώνει τον συντελεστή ισχύος.

Παράδειγμα 3

Υπολογίστε τη χωρητικότητα του πυκνωτή για την ολική αντιστάθμιση (συνφ=1) τριφασικής άεργης ισχύος 9kVAr σε τριφασικό δίκτυο 380V συχνότητας 50Hz για την τροφοδότηση τριφασικού κινητήρα.

Λύση:

Θεωρούμε ότι η τριφασική άεργη ισχύς είναι το τριπλάσιο της μονοφασικής ισχύος και ως αποτέλεσμα μπορούμε να υπολογίσουμε την αντιστάθμιση για μία μόνο φάση.

Η ανά φάση άεργη ισχύς υπολογίζεται από την τριφασική ισχύ ως:

Q_C/φάση=9000 VAr/3=3000 VAr/φάση

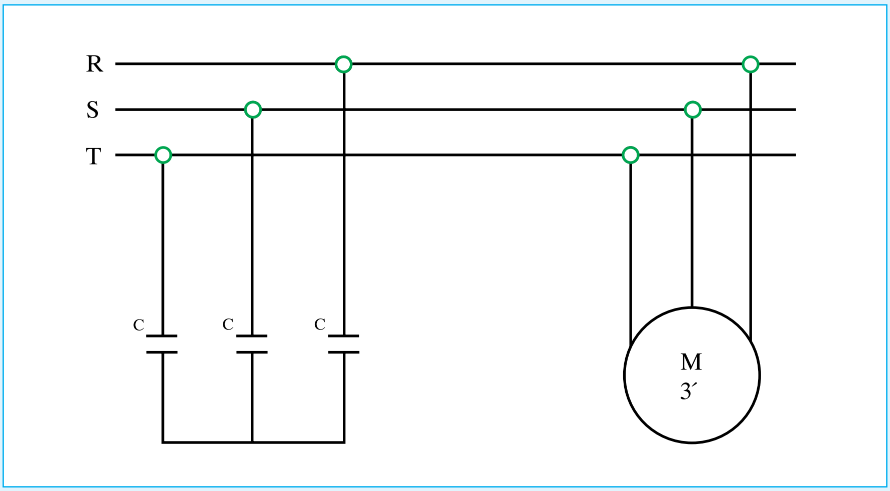
Η φασική τάση του δικτύου υπολογίζεται ως γνωστό:

$U_\Phi=380V/\sqrt{3}=220V$

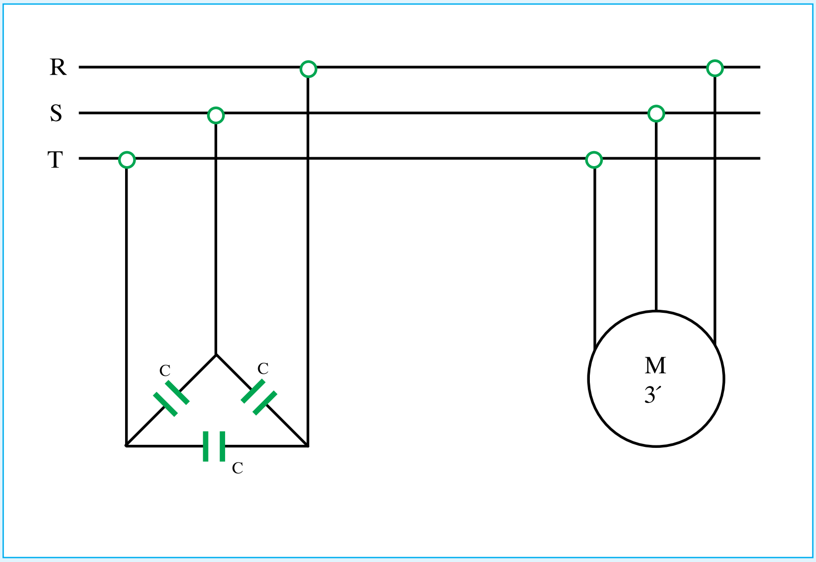
Στη συνέχεια υπολογίζουμε την χωρητικότητα του πυκνωτή ανά φάση.

$C=Q_C/(\omega\cdot U^2)=3000VAr/(2\cdot\pi\cdot 50Hz\cdot 220^2V^2)=198\ \mu F.$

Επομένως, θα χρειαστούν τρεις πυκνωτές των 198 μF, οι οποίοι συνδέονται σε αστέρα, Σχήμα 11.3 ή σε τρίγωνο, Σχήμα 11.4.



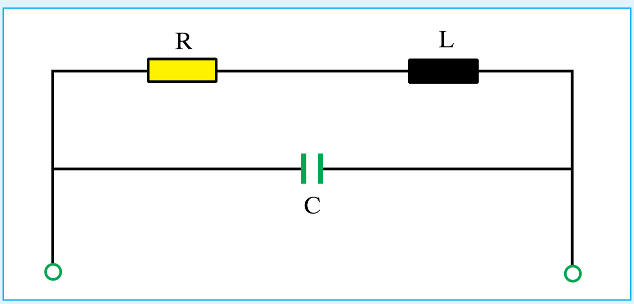
Σχήμα 11.3. Σύνδεση συστοιχίας πυκνωτών σε αστέρα για την αντιστάθμιση του συντελεστή ισχύος τριφασικού κινητήρα



Σχήμα 11.4. Σύνδεση συστοιχίας πυκνωτών σε τρίγωνο για την αντιστάθμιση του συντελεστή ισχύος τριφασικού κινητήρα

Παράδειγμα 4

Σε τάση 220 V και συχνότητα 50 Hz συνδέονται σε σειρά ένα πηνίο με μια ωμική αντίσταση, Σχήμα 11.5. Το κύκλωμα απορροφάει 10 kW πραγματική ισχύ με συντελεστή ισχύος 0,5. Με την σύνδεση ενός πυκνωτή παράλληλα στο δίκτυο ο συντελεστής ισχύος πρέπει να αντισταθμιστεί στο 0,87. Υπολογίστε: α) την άεργη ισχύ του πυκνωτή και β) την χωρητικότητα του πυκνωτή.



Σχήμα 11.5. Αντιστάθμιση του συντελεστή ισχύος του κυκλώματος R-L σειράς με σύνδεση πυκνωτών

Λύση:

Σύμφωνα με το Σχήμα 11.1 υπολογίζουμε την αρχική φάση φ_1, την αντισταθμισμένη φάση φ_2, την άεργη επαγωγική ισχύ του πηνίου Q_L και την μεταβολή της άεργου ισχύος $\Delta Q = Q_L - Q_C$.

συν $\varphi_1=0,5$ ή $\varphi_1=60°$

συν $\varphi_2=0,87$ ή $\varphi_2=30°$

$Q_L=P\cdot$εφ $60° = 10000$ W$\cdot 1,73 = 17300$ VAr

$\Delta Q = Q_L - Q_C = P\cdot$εφ $30° = 10000$ W$\cdot$ $0,57 = 5700$ VAr

$Q_C = Q_L - \Delta Q = 17300-5700 = 11600$ VAr

$C = Q_c/(\omega\cdot U^2) = 11600$ VAr$/(2\cdot\pi\cdot 50$Hz$\cdot 220^2$V$^2) = 760$ μF

Παράδειγμα 5

Ένας μονοφασικός μετασχηματιστής για τάση 220V και συχνότητα 50 Hz απορροφάει ρεύμα 15A. Η άεργη ισχύς είναι 1750VAr. Υπολογίστε: α) την ισχύ αντιστάθμισης ώστε $\varphi_2=15°$ και β) τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

Λύση:

α) $S=U\cdot I=220V\cdot 15A=3300VA$

$Q_L=1750VAr$

ημ$\varphi_1 = Q_L/S = 1750VAr/3300VA = 0,53$ ή $\varphi_1=32°$

$\varphi_2=15°$ ή $\Delta Q = Q_L - Q_C = S\cdot$ημ$\varphi_2 = 3300VA\cdot 0,259 = 854VAr$

$Q_C = Q_L - \Delta Q = 1750VAr - 854VAr = 896VAr$

β) $C = Q_C/(\omega \cdot U^2) = 896VAr/(2 \cdot \pi \cdot 50Hz \cdot 220^2V^2) = 59\mu F$.

Μπορούμε να επιλέξουμε C=60 μF.

Παράδειγμα 6

Ένας τριφασικός κινητήρας έχει στην πινακίδα του τα ακόλουθα ονομαστικά μεγέθη: 380V/220V, 50Hz, 10kW, συνφ=0,85. Η άεργη ισχύς των πυκνωτών αντιστάθμισης είναι 30% της ονομαστικής ισχύ-ος. Υπολογίστε: α) την άεργη ισχύ αντιστάθμισης και β) την χωρητικό-τητα των πυκνωτών αντιστάθμισης σε σύνδεση αστέρα.

Λύση:

Ο συντελεστής ισχύος και το άεργο ρεύμα του τριφασικού κινητήρα αυξάνουν με την αύξηση του φορτίου. Για την αποφυγή υπεραντιστάθ-μισης η ισχύς των πυκνωτών αντιστάθμισης πρέπει να υπολογίζεται σε συνάρτηση (η ποσοστό) της ονομαστικής ισχύος του κινητήρα.

α) $Q_C = 30\% \cdot 10000 = 3000Ar = 3kAr$

β) Η φασική τάση είναι 220V. Για κάθε φάση του κινητήρα αντιστοιχεί το ένα τρίτο της άεργου ισχύος του κινητήρα.

Q_C/φάση=3000VAr/3=1000VAr/φάση

$C = Q_C/(\omega \cdot U^2) = 1000VAr/(2 \cdot \pi \cdot 50Hz \cdot 220^2V^2) = 65{,}8\mu F$/φάση

Επομένως θα εγκαταστήσουμε τρεις πυκνωτές των 65,8μF συνδεδε-μένους σε αστέρα. Επίσης μπορούμε να αυξήσουμε κατά 2%-5% την χωρητικότητα των πυκνωτών και επιλέγουμε C=70μF για κάθε φάση.

11.3. ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Η άεργη ισχύς στα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας αυξάνει το ρεύμα φόρτισης των γραμμών και των καταναλωτών με αρνητικές επιπτώσεις και είναι ανεπιθύμητη.

Αντιστάθμιση της άεργης ισχύος σημαίνει ελάττωση της επαγωγικής άεργης ισχύος μέσω αύξησης της χωρητικής άεργης ισχύος και οδηγεί στην βελτίωση του συντελεστή ισχύος.

Η αντιστάθμιση επιτυγχάνεται με σύνδεση πυκνωτών, οι οποίοι παράγουν χωρητική άεργη ισχύ και ολοκληρώνεται όταν **συνφ=1.**

11.4. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

1. Ένα εργοστάσιο απορροφάει 100A με συντελεστή ισχύος συνφ=0,7 επαγωγικό από γραμμή τάσης 15kV και συχνότητας 50Hz. Υπολογίστε: α) τον πυκνωτή ο οποίος θα αυξήσει τον συντελεστή ισχύος, ώστε συνφ=1 και β) το ρεύμα στον πυκνωτή.

   Απάντηση: α) 15μF, β) 71A.

2. Σύνθετη αντίσταση αποτελούμενη από ωμική αντίσταση 30 Ω και πηνίο με επαγωγική αντίσταση 23 Ω συνδέεται σε τάση 220 V και συχνότητα 50 Hz. Υπολογίστε την χωρητικότητα του πυκνωτή, ο οποίος συνδεδεμένος παράλληλα με την σύνθετη αντίσταση θα αντισταθμίσει τον συντελεστή ισχύος στο 0,95 επαγωγικό.

   Απάντηση: 242 μF

3. Τριφασικός κινητήρας έχει στην πινακίδα του τα ακόλουθα ονομαστικά μεγέθη: 5 kW, 380 V /220 V, 50 Hz και cosφ=0,7. Υπολογίστε: α) τον πυκνωτή για την αντιστάθμιση, ώστε ο συντελεστής ισχύος να αυξηθεί στο 0,9 επαγωγικό, β) το αρχικό ρεύμα προ της

αντιστάθμισης, γ) το ρεύμα του κινητήρα μετά την αντιστάθμιση και δ) την μείωση του ρεύματος που απορροφάει ο κινητήρας.

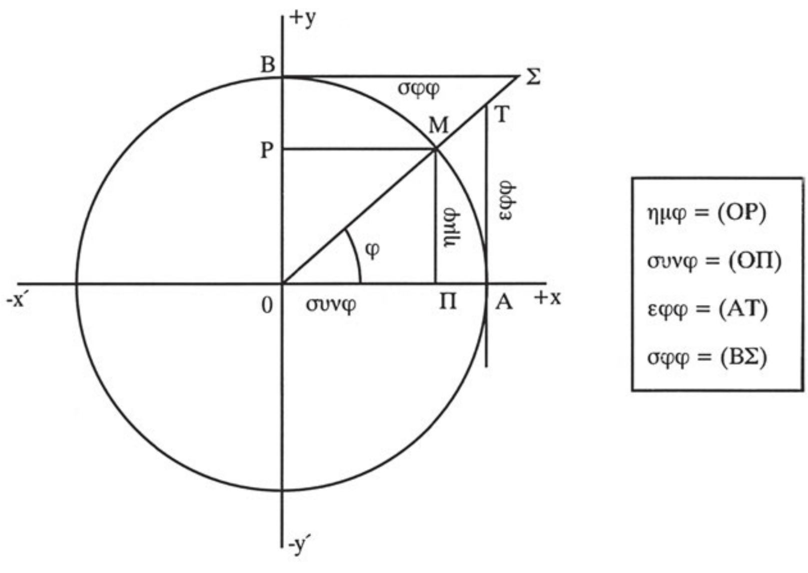
Απάντηση: α) 176 μF, β) 32,47 A, γ) 25,25 A, δ) 7,22 A.

4. Ένα βιομηχανικό φορτίο 10kW τροφοδοτείται από γραμμή ηλεκτρικής ενέργειας 220V και συχνότητας 50Hz. Το φορτίο έχει συνδεθεί παράλληλα με συστοιχία πυκνωτών χωρητικότητας 299μF, η οποία αυξάνει τον συντελεστή ισχύος στο 0,95 επαγωγικό. Υπολογίστε τον αρχικό συντελεστή ισχύος (προ της αντιστάθμισης).

Απάντηση: συνφ=0,85.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Βασικές Τριγωνομετρικές γνώσεις

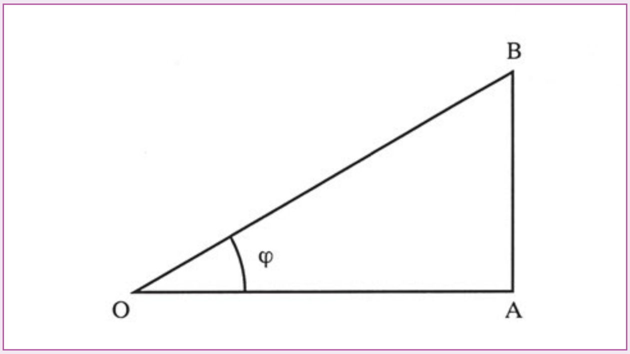


ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

Ι. Οι τριγωνομετρικές συναρτήσεις γωνίας φ, που χρειαζόμαστε για τα κεφάλαια 7 μέχρι 11, είναι:

Το ημίτονο	ή	**ημ**	ή	**sin**
Το συνημίτονο	ή	**συν**	ή	**cos**
Η εφαπτομένη	ή	**εφ**	ή	**tg**
Η συνεφαπτομένη	ή	**σφ**	ή	**ctg**

Έστω το ορθογώνιο τρίγωνο ΟΑΒ, Σχήμα Π. 1.



Σχήμα Π. 1.

Ονομάζουμε ημίτονο της γωνίας φ και γράφουμε **ημφ** τον λόγο

$$ημφ = \frac{AB}{OB} \quad \left(\frac{\text{απέναντι κάθετος}}{\text{υποτείνουσα}}\right)$$

Ονομάζουμε συνημίτονο της γωνίας φ και γράφουμε **συνφ** τον λόγο

$$συνφ = \frac{OA}{OB} \quad \left(\frac{\text{προσκείμενη κάθετος}}{\text{υποτείνουσα}}\right)$$

Ονομάζουμε εφαπτομένη της γωνίας φ και γράφουμε **εφφ** τον λόγο

$$εφφ = \frac{AB}{OA} \quad \left(\frac{\text{απέναντι κάθετος}}{\text{προσκείμενη κάθετος}}\right)$$

Ονομάζουμε συνεφαπτομένη της γωνίας φ και γράφουμε **σφφ** τον λόγο

$$\sigma\varphi\varphi = \frac{OA}{AB} \quad \left(\frac{\text{προσκείμενη κάθετος}}{\text{απέναντι κάθετος}}\right)$$

Παράδειγμα 1

Στο τρίγωνο ΟΑΒ έστω ΟΑ = 4cm, ΑΒ = 3cm και ΟΒ = 5cm.

$$\eta\mu\varphi = \frac{AB}{OB} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{OA}{OB} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{AB}{OA} = \frac{3}{4} = 0,75$$

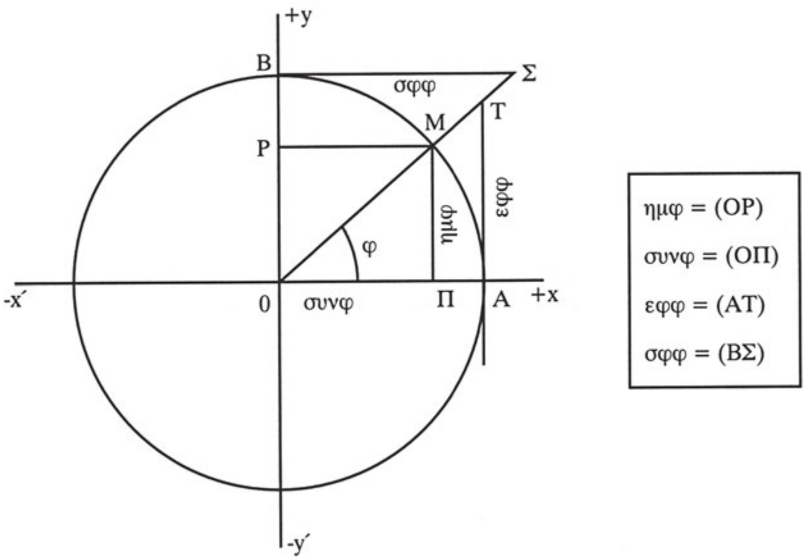
$$\sigma\varphi\varphi = \frac{OA}{AB} = \frac{4}{3} = 1,33$$

ΙΙ. Τριγωνομετρικός κύκλος

Τριγωνομετρικός κύκλος λέγεται ένας κύκλος, που έχει ακτίνα ίση με μία μονάδα, και επί του οποίου έχει καθορισθεί η αρχή των τόξων και η θετική και αρνητική φορά διαγραφής των τόξων, Σχήμα Π. 2.

Άξονας λέγεται μία απεριόριστος ευθεία **χ - χ΄** επί της οποίας έχει καθορισθεί μία αρχή μετρήσεως (το μηδέν 0), η θετική και η αρνητική φορά και η μονάδα μέτρησης.

Διάνυσμα λέγεται ένα προσανατολισμένο τμήμα του άξονα. Κάθε διάνυσμα χαρακτηρίζεται από την διεύθυνση ή φορέα του, την φορά του και το μέτρο ή μήκος του.

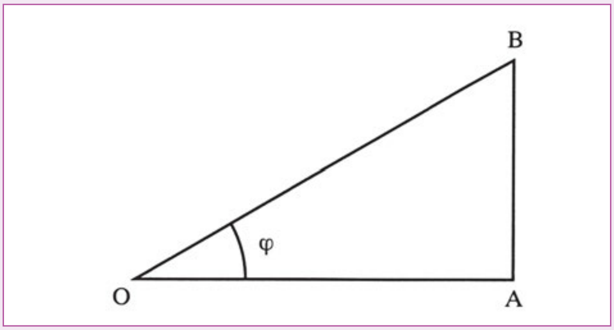


Σχήμα Π. 2. Τριγωνομετρικός κύκλος με ακτίνα ίση με τη μονάδα

ΙΙΙ. Σημείο των τριγωνομετρικών αριθμών

Γωνία	**Τεταρτημόρια του τριγωνομετρικού κύκλου**			
φ	**1ο**	**2ο**	**3ο**	**4ο**
ημφ	+	+	-	-
συνφ	+	-	-	+
εφφ	+	-	+	-
σφφ	+	-	+	-

IV. Χρήσιμες σχέσεις των τριγωνομετρικών αριθμών



Σχήμα Π. 3

Ως γνωστόν σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, (Σχήμα Π. 3.) ισχύει το Πυθαγόρειο θεώρημα:

$OB^2 = OA^2 + AB^2$

Σημείωση. Τα τετράγωνα και οι τετραγωνικές ρίζες των αριθμών από το 1 έως το 100 βρίσκονται στον Πίνακα 3.

Επίσης ισχύει:

$ημ^2φ+συν^2φ=1$

$$εφφ = \frac{ημφ}{συνφ}$$

Επίσης για συμπληρωματικά τόξα ισχύει:

$ημφ = συν(90° - φ)$
$ημ(90° - φ) = συνφ$
$εφφ = σφ(90° - φ)$
$εφ(90° - φ) = σφφ$
$εφφ.σφφ = 1$
$εφφ = 1/σφφ$

IV. Μεταβολή των τριγωνομετρικών αριθμών καθώς μεταβάλλεται το τόξο της γωνίας φ, από 0° έως 360°, ή από 0 έως 2π ακτίνια

Τόξο γωνίας φ	Ακτίνια				
φ	0	π/2	π	3π/2	2π
ημ**φ**	0	1	0	-1	0
συν**φ**	1	0	-1	0	1
εφ**φ**	0	∞	0	**-**∞	0
σφ**φ**	∞	0	**-**∞	0	∞

Δηλαδή

$$-1 \leq \text{ημ}\boldsymbol{\varphi} \leq 1$$
$$-1 \leq \text{συν}\boldsymbol{\varphi} \leq 1$$
$$-\infty \leq \text{εφ}\boldsymbol{\varphi} \leq +\infty$$
$$-\infty \leq \text{σφ}\boldsymbol{\varphi} \leq +\infty$$

Οι υπόλοιπες τιμές των τριγωνομετρικών συναρτήσεων, μεταξύ των ορίων των τεταρτημορίων του κύκλου βρίσκονται στους πίνακες 1 και 2.

V. Τριγωνομετρικοί πίνακες

Για να βρούμε την τιμή των τριγωνομετρικών αριθμών οξείας γωνίας φ διαβάζουμε τον Πίνακα 1 ως εξής:

- Για γωνίες από **0° έως 45°** στην **αριστερή** στήλη των μοιρών ή των ακτινίων.
- Για γωνίες από **45° έως 90°** στην **κεντρική** στήλη των μοιρών ή των ακτινίων.

Παράδειγμα 2

Θέλουμε να βρούμε το ημ30°

Λύση:

Στον πίνακα 1 στη γραμμή των 30° μετατοπίζουμε το δείκτη προς τα δεξιά μέχρι τη στήλη του ημιτόνου και διαβάζουμε την τιμή 0,5.

Αυτό σημαίνει ότι:

ημ(30°) = 0,5

ΠΙΝΑΚΑΣ 1. ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Γωνία	ημ	συν	εφ	Γωνία	ημ	συν	εφ
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.036
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.072
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.111
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.150
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.192
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0,7771	0,6293	1.235
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.280
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.321
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.376
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.428
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.483
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.540
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.600
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.664
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.732
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8146	0.4848	1.804
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.881
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.963
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.050
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.145
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.246
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.356
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.475
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.605
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.747
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.914
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.078
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.271
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.487
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2586	3.732
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.011
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.332
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.705
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.145
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.671
36°	0.5818	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.314
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.115
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.144
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.514
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.43
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.30
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.08
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.64
44°	0.6947	0.7193	0.9651	89°	0.9998	0.0175	57.29
45°	0.7071	0.7071	1.000	90°	1,000	0,000	oo

ΠΙΝΑΚΑΣ 2 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ				
Γωνία σε μοίρες	Γωνία σε ακτίνια	Ημίτονο	Συνημίτονο	Εφαπτομένη
0°	0.000	0.000	1.000	0.000
1°	0.017	0.017	1.000	0.017
2°	0.035	0.035	0.999	0.035
3°	0.052	0.052	0.999	0.052
4°	0.070	0.070	0.998	0.070
5°	0.087	0.087	0.996	0.087
6°	0.105	0.105	0.995	0.105
7°	0.122	0.122	0.993	0.123
8°	0.140	0.139	0.990	0.141
9°	0.157	0.156	0.988	0.158
10°	0.175	0.174	0.985	0.176
11°	0.192	0.191	0.982	0.194
12°	0.209	0.208	0.978	0.213
13°	0.227	0.225	0.974	0.231
14°	0.244	0.242	0.970	0.249
15°	0.262	0.257	0.966	0.268
16°	0.279	0.276	0.961	0.287
17°	0.297	0.292	0.956	0.306
18°	0.314	0.309	0.951	0.325
19°	0.332	0.326	0.946	0.344
20°	0.349	0.342	0.940	0.364
21°	0.367	0.358	0.934	0.384
22°	0.384	0.375	0.927	0.404
23°	0.401	0.391	0.921	0.425

ΠΙΝΑΚΑΣ 2 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ
(συνέχεια)

24°	0.419	0.407	0.914	0.445
25°	0.436	0.423	0.906	0.466
26°	0.454	0.438	0.899	0.488
27°	0.471	0.454	0.891	0.510
28°	0.489	0.470	0.883	0.532
29°	0.506	0.485	0.875	0.554
30°	0.524	0.500	0.866	0.577
31°	0.541	0.515	0.857	0.601
32°	0.848	0.530	0.848	0.625
33°	0.576	0.545	0.839	0.649
34°	0.593	0.559	0.829	0.675
35°	0.611	0.574	0.819	0.700
36°	0.628	0.588	0.809	0.727
37°	0.646	0.602	0.799	0.754
38°	0.663	0.616	0.788	0.781
39°	0.681	0.629	0.777	0.810
40°	0.698	0.643	0.766	0.839
41°	0.716	0.656	0.755	0.869
42°	0.733	0.669	0.743	0.900
43°	0.750	0.682	0.731	0.933
44°	0.768	0.695	0.719	0.966
45°	0.785	0.707	0.707	1.000
46°	0.803	0.719	0.695	1.036
47°	0.820	0.731	0.682	1.072
48°	0.838	0.743	0.669	1.111

ΠΙΝΑΚΑΣ 2 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ (συνέχεια)

49°	0.855	0.755	0.656	1.150
50°	0.873	0.766	0.643	1.192
51°	0.890	0.777	0.629	1.235
52°	0.908	0.788	0.616	1.280
53°	0.925	0.799	0.602	1.327
54°	0.942	0.809	0.588	1.376
55°	0.960	0.819	0.574	1.428
56°	0.977	0.829	0.559	1.483
57°	0.995	0.839	0.545	1.540
58°	1.012	0.848	0.530	1.600
59°	1.030	0.857	0.515	1.664
60°	1.047	0.816	0.500	1.732
61°	1.065	0.875	0.485	1.804
62°	1.082	0.883	0.470	1.881
63°	1.100	0.891	0.454	1.963
64°	1.117	0.899	0.438	2.050
65°	1.134	0.906	0.423	2.145
66°	1.152	0.914	0.407	2.246
67°	1.169	0.921	0.391	2.356
68°	1.187	0.927	0.375	2.475
69°	1.204	0.934	0.358	2.605
70°	1.222	0.940	0.342	2.747
71°	1.239	0.946	0.326	2.904
72°	1.257	0.951	0.309	3.078
73°	1.274	0.956	0.292	3.271

ΠΙΝΑΚΑΣ 2 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ (συνέχεια)				
74°	1.292	0.961	0.276	3.487
75°	1.309	0.966	0.259	3.732
76°	1.326	0.970	0.242	4.011
77°	1.344	0.974	0.225	4.331
78°	1.361	0.978	0.208	4.705
79°	1.379	0.982	0.191	5.145
80°	1.396	0.985	0.174	5.671
81°	1.414	0.988	0.156	6.314
82°	1.431	0.990	0.139	7.115
83°	1.449	0.993	0.122	8.144
84°	1.466	0.995	0.105	9.514
85°	1.484	0.996	0.087	11.43
86°	1.501	0.998	0.070	14.30
87°	1.518	0.999	0.052	19.08
88°	1.536	0.999	0.035	28.64
89°	1.553	1.111	0.017	57.29
90°	1.571	1.000	0.000	∞

Πίνακας 3. Τιμών των **τετραγώνων** και των **τετραγωνικών ριζών** των αριθμών από 1 μέχρι 100.

ΑΡΙΘΜΟΣ			ΑΡΙΘΜΟΣ		
x	x^2	$\sqrt{x}$	x	x^2	$\sqrt{x}$
1	1	1.000	51	2 601	7.141
2	4	1.414	52	2 704	7.211
3	9	1.732	53 .	2 809	7.280
4	16	2.000	54	2 916	7.349
5	25	2.236	55	3 025	7.416
6	36	2.450	56	3 136	7.483
7	49	2.646	57	3 249	7.550
8	64	2.828	58	3 364	7.616
9	81	3.000	59	3 481	7.681
10	100	3.162	60	3 600	7.746
11	121	3.317	61	3 721	7.810
12	144	3.464	62	3 844	7.874
13	169	3.606	63	3 969	7.93
14	196	3.742	64	4 096	8.000
15	225	3.873	65	4 225	8.062
16	256	4.000	66	4 356	8.124
17	289	4.123	67	4 489	8.185
18	324	4.243	68	4 624	8.246
19	361	4.359	69	4 761	8.307
20	400	4.472	70	4 900	8.367
21	441	4.583	71	5 041	8.426
22	484	4.690	72	5 184	8.485
23	529	4.796	73	5 329	8.544
24	576	4.899	74	5 471	8.602
25	625	5.000	75	5 625	8.660
26	676	5.099	76	5 776	8.718
27	729	5.196	77	5 929	8.775
28	784	5.292	78	6 084	8.832
29	841	5.385	79	6 241	8.888
30	900	5.477	80	6 400	8.944
31	961	5.568	81	6 561	9.000
32	1024	5.657	82	6 724	9.055
33	1089	5.745	83	6 889	9.110
34	1156	5.831	84	7 056	9.165
35	1225	5.916	85	7 225	9.220
36	1296	6.000	86	7 396	9.274
37	1369	6.083	87	7 569	9.327
38	1444	6.164	88	7 714	9.38
39	1521	6.245	89	7 921	9.434
40	1600	6.325	90	8 100	9.487
41	1681	6.403	91	8 281	9.539
42	1761	6.481	92	8 464	9.59
43	1849	6.507	93	8 649	9.644
44	1936	6.633	94	8 836	9.695
45	2025	6.708	95	9 025	9.747
46	2116	6.782	96	9 216	9.798
47	2209	6.856	97	9 409	9.849
48	2304	6.928	98	9 604	9.900
49	2401	7.000	99	9 801	9.950
50	2500	7.071	100	10 000	10.000

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Γ. Κ. Κοκκινάκης και Γ. Ι. Καρύδης, *Ηλεκτροτεχνία Ι,* Εκδόσεις Ιδρύματος Ευγενίδου, 1989.

Ε. Ν. Πρωτονοτάριος και Μ. Θεολόγου, *Μαθήματα Ειδικής Ηλεκτροτεχνίας. Γραμμικά Κυκλώματα,* Εκδόσεις Συμμετρία, 1995.

J. A. Edminister and M. Nahvi, *Theory and problems of Electric Circuits,* Shaum's Outline Series, Mc Graw Hill, 1997

J. O'Malley, *Theory and problems of Basic Circuit Analysis,* 2nd Edition, Shaum's Outline Series, Mc Graw Hill Inc. 1992.

W. Hayt και J. Kemmerly, *Λυμένες ασκήσεις ηλεκτρικών κυκλωμάτων,* 4th Edition, McGraw-Hill, 1989, Ελληνική Έκδοση Α. Τζιόλα Ε., Θεσσαλονίκη, 1996.

Siemens Aktiengesellschaft, *Γεννήτρια - κινητήρας, βασικές φυσικές αρχές και βασικοί τύποι.*

Α. Κ. Παππάς, *Ηλεκτρολογία,* τόμοι Α και Γ. Έκδοση Ιδρύματος Ευγενίδου, Αθήναι 1974.

Ν. Βασιλόπουλος, *Εφαρμοσμένη Ηλεκτρολογία,* Έκδοση Ιδρύματος Ευγενίδου, Αθήναι 1981.

Θέματα Πτυχιακών Εξετάσεων. Έκδοση Ιδρύματος Ευγενίδου, Αθήναι 1971.

Οδ. Βουδούρης, *Ηλεκτροτεχνία,* Αθήναι 1959.

Ι. Δ. Κανελόπουλος, Χ. Ν. Βαζούρας και Σ. Ν. Λιβιεράτος, *Ηλεκτρικά Κυκλώματα,* Εκδόσεις Παπασωτηρίου, Αθήνα 1995.

J. D. Irwin and Ch. H. Wu, *Basic Engineering Circuit Analysis,* 6th Edition.

Th. F. Bogart Jr. *Electric Circuits,* 2nd Edition

Ε. Στεργίου και Σ. Τουλόγλου, *Ηλεκτροτεχνία*

Σ. Αντωνόπουλος και Γ. Σταματίου, *Ασκήσεις Ηλεκτροτεχνίας*

Ν. Κολλιόπουλος και Η. Λόης, Ηλεκτροτεχνία.

Π. Ντοκόπουλος, Ηλεκτρικές Εγκαταστάσεις Καταναλωτών Μέσης και Χαμηλής Τάσης, Εκδόσεις Ζήτη Θεσσαλονίκη.

P. Bastian, H.U. Braunger, H. Rinn, H.A. Schwarz, O. Spielvogel, G. Springer, F.D.Striker, KT.Kotz, W.Franz, Fachkunde Elektrotechnik, Verlag 1992.

Βάσει του ν. 3966/2011 τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου, του Λυκείου, των ΕΠΑ.Λ. και των ΕΠΑ.Σ. τυπώνονται από το ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν στη δεξιά κάτω γωνία του εμπροσθόφυλλου ένδειξη «ΔΙΑΤΙΘΕΤΑΙ ΜΕ ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ». Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δεν φέρει την παραπάνω ένδειξη θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946,108, Α').

Κωδικός βιβλίου: 0-24-0331
ISBN 978-960-06-3075-6

ΙΤΥΕ "ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ"
ινστιτουτο τεχνολογιας υπολογιστων & εκδοσεων

(01) 000000 0 24 0331 1