ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

# ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑ

Β΄ ΕΠΑ.Λ.

## Βιβλίο μαθητή

ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ, ΔΟΜΗΜΕΝΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ & ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

# ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑ

## ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ


**Ομάδα συγγραφής:**

Δημοσθένης Δ. Σταθάς, Δρ. Τοπογράφος Μηχανικός ΕΜΠ
Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ

Αναστάσιος Δ. Μπίθας, Τοπογράφος Μηχανικός και Πολιτικός Μηχανικός ΕΜΠ

**Κριτής:**

Αριστείδης Δασκαλάκης, Πολιτικός Μηχανικός Πάρεδρος ΠΙ

**Γλωσσική επιμέλεια:**

Ζωή Κατσιαμπούρα, Εκπαιδευτικός ΠΕ2 Φιλόλογος

**Συντονιστής:**

Δημοσθένης Δ. Σταθάς, Δρ. Τοπογράφος Μηχανικός ΕΜΠ
Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ


## ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ


Η επανέκδοση του παρόντος βιβλίου πραγματοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών & Εκδόσεων «Διόφαντος» μέσω ψηφιακής μακέτας.

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

**Δημοσθένης Δ. Σταθάς, Δρ. Τοπογράφος Μηχανικός ΕΜΠ**
**Επίκουρος Καθηγητής ΕΜΠ**
**Αναστάσιος Μπίθας, Τοπογράφος Μηχανικός και Πολιτικός Μηχανικός ΕΜΠ**

Η συγγραφή και η επιστημονική επιμέλεια του βιβλίου πραγματοποιήθηκε υπό την αιγίδα του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

# ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑ

## Β΄ ΕΠΑ.Λ.

## ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΙΚΩΝ ΕΡΓΩΝ, ΔΟΜΗΜΕΝΟΥ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ & ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΟΥ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

## ΒΙΒΛΙΟ ΜΑΘΗΤΗ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ
«ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

# ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό περιέχει την ύλη του μαθήματος “ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑ”, που πρόκειται να διδαχτεί στα ΤΕΕ, το προσεχές σχολικό έτος.

Το αντικείμενο της Τοπογραφίας είναι ιδιαίτερα ευρύ και κρίσιμο για την ορθή μελέτη, εκτέλεση και παρακολούθηση των τεχνικών έργων. Ακόμα η ραγδαία εξέλιξη της ηλεκτρονικής και των υπολογιστών, σε συνδυασμό με την προϊούσα διαθεσιμότητα των γεωδαιτικών δορυφόρων, έχουν προκαλέσει καταλυτικές αλλαγές, στα μέσα, τις μεθόδους και τις υπολογιστικές και σχεδιαστικές τεχνικές, που χρησιμοποιούνται στην Τοπογραφία. Κατά συνέπεια, επιβάλλεται οι ασχολούμενοι μ’ αυτήν, όχι μόνο να καλύπτουν σε βάθος το σχετικό γνωστικό αντικείμενο, αλλά και να παρακολουθούν τις διαρκείς εξελίξεις της. Είναι επομένως σκόπιμο, να τύχει μεγαλύτερης προσοχής η διδασκαλία μαθημάτων Τοπογραφίας στα τεχνικά σχολεία όλων των βαθμίδων και να υποβοηθηθεί, με εμπλουτισμό του διατιθέμενου εξοπλισμού (όργανα - παρελκόμενα), των εποπτικών μέσων και των συγγραμμάτων.

Οι γράφοντες προσπάθησαν να συμβάλλουν στην κατεύθυνση αυτή, εργαζόμενοι υπό συνθήκες χρονικής πίεσης (ελάχιστο το χρονικό διάστημα μεταξύ ανάθεσης έργου και υποβολής του συγγράμματος). Έγινε προσπάθεια να γίνει αναφορά στις βασικές έννοιες και μεθόδους της Τοπογραφίας, με τρόπο που να προσιδιάζει στο γνωστικό υπόβαθρο και την επαγγελματική κατεύθυνση των μαθητών, στους οποίους απευθύνεται το παρόν σύγγραμμα.

Σημαντική παράμετρο στην κατανόηση των διαλαμβανομένων σε ένα διδακτικό βοήθημα, αποτελούν τα σχήματα και οι εικόνες, ιδίως σε περίπτωση τεχνικών μαθημάτων για τα οποία δεν διατίθεται επαρκής εξοπλισμός για πρακτικές εφαρμογές από τους μαθητές. Γι’ αυτό και υπό την πίεση του χρόνου, οι γράφοντες αρκέστηκαν σε μερικά πρωτότυπα σχήματα και ερανίστηκαν τα υπόλοιπα, από έγκριτα βιβλία Τοπογραφίας και φυλλάδια κατασκευαστικών οίκων τοπογραφικών οργάνων.

Έτσι, πολλά σχήματα προέρχονται από το βιβλίο του κ. Νικ. Παρδάλη, Καθηγητή ΕΜΠ, ενώ αρκετά άλλα από τα βιβλία των κ. Δ.-Δ. Μπαλοδήμου - Α.-Μ. Μπαλοδήμου, Καθηγητών ΕΜΠ, του κ. Δημ. Βλάχου, Καθηγητή ΑΠΘ και από σημειώσεις του Δημ. † Τσουροπλή, Επικ. Καθηγητή ΤΕΙ Αθήνας. Η πλειοψηφία των εικόνων προέρχεται από υλικό των εταιρειών Leica-Wild, Sokkia, Topcon, Pentax, Zeiss, Nikon, Kern.

Με την ελπίδα ότι ο στόχος προσεγγίστηκε, εκφράζεται η προσδοκία για την βελτίωση και ενημέρωση του βιβλίου αυτού, στο εγγύς μέλλον.

Αύγουστος 1999

Δημ. Δ. Σταθάς
Δρ. τοπογράφος μηχανικός
Επικ. Καθηγητής ΕΜΠ

Αν. Δ. Μπίθας
διπλ. τοπογράφος μηχανικός ΕΜΠ
διπλ. πολιτικός μηχανικός ΕΜΠ

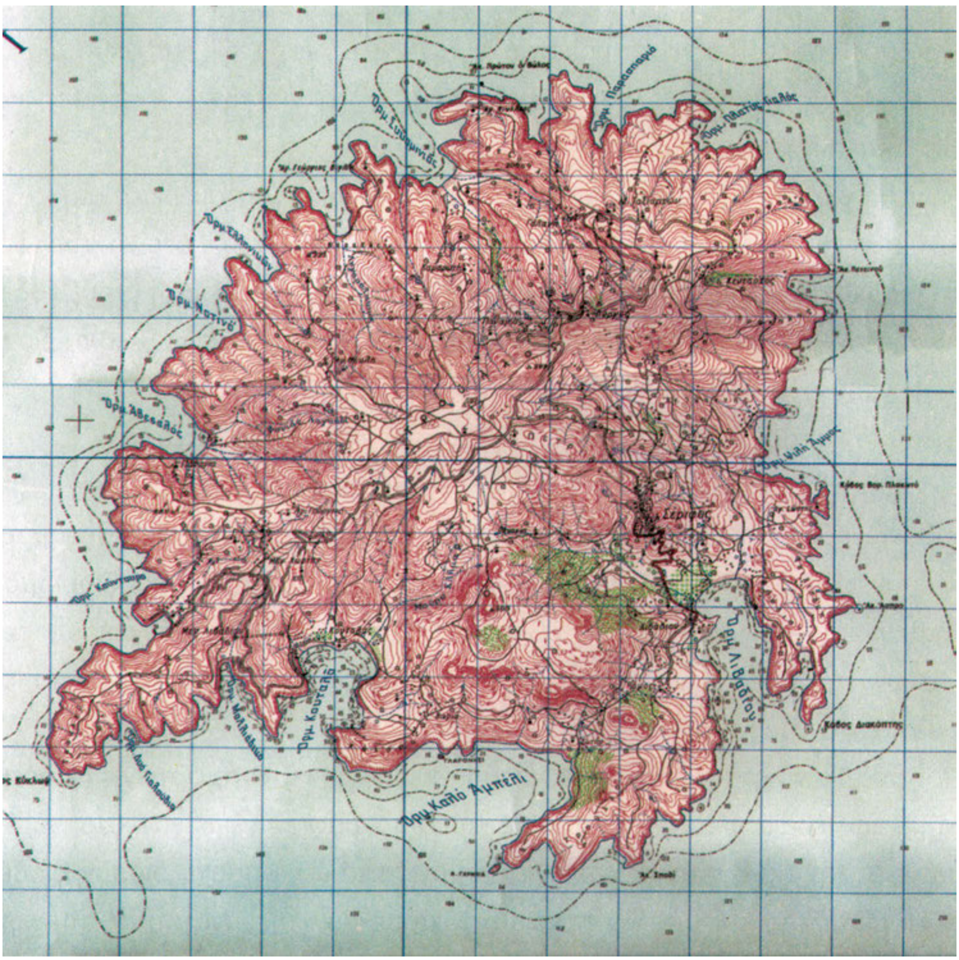
# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ III**

# ΕΙΣΑΓΩΓΗ

**Γεωδαισία** είναι η επιστήμη που με κατάλληλες επίγειες μετρήσεις και υπολογισμούς προσδιορίζει τις ακριβείς θέσεις σημείων πάνω στη φυσική γήινη επιφάνεια (ΦΓΕ) και, επομένως, προσδιορίζει το σχήμα και το μέγεθος της γης ή τμημάτων της.

Η συνεργασία της Γεωδαισίας με άλλες συναφείς επιστήμες, όπως η **Φωτογραμμετρία** και η **Χαρτογραφία,** έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή των **χαρτών** (εικ .1).




*Εικ. 1 Χάρτης της Ν. Σερίφου.*

Όπως είναι γνωστό οι χάρτες είναι αναγκαίοι για πάρα πολλές εργασίες και δραστηριότητες του ανθρώπου. Εκτός από την ορθή απεικόνιση της θέσης των σημείων της ΦΓΕ, παρέχουν και έναν αριθμό **ποιοτικών πληροφοριών,** ώστε να είναι χρήσιμοι σε διάφορους χρήστες, ανάλογα με τις ανάγκες τους.

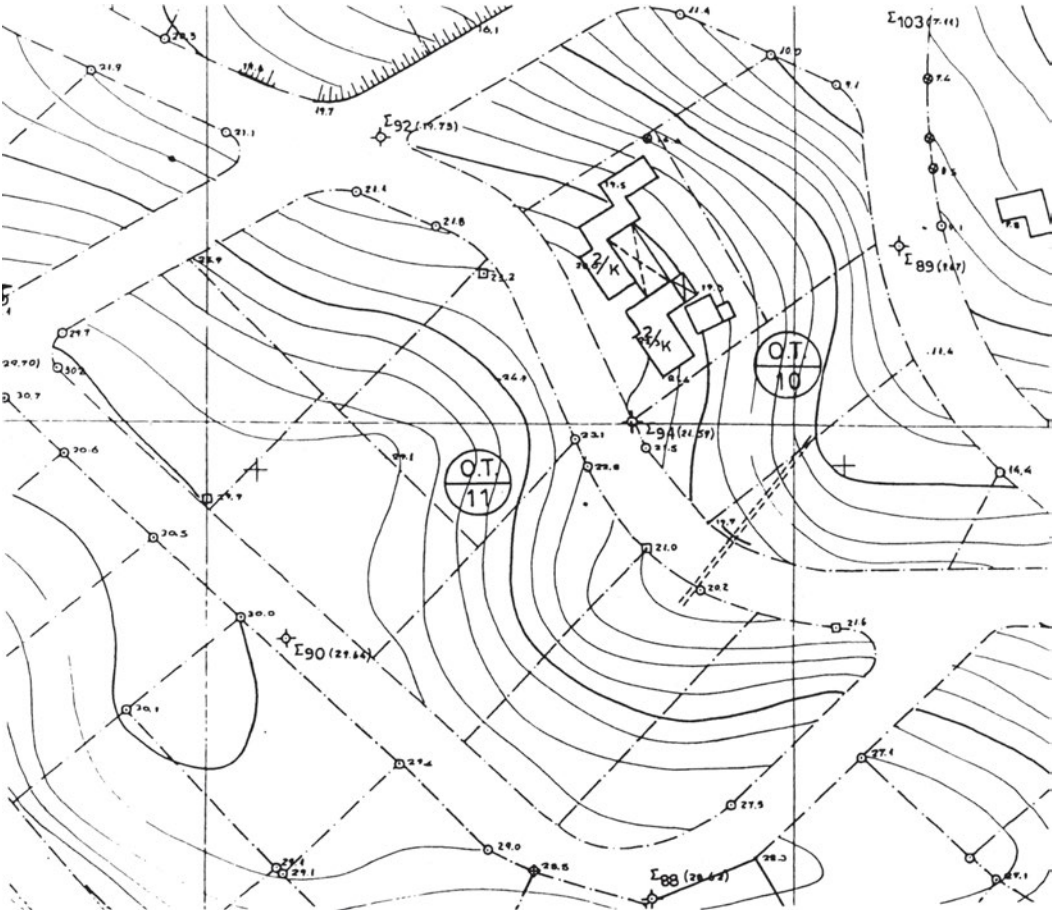
Υπάρχουν κατά συνέπεια, χάρτες τουριστικοί, γεωπολιτικοί και γεωφυσικοί για τη διδασκαλία της γεωγραφίας, στρατιωτικοί, ναυσιπλοΐας, οδικοί, κλπ. Ο καθένας από αυτούς είναι σχεδιασμένος με τέτοιο τρόπο, δηλαδή περιέχει εκείνα τα στοιχεία της ΦΓΕ και τις κατάλληλες πληροφορίες, ώστε να ανταποκρίνεται στις ανάγκες του χρήστη.

Για το σχεδιασμό όμως και την κατασκευή ενός τεχνικού έργου, από μια μικρή οικοδομή μέχρι έναν μεγάλο αυτοκινητόδρομο, ή για την εξακρίβωση και τη διασφάλιση των ιδιοκτησιών χρειάζονται άλλου είδους χάρτες.

Πρέπει οι χάρτες αυτοί να παρέχουν περισσότερες λεπτομέρειες για τη ΦΓΕ (φυσικές ή τεχνητές). Πρέπει να είναι έτσι κατασκευασμένοι, ώστε να μπορούν να γίνουν πάνω σ' αυτούς μετρήσεις, γιατί χρησιμοποιούνται ως βάση (υπόβαθρο) για να σχεδιαστεί το έργο με όλες του τις λεπτομέρειες. Επιπλέον, το τελικό προϊόν μιας μελέτης, που είναι ο χάρτης μαζί με το σχεδιασμένο έργο, χρησιμοποιείται για την τοποθέτηση (χάραξη) του έργου στο έδαφος, στις φυσικές του διαστάσεις.

Αυτού του είδους οι χάρτες λέγονται **Τοπογραφικά Διαγράμματα** (εικ.2). Η παραγωγή, δηλαδή η **σύνταξη**, όπως λέγεται, των τοπογραφικών διαγραμμάτων, είναι αντικείμενο της **Τοπογραφίας**. Οι επίγειες μετρήσεις και ο προσδιορισμός της θέσης των σημείων γίνονται για να βρεθεί το σχήμα και το μέγεθος μικρών σχετικά τμημάτων της ΦΓΕ, της τάξης των 100 τετραγωνικών χιλιομέτρων, τα οποία απεικονίζονται στα τοπογραφικά διαγράμματα.

Με τον όρο **Τοπογραφία** λοιπόν εννοούμε κυρίως την **Εφαρμοσμένη Γεωδαισία.** Η διάκριση βέβαια μεταξύ Γεωδαισίας και Τοπογραφίας που έγινε στο παρελθόν σήμερα, με την εξέλιξη της τεχνολογίας, ουσιαστικά δεν υπάρχει διότι τα διαθέσιμα όργανα μέτρησης και υπολογιστικά μέσα παρέχουν τη δυνατότητα απεικόνισης μεγαλυτέρων εκτάσεων.




*Εικ.2 Απόσπασμα Τοπογραφικού Διαγράμματος.*

Πολλές φορές, για λόγους οικονομικούς και εξοικονόμησης χρόνου, ο συνδυασμός μεθόδων της Τοπογραφίας και της Φωτογραμμετρίας έχει επίσης ως αποτέλεσμα την δημιουργία τοπογραφικών διαγραμμάτων. Για την απεικόνιση μεγάλων εκτάσεων σε σύντομο χρονικό διάστημα οι φωτογραμμετρικές μέθοδοι παραγωγής διαγραμμάτων, με τη βοήθεια αεροφωτογραφιών, είναι απαραίτητες.

Ένα ουσιώδες κριτήριο για το διαχωρισμό του χάρτη από το τοπογραφικό διάγραμμα είναι **η κλίμακα σχεδίασης.**
Τα **τοπογραφικά διαγράμματα** σχεδιάζονται συνήθως **σε κλίμακες** από **1:2000**, που είναι η μικρότερη, ως **1:100**, που είναι η μεγαλύτερη.
Επειδή ακριβώς σχεδιάζονται σε μεγάλες κλίμακες, είναι δυνατή η λεπτομερέστερη παρουσίαση του εδάφους.
Για παράδειγμα, ένα φρεάτιο αποχέτευσης σε δρόμο, διαστάσεων 50cm × 50cm, δεν μπορεί να φανεί σε χάρτη κλίμακας 1:5000 (παρουσιάζεται ως ένα σημείο). Αντίθετα, στο τοπογραφικό διάγραμμα κλίμακας 1:500, εμφανίζεται σαν ένα τετράγωνο με διαστάσεις 1mm × 1mm. Είναι λοιπόν φανερό, ότι το τοπογραφικό διάγραμμα είναι το κατάλληλο και απαραίτητο για τη μελέτη π.χ. της αποχέτευσης της περιοχής.

Τα τοπογραφικά διαγράμματα είναι χρήσιμα σαν υπόβαθρα στις παρακάτω εργασίες (μελέτες ή κατασκευές):

1) Κτηματογραφήσεις για τις απαλλοτριώσεις στην περίπτωση κατασκευής οδών και άλλων έργων, στην περίπτωση αναδασμών, κλπ.
2) Εφαρμογή ρυμοτομικών σχεδίων, στις επεκτάσεις των πόλεων και των οικισμών.
3) Μελέτες κτιριακών έργων
4) Μελέτες και κατασκευές συγκοινωνιακών έργων, αυτοκινητοδρόμων, σιδηροδρομικών γραμμών, αεροδρομίων.
5) Μελέτες υδραυλικών έργων (ύδρευση, αποχέτευση, λιμενικά έργα, φράγματα, κλπ).
6) Κτηματολόγιο.
7) Στα **Σ**υστήματα **Γ**εωγραφικών **Π**ληροφοριών (ΣΓΠ ή GIS).

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι

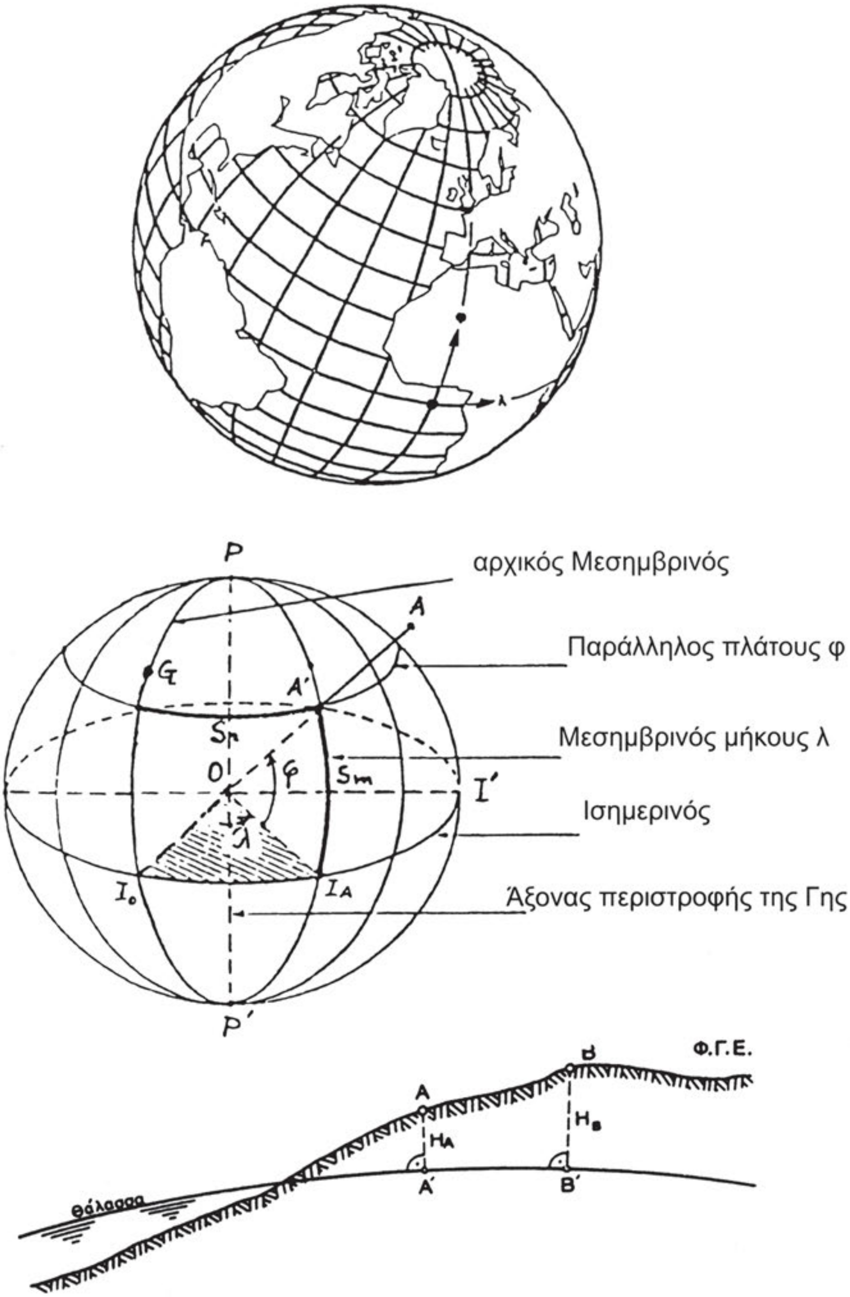
## ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΟΡΙΣΜΟΙ

### 1. Η ΦΥΣΙΚΗ ΓΗΙΝΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ (ΦΓΕ) ΚΑΙ Η ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΣ

Με τον όρο **Φυσική Γήινη Επιφάνεια** εννοούμε την επιφάνεια της γης που γίνεται αντιληπτή με τις αισθήσεις μας και πάνω στην οποία αναπτύσσονται όλες οι δραστηριότητες του ανθρώπου. Μέρος των δραστηριοτήτων αυτών, είναι προφανώς και οι κατασκευές τεχνικών έργων.

Η ΦΓΕ είναι μια επιφάνεια που δεν μπορεί να περιγραφεί από μια μαθηματική εξίσωση, αλλά όμως η μορφή της πρέπει να αποδοθεί με ένα χάρτη ή τοπογραφικό διάγραμμα, πάνω στο οποίο θα σχεδιαστούν τα τεχνικά έργα.

Αυτό είναι αντικείμενο των τοπογραφικών μεθόδων. Με τις κατάλληλες μετρήσεις, υπολογισμούς και παραδοχές, προσδιορίζονται οι θέσεις χαρακτηριστικών σημείων της ΦΓΕ και, μέσω αυτών, αποδίδεται με την μεγαλύτερη δυνατή προσέγγιση η μορφή μεγάλων ή μικρών εκτάσεών της. Η θέση κάθε χαρακτηριστικού σημείου προσδιορίζεται με την εύρεση των συντεταγμένων του. Ο καλύτερος τρόπος προσδιορισμού της θέσης ενός σημείου πάνω στη γη επιτυγχάνεται με το γεωγραφικό πλάτος (φ), το γεωγραφικό μήκος (λ) και με το υψόμετρο (Η) (σχ. 1). Για κάθε σημείο της ΦΓΕ αυτή η τριάδα αριθμών είναι μοναδική.

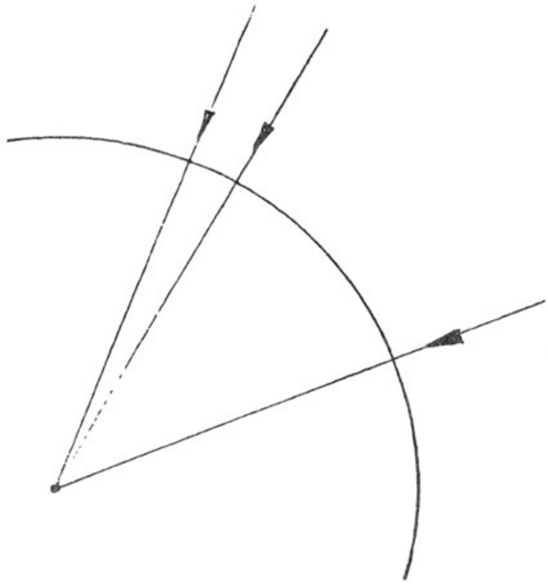



*Σχ. 1 Η γήινη σφαίρα με τους μεσημβρινούς και τους παραλλήλους. Σημείο Α που προβάλλεται πάνω στη σφαίρα στη θέση Α΄. Το υψόμετρο του $H_A$ είναι η απόσταση ΑΑ΄.*

Επειδή όμως η χρήση γεωγραφικών συντεταγμένων (φ και λ) δεν είναι πρακτική σε περιπτώσεις απόδοσης της μορφής μικρών εκτάσεων, αλλά και κατά τη χάραξη των τεχνικών έργων στο έδαφος, γι' αυτό σε κάθε σημείο δίδονται Καρτεσιανές συντεταγμένες Χ και Υ και, βέβαια, το υψόμετρο Η. Οι καρτεσιανές συντεταγμένες προκύπτουν, με διάφορους μαθηματικούς μετασχηματισμούς, από τις γεωγραφικές συντεταγμένες (Χαρτογραφία).
Σε κάθε σημείο της ΦΓΕ, αντιστοιχεί μια χαρακτηριστική γραμμή που ονομάζεται κατακόρυφος. Η κατακόρυφος είναι η τροχιά που ακολουθούν τα σώματα κατά την πτώση τους πάνω στη γη. Η διεύθυνση της κατακορύφου υλοποιείται (γίνεται ορατή) με το **νήμα της στάθμης**, το οποίο είναι γνωστό και με την ονομασία **λιναίη**. (εικ.3)

*Εικ.3 Το νήμα της στάθμης (ή λιναίη).*

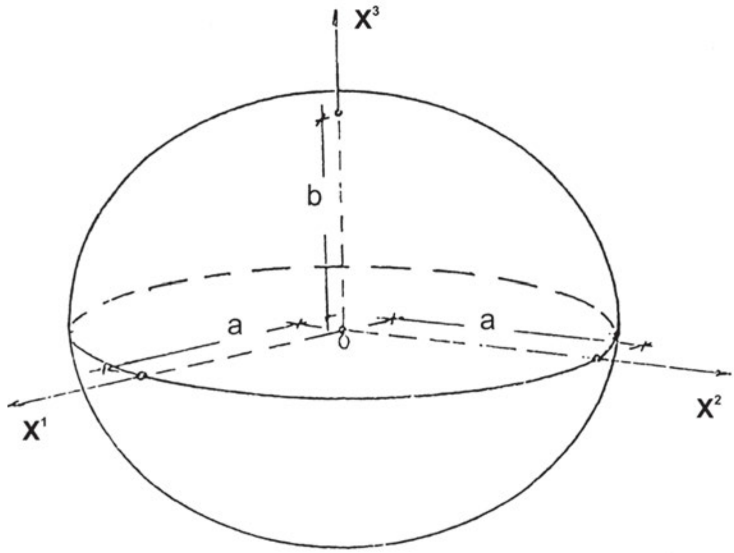
Αν θεωρήσουμε ότι η γη είναι μια μεγάλη σφαίρα με ομοιόμορφα κατανεμημένη τη μάζα της σε όλο το εσωτερικό της, δηλαδή ότι η πυκνότητά της είναι η ίδια σε κάθε σημείο, τότε όλες οι κατακόρυφες θα περνούν από το κέντρο της σφαίρας αυτής (σχ.2). Όμως στην πραγματικότητα, επειδή καμιά από τις παραπάνω υποθέσεις δεν ισχύει ακριβώς, οι κατακόρυφες δεν συναντιούνται στο κέντρο της γης ούτε είναι και παράλληλες μεταξύ τους, είναι δηλαδή ασύμβατες ευθείες. Όπως θα δούμε παρακάτω, κάνουμε την παραδοχή ότι είναι παράλληλες, για να διευκολυνθούμε στις πρακτικές μας εφαρμογές και εργασίες.



*Σχ.2 Σύγκλιση των κατακορύφων στο κέντρο της γης.*

## 2. Η ΜΟΡΦΗ ΚΑΙ ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΤΗΣ ΓΗΣ

Είναι γνωστό ότι η γη είναι μια σφαίρα, ή τουλάχιστον αυτή την εντύπωση μας δίνει αν την κοιτάξουμε από μακριά καθώς οι εξάρσεις των βουνών οπτικά αμβλύνονται.
Όταν μιλούμε για τη σφαιρικότητα της γης, εννοούμε ότι είναι σφαίρα η επιφάνεια εκείνη που ταυτίζεται με την επιφάνεια της θάλασσας, ή καλύτερα με τη Μέση Στάθμη της Θάλασσας (ΜΣΘ) και η οποία θεωρούμε ότι υπάρχει και κάτω από τα βουνά.
Αυτή η θεωρητική επιφάνεια που πλησιάζει τη ΜΣΘ είναι μια επιφάνεια που ονομάζεται **Γεωειδές.** Το **Γεωειδές** λοιπόν μοιάζει με σφαίρα, αν και δεν είναι ακριβώς σφαίρα, αφού η γη είναι συμπιεσμένη στους πόλους και εξογκωμένη στον Ισημερινό. Η μορφή της αποδίδεται καλύτερα από ένα στερεό σώμα που ονομάζεται **ελλειψοειδές.** Αυτό το σώμα μπορεί να δημιουργηθεί από την περιστροφή μιας έλλειψης γύρω από τον μικρό της άξονα (σχ.3). **Το ελλειψοειδές αυτό θεωρούμε ως γη** όταν θέλουμε να αποδώσουμε σε χάρτες τη μορφή μεγάλων τμημάτων της επιφανείας της.




*Σχ.3 Ελλειψοειδές εκ περιστροφής.*

Για να λύσουμε διάφορα προβλήματα, που ανακύπτουν στις τοπογραφικές εργασίες μικρών σχετικά εκτάσεων, πολλές φορές θεωρούμε τη γη σαν μια σφαίρα με ακτίνα R = 6371 km. Η παραδοχή αυτή είναι επιτρεπτή διότι οι δυο άξονες της έλλειψης διαφέρουν μεταξύ τους περίπου 20 km (μια διαφορά που θεωρείται μικρή σε σχέση με τα μήκη των αξόνων της, που ξεπερνούν τα 6000 km) και κατά συνέπεια δεν επηρεάζονται οι μετρήσεις και οι υπολογισμοί.

Όλες αυτές οι επιφάνειες που αναφέρθηκαν, ονομάζονται **επιφάνειες αναφοράς.**

Ανακεφαλαιώνοντας, μπορούμε να πούμε ότι οι επιφάνειες αναφοράς είναι:

- Η ΜΣΘ και το Γεωειδές που σχεδόν ταυτίζονται.
- Το ελλειψοειδές και η σφαίρα που προσεγγίζουν το Γεωειδές.

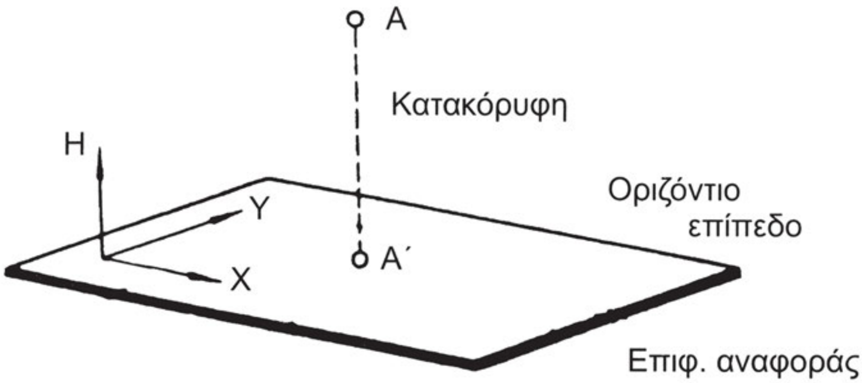
Η επιλογή της επιφάνειας αναφοράς γίνεται κάθε φορά ανάλογα με την έκταση των εργασιών και την ακρίβεια που επιδιώκουμε σ’ αυτές.

## 3. ΤΟ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΑΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Τα σημεία της ΦΓΕ μεταφέρονται (προβάλλονται) πάνω στις επιφάνειες αναφοράς, με ευθείες που έχουν αρχή το σημείο και τελειώνουν στην επιφάνεια αναφοράς και είναι κάθετες πάνω σ' αυτήν. Έτσι δημιουργούνται οι **προβολές** των σημείων, πάνω στην επιφάνεια αναφοράς που κάθε φορά επιλέγεται.

Μια ευθεία γραμμή που έχει τα παραπάνω χαρακτηριστικά είναι η κατακόρυφος, που είναι κάθετη στο γεωειδές και κατά προσέγγιση κάθετη στη ΜΣΘ.
Με την κατακόρυφο λοιπόν προβάλλονται τα σημεία της ΦΓΕ πάνω στην επιφάνεια αναφοράς που είναι η ΜΣΘ.
**Χωρίς μεγάλο λάθος για τις τρέχουσες τοπογραφικές εργασίες**, μπορεί να γίνει η παραδοχή ότι με την κατακόρυφο μπορούμε, επίσης, να προβάλλουμε πάνω στη σφαίρα που προσεγγίζει το Γεωειδές, διάφορα σημεία της ΦΓΕ. Τα σημεία που δημιουργούνται στην επιφάνεια της ΜΣΘ ή στη σφαίρα, είναι οι **προβολές** των σημείων της ΦΓΕ πάνω σ' αυτές τις επιφάνειες. Οι προβολές έχουν τις ίδιες γεωγραφικές συντεταγμένες (φ,λ) ή τις ίδιες ορθογώνιες καρτεσιανές συντεταγμένες (X,Y) με τα αντίστοιχα σημεία της ΦΓΕ.
Αναφέρθηκε προηγουμένως, ότι οι κατακόρυφες συγκλίνουν στο κέντρο της σφαίρας. Όταν όμως, οι εκτάσεις που εργαζόμαστε είναι μικρές (π.χ. μια περιοχή με διαστάσεις 10 × 10 km, δηλαδή 100 τετραγωνικά χιλιόμετρα) οι γωνίες που δημιουργούν μεταξύ τους οι κατακόρυφες καθώς συγκλίνουν στο κέντρο της γης είναι πολύ μικρές και γι' αυτό, σύμφωνα με τις αρχές της γεωμετρίας, πρακτικά μπορεί να θεωρηθούν ότι είναι μηδενικές, δηλαδή ότι οι κατακόρυφες είναι παράλληλες μεταξύ τους.
Σ' αυτή την περίπτωση, γίνεται η παραδοχή ότι σαν επιφάνεια αναφοράς μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα επίπεδο. Τέτοιο επίπεδο, είναι το **οριζόντιο επίπεδο.** Σύμφωνα με τα παραπάνω, το επίπεδο αυτό, είναι κάθετο στην κατακόρυφο.
Οι προβολές των σημείων της ΦΓΕ πάνω στο οριζόντιο επίπεδο ονομάζονται **ορθές προβολές.**

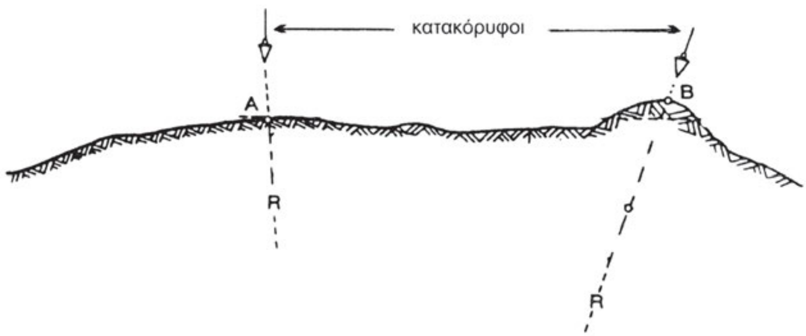
Στο σχ.4 φαίνεται πώς τα σημεία της ΦΓΕ προβάλλονται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.
Το οριζόντιο επίπεδο ως επιφάνεια αναφοράς (όταν αυτό μπορεί να γίνει) έχει το πλεονέκτημα ότι μπορεί να τοποθετηθεί οπουδήποτε και όχι κατ' ανάγκην στην επιφάνεια της θάλασσας.




*Σχ.4 Το σημείο Α της ΦΓΕ προβάλλεται στο οριζόντιο επίπεδο στο Α΄ που έχει τις ίδιες καρτεσιανές συντεταγμένες Χ,Υ με το Α.*

Έτσι, στα επόμενα Κεφάλαια, οι μετρήσεις και οι υπολογισμοί θα αναφέρονται στις προβολές σημείων πάνω σε οριζόντια επίπεδα.
Κάθε επίπεδο κάθετο στο οριζόντιο, ονομάζεται **κατακόρυφο επίπεδο.** Είναι γνωστό από τη γεωμετρία, ότι δυο ευθείες που τέμνονται ή είναι παράλληλες, δημιουργούν ένα επίπεδο. Άρα, δυο κατακόρυφες που τις θεωρήσαμε παράλληλες, ορίζουν ένα επίπεδο: **το κατακόρυφο επίπεδο.**

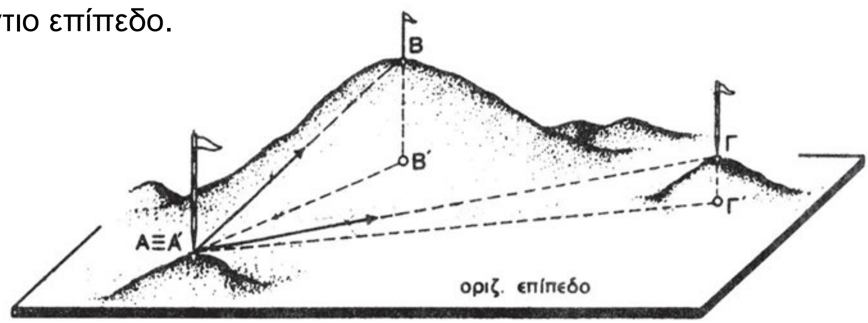
Η τομή του εδάφους με ένα κατακόρυφο επίπεδο φαίνεται στο σχ.5 και ονομάζεται **κατακόρυφη τομή.** Οι δυο κατακόρυφες που περνούν από τα σημεία Α και Β του εδάφους ορίζουν το κατακόρυφο επίπεδο που τέμνει το έδαφος κατά τη μικτή γραμμή ΑΒ.




*Σχ.5 Κατακόρυφη τομή του εδάφους.*

## 4. ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΚΑΙ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΜΗΚΟΣ

Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δυο σημεία της ΦΓΕ, είναι ένα **κεκλιμένο μήκος.** Το ευθύγραμμο τμήμα, που ενώνει τις προβολές των σημείων πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, ονομάζεται **οριζόντιο μήκος,** ή **οριζόντια απόσταση**, ή απλώς **απόσταση** των σημείων. Στο σχ.6 φαίνονται τα κεκλιμένα μήκη ΑΒ και ΑΓ καθώς και τα αντίστοιχα οριζόντια μήκη Α΄Β΄ και Α΄Γ΄. Τα μέτρα των οριζοντίων αποστάσεων παραμένουν αμετάβλητα, ανεξάρτητα από τη θέση που έχουμε επιλέξει για να τοποθετήσουμε το οριζόντιο επίπεδο.

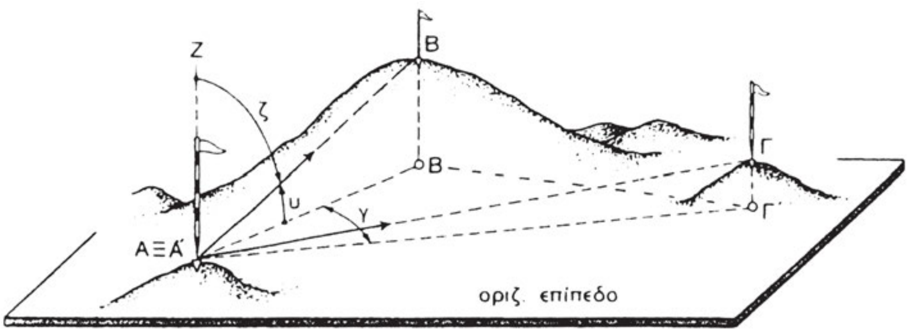



*Σχ.6 Κεκλιμένα μήκη (ΑΒ και ΑΓ) και οριζόντια μήκη (Α΄Β΄και Α΄Γ΄).*

## 5. ΟΡΙΖΟΝΤΙΕΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΕΣ ΓΩΝΙΕΣ

Στην Τοπογραφία μετράμε γωνίες, που βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο ή σε κατακόρυφο επίπεδο.

Τρία σημεία πάνω στη ΦΓΕ δημιουργούν (ορίζουν) ένα επίπεδο, που κατά κανόνα δεν είναι ένα οριζόντιο επίπεδο (σχ.7). Αν τα τρία αυτά σημεία τα προβάλλουμε πάνω σε ένα οριζόντιο επίπεδο, τότε σχηματίζεται ένα τρίγωνο



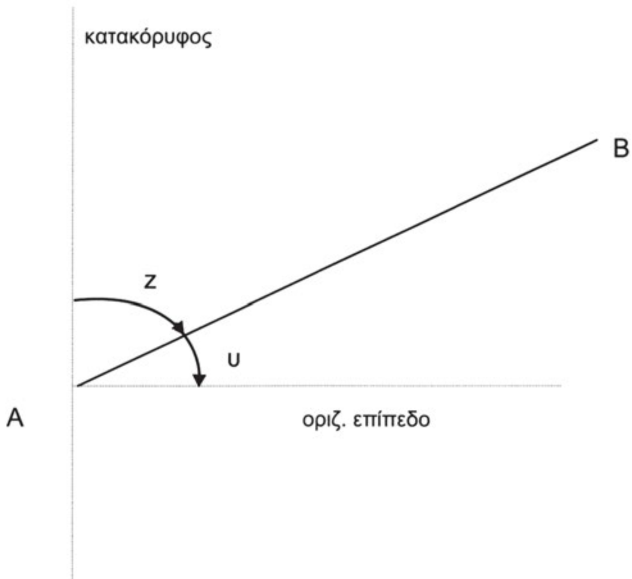

*Σχ. 7 Το τρίγωνο ΑΒΓ προβάλλεται στο οριζόντιο επίπεδο που περνά από το Α. Οι γωνίες του τριγώνου Α΄Β΄Γ΄ είναι οριζόντιες γωνίες.*

του οποίου όλες οι πλευρές βρίσκονται σε οριζόντιο επίπεδο και, επομένως, οι γωνίες του είναι **οριζόντιες γωνίες.**

Έτσι, η οριζόντια γωνία που αντιστοιχεί στην κορυφή Α και στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ, είναι αυτή που ορίζεται από τις προβολές των σημείων, δηλαδή η ΓΑΒ, η οποία παραμένει ίδια ανεξαρτήτως της θέσης του οριζοντίου επιπέδου. Αυτή η οριζόντια γωνία, όπως θα δούμε στα επόμενα, μετράται με ειδικά όργανα.

**Κατακόρυφες γωνίες,** είναι αυτές που βρίσκονται πάνω σ' ένα κατακόρυφο επίπεδο. Στο σχ.7 βλέπουμε δυο σημεία της ΦΓΕ, τα Α και Β και τις κατακόρυφες που διέρχονται από αυτά. Η κατακόρυφη γωνία που έχει κορυφή το Α και αντιστοιχεί στο Β έχει πλευρές την κατακόρυφο που περνά από το Α και το κεκλιμένο μήκος ΑΒ. Η αυτή γωνία ονομάζεται και **ζενίθια γωνία (z).**

Εκτός από την ζενίθια υπάρχει και η **γωνία ύψους** (**υ**) που ορίζεται όπως φαίνεται στο σχ.8 από το κεκλιμένο μήκος και την προβολή του στο οριζόντιο επίπεδο.




*Σχ. 8 Οι κατακόρυφες γωνίες.*

Οι ζενίθιες γωνίες και οι γωνίες ύψους είναι κατακόρυφες γωνίες και, ανάλογα με το γωνιομετρικό όργανο που διαθέτουμε, μετριέται είτε η z είτε η υ. Τα περισσότερα όργανα πάντως μετρούν ζενίθιες γωνίες.

Παρατηρήστε στο σχ.8 τη ζενίθια γωνία και τη γωνία ύψους με κορυφή το Α. Είναι φανερό ότι, ανάλογα με τη θέση των σημείων, η ζενίθια γωνία μπορεί να πάρει τιμές που βρίσκονται ανάμεσα σε 0° και 180° (ή από 0 ως 200 βαθμούς-grades [g]). Αντίθετα η γωνία ύψους παίρνει τιμές μεταξύ -90° και +90° ( ή από -100 ως +100 βαθμούς [g]).

Έτσι, οι δυο γωνίες (ζ και υ) με την ίδια κορυφή είναι συμπληρωματικές και συνδέονται πάντοτε με τη σχέση:

$$z + υ = 90°(100g) \qquad (1.1)$$

## 6. ΥΨΟΜΕΤΡΑ-ΥΨΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ

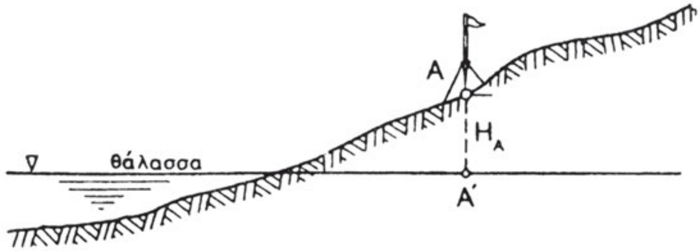
Ανάλογα με την επιφάνεια αναφοράς διακρίνουμε για τις τρέχουσες τοπογραφικές εργασίες, δυο ειδών υψόμετρα:
α) Τα **απόλυτα υψόμετρα**, και β) Τα **σχετικά υψόμετρα.**
Η διάκρισή τους, όπως αναλύεται στη συνέχεια, γίνεται με κριτήριο την επιφάνεια αναφοράς.

**1) Η ΜΣΘ ως επιφάνεια αναφοράς**

**Απόλυτο υψόμετρο** ενός σημείου της ΦΓΕ είναι η απόστασή του από τη ΜΣΘ. Το υψόμετρο επομένως μετριέται πάνω στην κατακόρυφο που περνά από το σημείο και είναι η απόσταση από το σημείο μέχρι την προβολή του. Στο σχ. 9 το απόλυτο υψόμετρο του σημείου Α είναι το τμήμα ΑΑ.

**2) Το οριζόντιο επίπεδο σε τυχαία θέση ως επιφάνεια αναφοράς.**

Η απόσταση ενός σημείου της ΦΓΕ από το επίπεδο αυτό ονομάζεται **σχετικό υψόμετρο.** Είναι φανερό, από ό,τι έχουμε αναφέρει ως τώρα, ότι και σ' αυτή την περίπτωση η μέτρηση γίνεται πάνω στην κατακόρυφο που περνά από το συγκεκριμένο σημείο. Στο σχ.10 φαίνεται η θέση ενός σημείου Α της ΦΓΕ σε σχέση με το οριζόντιο επίπεδο. Το σχετικό υψόμετρο του Α είναι το μήκος του τμήματος ΑΑ (δηλαδή το μήκος του τμήματος, που ενώνει το Α με την ορθή προβολή του Α, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο).




*Σχ.9 Η ΜΣΘ ως επιφάνεια αναφοράς ορισμού των απολύτων υψομέτρων.*


*Σχ.10 Το οριζόντιο επίπεδο ως επιφάνεια αναφοράς ορισμού των σχετικών υψομέτρων.*

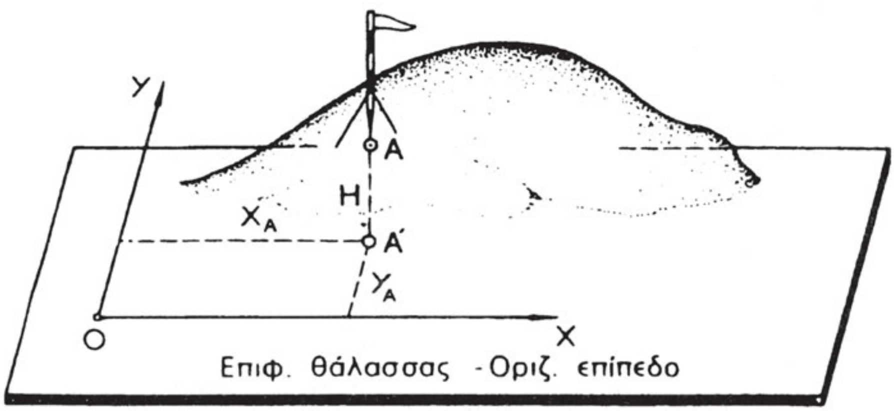
Πρέπει να σημειώσουμε ότι, αν σε μια μικρή έκταση το οριζόντιο επίπεδο τοποθετηθεί σε επαφή με τη ΜΣΘ, μπορούμε να θεωρήσουμε τα αντίστοιχα υψόμετρα ως απόλυτα υψόμετρα χωρίς μεγάλο λάθος στους υπολογισμούς.

Έστω δυο σημεία Α και Β με υψόμετρα $H_A$ και $H_B$. Ανεξαρτήτως του αν τα υψόμετρα είναι απόλυτα ή σχετικά, η **υψομετρική διαφορά** των σημείων είναι:

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A \qquad (1.2)$$

Προφανώς η υψομετρική διαφορά μπορεί να είναι θετική ή αρνητική. Πρέπει όμως να τονιστεί, ότι η σειρά των δεικτών Α και Β έχει σημασία για το πρόσημο της υψομετρικής διαφοράς. Η $ΔΗ_{ΒΑ}$ είναι αριθμός αντίθετος της $ΔΗ_{ΑΒ}$.

Συνήθως είναι διαφορετικές οι τοπογραφικές εργασίες για την εύρεση των υψομέτρων των σημείων, από αυτές που γίνονται για τον οριζοντιογραφικό προσδιορισμό των ίδιων σημείων. Με τον όρο **οριζοντιογραφικός προσδιορισμός**, εννοούμε την εύρεση των συντεταγμένων Χ,Υ, κάποιου σημείου πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, δηλαδή την εύρεση των συντεταγμένων των προβολών των σημείων της ΦΓΕ στο οριζόντιο επίπεδο (σχ. 11).



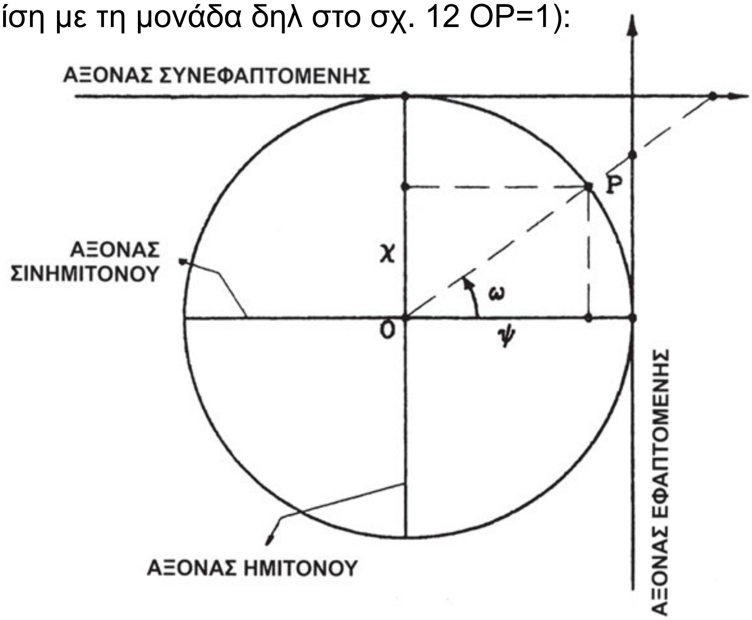

*Σχ. 11 Το σημείο Α έχει ορθή προβολή στο οριζόντιο επίπεδο το σημείο Α΄.*

## 7. Η ΕΥΘΕΙΑ ΣΤΟ ΧΩΡΟ

Πριν εξετάσουμε πώς ορίζεται μια ευθεία στο χώρο, θα υπενθυμίσουμε βασικές έννοιες της Τριγωνομετρίας και της Γεωμετρίας που χρησιμοποιούνται στην Τοπογραφία.

### 7.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

Κρίνεται σκόπιμο να γίνει μια υπενθύμιση των βασικών **τριγωνομετρικών αριθμών,** όπως αυτοί ορίζονται πάνω στον τριγωνομετρικό κύκλο (κύκλος με ακτίνα ίση με τη μονάδα δηλ στο σχ. 12 OP=1):




*Σχ. 12 Τριγωνομετρικός κύκλος.*

**Ημίτονο:** $\eta\mu\omega = \dfrac{y}{OP}$ και επειδή OP=1 $\eta\mu\omega = x$

**Συνημίτονο:** $\sigma\upsilon\nu\omega = \dfrac{x}{OP}$ και επειδή OP=1 $\sigma\upsilon\nu\omega = x$

**Εφαπτομένη:** $\varepsilon\varphi\omega = \dfrac{y}{x}$ και επομένως $\varepsilon\varphi\omega = \dfrac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

**Συνεφαπτομένη:** $\sigma\varphi\omega = \dfrac{1}{\varepsilon\varphi\omega} = \dfrac{x}{y}$ ή $\sigma\varphi\omega = \dfrac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$

Ισχύει επίσης: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ και $-1 \leq \eta\mu\omega \leq 1$

$-1 \leq \sigma\upsilon\nu\omega \leq 1$

Τις τιμές των τριγωνομετρικών αριθμών μιας οποιασδήποτε γωνίας, μπορούμε σήμερα να τις υπολογίσουμε με τους υπολογιστές τσέπης, συνήθως με τον ακόλουθο τρόπο:
Επιλέγουμε στον Η/Υ τσέπης τις μονάδες της γωνίας με το ειδικό πλήκτρο (ακτίνια ή μοίρες ή βαθμούς). Γράφουμε την τιμή της γωνίας και πατάμε το πλήκτρο με τον τριγωνομετρικό αριθμό που μας ενδιαφέρει. Η αντιστοιχία των ελληνικών συμβολισμών με λατινικούς είναι:

**ημω = sinω** π.χ. ημ45° = sin45° = 0.7071

**συνω = cosω** συν45° = cos45° = 0.7071

**εφω = tanω** εφ45° = tan45° = 1

Αντίστροφα, από την τιμή ενός τριγωνομετρικού αριθμού, μπορεί, με τον Η/Υ τσέπης, να υπολογισθεί η τιμή της αντίστοιχης γωνίας ως εξής:
Πληκτρολογούμε την τιμή του τριγωνομετρικού. Μετά, ανάλογα με το είδος του τριγωνομετρικού αριθμού πατάμε τα πλήκτρα:

Για το **ημ** πρώτα το **arc** και μετά το **sin**.

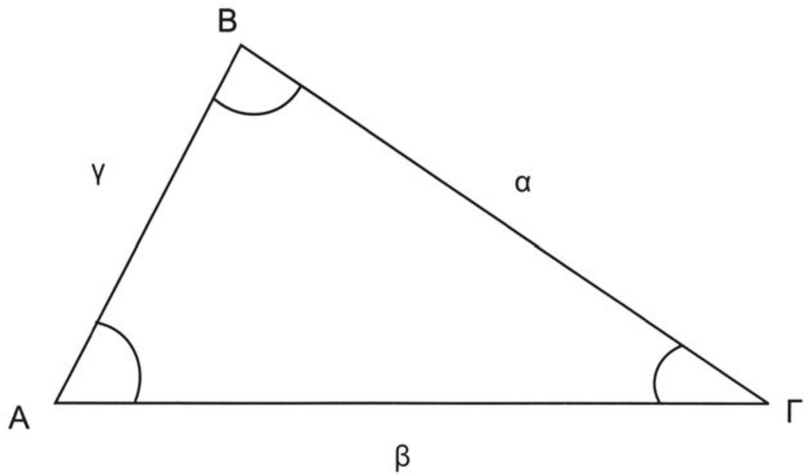
Για το συν το **arc** και το **cos**.

Για την εφ το **arc** και το **tan**.

**Παράδειγμα:** έχουμε τον τριγωνομετρικό αριθμό 0.7071 που αντιστοιχεί σε **ημ** δηλαδή ημω=0.7071. Πληκτρολογώ 0.7071, πατώ το πλήκτρο με την ένδειξη **arc** και μετά το πλήκτρο με τη ένδειξη **sin**. Εμφανίζεται ο αριθμός, αν ο υπολογιστής υπολογίζει σε μοίρες, 44.9994°... Η τιμή αυτή είναι η γωνία **ω** μετρημένη σε μοίρες σε δεκαδική μορφή. Δηλαδή **ω = 44.9994°**. Αν είχαμε δώσει την τιμή του ημ με περισσότερα δεκαδικά τότε η τιμή της ω θα ήταν πλησιέστερα στον αριθμό 45.

## 7.2 ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΣΤΟ ΤΡΙΓΩΝΟ

Σε ένα οποιοδήποτε τρίγωνο (σχ. 13) ισχύουν οι δυο παρακάτω σχέσεις:




*Σχ.13 Το τρίγωνο*

1) Νόμος ημιτόνων:

$$\frac{\alpha}{\eta\mu A} = \frac{\beta}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma} \qquad (1.3)$$

2) Νόμος συνημίτονου

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\cdot\beta\cdot\gamma\cdot\sigma\upsilon\nu A \qquad (1.4\alpha)$$

$$\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 - 2\cdot\alpha\cdot\gamma\cdot\sigma\upsilon\nu B \qquad (1.4\beta)$$

$$\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\cdot\alpha\cdot\beta\cdot\sigma\upsilon\nu \Gamma \qquad (1.4\gamma)$$

Ειδική περίπτωση του νόμου αυτού, όταν η γωνία Α του τριγώνου ΑΒΓ είναι 90°, είναι το Πυθαγόρειο Θεώρημα. Επειδή συν90°= 0 έχουμε:

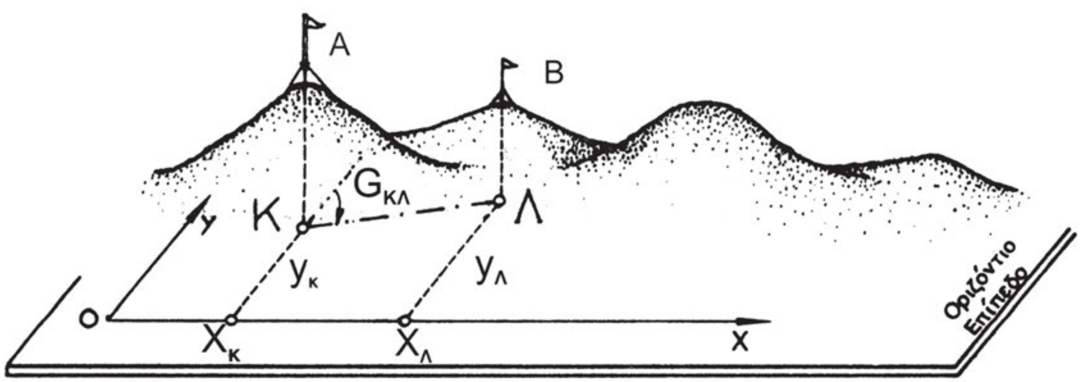
$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 \qquad (1.5)$$

## 7.3 ΟΡΘΟΓΩΝΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΣΤΗΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑ

**Οριζοντιογραφικός προσδιορισμός** ενός σημείου, είναι η εύρεση των συντεταγμένων X,Y, του σημείου αυτού ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς, που ορίζεται πάνω σε ένα επίπεδο.

Πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, λοιπόν, που έχει επιλεγεί για να προβληθούν όλα τα σημεία της ΦΓΕ, ορίζονται τα ορθογώνια συστήματα αναφοράς των συντεταγμένων με τους άξονες X΄ΟX και Y΄ΟY.

Έτσι, όπως φαίνεται στο σχ.14, το K είναι η ορθή προβολή ενός σημείου A της ΦΓΕ στο επίπεδο, και αυτό προσδιορίζεται με τις συντεταγμένες του $X_κ$ και $Y_κ$ . Τα ίδια ισχύουν και για ένα άλλο σημείο Λ (ορθή προβολή του B), με συντεταγμένες $X_Λ$ και $Y_Λ$.
Το μήκος ΚΛ είναι η **οριζόντια απόσταση** των σημείων A και B (το οποίο στο εξής θα συμβολίζεται $D_{AB}$).



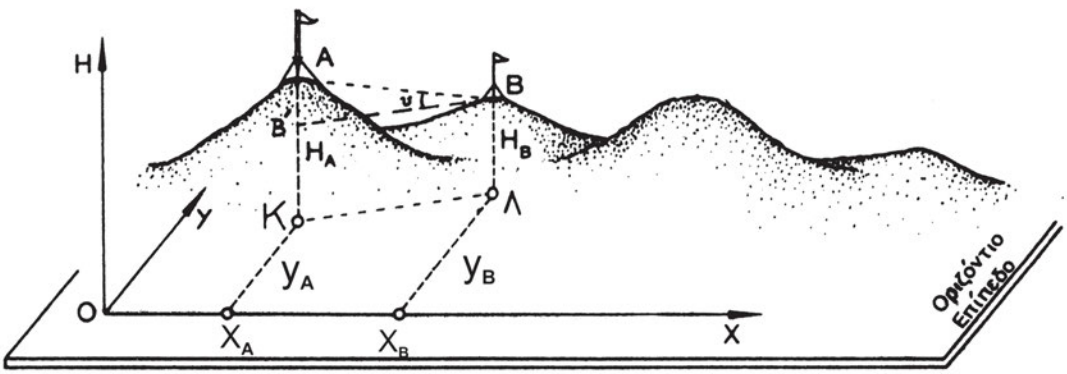

*Σχ. 14 Το ορθογώνιο σύστημα αναφοράς συντεταγμένων πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.*

Η γωνία που φαίνεται στο σχ.14 και συμβολίζεται ως $G_{AB}$ ονομάζεται **γωνία διεύθυνσης** της ευθυγραμμίας ΑΒ και παίρνει τιμές από 0°ως 360° ή από 0° ως 400° βαθμούς (grades). Αν οι θετικές τιμές του άξονα ΟΥ αυξάνουν προς το βορρά, τότε η γωνία $G_{AB}$ ονομάζεται και **Αζιμούθιο** της ΑΒ.

Οι βασικοί υπολογισμοί των συντεταγμένων στα τοπογραφικά προβλήματα, γίνονται με τη χρήση κυρίως αυτών των δυο μεγεθών, δηλ. της γωνίας διεύθυνσης και της οριζόντιας απόστασης.

## 7.4 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ ΣΤΟ ΧΩΡΟ

Ανακεφαλαιώνοντας, σε σχέση με τα συστήματα ορθογωνίων συντεταγμένων και τα υψόμετρα, για μικρές τοπογραφικές εργασίες, ισχύουν αυτά που φαίνονται στο σχ.15.




*Σχ. 15 Τα σημεία Α και Β ορίζονται στο χώρο με τις συντεταγμένες και τα υψόμετρά τους.*

Στο σχήμα αυτό παρουσιάζονται δυο σημεία της ΦΓΕ, τα Α και Β, που προβάλλονται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Κ και Λ είναι οι αντίστοιχες ορθές προβολές τους.

Σύμφωνα με όσα είπαμε για τα υψόμετρα των σημείων, οι αποστάσεις ΑΚ και ΒΛ είναι τα σχετικά υψόμετρα των Α και Β, αντίστοιχα.
Δηλαδή: $AK=H_A$ και $B\Lambda=H_B$. Η υψομετρική διαφορά είναι $AB΄=\Delta H_{AB}$
Με $L_{AB}$ συμβολίζουμε το κεκλιμένο μήκος ΑΒ.
Είπαμε επίσης, ότι οι ορθογώνιες καρτεσιανές συντεταγμένες των Α και Β, ταυτίζονται με αυτές των προβολών τους. Επομένως ισχύει:
$X_A=X_K$, $Y_A=Y_K$ και $X_B= X_\Lambda$, $Y_B=Y_\Lambda$.

Τα δυο σημεία Α και Β ορίζουν, όπως είναι γνωστό από τη γεωμετρία, μια ευθεία.
Τα σημεία αυτά είναι πλήρως προσδιορισμένα εφ’ όσον είναι γνωστές οι συντεταγμένες και τα υψόμετρά τους. Επομένως και η ευθεία ΑΒ είναι τότε πλήρως ορισμένη.
Αν εφαρμοστούν γνωστές σχέσεις, από την Γεωμετρία και την Τριγωνομετρία, τα διάφορα μεγέθη που φαίνονται στο Σχήμα 15 συνδέονται μεταξύ τους με τους παρακάτω τύπους:

1) $L_{AB} = \sqrt{D_{AB}^2 + \Delta H_{AB}^2}$ (Πυθαγόρειο Θεώρημα) (1.6)

2) $D_{AB} = L_{AB} \cdot \cos u$ ή (1.7)

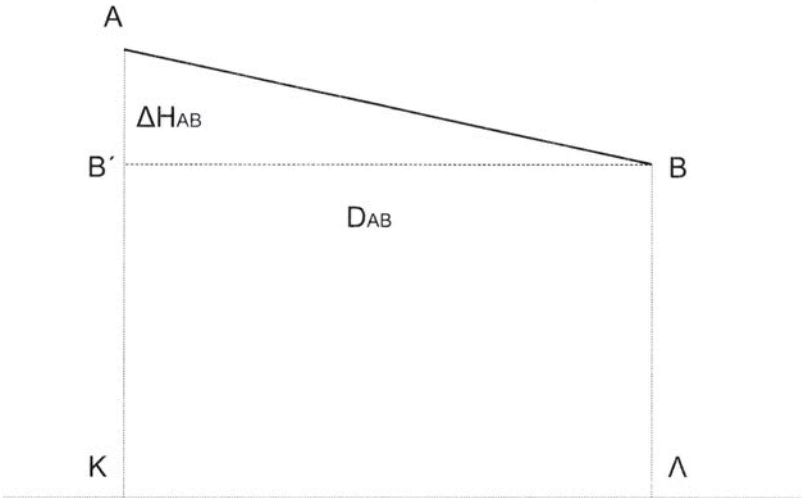
3) $D_{AB} = L_{AB} \cdot \sin z$ (1.8)

4) $D_{AB} = K\Lambda = \sqrt{(X_\Lambda - X_K)^2 + (Y_\Lambda - Y_K)^2}$ (1.9)

## 8. ΚΛΙΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΟΡΙΖΟΝΤΑ

Αν φανταστούμε το κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από τις δυο κατακόρυφες ΑΚ και ΒΛ να τέμνει το έδαφος, θα έχουμε την εικόνα του σχήματος 16.
Η οριζόντια απόσταση ΒΒ΄ = ΚΛ (συμβολικά $D_{AB}=D_{K\Lambda}$), ενώ η υψομετρική διαφορά των σημείων είναι $\Delta H_{AB}= AB΄$.

Ονομάζουμε **κλίση της ευθείας** ΑΒ ως προς τον ορίζοντα, ή το οριζόντιο επίπεδο το λόγο:




*Σχ.16 Η κλίση της ΑΒ ως προς τον ορίζοντα.*

$$\kappa = \frac{AB'}{BB'} = \frac{\Delta H_{AB}}{D_{AB}} \qquad (1.10)$$

Όπως είναι φανερό, η κλίση **κ** είναι η τιμή της εφαπτομένης της γωνίας **υ** (γωνία ύψους), που σχηματίζει η οριζόντια απόσταση ΒΒ΄ με το κεκλιμένο μήκος ΑΒ.

Η κλίση μπορεί να πάρει και αρνητικές τιμές και αυτό εξαρτάται από το πρόσημο της υψομετρικής διαφοράς.

Συνήθως η κλίση εκφράζεται σε τιμές επί τοις εκατό (%) ή επί τοις χιλίοις (‰). Για παράδειγμα, αν ο λόγος κ = 0.123, δίνεται με τη μορφή κ = 12.3% ή, αν κ = 0.0035, με τη μορφή κ=3.5(‰).

## 9. ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΥ ΘΕΣΗΣ

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, γίνεται προσπάθεια στις τοπογραφικές εργασίες, με κατάλληλες μετρήσεις πάνω στην επιφάνεια της Γης και κατάλληλους υπολογισμούς, να προσδιορίζονται συντεταγμένες και υψόμετρα με σκοπό να βρεθεί η μορφή και η έκταση διαφόρων τμημάτων της.

Τα τελευταία χρόνια, με τη χρήση των επιτευγμάτων της ηλεκτρονικής και διαστημικής τεχνολογίας, είναι δυνατός ο εντοπισμός της θέσης σημείων πάνω στη ΦΓΕ (δηλαδή η εύρεση των συντεταγμένων τους), με τη βοήθεια ειδικών συσκευών, που λαμβάνουν σήματα από τους δορυφόρους.

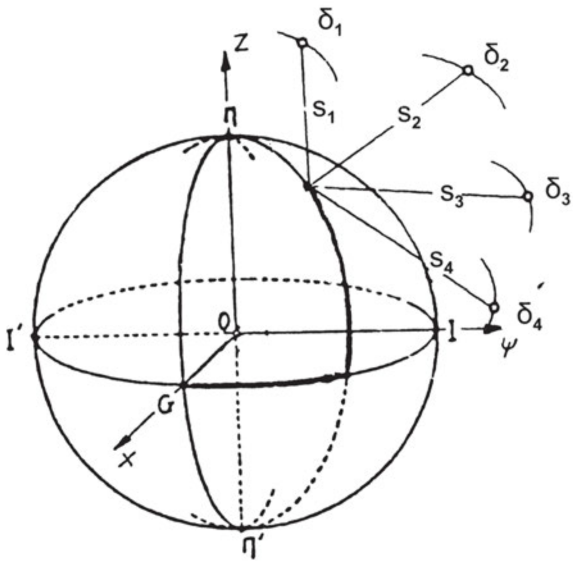
Όλο το σύστημα συσκευών και δορυφόρων είναι γνωστό με την ονομασία, **Παγκόσμιο Σύστημα Εντοπισμού Θέσης** (**G**lobal **P**ositioning **S**ystem), κατά σύντμηση **GPS.**

Αν μια συσκευή, τοποθετημένη σε κάποιο σημείο, λάβει ειδικά κωδικοποιημένα σήματα ταυτόχρονα από τέσσερις τουλάχιστον δορυφόρους, τότε μπορεί μετά από ειδική επεξεργασία μπορεί να προσδιορίσει συντεταγμένες (X,Y,Z) για το σημείο αυτό, ως προς το **Παγκόσμιο Τρισορθογώνιο Σύστημα Αναφοράς** (ΟΧ,ΟΥ,ΟΖ), που έχει κέντρο Ο το κέντρο μάζας της Γης, άξονα ΟΖ τον άξονα περιστροφής της και οι άλλοι δυο άξονες βρίσκονται πάνω στο επίπεδο του Ισημερινού. Ο άξονας ΟΧ περνά από το σημείο τομής του Ισημερινού με τον μεσημβρινό του Greenwich και ο ΟΥ κάθετος σ’ αυτόν. (σχ.17)

Αν έχουν τοποθετηθεί ταυτόχρονα δυο συσκευές σε δυο σημεία, το μέτρο του ευθυγράμμου τμήματος που ορίζουν τα δυο σημεία **(κεκλιμένο μήκος),** μπορεί να προσδιορισθεί με πολύ μεγάλη ακρίβεια χωρίς να είναι αναγκαίο να υπάρχει μεταξύ τους αμοιβαία ορατότητα.

Με ειδικό λογισμικό για Η/Υ οι συντεταγμένες, που είπαμε πιο πάνω και που δεν είναι κατάλληλες για τις περισσότερες τοπογραφικές εργασίες, μετατρέπονται σε συντεταγμένες συστημάτων αναφοράς της δικής μας επιλογής και σε υψόμετρα ως προς γνωστές επιφάνειες αναφοράς.

Το σύστημα GPS, βρίσκει σήμερα μεγάλη εφαρμογή εκτός από τις γεωδαιτικές και τοπογραφικές εργασίες, στη ναυσιπλοΐα, στην καθοδήγηση αυτοκινήτων μέσα σε πόλεις, στον εντοπισμό των αστικών λεωφορείων και στον υπολογισμό του χρόνου διέλευσής τους από τις στάσεις, κλπ.




*Σχ.17 Παρουσιάζεται η Γη με το παγκόσμιο τρισορθογώνιο σύστημα αναφοράς και οι δορυφόροι $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$.*

## 10. Η ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ

Για ένα μεγάλο φάσμα των τοπογραφικών εργασιών, όλες οι ενέργειες που αφορούν τις μετρήσεις, με όποια μέσα και αν διεξάγονται, και τους υπολογισμούς για τον προσδιορισμό των σημείων, έχουν σκοπό να προσδιορισθεί η μορφή και το μέγεθος εκτάσεων ή αντικειμένων, δηλαδή να **αποτυπωθεί** η πραγματικότητα. Τα αποτελέσματα της αποτύπωσης πρέπει να παρουσιασθούν με έναν τρόπο, δηλαδή μ' ένα σχέδιο. Με άλλα λόγια η παρουσίαση της αποτύπωσης γίνεται πάνω σε ένα επίπεδο. Γι' αυτόν τον λόγο, άλλωστε, μια από τις κύριες προσπάθειες είναι να προσδιοριστούν οι προβολές των σημείων πάνω σε ένα επίπεδο, το οποίο για τις αποτυπώσεις που θα μας απασχολήσουν στα παρακάτω κεφάλαια, είναι το οριζόντιο επίπεδο.

Έτσι, γίνεται εύκολη η μεταφορά των σημείων από το ένα επίπεδο (το οριζόντιο) στο άλλο (το σχέδιο). Είναι όμως προφανές, ότι η μεταφορά αυτή είναι πρακτικά αδύνατη, αν διατηρηθούν οι πραγματικές διαστάσεις του αντικειμένου.

Παραδείγματος χάριν, ένα οικόπεδο διαστάσεων 30 30 m δεν μπορεί να σχεδιασθεί σε ένα χαρτί με τις πραγματικές του διαστάσεις. Για να μπορεί να σχεδιασθεί σε φύλλο χαρτιού θα πρέπει να μικρύνει χωρίς να αλλοιωθεί η μορφή του, δηλαδή να έχουμε ένα σχήμα όμοιο με το πραγματικό. Το πρόβλημα αυτό λύνεται με την επιλογή της κατάλληλης **κλίμακας σχεδίασης.**

Είναι σε όλους γνωστό από τα μαθήματα της Γεωγραφίας, ότι κάθε χάρτης είναι σχεδιασμένος υπό ορισμένη **κλίμακα,** που εμφανίζεται στο υπόμνημα του χάρτη με τη μορφή **1:k**, όπου το **k** παίρνει διάφορες τιμές π.χ. 100000, 500000, κλπ.

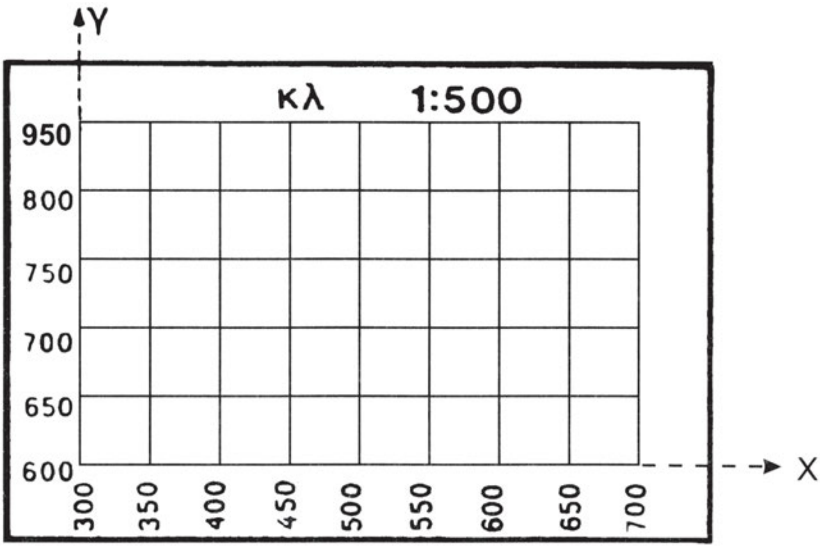
Το ίδιο συμβαίνει και με τα τοπογραφικά σχέδια (ή αλλιώς τοπογραφικά διαγράμματα) που όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, είναι μια μορφή χάρτη αλλά σε μεγαλύτερη κλίμακα. Δηλαδή το **k** παίρνει τιμές από 100 ως 2000 και επομένως ο λόγος 1:k είναι μεγαλύτερος από αυτόν του χάρτη.

Έτσι, οι οριζόντιες αποστάσεις μεταξύ των προβολών των σημείων μικραίνουν, σύμφωνα με την κλίμακα σχεδίασης που έχει επιλεγεί, και χρησιμοποιούνται στο σχέδιο για τη σχεδίαση του οικοπέδου ή γενικά της έκτασης που έχει αποτυπωθεί. Η χρήση των οριζοντίων αποστάσεων είναι βολική για τη σχεδίαση εκτάσεων (π.χ. οικοπέδων) που έχουν κανονικό σχήμα (τετράπλευρο, πεντάπλευρο κλπ).

Σ' αυτή την περίπτωση, ανεξαρτήτως αν η σχεδίαση γίνεται με το χέρι ή με τη βοήθεια προγραμμάτων σε Η/Υ, εφαρμόζονται απλές γεωμετρικές κατασκευές όπως: κατασκευή τριγώνου από τις τρεις πλευρές του, εύρεση σημείου ως τομή δυο κύκλων, χάραξη ευθείας που απέχει γνωστή απόσταση από άλλη ευθεία, κλπ.

Όταν όμως το σχήμα της έκτασης που αποτυπώνεται είναι σε γενικές γραμμές ακανόνιστο (την περιβάλλει, δηλαδή, μια μικτή γραμμή που αποτελείται από ευθείες και καμπύλες), ή όταν μέσα στην έκταση υπάρχουν και άλλα αντικείμενα που πρέπει να παρουσιαστούν στο σχέδιο (σπίτια, δρόμοι με καμπύλες, πλατείες, πηγάδια, κλπ), είναι προτιμότερο να τοποθετούνται στο σχέδιο τα σημεία με τις συντεταγμένες τους X,Y.

Η τοποθέτηση των σημείων πάνω στο χαρτί με το χέρι, με τη χρήση απλών σχεδιαστικών μέσων, γίνεται αφού πρώτα χαραχθεί ο **κάναβος** (σχ. 18).




*Σχ. 18 Χαρτί σχεδίασης με χαραγμένο τον κάναβο.*

Όπως φαίνεται και στο σχήμα, ο κάναβος αποτελείται από δυο ομάδες παραλλήλων γραμμών, που τέμνονται κάθετα μεταξύ τους. Η μια ομάδα είναι γραμμές παράλληλες προς τον άξονα ΟΧ και η άλλη προς τον άξονα ΟΥ.

Η απόσταση μεταξύ δυο παραλλήλων γραμμών είναι 10 cm στο σχέδιο, που σημαίνει ότι ανάλογα με την κλίμακα σχεδίασης θα αντιπροσωπεύει στην πραγματικότητα μήκος, 10μ για την κλίμακα 1:100, 20μ για την 1:200, κοκ.

Κάθε γραμμή του κανάβου παράλληλη προς τον άξονα ΟΥ, αντιπροσωπεύει ένα Χ που διαφέρει από το επόμενό του κατά την προαναφερθείσα σταθερή απόσταση, ανάλογα με την κλίμακα (π.χ. για κλίμακα 1:200 τα Χ θα είναι 100,120,140, 160, κλπ). Το ίδιο συμβαίνει με τις γραμμές, τις παράλληλες προς τον άξονα ΟΧ, που αντιπροσωπεύουν τα Υ. Μετά από αυτό, η τοποθέτηση των σημείων με τις συντεταγμένες τους είναι εύκολη.

Με ανάλογο τρόπο, αλλά πολύ πιο γρήγορα, αφού υπάρχουν τα κατάλληλα προγράμματα, γίνεται η τοποθέτηση των σημείων μέσω Η/Υ.

Και στις δυο περιπτώσεις τα σημεία, μετά την τοποθέτησή τους, ενώνονται με τις αντίστοιχες γραμμές (ευθείες, κύκλους, κλπ) και δημιουργούνται τα σχήματα των αντικειμένων που αποτυπώθηκαν. Αυτό το στάδιο της σχεδίασης λέγεται **απόδοση του σχεδίου.**

Το διάγραμμα που θα προκύψει μετά την απόδοση είναι η **οριζοντιογραφία** της περιοχής αφού όλα τα σημεία τα οποία έχουν ενωθεί με τις κατάλληλες γραμμές είναι οι ορθές προβολές των σημείων της ΦΓΕ. Αυτό σημαίνει ότι όλα τα αντικείμενα πάνω στο έδαφος, δηλαδή οικόπεδα, σπίτια, δρόμοι, πλατείες, κοκ, θα εμφανίζονται με τις προβολές τους.

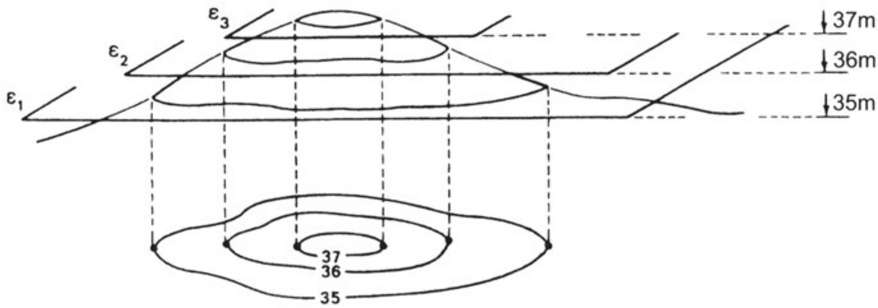
Πρέπει να τονιστεί ιδιαίτερα ότι, όταν στις ανθρώπινες συναλλαγές αναφέρεται **εμβαδόν ιδιοκτησίας** (π.χ. οικοπέδου, αγροτεμαχίου, κλπ), εννοείται **το εμβαδόν της οριζοντιογραφικής προβολής της ιδιοκτησίας.**

Η τρίτη διάσταση, που αφορά τα υψόμετρα των σημείων, στα τοπογραφικά διαγράμματα δίνεται είτε:

α) με την αναγραφή των υψομέτρων των χαρακτηριστικών σημείων (π.χ. στα όρια του οικοπέδου, στα ρείθρα ή στον άξονα του δρόμου, στις ακμές των σπιτιών κλπ),

β) με τις ισοϋψείς καμπύλες: **ισοϋψής καμπύλη** είναι η γραμμή που σχεδιάζεται στο τοπογραφικό διάγραμμα ή στο χάρτη και δείχνει τη θέση των σημείων που έχουν το ίδιο υψόμετρο.

Στο σχ.19 φαίνεται παραστατικά πώς προκύπτουν οι ισοϋψείς καμπύλες: αν οριζόντια επίπεδα, τα οποία απέχουν την ίδια απόσταση μεταξύ τους (δηλαδή η υψομετρική διαφορά μεταξύ δυο διαδοχικών επιπέδων είναι σταθερή) κόψουν την επιφάνεια του λόφου, τότε η τομή είναι μια καμπύλη γραμμή, που όλα της τα σημεία έχουν το ίδιο υψόμετρο (που είναι το υψόμετρο του επιπέδου) και που παράλληλα δείχνει και το περίγραμμα του λόφου σε εκείνο το υψόμετρο. Αυτή είναι μια ισοϋψής καμπύλη.




Σχ. 19 Κάθε οριζόντιο επίπεδο τέμνει τον λόφο κατά την ισοϋψή καμπύλη.

Αν όλες οι ισοϋψείς καμπύλες, που δημιουργούνται μ' αυτόν τον τρόπο, προβληθούν στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, όπου υπάρχουν και τα άλλα σημεία, το τοπογραφικό διάγραμμα συμπληρώνεται με την πληροφορία για τα υψόμετρα του εδάφους, άρα απεικονίζει και τη μορφολογία της περιοχής.

Η σταθερή υψομετρική διαφορά μεταξύ των ισοϋψών καμπυλών ονομάζεται **ισοδιάσταση.** Αυτή αλλάζει στους χάρτες και τα τοπογραφικά διαγράμματα ανάλογα με την κλίμακα. Έτσι σ' έναν χάρτη κλίμακας 1:50000, η ισοδιάσταση αντιστοιχεί σε 20μ υψομετρική διαφορά, ενώ σ' ένα τοπογραφικό διάγραμμα κλίμακας 1:500 μπορεί να αντιστοιχεί ακόμη και σε 0.20μ.

## 11. ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΑ ΚΑΙ ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΑ ΣΗΜΕΙΑ

Για όλες τις τοπογραφικές εργασίες απαιτούνται σταθερά σημεία πάνω στο έδαφος, που θα αποτελέσουν τη βάση τους.

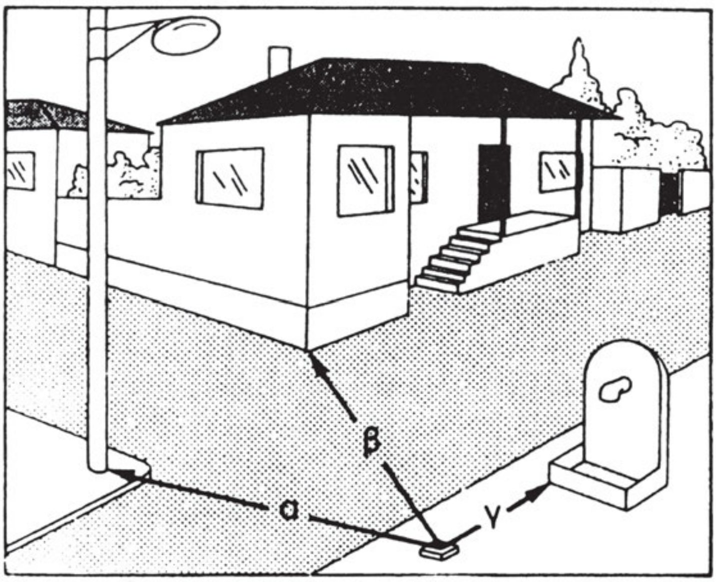
Τα σημεία αυτά είναι μόνιμα τοποθετημένα στο έδαφος και είναι γνωστές οι συντεταγμένες τους X,Y, ως προς ορισμένο σύστημα αναφοράς, καθώς και το υψόμετρό τους επίσης ως προς ορισμένη επιφάνεια αναφοράς.

Όταν τα σημεία αυτά έχουν συντεταγμένες στο **Κρατικό Σύστημα Αναφοράς** και υψόμετρο ως προς τη ΜΣΘ (όπως αυτή έχει προσδιορισθεί για τη χώρα), λέγονται **Τριγωνομετρικά σημεία.** Τα τριγωνομετρικά σημεία είναι τοποθετημένα σε κορυφές βουνών ή λόφων, φάρους, τρούλους ή κωδωνοστάσια εκκλησιών κλπ. Σε θέσεις δηλαδή τέτοιες ώστε να είναι ορατά από πολύ μεγάλες αποστάσεις. Τα σημεία αυτά αποτελούν το **Τριγωνομετρικό Δίκτυο** της χώρας.

Όταν χρειάζεται να αποτυπωθούν εκτάσεις με μεγαλύτερη λεπτομέρεια, ιδρύονται και άλλα σημεία που συσχετίζονται με τα τριγωνομετρικά σημεία και αποκτούν συντεταγμένες και υψόμετρα στο ίδιο σύστημα αναφοράς.

Τα νέα σημεία μπορεί να αποτελούν επέκταση του τριγωνομετρικού δικτύου, ή να έχουν δημιουργηθεί με **οδεύσεις,** οπότε ονομάζονται **πολυγωνομετρικά σημεία.** Όλα τα παραπάνω σημεία τοποθετούνται μόνιμα στο έδαφος και η διαδικασία τοποθέτησής τους ονομάζεται **σήμανση των σημείων.** Περιλαμβάνει είτε την τοποθέτηση καρφιών, ή ειδικών μεταλλικών σημάτων, όπου το έδαφος είναι σκληρό (βράχος, πεζοδρόμιο, δρόμος, ταράτσες σπιτιών, κλπ), είτε ειδική κατασκευή από μπετόν, κυρίως σε μαλακά εδάφη.

Για να είναι εύκολος ο εντοπισμός των σημείων, μετρούνται οι αποστάσεις τους από τρία χαρακτηριστικά σημεία της γύρω περιοχής και συντάσσεται σχετικό σκαρίφημα που δείχνει τη σχετική θέση των σημείων μεταξύ τους. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται **εξασφάλιση σημείου** (εικ. 4)




*Εικ.4 Εξασφάλιση σημείου.*

Τα σημεία αυτά, για να είναι ορατά από πολύ μακριά, **επισημαίνονται.** Τοποθετούνται δηλαδή πάνω σ' αυτά ειδικά διαμορφωμένα σήματα (π.χ. ασπροκόκκινα ακόντια). Τα τριγωνομετρικά σημεία που βρίσκονται στις κορυφές βουνών ή λόφων, επισημαίνονται με βάθρα από σκυρόδεμα, ύψους περίπου 1.10-1.20μ. και διαμέτρου περίπου 0.40 μ.

Η κρατική υπηρεσία που έχει αναλάβει την φροντίδα για την ίδρυση, συντήρηση, μέτρηση και υπολογισμό των συντεταγμένων και των υψομέτρων του τριγωνομετρικού δικτύου της χώρας είναι η **Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού (ΓΥΣ).** Από την ΓΥΣ παρέχεται και κάθε πληροφορία για τις συντεταγμένες και τα υψόμετρα των τριγωνομετρικών σημείων, για τα υψόμετρα των **υψομετρικών αφετηριών** του **υψομετρικού δικτύου** της χώρας, για τους χάρτες κλίμακας 1:50000 ή 1:5000, που είναι χρήσιμοι σε πολλές μελέτες, κλπ.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ

## ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΓΩΝΙΩΝ - ΜΗΚΩΝ - ΕΜΒΑΔΩΝ

### 1. ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΓΩΝΙΩΝ

Οι μονάδες μέτρησης γωνιών είναι οι μοίρες (degrees), οι βαθμοί (grades ή gons) και τα ακτίνια (radians).

**Μοίρες:** Μια πλήρης γωνία (ένας κύκλος) αντιστοιχεί σε 360° μοίρες.

1° = 60´ πρώτα λεπτά της μοίρας.
1´ = 60´´ δεύτερα λεπτά τη μοίρας.
1° = 60 × 60´´=3600´´

Μια γωνία όταν μετριέται σε μοίρες δίνεται με τη μορφή: 45° 15´ 52´´, είναι δηλαδή ένας **συμμιγής αριθμός.**

Η ίδια τιμή της γωνίας σε μοίρες μπορεί να δοθεί και με τη μορφή ενός δεκαδικού αριθμού.

Η **μετατροπή σε δεκαδική μορφή** γίνεται ως εξής:

$$45^{\circ} + \frac{15'}{60} + \frac{52''}{3600} = 45^{\circ} + 0.25 + 0.01444 = 45^{\circ}.26444$$

Αντίστροφα **η μετατροπή από δεκαδικό σε συμμιγή** αριθμό, ακολουθεί τα εξής βήματα:

α) 45°.26444= **45°**+ <u>0.26444</u>

β) πολλαπλασιάζουμε το δεκαδικό μέρος: 0.26444 x 60´ = **15**´<u>.8664</u> οπότε το ακέραιο μέρος είναι τα πρώτα λεπτά.

γ) πολλαπλασιάζουμε πάλι το δεκαδικό μέρος: 0.8664 × 60´´ = **51´´.98** ≅ **52´´** και προκύπτουν τα δεύτερα λεπτά της μοίρας. Άρα προκύπτει **45° 15´ 52´´.**

Όταν έχουμε να κάνουμε πράξεις (πρόσθεση ή αφαίρεση) με γωνίες που έχουν μετρηθεί σε μοίρες, ή δουλεύουμε με τις μεθόδους πράξεων μεταξύ συμμιγών αριθμών, τις γνωστές από τα μαθηματικά, ή μετατρέπουμε τις τιμές των γωνιών σε δεκαδικούς αριθμούς και μετά τις πράξεις γίνεται η αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή η μετατροπή του δεκαδικού σε συμμιγή, ώστε να προκύψει το τελικό αποτέλεσμα στην επιθυμητή μορφή.

**Βαθμοί:** Μια πλήρης γωνία είναι $400^g$ βαθμοί. Μια γωνία μετρημένη σε βαθμούς δίνεται με δεκαδική μορφή: π.χ. $56^g.3458$

Οι πράξεις μεταξύ γωνιών που μετρούνται σε βαθμούς, εκτελούνται όπως γίνονται οι πράξεις μεταξύ δεκαδικών αριθμών.

Υπάρχει διεθνώς και ειδικός συμβολισμός για το δεύτερο και τέταρτο δεκαδικό ψηφίο. Συγκεκριμένα:

$$0^g,01 = 10^{-2}\ g = 1^c$$
$$0^g.0001 = 10^{-4}\ g = 1^{cc}$$

Οι συμβολισμοί αυτοί δεν επηρεάζουν, ούτε την γραφή της γωνίας, ούτε τις πράξεις.

**Ακτίνια:** Μια πλήρης γωνία ή ένας κύκλος είναι **2π** ακτίνια(π=3.141...).

Λέμε ότι μια γωνία έχει μέτρο 1 ακτίνιο, όταν το τόξο που θα αντιστοιχούσε σε αυτή, αν ήταν επίκεντρη γωνία, είναι ίσο με την ακτίνα του αντίστοιχου κύκλου.

Οι γωνίες οι μετρημένες σε ακτίνια δίνονται με δεκαδική μορφή.

Η σχέση μετατροπής των μονάδων μιας γωνίας είναι ακόλουθη:

$$\frac{\mu}{360^o} = \frac{\beta}{400^g} = \frac{\alpha}{2\times\pi} \qquad (2.1)$$

όπου **μ** η γωνία σε μοίρες αλλά σε δεκαδική μορφή, **β** η ίδια γωνία σε βαθμούς και **α** σε ακτίνια.

**Εφαρμογή:** Δίνεται η τιμή μιας γωνίας σε βαθμούς 56.7895g. Να βρεθεί σε μοίρες και ακτίνια.

Λύση: Από τη σχέση 2.1 έχουμε:

$$\mu \cdot 400 = \beta \cdot 360 \Rightarrow \mu = \frac{\beta \cdot 360}{400} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{56.7895 \times 360}{400} = 51^0.11055$$

$$\alpha \cdot 400 = \beta \cdot 2 \cdot \pi \Rightarrow \alpha = \frac{\beta \cdot 2 \cdot \pi}{400} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{56.7895 \times 2 \times 3.14159}{400} = 0.892046\, rad$$

## 2. ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

Η βασική μονάδα μέτρησης του μήκους στο σύστημα S.I. είναι το μέτρο.

Τα πολλαπλάσια και τα υποπολλαπλάσια του **1m** είναι:

| | | |
|---|---|---|
| 1 Μεγάμετρο | (Mm) | $= 10^6$m |
| 1 Χιλιόμετρο | (km) | $= 10^3$m |
| 1 Δεκατόμετρο | (dm) | $= 10^{-1}$m |
| 1 Εκατοστόμετρο | (cm) | $= 10^{-2}$m |
| 1 Χιλιοστόμετρο | (mm) | $= 10^{-3}$m |
| 1 Μικρόμετρο | (μm) | $= 10^{-6}$m |
| 1 Νανόμετρο | (nm) | $= 10^{-9}$m |
| 1 ANGSTRM | (A) | $= 10^{-10}$m |

## 3. ΜΟΝΑΔΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ (ΕΜΒΑΔΟΥ)

Βασική μονάδα μέτρησης επιφανειών, δηλαδή του εμβαδού, είναι το τετραγωνικό μέτρο που συμβολίζεται διεθνώς **1m²** ενώ πολλές φορές στα ελληνικά θα το δούμε με την γραφή **1μ²** ή **1 τ.μ.**

Για μεγάλες εκτάσεις χρησιμοποιούνται και οι παρακάτω μονάδες, που είναι πολλαπλάσια του 1m².

| | |
|---|---|
| 1 στρέμμα | $= 1000$ m² $= 10^3$ m² |
| 1 εκτάριο | $= 10$ στρέμματα $= 10^4$ m² |
| 1 τετρ. χιλιόμετρο ή 1km² | $= 10^6$ m² |

Σε πολύ παλαιά συμβόλαια αγοραπωλησίας εκτάσεων, αναφέρεται ως μονάδα μέτρησης του εμβαδού, ο τετραγωνικός τεκτονικός πήχυς= 0.5625 $m^2$.

## 4. ΜΟΝΑΔΕΣ ΟΓΚΟΥ

Βασική μονάδα μέτρησης του όγκου είναι το **1 κυβικό μέτρο** (1 κ.μ.) ή **1$m^3$**. Μια μονάδα που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση μικρών όγκων ή του όγκου των υγρών είναι το **1 λίτρο (1), το οποίο είναι υποδιαίρεση του 1 $m^3$.**
Η σχέση τους είναι: $1\ell = 10^{-3}\ m^3$

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΚΕΦΑΛΑΙΑ I ΚΑΙ II.

1) Τι μορφή έχει η Γη και τι δεχόμαστε για μικρές εκτάσεις πάνω σ' αυτήν;
2) Ποια είναι η βασική επιφάνεια αναφοράς που δεχόμαστε για μικρής έκτασης τοπογραφικές εργασίες;
3) Τι είναι κεκλιμένο και τι οριζόντιο μήκος;
4) Δώστε τους ορισμούς της οριζόντιας και της κατακόρυφης γωνίας.
5) Φτιάξτε ένα σχήμα που να δείχνει τις οριζόντιες προβολές τριών σημείων και δείξτε σ' αυτό τα μεγέθη που αναφέρονται στις δυο προηγούμενες ερωτήσεις.
6) Τι είναι υψόμετρο σημείου και τι υψομετρική διαφορά μεταξύ δυο σημείων. Ποια είναι η αφετηρία μέτρησης των υψομέτρων και τι δεχόμαστε γι' αυτή;
7) Τι ονομάζουμε κλίση ευθείας;
8) Τι είναι η αποτύπωση; Τι εννοούμε με τον όρο οριζοντιογραφία μιας περιοχής;
9) Να εξηγήσετε τι είναι κάναβος σε ένα τοπογραφικό διάγραμμα και τι χρησιμότητα έχουν οι ισοϋψείς καμπύλες.
10) Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης γωνιών, μηκών και εμβαδών;

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών: 30°, 45°, 90°, 180°, 42°, 75°,97°.

2) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών: 50, 100, 200, 67, 115, 132 που είναι μετρημένες σε βαθμούς.

3) Δίνονται οι τιμές των παρακάτω τριγωνομετρικών αριθμών και ζητείται η γωνία ω σε μοίρες και βαθμούς: ημω=0.4567, συνω=0.1239, εφω=1.457.

4) Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=100g) δίνονται: α) ΑΒ=15m και ΒΓ=25m, ζητείται η ΑΓ και οι γωνίες του, β) αν ΒΓ= 40m και Β=67.667g, να υπολογισθούν τα υπόλοιπα στοιχεία του.

5) Δίνεται ένα τρίγωνο ΑΒΓ με μήκη πλευρών ΑΒ=γ=23.65m, ΑΓ=β=12.42m, και η γωνία Α=45.78 βαθμοί (grades). Ζητείται η τρίτη του πλευρά ΒΓ= α.

6) Δίνεται ένα τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές ΒΓ=α=18.04 m και ΑΓ=β=20.15m. Επίσης δίνεται η γωνία του Α= 75.12 βαθμοί. Ζητούνται :α) η γωνία Β σε βαθμούς, β) η γωνία Γ σε βαθμούς και γ) η τρίτη πλευρά του ΑΒ= γ σε m.

7) Σε μια τομή του εδάφους δίνονται το κεκλιμένο μήκος ΑΒ= 25.10m και υψομετρική διαφορά Δh = 1.45m. Ζητείται η κλίση της ΑΒ και το οριζόντιο μήκος $D_{AB}$.

8) Δίνεται η κλίση του εδάφους κ=5.5%. Πάνω στο έδαφος κατά τη διεύθυνση που παρατηρείται αυτή η κλίση υπάρχουν δυο σημεία τα Α και Β. Η οριζόντια απόσταση είναι $D_{AB}$= 65.25m. Ζητείται: α) η υψομετρική διαφορά των σημείων και β) αν στην ίδια ευθεία θέλουμε να βάλουμε ένα σημείο Γ που να έχει υψομετρική διαφορά από το Α $\Delta h_{A\Gamma}$= - 0.95m, σε πόση απόσταση από το Α πρέπει να το τοποθετήσουμε;

9) Για δυο σημεία πάνω στο έδαφος έχουμε τις ορθογώνιες συντεταγμένες τους και τα υψόμετρά τους. Δηλαδή Α (120m, 350m) και $h_A$ = 35.10m, Β(36m,85m), $h_B$ = 12.05m. Ζητείται η κλίση της ΑΒ. Πόση είναι η κλίση της ΒΑ;

10) Από το Α προς το Β μετρήθηκαν : το κεκλιμένο μήκος $L_{AB}$ = 120.15m και η ζενίθια γωνία z= 103.50g. Να βρεθεί η κλίση της ΑΒ και η οριζόντια απόσταση. (Η κλίση να βρεθεί με δυο τρόπους).

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ

## ΜΕΤΡΟΥΜΕΝΑ ΜΕΓΕΘΗ ΚΑΙ ΒΑΣΙΚΑ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΑ ΟΡΓΑΝΑ

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει αναφορά στα βασικά μεγέθη που μετριούνται στην Τοπογραφία καθώς και στα όργανα με τα οποία γίνονται αυτές οι μετρήσεις, ανάλογα με το κάθε φορά μετρούμενο μέγεθος.
Τα μετρούμενα μεγέθη είναι:

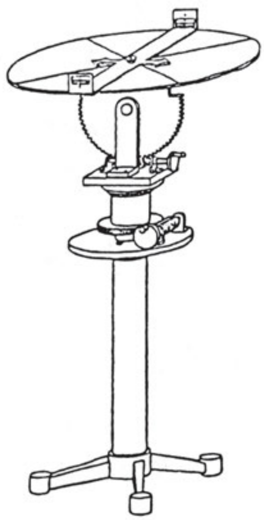
- **Γωνίες οριζόντιες και κατακόρυφες.**
- **Μήκη κεκλιμένα και οριζόντια.**
- **Υψομετρικές διαφορές.**

### 1. ΓΩΝΙΕΣ

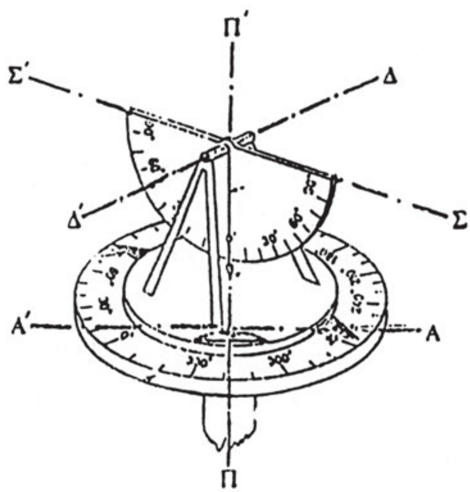
Τα γωνιακά μεγέθη που μπορούν να μετρηθούν και είναι απαραίτητα στην Τοπογραφία είναι οι οριζόντιες και οι κατακόρυφες γωνίες.
Τα βασικά όργανα μέτρησης γωνιών είναι:
α) **το θεοδόλιχο** β) **η πυξίδα** και γ) **το κλισίμετρο.**
Χαρακτηριστική διαφορά τους είναι, ότι το θεοδόλιχο μετρά οριζόντιες και κατακόρυφες γωνίες, ενώ η πυξίδα μόνο οριζόντιες και το κλισίμετρο μόνο κατακόρυφες γωνίες. Στα επόμενα θα περιγραφεί το καθένα από αυτά, καθώς και ο τρόπος λειτουργίας τους. Θα δώσουμε μεγαλύτερη προσοχή στο θεοδόλιχο που είναι και το πιο σημαντικό τοπογραφικό όργανο, χρήσιμο για πάρα πολλές τοπογραφικές εργασίες.

## 1.2. ΤΟ ΘΕΟΔΟΛΙΧΟ

Το θεοδόλιχο εφευρέθηκε στο πολύ μακρινό παρελθόν. Ο πρόγονος του σημερινού θεοδόλιχου ήταν η **διόπτρα του Ήρωνα** (120 π.Χ.), ένα όργανο που προσδιόριζε οριζόντιες και κατακόρυφες γωνίες με πολύ απλές διατάξεις (εικ. 5). Από τότε μέχρι σήμερα η βασική ιδέα κατασκευής του οργάνου παρέμεινε η ίδια (εικ. 6). Βέβαια με την εξέλιξη της τεχνολογίας η όψη τους έχει αλλάξει (εικ. 7).



*Εικ. 5 Αντίγραφο της διόπτρας του Ήρωνα.*




*Εικ. 6 Διάταξη που δείχνει ποια είναι η βασική ιδέα λειτουργίας του θεοδόλιχου.*


*Εικ. 7 Διάφοροι τύποι συμβατικών θεοδόλιχων των εταιρειών: Pentax, WILD, Zeiss, Sokkisha.*

Σήμερα υπάρχουν θεοδόλιχα που είναι πιο ακριβή στις μετρήσεις (μπορούν να μετρήσουν γωνίες μέχρι και 0.5 ή $0^{cc}.5$), ενώ, παράλληλα, είναι πιο εύχρηστα. Ειδικότερα τα θεοδόλιχα της τελευταίας γενιάς είναι **ηλεκτρονικά** (εικ. 8), συνοδεύονται από μονάδες καταγραφής των μετρήσεων, έχουν ενσωματωμένο υπολογιστή και είναι εφοδιασμένα με προγράμματα επίλυσης βασικών τοπογραφικών προβλημάτων. Τα **συμβατικά θεοδόλιχα** της προηγούμενης γενιάς είναι τα οπτικο-μηχανικά θεοδόλιχα και κυριάρχησαν στην αγορά για περίπου 200 χρόνια με διάφορες παραλλαγές, από το 1730 που ο Άγγλος μηχανικός Sisson κατασκεύασε το πρώτο.

Ανεξαρτήτως της εποχής κατασκευής του, το θεοδόλιχο αποτελείται από δυο μέρη. Το **τρικόχλιο** (εικ. 9) και το **κύριο μέρος του θεοδόλιχου.**

Το τρικόχλιο είναι ένα εξάρτημα, με το οποίο επιτυγχάνεται η σύνδεση του θεοδόλιχου με τον τρίποδα. Με τη βοήθεια τριών κοχλιών, με τους οποίους είναι εφοδιασμένο, μπορούμε να οριζοντιώσουμε την επιφάνεια έδρασης του κύριου μέρους του θεοδόλιχου.

Στο κύριο μέρος του υπάρχει το **τηλεσκόπιο, οι δίσκοι** πάνω στους οποίους διαβάζονται οι γωνίες, η **αεροστάθμη, το σύστημα ανάγνωσης** των γωνιών και **οι κοχλίες χειρισμού.**

Το κύριο μέρος του θεοδόλιχου έχει τρεις άξονες (σχ. 20):

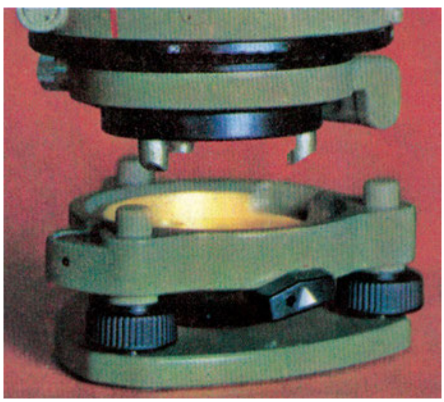
1) Τον **πρωτεύοντα ΠΠ΄** γύρω από τον οποίο περιστρέφεται το σώμα του θεοδόλιχου χωρίς να κινείται το τρικόχλιο.
2) Το **δευτερεύοντα ΔΔ΄** γύρω από τον οποίο περιστρέφεται το τηλεσκόπιο.
3) Το **σκοπευτικό ΣΣ΄** ο οποίος είναι ο οπτικός άξονας του τηλεσκοπίου.

Για να λειτουργεί σωστά το θεοδόλιχο πρέπει αυτοί οι τρεις άξονες να περνούν από το ίδιο σημείο και επί πλέον πρέπει:

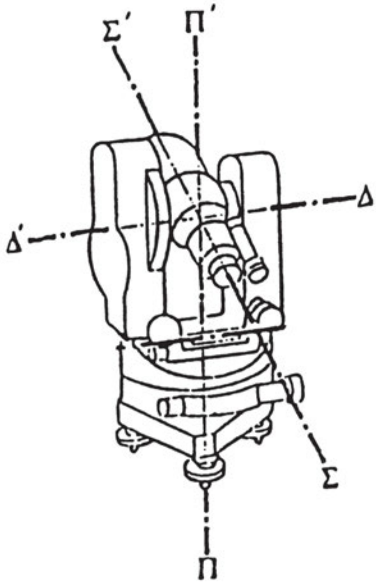
α) **ο ΠΠ΄ να είναι κατακόρυφος**
β) **ο ΠΠ΄⊥ΔΔ΄ και**
γ) **ΣΣ΄⊥ΔΔ΄.**

Η κατακόρυφη διεύθυνση του ΠΠ΄ επιτυγχάνεται με δικές μας ενέργειες με τη βοήθεια της αεροστάθμης και του τρικοχλίου όπως θα δούμε αμέσως παρακάτω.


*Εικ. 8 Ηλεκτρονικό θεοδόλιχο της εταιρείας TOPCON.*



*Εικ. 9 Τρικόχλιο θεοδόλιχου.*




*Σχ.20 Σχηματική παράσταση ενός θεοδόλιχου με τους τρεις άξονές του.*

Οι άλλες δυο συνθήκες πρέπει να ισχύουν από την κατασκευή του οργάνου και είναι, προφανώς, ευθύνη των κατασκευαστών.

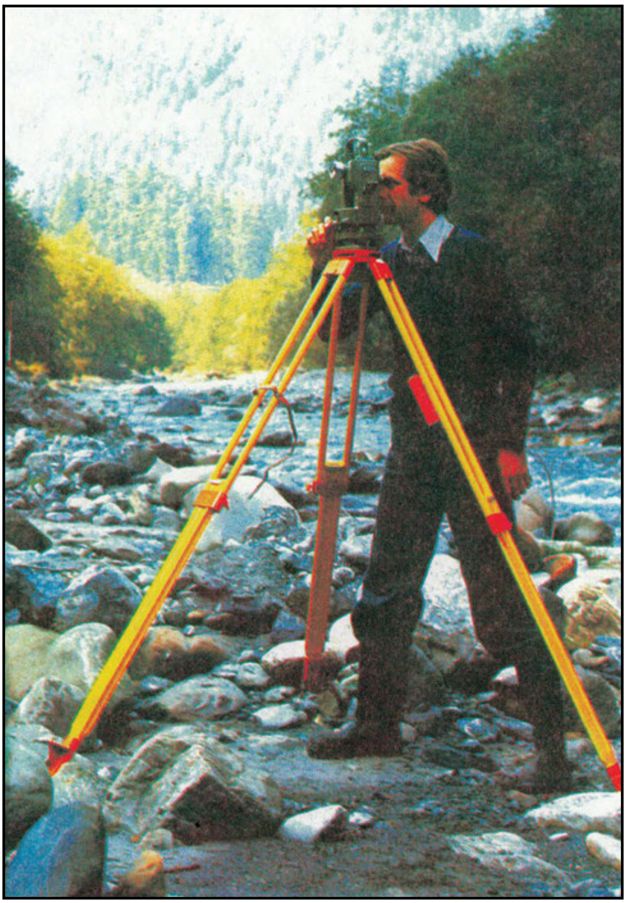
Ο δίσκος στον οποίο διαβάζονται οι οριζόντιες γωνίες είναι τοποθετημένος στο κάτω τμήμα του κύριου μέρους και το επίπεδό του είναι κάθετο στον πρωτεύοντα άξονα. Έτσι, όταν αυτός γίνεται κατακόρυφος, το επίπεδο του δίσκου γίνεται οριζόντιο για να μετριούνται οι οριζόντιες γωνίες.

Ο δίσκος στον οποίο διαβάζονται οι κατακόρυφες γωνίες, είναι τοποθετημένος σε τέτοια θέση, ώστε να είναι κάθετος στον δευτερεύοντα άξονα και παράλληλος στο σκοπευτικό. Έτσι, όταν ο πρωτεύων γίνεται κατακόρυφος, ο δευτερεύων άξονας, λόγω της δεύτερης συνθήκης που πρέπει να ισχύει, γίνεται οριζόντιος και, επομένως ο δίσκος παίρνει την κατακόρυφη θέση και οι γωνίες που μετριούνται είναι οι κατακόρυφες.

Στις περισσότερες χώρες, όπως και στην Ελλάδα, μονάδα μέτρησης των γωνιών στην Τοπογραφία είναι ο βαθμός και γι’ αυτό οι δίσκοι των οργάνων είναι βαθμονομημένοι από 0 έως 400g.

## 1.3 ΠΩΣ ΓΙΝΕΤΑΙ Η ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΩΝ ΓΩΝΙΩΝ

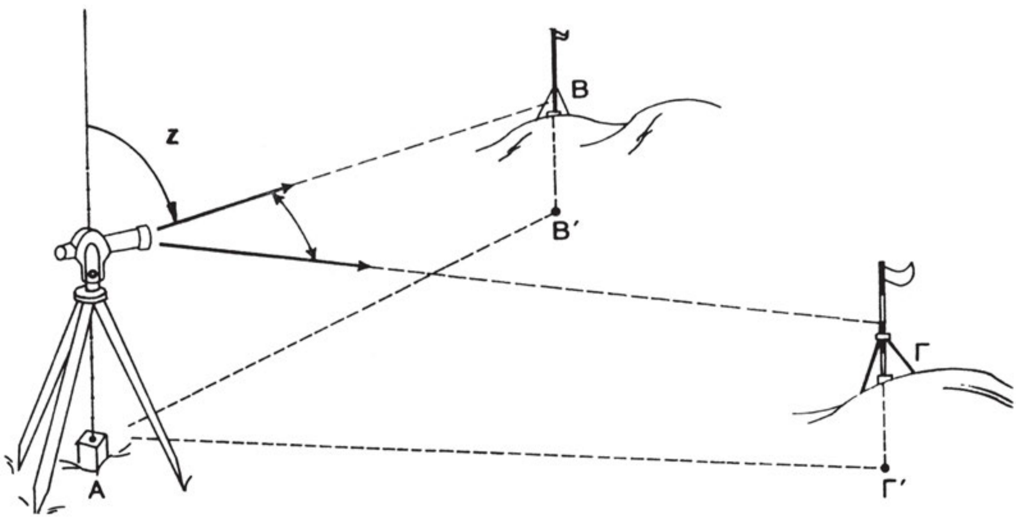
Για να γίνει η μέτρηση των γωνιών, πρέπει τα σημεία πάνω στο έδαφος, στα οποία θα τοποθετηθεί το θεοδόλιχο, να υλοποιούνται - σημαίνονται με μόνιμο τρόπο (π.χ. πάσσαλος, καρφί, κλπ), ενώ ταυτόχρονα τα σημεία τα οποία θα σκοπευθούν με το θεοδόλιχο, αν δεν είναι κάποια χαρακτηριστικά και σαφώς διακριτά σημεία, θα πρέπει να επισημανθούν (π.χ. με ακόντιο ή άλλο στόχο) για να είναι ορατά από μακριά.
Απαραίτητος εξοπλισμός που συνοδεύει το θεοδόλιχο, είναι ο τρίποδας πάνω στον οποίο βιδώνεται το τρικόχλιο του θεοδόλιχου (εικ. 10).



*Εικ. 10 Τρίποδας με θεοδόλιχο την ώρα των μετρήσεων.*

Έτσι, αν θέλουμε να μετρήσουμε μια οριζόντια γωνία που έχει κορυφή το σημείο Α και πλευρές τις ΑΒ και ΑΓ (σχ.21), στο Α τοποθετείται ο τρίποδας με το θεοδόλιχο και στα σημεία Β και Γ, τοποθετούνται κατακόρυφα ακόντια. Η κατακόρυφη θέση των ακοντίων επιτυγχάνεται με τη βοήθεια του νήματος της στάθμης.

Τα τρία αυτά σημεία, όπως γνωρίζουμε από την Γεωμετρία, ορίζουν ένα επίπεδο. Πάνω σ' αυτό σχηματίζεται η γωνία ΒΑΓ η οποία δεν μπορεί να μετρηθεί με το θεοδόλιχο αφού αυτό μετράει μόνο οριζόντιες και κατακόρυφες γωνίες. Άρα η οριζόντια γωνία που θα μετρηθεί, είναι αυτή που δημιουργείται, όπως έχουμε αναφέρει προηγουμένως, από τις προβολές των σημείων πάνω στο οριζόντιο επίπεδο (δηλαδή στο σχ.21 η Β΄ΑΓ΄), ενώ η κατακόρυφη γωνία προς το Β, θα είναι αυτή που σχηματίζεται από τον κατακόρυφο πρωτεύοντα άξονα και το σκοπευτικό άξονα του θεοδόλιχου (στο σχ.21 η **z**).




*Σχ. 21 Το θεοδόλιχο τοποθετείται στο Α για να μετρήσει οριζόντιες και κατακόρυφες γωνίες*

### 1.3.1. ΚΕΝΤΡΩΣΗ ΚΑΙ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΣΗ ΘΕΟΔΟΛΙΧΟΥ

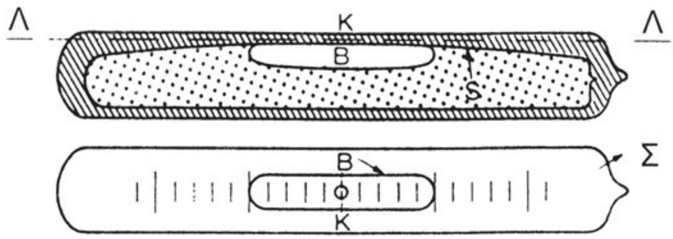
Ανεξαρτήτως αν θα μετρηθεί οριζόντια ή κατακόρυφη γωνία και ανεξαρτήτως του είδους του θεοδόλιχου (οπτικό- μηχανικό ή ηλεκτρονικό) πρέπει:
1) το θεοδόλιχο να τοποθετηθεί στη σωστή του θέση και
2) ο πρωτεύοντας άξονας να γίνει κατακόρυφος.

Η πρώτη ενέργεια, δηλαδή η τοποθέτηση του θεοδόλιχου στη σωστή του θέση, σημαίνει ότι τοποθετείται σε τέτοια θέση ώστε αν ο πρωτεύων άξονας νοητά προεκταθεί προς το έδαφος, πρέπει να περνά από το σημείο του εδάφους που είναι η κορυφή της γωνίας.
Η διαδικασία αυτή ονομάζεται **κέντρωση του θεοδόλιχου** και επιτυγχάνεται με ειδικά σκοπευτικά (οπτικά) συστήματα που έχει το θεοδόλιχο, είτε στο κύριο μέρος, είτε στο τρικόχλιο. Μπορεί επίσης να γίνει, αλλά δύσκολα και χωρίς καλή ακρίβεια, με τη χρήση του νήματος της στάθμης που αναρτάται σε ειδική θέση στον τρίποδα. Πολλά σημερινά ηλεκτρονικά θεοδόλιχα εκπέμπουν από τη βάση τους ακτίνες laser με τη βοήθεια των οποίων γίνεται η κέντρωση.
Η δεύτερη ενέργεια, δηλαδή να γίνει ο πρωτεύοντας άξονας κατακόρυφος, επιτυγχάνεται με τη βοήθεια της αεροστάθμης και του τρικοχλίου και λέγεται **οριζοντίωση του θεοδόλιχου.**
Η αεροστάθμη είναι ένας μικρός σωλήνας με υγρό, σχεδόν γεμάτος, με μια φυσαλίδα αέρα. Είναι τοποθετημένη στο κύριο σώμα του θεοδόλιχου, παράλληλα με τον δευτερεύοντα άξονα.
Όταν η φυσαλίδα βρίσκεται στη θέση που φαίνεται στο σχ.22, ο πρωτεύων άξονας είναι κατακόρυφος και ο δευτερεύων οριζόντιος. Τότε λέμε ότι η φυσαλίδα βρίσκεται στο **κανονικό σημείο** της αεροστάθμης.
Φέρουμε τη φυσαλίδα στο κανονικό σημείο, χρησιμοποιώντας τις βίδες (κοχλίες) που βρίσκονται πάνω στο τρικόχλιο. Το τρικόχλιο έχει, όπως ήδη αναφέρθηκε, τρεις κοχλίες που σχηματίζουν μεταξύ τους ένα ισόπλευρο τρίγωνο (σχ. 23). Η διαδικασία οριζοντίωσης έχει ως εξής:

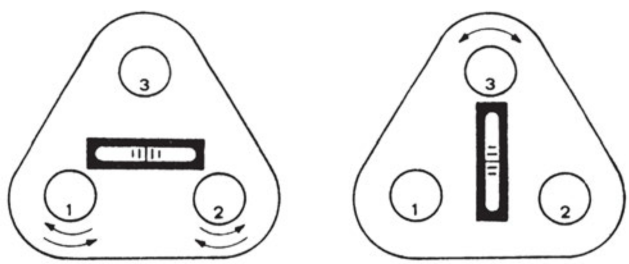
Στην αρχή στρέφεται το σώμα του θεοδόλιχου έτσι ώστε να γίνει η αεροστάθμη παράλληλη με τους δυο κοχλίες (π.χ. τους 1 και 2), οπότε περιστρέφοντάς τους ταυτόχρονα και με αντίθετη φορά, φέρουμε την φυσαλίδα στο κανονικό σημείο. Μετά περιστρέφουμε πάλι το θεοδόλιχο και φέρνουμε την αεροστάθμη παράλληλη με την νοητή γραμμή που περνά από τον τρίτο κοχλία (3) και είναι κάθετη στη γραμμή που ορίζουν οι κοχλίες 1 και 2. Σ’ αυτή τη θέση μετά από περιστροφή του κοχλία 3, φέρουμε την φυσαλίδα στο κανονικό σημείο.

Αν όλα έχουν γίνει σωστά, όπως και να περιστρέψουμε το σώμα του θεοδόλιχου, η φυσαλίδα παραμένει στο κανονικό της σημείο και ο πρωτεύων άξονας είναι κατακόρυφος.

Στα σημερινά ηλεκτρονικά θεοδόλιχα, υπάρχουν ηλεκτρονικές διατάξεις οριζοντίωσης του θεοδόλιχου, αλλά οι κινήσεις που πρέπει να γίνουν με τη βοήθεια του τρικοχλίου για να την επιτύχουμε παραμένουν οι ίδιες.




*Σχ.22 Τομή και κάτοψη της αεροστάθμης. Το σημείο Κ είναι το κανονικό σημείο.*

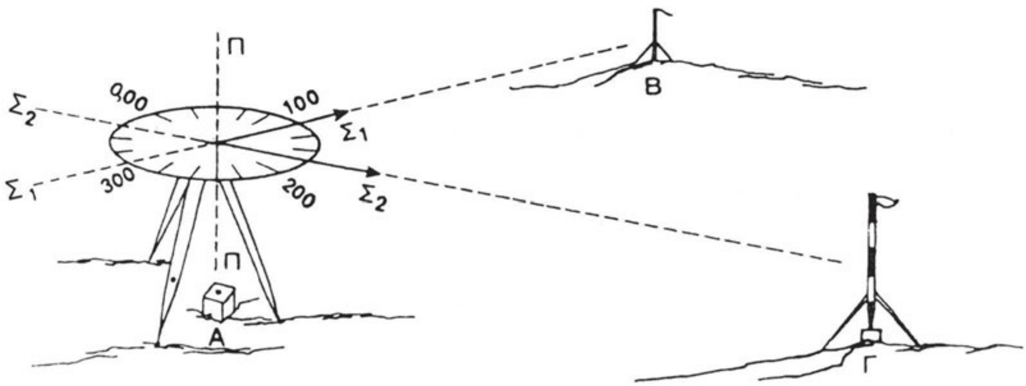



*Σχ.23 Φαίνεται το τρικόχλιο και η θέση της αεροστάθμης στις δύο φάσεις της οριζοντίωσης*

## 1.3.2. ΜΕΤΡΗΣΗ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑΣ ΓΩΝΙΑΣ

**Α. Βασική αρχή μέτρησης μιας οριζόντιας γωνίας.**

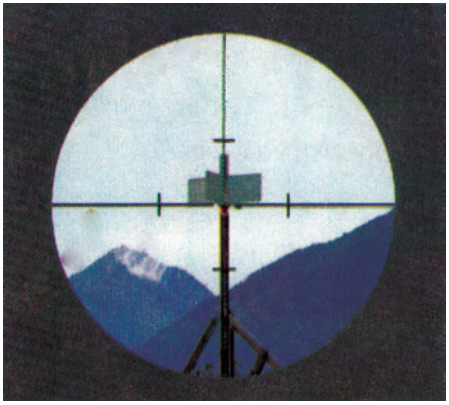
Αφού το θεοδόλιχο κεντρωθεί και οριζοντιωθεί πάνω από την κορυφή της γωνίας που πρόκειται να μετρηθεί, σκοπεύεται με το τηλεσκόπιο πρώτα το σημείο που βρίσκεται αριστερά (στο Σχ. 24 το Β). Με την σκόπευση είναι απαραίτητο να γίνει **η εστίαση του τηλεσκοπίου** δηλαδή να φαίνεται καθαρά το είδωλο του αντικειμένου που σκοπεύεται (π.χ. το ακόντιο).
Η σκόπευση με το τηλεσκόπιο γίνεται με τη βοήθεια του **σταυρονήματος,** το οποίο επίσης πρέπει προηγουμένως να έχει εστιαστεί.




*Σχ.24 Σχηματική παράσταση του οριζόντιου δίσκου του θεοδόλιχου και των σκοπευτικών γραμμών προς τα σημεία Β και Γ για τη μέτρηση της οριζόντιας γωνίας.*

Η μορφή του σταυρονήματος φαίνεται στην εικ. 11. Οι δυο, κάθετες μεταξύ τους, γραμμές που το δημιουργούν λαμβάνουν την κατακόρυφη και οριζόντια διεύθυνση αντίστοιχα, μετά την οριζοντίωση του θεοδόλιχου. Το σημείο που σκοπεύουμε ταυτίζεται με το κέντρο του σταυρονήματος.

Η μορφή του σταυρονήματος είναι σχεδόν ίδια σε όλα τα θεοδόλιχα. Οι δυο μικρές γραμμές, παράλληλες προς την οριζόντια κεντρική γραμμή, ονομάζονται **σταδιομετρικά νήματα** και τη χρήση τους θα τη δούμε σε επόμενο εδάφιο.



*Εικ. 11 Το σταυρόνημα όπως φαίνεται μέσα από το τηλεσκόπιο την ώρα της σκόπευσης.*

Μετά τη σκόπευση, μέσα από ειδικές οπτικές διατάξεις ή σε φωτεινό πίνακα (αν πρόκειται για ηλεκτρονικό θεοδόλιχο), διαβάζουμε την ένδειξη του οριζόντιου δίσκου. Έστω ότι αυτή είναι $\boldsymbol{\alpha_1}$. Το ίδιο γίνεται και με το σημείο που βρίσκεται δεξιά (στο σχ.24 το Γ) και έστω ότι διαβάζουμε ένδειξη $\boldsymbol{\alpha_2}$.
Το μέτρο της οριζόντιας γωνίας που μας ενδιαφέρει είναι η διαφορά:

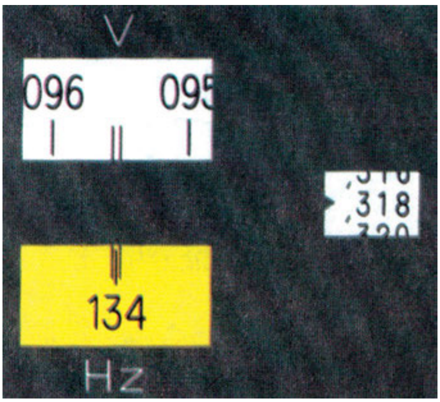
$$\gamma = \alpha_2 - \alpha_1 \qquad (3.1)$$

Οι τιμές των γωνιών στα θεοδόλιχα αυξάνουν καθώς αυτά περιστρέφονται δεξιόστροφα. Δηλαδή $\boldsymbol{\alpha_2 > \alpha_1}$.

Πολλές φορές, για λόγους ευκολίας, μπορούμε την αρχική ένδειξη του δίσκου, δηλαδή την $\boldsymbol{\alpha_1}$, να την επιλέξουμε ίση με μηδέν. Η γωνία **γ** σ’ αυτή την περίπτωση είναι ίση με την ένδειξη $\boldsymbol{\alpha_2}$.

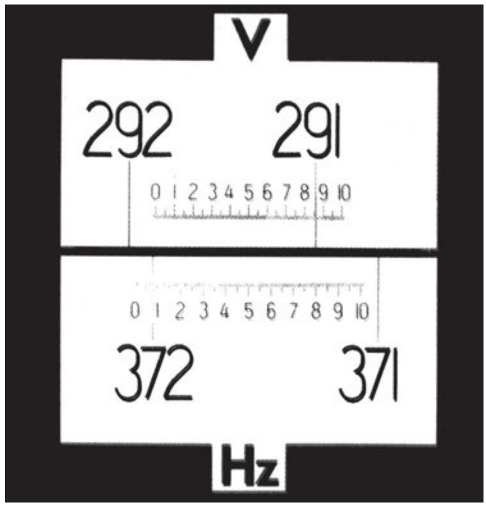
**Πρέπει να τονιστεί, ότι στον οριζόντιο κύκλο δεν διαβάζουμε απ' ευθείας οριζόντιες γωνίες, αλλά κάποιες τιμές που η διαφορά τους δίνει την οριζόντια γωνία.**

Στην εικ. 12 που ακολουθεί, φαίνονται οι ενδείξεις των συστημάτων ανάγνωσης, διαφόρων οπτικών και ψηφιακών θεοδόλιχων. Ο συμβολισμός **Hz** αντιστοιχεί στις ενδείξεις του οριζόντιου δίσκου και το γράμμα **V** αντιστοιχεί στις ζενίθιες γωνίες.

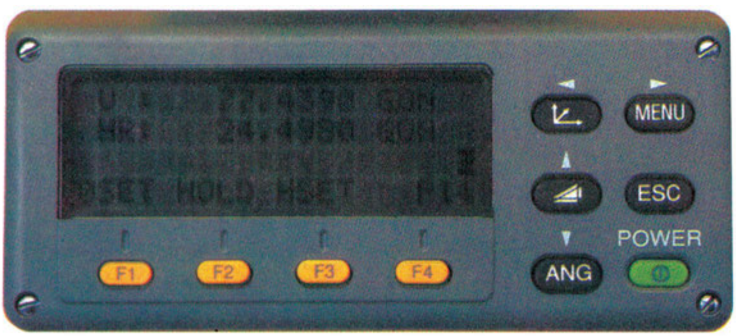



134.318$^g$

V=291.86




Hz=372.08




*Εικ. 12 Συστήματα αναγνώσεων των γωνιών σε συμβατικά θεοδόλιχα (α και β) και σε ψηφιακό θεοδόλιχο.*

**Β. Πώς μετριέται στην πράξη η οριζόντια γωνία;**

Όταν θέλουμε να μετρήσουμε γρήγορα μια γωνία χωρίς μεγάλη ακρίβεια, ακολουθούμε την παραπάνω διαδικασία. Σε αντίθετη περίπτωση, πρέπει να ενεργούμε σύμφωνα με τα παρακάτω:

Αφού διαβάσουμε τις δυο τιμές, που είπαμε παραπάνω, όπως είμαστε στραμμένοι προς το σημείο Γ, αναστρέφουμε το τηλεσκόπιο περί τον ΔΔ΄ κατά 200g, ώστε το εμπρός μέρος να στραφεί προς εμάς και περιστρέφουμε περί τον ΠΠ΄ κατά 200g και το κύριο μέρος του θεοδόλιχου. Μετά από αυτή την κίνηση λέμε ότι το θεοδόλιχο βρίσκεται **σε δεύτερη θέση τηλεσκοπίου.**

Σ' αυτή τη νέα θέση, σκοπεύουμε το Γ και διαβάζουμε την τιμή στον οριζόντιο δίσκο: έστω $\boldsymbol{\alpha'_2}$. Σκοπεύουμε μετά το Β και διαβάζουμε στον δίσκο: έστω $\boldsymbol{\alpha'_1}$.

Έτσι, για κάθε διεύθυνση, την ΑΒ και την ΑΓ, έχουμε δυο τιμές. Ως τελική τιμή για την κάθε διεύθυνση, παίρνουμε τη μέση τιμή (το μέσο όρο).

Για την ΑΒ είναι:
$$\bar{\alpha}_1 = \frac{\alpha_1 + \alpha'_1}{2} \qquad (3.2)$$

και για την ΑΓ είναι:
$$\bar{\alpha}_2 = \frac{\alpha_2 + \alpha'_2}{2} \qquad (3.3)$$

Αν εφαρμόσουμε τη σχέση (3.1) ισχύει:
$$\gamma = \bar{\alpha}_2 - \bar{\alpha}_1 \qquad (3.4)$$

Ένας έλεγχος για να διαπιστώσουμε ότι μετρήσαμε σωστά είναι ο ακόλουθος:

Πρέπει να ισχύει
$$\alpha'_1 = \alpha_1 + 200^g \qquad (3.5)$$

και παράλληλα
$$\alpha'_2 = \alpha_2 + 200^g \qquad (3.6)$$

Αν μετράγαμε σε μοίρες στις σχέσεις (3.5) και (3.6) αντί 200g θα βάζαμε 180°.

**Εφαρμογή:** Σκοπεύτηκαν από το σημείο Σ δυο άλλα σημεία, τα 1 και 2 για να μετρηθεί η οριζόντια γωνία 1Σ2. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων, γράφτηκαν σε ειδικό έντυπο με την παρακάτω μορφή και έγιναν και οι απαραίτητοι υπολογισμοί για να βρεθεί η γωνία. Οι μονάδες μέτρησης είναι βαθμοί.

| ΚΟΡΥΦΗ | ΣΚΟΠΕΥΟΜΕΝΟ ΣΗΜΕΙΟ | ΟΡΙΖ. ΑΝΑΓΝ. ΣΕ 1Η ΘΕΣΗ | ΟΡΙΖ. ΑΝΑΓΝ. ΣΕ 2Η ΘΕΣΗ | ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ | ΑΝΗΓΜΕΝΗ ΤΙΜΗ |
|---|---|---|---|---|---|
| Σ | 1 | 15.345 | 215.365 | 15.355 | 0.000 |
| | 2 | 124.028 | 324.030 | 124.029 | 108.674 |

*Έντυπο 1 Υπόδειγμα γραφής των μετρήσεων και υπολογισμού της οριζόντιας γωνίας.*

Παρατηρήσεις:

α) Βλέπουμε ότι οι διαφορές στις τιμές μεταξύ της 1ης και 2ης θέσης τηλεσκοπίου δεν είναι ακριβώς 200g όπως δείχνουν οι σχέσεις (3.5) και (3.6). Οι διαφορές όμως είναι πολύ μικρές, θεωρούνται φυσιολογικές και οφείλονται σε τυχαία σφάλματα που συμβαίνουν σε όλες τις μετρήσεις.

β) Στη στήλη με τον τίτλο **μέση τιμή** έχουν γραφτεί, για κάθε διεύθυνση, τα αποτελέσματα της εφαρμογής των τύπων (3.2) και (3.3), χρησιμοποιώντας μόνο το δεκαδικό μέρος του αριθμού. Το ακέραιο μέρος είναι ίδιο με αυτό της 1ης θέσης. Αυτό είναι μια παραδοχή (σύμβαση), που συνήθως εφαρμόζεται. Στα ίδια τελικά αποτελέσματα θα οδηγηθούμε αν αγνοήσουμε αυτή τη σύμβαση.

γ) Στη στήλη με τον τίτλο **ανηγμένη τιμή,** έχει γραφτεί το αποτέλεσμα της πράξης που γίνεται με εφαρμογή του τύπου(3.4). Δηλαδή η τιμή 108.674 είναι η τιμή της γωνίας **γ.**

## 1.3.3. ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗΣ ΓΩΝΙΑΣ

Οι κατακόρυφες γωνίες μετριούνται, όπως αναφέραμε στο προηγούμενο Κεφάλαιο, πάνω σ' ένα κατακόρυφο επίπεδο.

Στο σχ.25 φαίνεται μια τομή του εδάφους, με ένα κατακόρυφο επίπεδο το οποίο ορίζεται από την κατακόρυφο που περνά από το σημείο Β και σημαίνεται με το ακόντιο και από την κατακόρυφο που περνά από το Α που ταυτίζεται με τον πρωτεύοντα άξονα του θεοδόλιχου, μετά την οριζοντίωση του οργάνου.

Στην πλειοψηφία τους τα θεοδόλιχα που χρησιμοποιούνται στην Ελλάδα μετρούν τη ζενίθια γωνία, δηλαδή την κατακόρυφη γωνία που έχει αρχή την κατακόρυφη που περνά από το Α. Στο σχ. 25 σημειώνεται με το **z**. Στα επόμενα με τον όρο κατακόρυφη θα εννοείται η ζενίθια γωνία.

Έτσι, για να μετρήσουμε την **z**, γίνεται η κέντρωση και η οριζοντίωση του θεοδόλιχου πάνω στο Α, σκοπεύουμε το ακόντιο που βρίσκεται στο Β σε κάποιο σημείο του και διαβάζεται άμεσα η τιμή της γωνίας **z**, αφού **σταθερά η κατακόρυφος δείχνει το 0 (μηδέν) στον κατακόρυφο δίσκο** του θεοδόλιχου. Μ' αυτόν τον τρόπο μπορούμε να σκοπεύσουμε οποιοδήποτε σημείο στο χώρο και να διαβάσουμε την κατακόρυφη γωνία που αντιστοιχεί σ' αυτό.

**Επομένως, αντίθετα με ό,τι συμβαίνει με τις οριζόντιες γωνίες, η τιμή της κατακόρυφης γωνίας διαβάζεται άμεσα στον κατακόρυφο κύκλο του θεοδόλιχου.**


*Σχ.25 Τομή του εδάφους με κατακόρυφο επίπεδο όπου φαίνεται η ζενίθια γωνία.*

Οι κατακόρυφες γωνίες πρέπει να **μετριούνται** δυο φορές **σε δυο θέσεις τηλεσκοπίου** όπως και οι οριζόντιες.
Έτσι, για κάθε σημείο που σκοπεύεται, θα υπάρχουν δυο τιμές για την κατακόρυφη γωνία οι : $\mathbf{z_1}$ και $\mathbf{z_2}$.
Ο έλεγχος ότι έγιναν σωστά οι μετρήσεις είναι:

$$z_1 + z_2 = 400^g \tag{3.7}$$

Η τελική τιμή της κατακόρυφης γωνίας δίνεται από τον τύπο:

$$z = \frac{z_1 + \left(400^g - z_2\right)}{2} \tag{3.8}$$

Η τιμή της ζενίθιας γωνίας που υπολογίζεται με τη σχέση (3.8) είναι απαλλαγμένη από οποιαδήποτε σφάλματα γίνονται κατά την ώρα των μετρήσεων.
Αν μετράγαμε σε μοίρες, στις σχέσεις (3.7) και (3.8) αντί 400g θα βάζαμε 360

**Εφαρμογή:** Από σημείο Σ σκοπεύτηκε το Α και μετρήθηκε η κατακόρυφη (ζενίθια) γωνία **z** σε δυο θέσεις τηλεσκοπίου και βρέθηκε: $z_1$= 93.451g και $z_2$= 306.530g. Να βρεθεί η τελική τιμή του **z**.

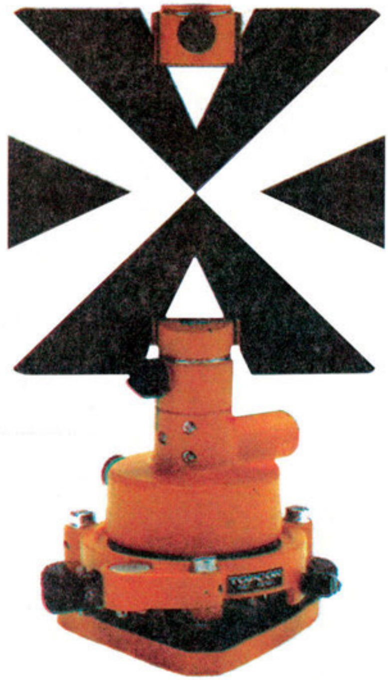
Λύση: Εφαρμόζω τον τύπο (3.8)

$$z = \frac{z_1 + \left(400 - z_2\right)}{2} = \frac{93.451 + \left(400 - 306.530\right)}{2} =$$

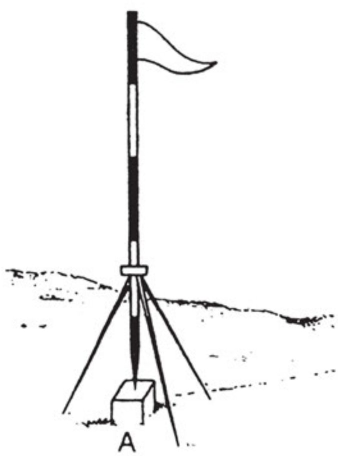
$$= \frac{93.451 + 93.470}{2} = 93.4605g$$

## 1.3.4. ΒΟΗΘΗΤΙΚΑ ΟΡΓΑΝΑ ΣΤΙΣ ΓΩΝΙΟΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Εκτός από τον τρίποδα, όπου τοποθετείται το θεοδόλιχο, ο εξοπλισμός που απαιτείται πολλές φορές για τις μετρήσεις γωνιών, είναι ο ακόλουθος:
α) ακόντια με τον τριποδίσκο στήριξης (σχ. 26)
β) νήμα της στάθμης (λιναίη) (εικ. 3)
γ) ειδικοί στόχοι που τοποθετούνται πάνω σε ακόντια ή τρίποδες (εικ. 13)



Εικ. 13 Ειδικός στόχος για μετρήσεις γωνιών.




Σχ. 26 Ακόντιο με το τριποδίσκο στήριξης.

## 1.4. ΓΩΝΙΟΜΕΤΡΙΚΗ ΠΥΞΙΔΑ ΜΕΤΡΗΣΗ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑΣ ΓΩΝΙΑΣ

Είναι γνωστό ότι με τη βοήθεια της **μαγνητικής πυξίδας** μπορούμε κάθε στιγμή να βρίσκουμε την κατεύθυνση του Βορρά.

Ο Βορράς που προσδιορίζεται με την πυξίδα είναι ο **μαγνητικός βορράς** όπως αυτός προκύπτει από το **γήινο μαγνητικό πεδίο.**

Εκτός όμως από το μαγνητικό βορρά, στην Τοπογραφία έχουμε το **γεωγραφικό βορρά** και το **βορρά τετραγωνισμού** του χάρτη ή του τοπογραφικού διαγράμματος. Στο σχ. 27 φαίνονται σχεδιασμένες οι τρεις κατευθύνσεις του Βορρά να περνούν από το ίδιο σημείο.

**Ο γεωγραφικός βορράς** προσδιορίζεται από την διεύθυνση του μεσημβρινού (μέγιστος κύκλος της Γήινης σφαίρας, που περνά από τους Πόλους), που αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο σημείο της ΦΓΕ.

**Ο βορράς τετραγωνισμού** αντιστοιχεί προς την κατεύθυνση των θετικών τιμών του άξονα ΟΥ του κρατικού συστήματος αναφοράς των καρτεσιανών συντεταγμένων (δηλαδή είναι παράλληλος με τον άξονα ΟΥ του κανάβου στο τοπογραφικό διάγραμμα).

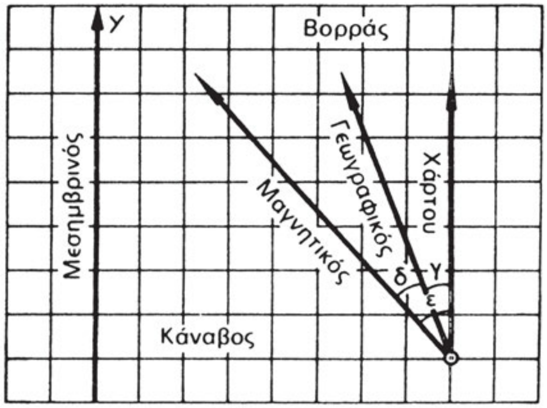
Η μαγνητική πυξίδα που διαθέτει:

α) έναν κύκλο βαθμονομημένο από 0° - 360° (ή από 0 - 400 βαθμούς) με υποδιαιρέσεις π.χ. ανά 0.5 μοίρες και

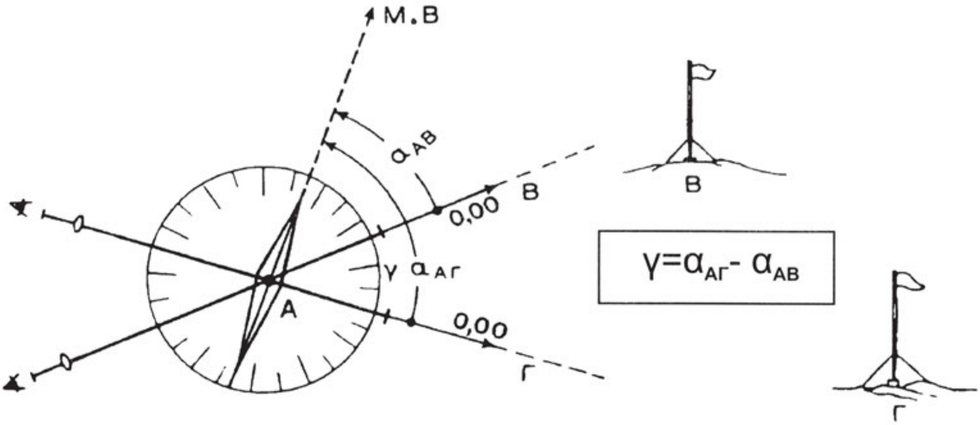
β) μια περιστρεφόμενη σκοπευτική διάταξη, είναι μια **τοπογραφική πυξίδα** με την οποία μπορούμε να μετρήσουμε οριζόντιες γωνίες.

Στο σχ.28 φαίνεται μια τέτοια πυξίδα τοποθετημένη οριζόντια πάνω από το σημείο Α, που είναι η κορυφή της γωνίας, καθώς επίσης και οι δυο κατευθύνσεις που ορίζουν τις πλευρές της γωνίας, τις ΑΒ και ΑΓ. Γυρίζοντας τη σκοπευτική διάταξη προς την πρώτη πλευρά της γωνίας διαβάζεται πάνω στον βαθμονομημένο κύκλο το **μαγνητικό αζιμούθιο** αυτής της πλευράς (αΑΒ). Το ίδιο γίνεται και για την ΑΓ (αΑΓ). Η οριζόντια γωνία **γ** θα είναι:

$$\gamma = \alpha_{\text{ΑΓ}} - \alpha_{\text{ΑΒ}} \qquad (3.9)$$




*Σχ. 27 Τοπογραφικό διάγραμμα με σχεδιασμένο τον κάναβο και τις διευθύνσεις του γεωγραφικού και του μαγνητικού βορρά.*




*Σχ. 28 Μέτρηση της οριζόντιας γωνίας **γ** με τοπογραφική πυξίδα.*

## 1.5. ΚΛΙΣΙΜΕΤΡΟ - ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗΣ ΓΩΝΙΑΣ

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενο εδάφιο, με το **κλισίμετρο** μπορούμε να μετρήσουμε μόνο κατακόρυφες γωνίες και ειδικότερα τις **γωνίες ύψους.** Στο σχ. 29 παρουσιάζεται ένας τύπος κλισιμέτρου. Η βάση του τοποθετείται πάνω στην επιφάνεια της οποίας θέλουμε να βρούμε την κλίση ενώ το μοιρογνωμόνιο του κλισιμέτρου ταυτίζεται με το κατακόρυφο επίπεδο. Το νήμα της στάθμης (ή λιναίη), που είναι προσαρμοσμένο στο κλισίμετρο, αφού σταθεροποιηθεί υλοποιώντας τη διεύθυνση της κατακορύφου, περνά από μια συγκεκριμένη ένδειξη του μοιρογνωμονίου, η οποία αντιπροσωπεύει την γωνία ύψους **υ** της επιφάνειας. Η κλίση της επιφάνειας σύμφωνα με όσα έχουμε πει στα προηγούμενα θα είναι:

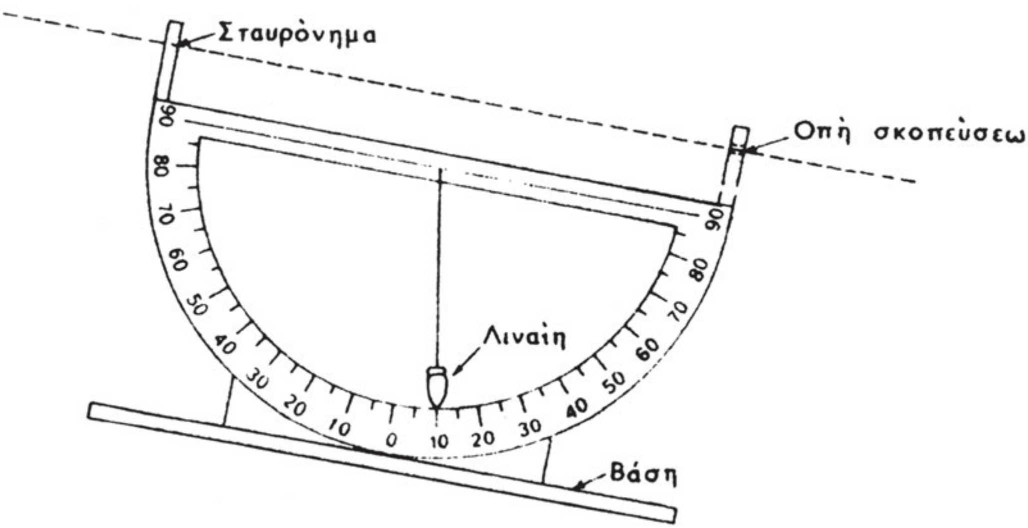
$$\kappa = \varepsilon\varphi\upsilon \qquad (3.10)$$

ή με τη μορφή:

$$\kappa\ \% = 100 \cdot \varepsilon\varphi\upsilon \qquad (3.11)$$

**Εφαρμογή:** έστω υ = $15^{o}.5$ τότε εφυ = 0.277, άρα κ = 0.277 και ν κ% = 0.277100 = 27.7%.

Αν θέλουμε να βρούμε την κλίση μιας γραμμής που ενώνει δυο σημεία, μπορούμε, κρατώντας το κλισίμετρο να σταθούμε πάνω στο ένα σημείο και με τη βοήθεια της απλής σκοπευτικής διάταξης που διαθέτει, να σκοπεύσουμε το άλλο σημείο. Μετά με τον τρόπο που περιγράφτηκε, να μετρήσουμε τη γωνία ύψους και να υπολογίσουμε την κλίση.



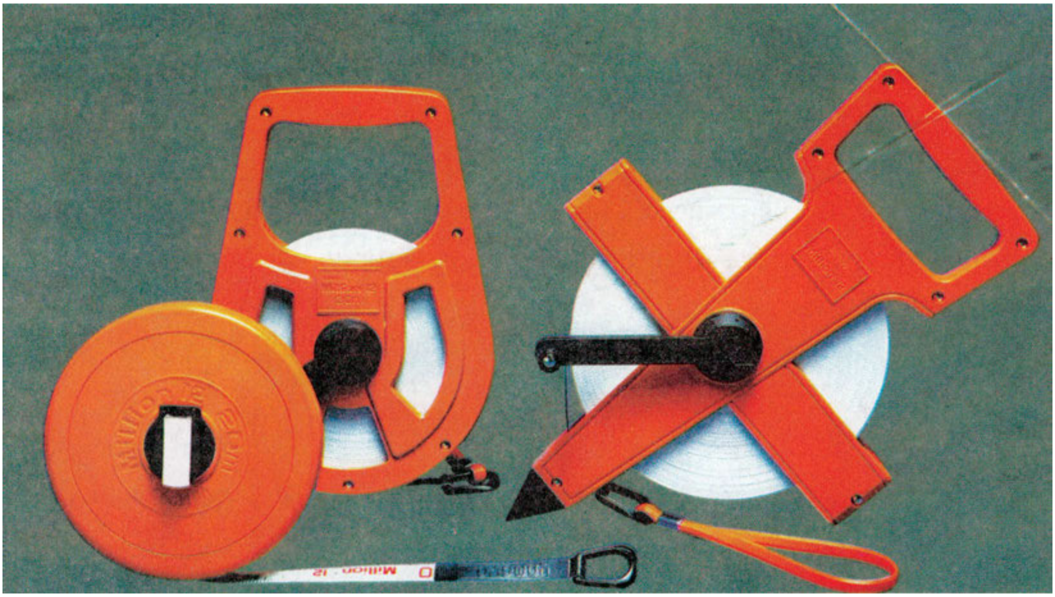

*Σχ.29 Ένας απλός τύπος κλισιμέτρου.*

## 2. ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΗΚΩΝ

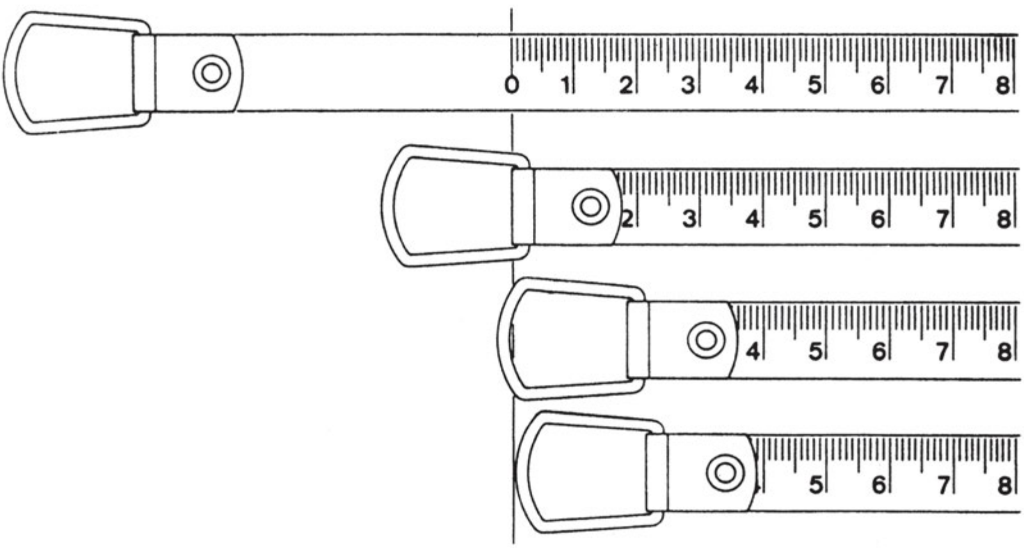
Τα μήκη που χρειάζεται να μετρήσουμε, μπορεί να είναι κεκλιμένα ή οριζόντια (οριζόντιες αποστάσεις).
Ένα μήκος μπορεί να μετρηθεί άμεσα ή έμμεσα.
**Άμεσος** τρόπος μέτρησης ενός μήκους, είναι η σύγκρισή του με ένα άλλο γνωστό μήκος, όπως π.χ. συμβαίνει στις μετρήσεις με **μετροταινία.**
**Έμμεσος** τρόπος μέτρησης ενός μήκους, είναι να μετριούνται άλλα μεγέθη και το μήκος που μας ενδιαφέρει να προκύπτει έμμεσα, μετά από τους κατάλληλους υπολογισμούς.

### 2.1. ΑΜΕΣΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΗΚΩΝ - ΜΕΤΡΟΤΑΙΝΙΑ

Η **μετροταινία** είναι ένα βασικό τοπογραφικό όργανο με το οποίο γίνεται η **άμεση ή μηχανική** μέτρηση του μήκους.
Οι μετροταινίες που διατίθενται στο εμπόριο είναι κατασκευασμένες από χάλυβα, πλαστικό ή Fiberglass. Οι μεταλλικές μετροταινίες χρησιμοποιούνται για μετρήσεις με απαιτήσεις μεγάλης ακρίβειας. Οι μετροταινίες από άλλα υλικά είναι φθηνότερες και χρησιμοποιούνται σε όλες τις τρέχουσες τοπογραφικές εργασίες.
Συνήθως οι μετροταινίες είναι περιτυλιγμένες σε τύμπανα και μέσα σε ειδικές θήκες (εικ. 14) και τυλίγονται σ' αυτά μετά τη χρήση τους.
Τα συνηθισμένα μήκη των μετροταινιών είναι από 20 έως 50μ, ενώ μπορεί για ειδικές χρήσεις να χρησιμοποιηθούν και μετροταινίες των 100μ. Οι υποδιαιρέσεις ποικίλλουν και ανάλογα με τη χρήση, είναι ανά 1cm, 0.5cm ή και ανά 1 mm.
Όταν τις ξετυλίξουμε, το ένα άκρο είναι σταθεροποιημένο στο τύμπανο, ενώ το άλλο, το πλησιέστερο προς την μηδενική ένδειξη, έχει έναν κρίκο από τον οποίο μπορεί να αναρτηθεί. Η αρχή των ενδείξεων πάνω στη μετροταινία (δηλ. η μηδενική ένδειξη) μπορεί σε σχέση με τον κρίκο να έχει τις θέσεις που φαίνονται στην εικ. 15.
Τα μήκη που μετράμε με την μετροταινία είναι κεκλιμένα ή οριζόντια.



Εικ. 14 Διάφοροι τύποι μετροταινιών.

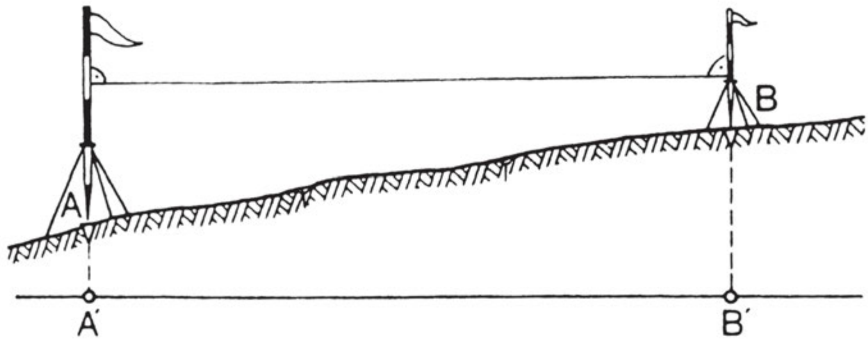



Εικ. 15 Η θέση της μηδενικής ένδειξης στη μετροταινία σε σχέση με τον κρίκο ανάρτησης.

Η μέτρηση ενός **κεκλιμένου μήκους** είναι μια απλή διαδικασία για δύο μετρητές. Ξετυλίγοντας την μετροταινία ο ένας από τους δυο μετρητές κρατάει τον κρίκο και φέρει την μηδενική ανάγνωση πάνω από το ένα σημείο, ενώ ο άλλος διαβάζει, στο άλλο άκρο, το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος.
Η μέτρηση με την μετροταινία ενός οριζόντιου μήκους είναι μια συνηθισμένη τοπογραφική εργασία αλλά απαιτεί ειδικούς χειρισμούς και διαδικασίες που θα παρουσιάσουμε στα επόμενα.

## 2.1.1. ΜΕΤΡΗΣΗ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΝ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ

Υπενθυμίζεται ότι η οριζόντια απόσταση μεταξύ δυο σημείων είναι το μέτρο του ευθυγράμμου τμήματος, που ενώνει τις προβολές των σημείων πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Επομένως, για να μπορέσουμε να μετρήσουμε την οριζόντια απόσταση μεταξύ δυο σημείων, πρέπει η μετροταινία κατά την διαδικασία της μέτρησης να είναι σε οριζόντια θέση.
Αν τα σημεία βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, τότε πολύ εύκολα η μετροταινία απλώνεται πάνω στην οριζόντια επιφάνεια και μετράει το μήκος.
Συνήθως όμως τα σημεία δεν βρίσκονται πάνω στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο (δεν έχουν δηλαδή το ίδιο υψόμετρο). Σε τέτοιες περιπτώσεις, η μέτρηση της οριζόντιας απόστασης γίνεται με τον ακόλουθο τρόπο.
Τα σημεία επισημαίνονται με κατακόρυφα ακόντια τοποθετημένα πάνω σ' αυτά. Έτσι υλοποιείται η **ευθυγραμμία** που ορίζεται από τα δυο σημεία.
Μετά ο ένας από τους μετρητές κρατάει τον κρίκο της μετροταινίας στο ένα ακόντιο και ο άλλος την ξετυλίγει μέχρι το δεύτερο ακόντιο. Με τη βοήθεια ενός τρίτου, που κρατάει το νήμα της στάθμης και παρατηρεί τη θέση της μετροταινίας σε σχέση με το κατακόρυφο νήμα, οριζοντιώνεται η μετροταινία (έρχεται σε κάθετη θέση σε σχέση με το νήμα) και λαμβάνεται η ένδειξη.
Στο Σχ. 30, που παριστάνει μια κατακόρυφη τομή του εδάφους, φαίνεται η θέση των ακοντίων σε μια ευθυγραμμία, καθώς επίσης και η οριζόντια θέση της μετροταινίας, που είναι κάθετη στα δυο κατακόρυφα ακόντια.

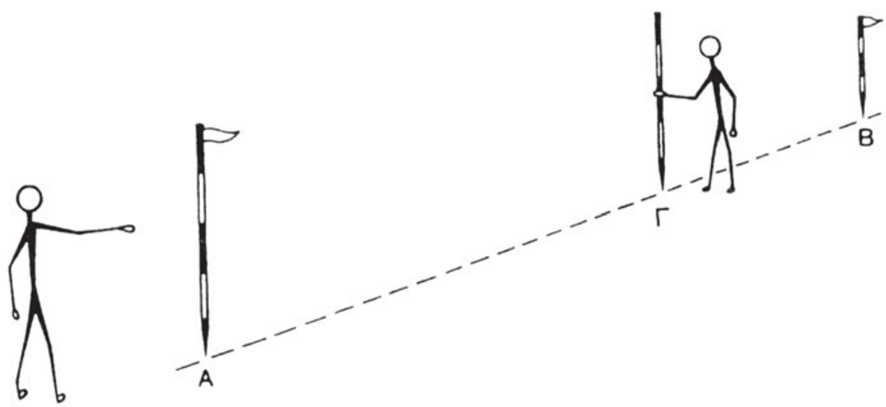



*Σχ. 30 Η μετροταινία μετράει την οριζόντια απόσταση Α΄Β΄ μεταξύ των σημείων Α και Β.*

Αν οι μετρητές είναι μόνο δυο, τότε ο ένας κρατά σταθερά την αρχή της μετροταινίας πάνω στο ακόντιο και ο άλλος παίρνει ενδείξεις στη μετροταινία σε διάφορες θέσεις καθ' ύψος του δευτέρου ακοντίου. Η μικρότερη ένδειξη που θα σημειωθεί είναι το οριζόντιο μήκος.

Αν το μήκος μεταξύ των δυο σημείων είναι μεγαλύτερο από τη μετροταινία, η μέτρηση της απόστασης γίνεται τμηματικά, αφού γίνει η λεγόμενη **πύκνωση της ευθυγραμμίας** (θα μιλήσουμε γι' αυτήν αναλυτικά σε επόμενο κεφάλαιο).
Στο σχ.31 παρουσιάζεται αυτή η περίπτωση: μεταξύ των δυο ακραίων ακοντίων έχει τοποθετηθεί κατακόρυφα ένα τρίτο και βρίσκεται ταυτόχρονα στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με αυτά. Αυτό σημαίνει ότι, αν τα προβάλλουμε στο οριζόντιο επίπεδο οι προβολές τους θα ανήκουν στην ίδια ευθεία. Η τοποθέτηση του ακοντίου ανάμεσα στα άλλα δυο, όπως θα δούμε στα επόμενα, μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους αλλά στη συγκεκριμένη περίπτωση μπορεί να γίνει με το μάτι, χωρίς βοηθητικό όργανο.
Όταν γίνει η πύκνωση, η μέτρηση γίνεται τμηματικά όπως και στην προηγούμενη περίπτωση (σχ. 30). Το συνολικό μήκος είναι το άθροισμα των επί μέρους τμημάτων.

**Σε όλες τις περιπτώσεις η μέτρηση του μήκους γίνεται δύο φορές εναλλάσσοντας τα άκρα της μετροταινίας.**




*Σχ. 31 Τοποθέτηση του τρίτου ακοντίου στην ευθυγραμμία.*

## 2.2. ΕΜΜΕΣΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΜΗΚΩΝ - ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΗΚΟΥΣ

Ένα μήκος μπορεί να προσδιορισθεί και με έμμεσο τρόπο, αφού μετρηθούν άλλα στοιχεία, τα οποία μετά από κατάλληλους υπολογισμούς, μας δίνουν το μήκος που μας ενδιαφέρει.

Μια περίπτωση έμμεσης μέτρησης του μήκους, είναι η μέτρηση με ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, χρησιμοποιώντας ειδικά ηλεκτρονικά όργανα.

Τα όργανα αυτά είναι γνωστά διεθνώς με την αγγλική ονομασία τους **EDM**.

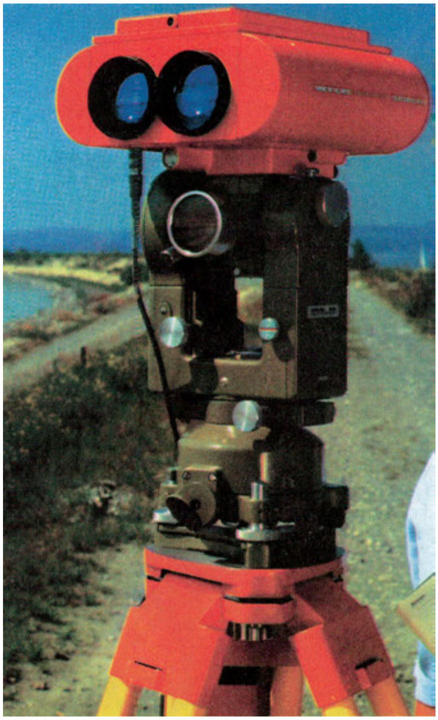
Η ονομασία αυτή προέρχεται από τα αρχικά των αγγλικών λέξεων **E**lectromagnetic **D**istance **M**easurement. Διαδόθηκαν πολύ κατά τις δεκαετίες 1960 - 1990.

Η ιδέα της κατασκευής τους προέρχεται από τα Radar που χρησιμοποιήθηκαν κατά τον Β΄ Παγκόσμιο Πόλεμο.

Υπήρξε στο παρελθόν μεγάλη ποικιλία τέτοιων οργάνων, που διακρίνονταν από το είδος της ακτινοβολίας που χρησιμοποιούσαν και από τη μέγιστη απόσταση (βεληνεκές) που μπορούσαν να μετρήσουν (ορισμένα είχαν τη δυνατότητα να μετρήσουν μέχρι και 100 km).

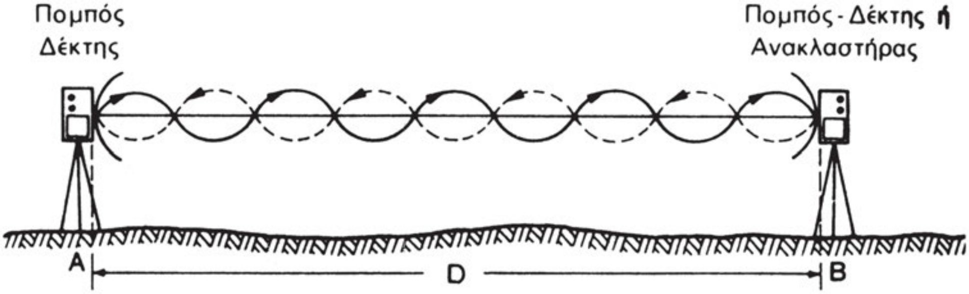
Τα τελευταία χρόνια μετά την ανάπτυξη των δορυφορικών συστημάτων (GPS) η παραγωγή των EDM περιορίστηκε κυρίως σε όργανα που μπορούν να μετρήσουν μήκη μέχρι 5 - 6 km. Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που χρησιμοποιείται σ' αυτά είναι υπέρυθρη και μπορούν να συνδυαστούν με το θεοδόλιχο για την παράλληλη μέτρηση οριζοντίων και κατακόρυφων γωνιών. Συνδυασμοί θεοδόλιχων και EDM φαίνονται στις εικόνες 16 και 17.


*Εικ. 16 Ψηφιακό θεοδόλιχο με EDM της εταιρείας Sokkisha.*



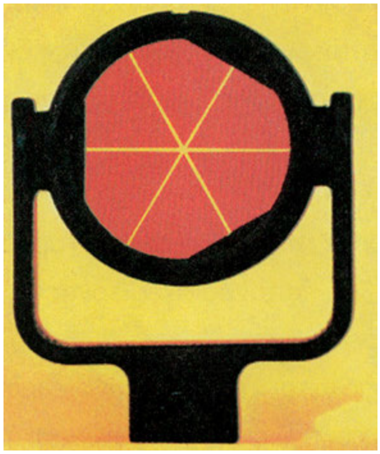
Εικ. 17 Συμβατικό θεοδόλιχο με EDM της Leica (WILD).

Η αρχή λειτουργίας των οργάνων αυτών είναι η εξής:
Έστω ότι θέλουμε να μετρήσουμε το μήκος ΑΒ (σχ. 32).
Από το όργανο που βρίσκεται στο σημείο Α εκπέμπεται μια διαμορφωμένη ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, της οποίας η συχνότητα και το μήκος




Σχ. 32 Διάταξη που δείχνει την διαδρομή της ακτινοβολίας από τον πομπό μέχρι τον δέκτη και αντιστρόφως.

κύματος είναι γνωστά. Η ακτινοβολία αυτή διαπερνά την ατμόσφαιρα μέχρι το άλλο άκρο του τμήματος AB, όπου βρίσκεται τοποθετημένος ένας ανακλαστήρας, κατασκευασμένος από τρία κάτοπτρα (καθρέφτες) κάθετα μεταξύ τους, ο οποίος έχει την ιδιότητα να στέλνει πίσω την ακτινοβολία παράλληλα με αυτή που δέχεται (γίνεται δηλαδή ανάκλαση της ακτινοβολίας). (εικ. 18)



*Εικ. 18 Ο ανακλαστήρας*

Από το όργανο μετριέται ο χρόνος που απαιτείται για την πορεία της ακτινοβολίας όργανο στόχος (ανακλαστήρας) όργανο.
Είναι γνωστό ότι το φως, όπως και κάθε άλλη ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία μέσα στην ατμόσφαιρα, έχει μια ταχύτητα που πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός στο κενό, δηλαδή $u \cong 300000$ km/ sec.
Με τη μέτρηση του χρόνου **(t)** και την ταχύτητα **(u),** υπολογίζεται το μήκος AB από την απλή σχέση της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης:

$$AB = u \cdot t \qquad (3.12)$$

που αυτόματα εμφανίζεται στην οθόνη του οργάνου.

**Ένα EDM μετρά πάντα κεκλιμένα μήκη.**

Η **χρήση του EDM** είναι πολύ απλή:
Τοποθετείται πάνω σε ένα θεοδόλιχο που έχει κεντρωθεί και οριζοντιωθεί. Με το δικό του στόχαστρο ή με το τηλεσκόπιο του θεοδόλιχου, σκοπεύεται ο κατάλληλα διαμορφωμένος στόχος (όπως αυτός της εικόνας 22) και με το πάτημα ενός πλήκτρου αρχίζει η διαδικασία της μέτρησης. Μετά από λίγα δευτερόλεπτα εμφανίζεται στην οθόνη το αποτέλεσμα της μέτρησης δηλαδή το κεκλιμένο μήκος. Παράλληλα μπορούν να μετρηθούν η οριζόντια και η κατακόρυφη γωνία που αντιστοιχούν σ' αυτή την σκόπευση χρησιμοποιώντας το θεοδόλιχο πάνω στο οποίο έχει τοποθετηθεί το EDM.
Το κεκλιμένο μήκος που εμφανίζεται στην οθόνη του οργάνου μερικές φορές πρέπει να διορθώνεται, στις συνήθεις τοπογραφικές εργασίες, λόγω της σταθεράς του οργάνου και του ανακλαστήρα.
Η τιμή της διόρθωσης αυτής δίνεται από τον κατασκευαστή. Ο απλός χειριστής του οργάνου, ακολουθώντας τις οδηγίες του κατασκευαστή, μπορεί να εισαγάγει την τιμή αυτή στον μικροϋπολογιστή του EDM, ώστε το κεκλιμένο μήκος, που εμφανίζεται στην οθόνη, να είναι ήδη διορθωμένο.

### 2.2.1. ΨΗΦΙΑΚΑ ΘΕΟΔΟΛΙΧΑ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΟΙ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟΙ ΣΤΑΘΜΟΙ

Τα θεοδόλιχα που παράγονται τα τελευταία χρόνια είναι πλήρως ηλεκτρονικά, γνωστά και με την ονομασία **ψηφιακά θεοδόλιχα.**
Η βασική τους διαφορά από τα συμβατικά οπτικο-μηχανικά, είναι ότι οι αναγνώσεις στους δίσκους (οριζόντιο και κατακόρυφο), δεν γίνονται από τον παρατηρητή. Από τη στιγμή που αυτός θα σκοπεύσει το συγκεκριμένο σημείο, οι τιμές της οριζόντιας και της κατακόρυφης γωνίας εμφανίζονται σχεδόν ακαριαία στην οθόνη, ως αποτέλεσμα αυτόματων ηλεκτρονικών διαδικασιών.
**Η διαδικασία μέτρησης και υπολογισμού των γωνιών δεν αλλάζει όταν χρησιμοποιούνται τα ψηφιακά θεοδόλιχα.**
Η εξέλιξη της τεχνολογίας των τοπογραφικών οργάνων, οδήγησε σε περαιτέρω βελτιώσεις και κυρίως στο συνδυασμό ψηφιακού θεοδόλιχου

και EDM σε ένα ενιαίο όργανο.

Έτσι, προέκυψαν οι **ολοκληρωμένοι γεωδαιτικοί σταθμοί,** που είναι γνωστοί και με την αγγλική ονομασία τους **total stations.** Στην ελληνική αγορά λέγονται απλώς **γεωδαιτικοί σταθμοί** (εικ. 19).

Τα πλεονεκτήματα αυτών των οργάνων είναι τα ακόλουθα:

1) Συνδυάζουν το ψηφιακό θεοδόλιχο και το EDM σε ένα ελαφρύ και εύχρηστο όργανο.
2) Με τη σκόπευση και το πάτημα ενός πλήκτρου εμφανίζονται σε οθόνη το μήκος, η ένδειξη του οριζόντιου κύκλου και η κατακόρυφη γωνία.
3) Υπάρχει η δυνατότητα, αν ο χειριστής το επιθυμεί, της αυτόματης καταγραφής των μετρουμένων στοιχείων.
4) Είναι εφοδιασμένα με υπολογιστή και κατάλληλο λογισμικό (προγράμματα) που κάνουν δυνατή την επίλυση διαφόρων βασικών τοπογραφικών προβλημάτων στο ύπαιθρο, την ώρα των μετρήσεων.
5) Έχουν τη δυνατότητα άμεσης σύνδεσης με Ηλεκτρονικό Υπολογιστή. Έτσι, η μεταφορά των μετρήσεων, η επεξεργασία τους και η εξαγωγή των αποτελεσμάτων είναι άμεση (στο χώρο των μετρήσεων), πράγμα απαραίτητο για ορισμένες, εξειδικευμένες, τοπογραφικές εργασίες.

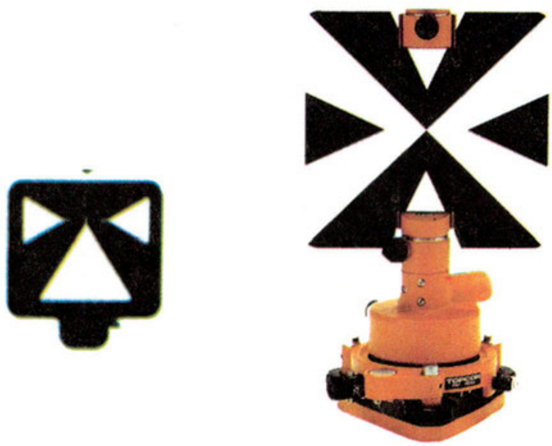
Ο συνδυασμός των παραπάνω ιδιοτήτων έχει σαν αποτέλεσμα την ελάττωση του χρόνου εργασιών στο ύπαιθρο και την χωρίς λάθη μεταφορά των μετρήσεων στον Η/Υ για την παραπέρα επεξεργασία τους. Μετά την επεξεργασία των μετρήσεων και την εξαγωγή των αποτελεσμάτων, τα οποία είναι συντεταγμένες και υψόμετρα, γίνεται η σχεδίαση (στον Η/Υ) και ακολουθεί η αυτόματη εκτύπωση του σχεδίου στην επιθυμητή κλίμακα. Τα πιο εξελιγμένα έχουν τη δυνατότητα παρακολούθησης κινούμενου στόχου και επικοινωνίας παρατηρητή στοχοφόρου. Ο συνδυασμός αυτών των δυο ιδιοτήτων επιτρέπει, όπου αυτό είναι δυνατόν, την εκτέλεση τοπογραφικών εργασιών ακόμα και από ένα μόνο άτομο.

## 2.2.2. ΒΟΗΘΗΤΙΚΟΣ ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΣ

Τα θεοδόλιχα και οι γεωδαιτικοί σταθμοί, τοποθετούνται πάνω σε **τρίποδες** και κεντρώνονται πάνω από τα σημεία στα οποία γίνονται οι μετρήσεις.


*Εικ. 19 Γεωδαιτικοί σταθμοί των εταιρειών Leica (WILD), Sokkisha, Nikon.*

Στα σημεία που σκοπεύονται τοποθετούνται ειδικοί **στόχοι,** στους οποίους έχουν προσαρμοστεί **ανακλαστήρες**. Ο ανακλαστήρας αναφέρεται συχνά και με τις ονομασίες **κατάφωτο** ή **πρίσμα.** Ο στόχος με τον ανακλαστήρα βιδώνονται πάνω σε ένα **ακόντιο** (ή στυλαιό) που έχει και αεροστάθμη, ώστε ο στοχοφόρος, με τη βοήθειά της, να μπορεί να κρατάει κατακόρυφο το ακόντιο.
Τα βοηθητικά αυτά εξαρτήματα φαίνονται στις εικόνες 20,21 και 22.



*Εικ. 20 Στόχοι γωνιομετρήσεων*

*Εικ. 21 Διάφοροι τύποι ανακλαστήρων*

Εικ. 22 Ακόντιο με ανακλαστήρα

## 2.3. ΕΜΜΕΣΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑΣ ΑΠΟΣΤΑΣΗΣ

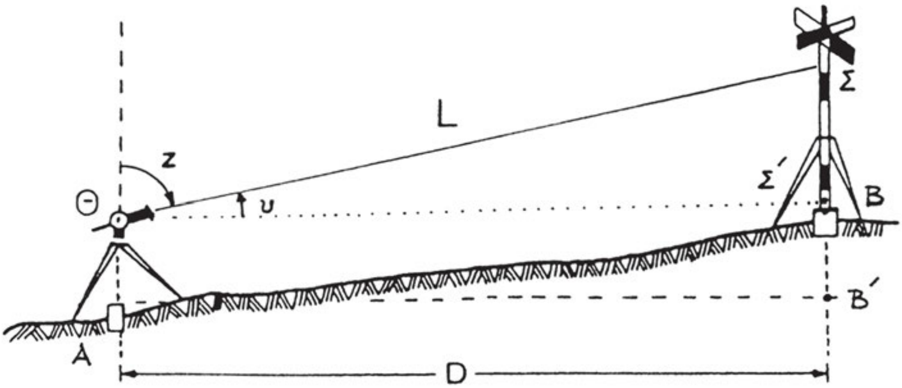
Θα αναφέρουμε ορισμένους τρόπους έμμεσου προσδιορισμού της οριζόντιας απόστασης που δεν έχει μετρηθεί άμεσα με μετροταινία.

**1) Από το κεκλιμένο μήκος και την κατακόρυφη γωνία.**

Στο σχ. 33 παρουσιάζεται η περίπτωση, που από το σημείο Α όπου βρίσκεται τοποθετημένο το μετρητικό όργανο (είτε θεοδόλιχο είναι αυτό είτε γεωδαιτικός σταθμός) έχει σκοπευθεί το σημείο Β, που έχει επισημανθεί με τον κατάλληλο στόχο, ανάλογα με το όργανο που χρησιμοποιείται κάθε φορά. Δηλαδή ο στόχος μπορεί να είναι ένα απλό ακόντιο, ή πάνω σ' αυτό να έχει τοποθετηθεί στόχος με ανακλαστήρα. Από το Α σκοπεύεται το σημείο Σ.

Τα μεγέθη που έχουν μετρηθεί, είναι το κεκλιμένο μήκος ΘΣ (το συμβολίζουμε με το **L**) και η κατακόρυφη γωνία (**z** ή **u**). Το κεκλιμένο μήκος μπορεί να έχει μετρηθεί με μετροταινία ή με το EDM ή με το γεωδαιτικό σταθμό.

Η οριζόντια απόσταση που χρειάζεται να υπολογιστεί, είναι η ΘΣ΄ που είναι ίση με την Α΄Β΄ (συμβολίζεται με **D**), όπως την έχουμε ορίσει προηγουμένως.




*Σχ. 33 Μετριούνται τα μεγέθη L και z για να υπολογιστεί το D.*

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΘΣΣ΄ φαίνεται ότι για τη ΘΣ΄ και την **υ** ισχύει:

$$συνυ = \frac{ΘΣ΄}{ΘΣ} = \frac{Α΄Β΄}{ΘΣ} = \frac{D}{L} \qquad (3.13)$$

και επομένως έχουμε: $D = L \cdot συνυ$ (3.14)

επειδή όμως η ζενίθια γωνία (**z**) και η γωνία ύψους (**υ**) είναι συμπληρωματικές γωνίες ισχύει:

$$D = L \cdot ημz \qquad (3.15)$$

**Εφαρμογή:** Δίνονται τα μετρημένα στοιχεία L=35.28m, z=92.32g. Να υπολογιστούν, η γωνία ύψους υ και η οριζόντια απόσταση D.

Λύση: Η γωνία ύψους είναι συμπληρωματική της ζενίθιας άρα είναι:

$z + υ = 100g \Rightarrow υ = 100g - z \Rightarrow υ = 100g - 92.32g = 7.68g$

η οριζόντια απόσταση είναι {σχέσεις (3.14), (3.15)}:

$D = L \cdot ημz = 35.28m \cdot ημ92.32 = 35.02m$ ή

$D = L \cdot συνυ = 35.28m \cdot συν7.68 = 35.02m$

**2) Από το κεκλιμένο μήκος και την υψομετρική διαφορά.**

Πολλές φορές επίσης, είναι γνωστό το κεκλιμένο μήκος (**L**) και η υψομετρική διαφορά **(ΔΗ)** δυο σημείων όπως φαίνεται στο σχ. 34.
Σε μια τέτοια περίπτωση εφαρμόζεται απλά το Πυθαγόρειο Θεώρημα και υπολογίζεται το μήκος που μας ενδιαφέρει.
Δηλαδή ισχύει:

$$D = \sqrt{L^2 - \Delta H^2} \qquad (3.16)$$

Είναι προφανές ότι η ίδια σχέση εφαρμόζεται και σε κάθε άλλη περίπτωση, που δυο μεγέθη από τα παραπάνω είναι γνωστά και ζητείται να υπολογισθεί το τρίτο μέγεθος.

**Εφαρμογή:** Δίνεται L = 45.73m και ΔΗ = 3.18m. Ζητείται το D.
Λύση: Εφαρμόζεται η σχέση (3.16)

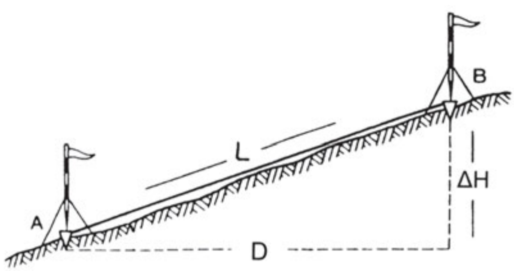
$$D = \sqrt{L^2 - \Delta H^2} = \sqrt{45.73^2 - 3.18^2} =$$

$$= \sqrt{2091.2329 - 10.1124} = \sqrt{2081.1205} = 45.62m$$

όταν ζητείται το ΔΗ:

$$\Delta H = \sqrt{L^2 - D^2} = \sqrt{45.73^2 - 45.62^2} =$$

$$= \sqrt{2091.2329 - 2081.1205} = \sqrt{10.1124} = 3.18m$$




*Σχ. 34 Έχει μετρηθεί το κεκλιμένο μήκος L και η υψομετρική διαφορά ΔΗ.*

## 3. ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΥΨΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ

Πρέπει να τονιστεί, ότι στην Τοπογραφία δεν μετράμε τα υψόμετρα των σημείων, αλλά τις διαφορές των υψομέτρων τους, ή αλλιώς τις **υψομετρικές διαφορές.**
Στο προηγούμενο κεφάλαιο, έχει δοθεί η σχέση που συνδέει τα υψόμετρα με την υψομετρική διαφορά δυο σημείων και είναι φανερό ότι αν είναι γνωστή η διαφορά αυτή και έχει δοθεί σχετικό ή απόλυτο υψόμετρο στο ένα σημείο, εύκολα προσδιορίζεται το υψόμετρο του άλλου σημείου.

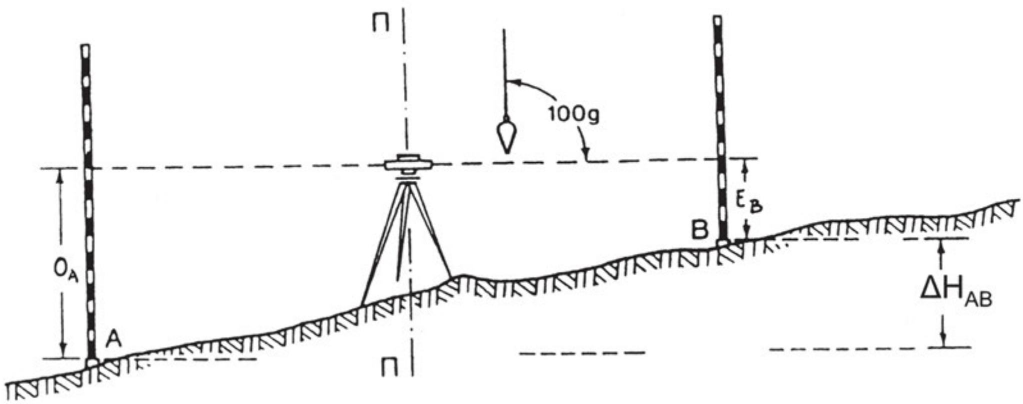
Η μέτρηση των υψομετρικών διαφορών γίνεται κυρίως με δυο μεθόδους:

**1) Της γεωμετρικής χωροστάθμισης** και
**2) Της τριγωνομετρικής υψομετρίας.**

Εκτός από αυτές τις δυο περιπτώσεις θα γίνει σύντομη αναφορά στην **υδραυλική χωροστάθμιση**, που είναι μια συνηθισμένη μέθοδος μεταφοράς υψομέτρου στις οικοδομικές εργασίες, γνωστή και ως η μέθοδος με το **αλφαδολάστιχο.**

### 3.1. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΙΣΗ

Η **γεωμετρική χωροστάθμιση (γ.χ.),** είναι μια άμεση μέθοδος μέτρησης των υψομετρικών διαφορών.
Η ιδέα της μεθόδου είναι πολύ απλή.
Ας φανταστούμε ότι δυο σημεία βρίσκονται σε δυο διαφορετικά οριζόντια επίπεδα (**στάθμες**), όπως φαίνεται και στο σχ. 35.
Η υψομετρική διαφορά μεταξύ των σημείων, είναι η κατακόρυφη απόσταση μεταξύ των δυο οριζοντίων επιπέδων που περνούν από τα δυο σημεία.
Αυτή η απόσταση, που είναι και η ζητούμενη, μπορεί να βρεθεί με τον εξής απλό τρόπο:




*Σχ. 35 Η μοναδιαία γεωμετρική χωροστάθμιση.*

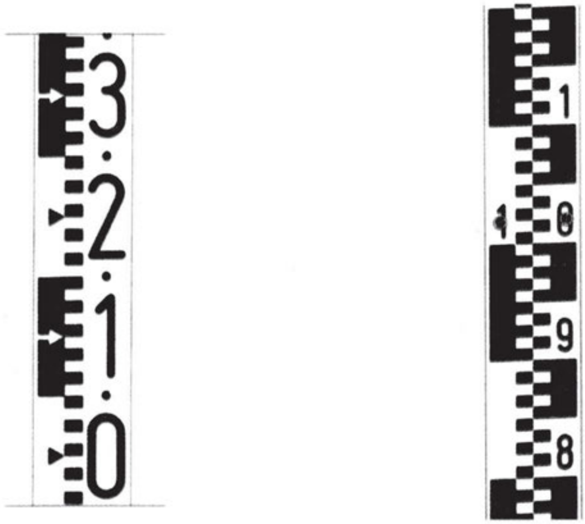
Στα δυο σημεία τοποθετούμε κατακόρυφους πήχεις, που είναι αριθμημένοι και έχουν υποδιαιρέσεις συνήθως ανά 1cm (εικ. 23). Οι πήχεις αυτοί ονομάζονται **σταδίες** και έχουν συνολικό μήκος 3 έως 4m.

Μεταξύ των δυο σταδιών τοποθετείται, πάνω σε τρίποδα, ένα όργανο εφοδιασμένο με τηλεσκόπιο, παρόμοιο με αυτό που έχουν τα θεοδόλιχα, το οποίο έχει την δυνατότητα περιστροφής γύρω από έναν κατακόρυφο άξονα. Το όργανο αυτό λέγεται **χωροβάτης** (εικ. 24).

Η περιστροφή του τηλεσκοπίου του χωροβάτη υλοποιεί ένα νοητό οριζόντιο επίπεδο, που τέμνει τις δυο σταδίες Α και Β σε σημεία που αντιστοιχούν στις ενδείξεις $O_A$ και $E_B$.

Από το σχήμα προκύπτει, ότι η ζητούμενη υψομετρική διαφορά μεταξύ των Α,Β, είναι η διαφορά αυτών των δυο ενδείξεων. Δηλαδή:

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = O_A - E_B \qquad (3.17)$$




*Εικ. 23 Διάφοροι τύποι σταδίων με υποδιαιρέσεις ανά 1cm.*

*Εικ. 24 Ο χωροβάτης.*

Επομένως, η μέθοδος της γεωμετρικής χωροστάθμισης εφαρμόζεται ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα:

1) Τοποθετούμε κατακόρυφα τις σταδίες πάνω στα δυο σημεία.
2) Ο τρίποδας με το χωροβάτη τοποθετείται σε οποιοδήποτε σημείο μεταξύ των δυο σταδιών. Η μόνη επιδίωξη στην επιλογή της θέσης του χωροβάτη, είναι να βρίσκεται σε περίπου ίσες αποστάσεις από τα δυο άλλα σημεία, όχι κατ' ανάγκην στην ίδια ευθεία. Δεν απαιτείται να κεντρωθεί ο χωροβάτης πάνω από το σημείο που θα επιλέξουμε.
3) Γίνεται η οριζοντίωση του χωροβάτη με τρόπο παρόμοιο με αυτόν του θεοδόλιχου. Κάθε χωροβάτης έχει ένα τρικόχλιο και δυο ή μια αεροστάθμες, αναλόγως του αν είναι **απλός** (παλαιότερος τύπος), ή **αυτόματης οριζοντίωσης** αντίστοιχα.
4) Μέσω του τηλεσκοπίου, που έχει σταυρόνημα όπως και τα θεοδόλιχα (εικ. 25), σκοπεύεται (αν επιζητούμε την διαφορά $ΔH_{AB}$) πρώτα η σταδία του σημείου Α και καταγράφεται η πάνω σ' αυτή ένδειξη $O_A$ (ανάγνωση **όπισθεν**) και μετά η σταδία στο Β και λαμβάνεται η ένδειξη $E_B$ (ανάγνωση **έμπροσθεν**). Αν επιζητούμε τη διαφορά $ΔH_{BA}$ τότε γίνεται ακριβώς η αντίστροφη διαδικασία, ή αλλάζουμε το πρόσημο της υψομετρικής διαφοράς $ΔH_{AB}$.

**Μοναδιαία γ.χ.** ονομάζουμε την απλή μέτρηση, που προαναφέραμε, η οποία εφαρμόζεται για δυο σημεία σε κοντινή σχετικά απόσταση, με μικρή υψομετρική διαφορά.

## 3.1.1. Ο ΧΩΡΟΒΑΤΗΣ-ΕΙΔΗ ΧΩΡΟΒΑΤΩΝ

Ο **χωροβάτης,** όπως ήδη έχει λεχθεί, αποτελείται από το τρικόχλιο, μέσω του οποίου γίνεται η οριζοντίωσή του, και από το τηλεσκόπιο. Οι βασικοί άξονες στο χωροβάτη είναι:

1) ο άξονας περιστροφής του τηλεσκοπίου (ΠΠ΄) και
2) ο σκοπευτικός άξονας (ΣΣ΄),

που μετά την οριζοντίωση γίνονται κατακόρυφος και οριζόντιος αντίστοιχα.

Εικ. 25 Η εικόνα που έχουμε όταν σκοπεύουμε τη σταδία με το χωροβάτη. Το οριζόντιο νήμα του σταυρονήματος τέμνει νοητά τη σταδία στην ένδειξη που πρέπει να διαβάσουμε.

Εικ.26 Ο ψηφιακός χωροβάτης Α2000 της Leica.

Εικ.27 Η ειδική σταδία του ψηφιακού χωροβάτη.

Όσον αφορά το σταυρόνημα, μετά την οριζοντίωση, τα δυο νήματα του έχουν την οριζόντια και κατακόρυφη διεύθυνση, αντίστοιχα.
Οι ενδείξεις στη σταδία λαμβάνονται στη θέση που το οριζόντιο νήμα τέμνει οπτικά τη σταδία.
Αυτά είναι τα βασικά μέρη του χωροβάτη, ανεξαρτήτως της εποχής που κατασκευάστηκε και των τεχνολογικών καινοτομιών που έχει.
Ο αρχικός τύπος, ο **απλός χωροβάτης,** είχε δυο αεροστάθμες, μια κυκλικής μορφής (σφαιρική ) για τη χοντρική οριζοντίωση και μια σωληνωτή για την τελική οριζοντίωση του οπτικού άξονα του τηλεσκοπίου και η οποία έπρεπε να ρυθμίζεται πριν από κάθε σκόπευση.
Αργότερα κατασκευάστηκε ο χωροβάτης **«αυτόματης οριζοντίωσης»,** ο οποίος φέρει μόνο μια σφαιρική αεροστάθμη, με την οποία γίνεται η χοντρική οριζοντίωσή του, ενώ με τη βοήθεια οπτικών συστημάτων ο σκοπευτικός άξονας διατηρείται οριζόντιος.
Με την εξέλιξη της τεχνολογίας το επόμενο βήμα στην κατασκευή χωροβατών ήταν οι **ηλεκτρονικοί ή ψηφιακοί χωροβάτες.** Οι χωροβάτες αυτοί μοιάζουν με εκείνους που ονομάσαμε αυτόματης οριζοντίωσης σε ό,τι αφορά το οπτικό μέρος και το σύστημα της σφαιρικής αεροστάθμης, αλλά από την στιγμή που θα σκοπευθεί η σταδία η ένδειξη εμφανίζεται αυτομάτως στην οθόνη, ενώ παράλληλα υπάρχει η δυνατότητα καταγραφής στην ειδική εσωτερική καταγραφική μονάδα του οργάνου (εικ. 26). Ο χωροβάτης αυτός συνοδεύεται από ειδική κωδικοποιημένη σταδία (εικ.27) και λειτουργεί μόνο όταν η σταδία φωτίζεται με φυσικό φως, ή από λαμπτήρες πυρακτώσεως. Με τους χωροβάτες αυτούς αυξήθηκε το μήκος σκόπευσης και αποφεύγονται τα λάθη ανάγνωσης και καταγραφής των μετρήσεων, με αποτέλεσμα την μικρότερη χρονική διάρκεια των εργασιών υπαίθρου και την ασφαλέστερη καταγραφή των μετρήσεων.
Ένα άλλο είδος χωροβάτη, ιδιαίτερα χρήσιμο σε **χωματουργικές εργασίες,** δηλαδή σε **εκσκαφές** ή **επιχωματώσεις**, είναι ο χωροβάτης με ακτίνα **laser.** Ο χωροβάτης αυτός αντί για τηλεσκόπιο έχει μια περιστρεφόμενη συσκευή, η οποία εκπέμπει μια ακτίνα laser κόκκινου χρώματος που παράγεται μέσα στη συσκευή (εικ. 28).



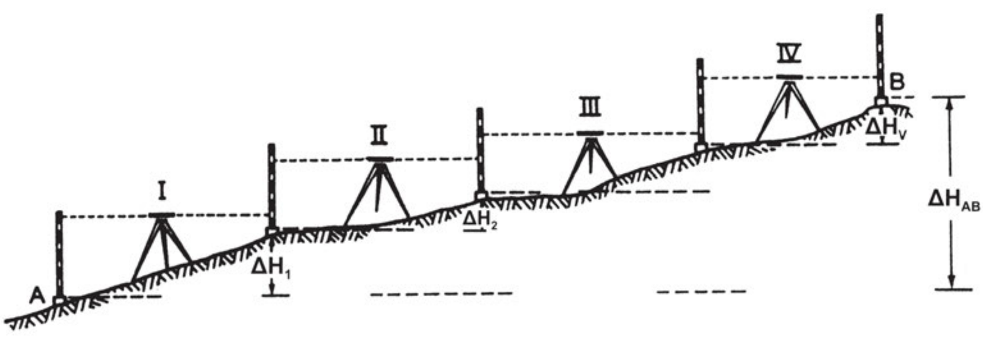

Εικ. 28 Χωροβάτες με ακτίνες laser, Pentax, Sokkisha, WILD.

Καθώς το τμήμα του (οριζοντιωμένου) χωροβάτη με την πηγή του κόκκινου φωτός περιστρέφεται, δημιουργείται ένα οριζόντιο επίπεδο και πάνω στη σταδία εμφανίζεται μια κόκκινη κηλίδα. Έτσι λαμβάνεται η ένδειξη. Τοποθετημένος σε μια σταθερή θέση και δημιουργώντας συνεχώς αυτό το φωτεινό οριζόντιο επίπεδο, μας δίνει τη δυνατότητα, κρατώντας μόνο μια σταδία, να παρακολουθούμε συνεχώς τις χωματουργικές εργασίες κατευθύνοντας τα μηχανήματα μέχρι που οι εκσκαφές ή οι επιχωματώσεις να φθάσουν στο επιθυμητό υψόμετρο.

## 3.1.2. ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΙΚΗ ΟΔΕΥΣΗ

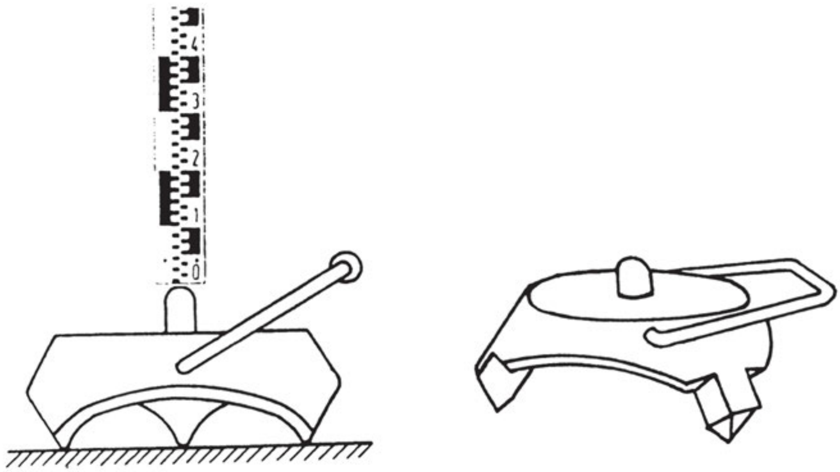
Η **μοναδιαία γ.χ.** δεν μπορεί να εφαρμοστεί όταν:

1) Η απόσταση μεταξύ των σημείων είναι μεγάλη. Συνήθως οι αποστάσεις μεταξύ ενός συνηθισμένου χωροβάτη και της σταδίας δεν μπορεί να ξεπερνούν τα 30-40m. Αυτό άλλωστε επιβάλλεται και από τους ελληνικούς κανονισμούς. Οι αποστάσεις αυτές αυξάνονται περίπου στα 80m, όταν χρησιμοποιείται ψηφιακός χωροβάτης.
2) Η υψομετρική διαφορά των δυο σημείων είναι μεγάλη και δεν μπορεί να καλυφθεί λόγω του περιορισμένου ύψους των σταδιών.




*Σχ. 36 Εφαρμογή της χωροσταθμικής όδευσης.*

Τότε εφαρμόζεται **η χωροσταθμική όδευση,** όπως φαίνεται στο σχ. 36. Επαναλαμβάνεται δηλαδή η μοναδιαία χωροστάθμιση, όσες φορές είναι αναγκαίο για να ολοκληρωθεί η εργασία. Τα ενδιάμεσα σημεία στα οποία δεν είναι απαραίτητο να δοθεί υψόμετρο, υλοποιούνται στο έδαφος με ειδικές μεταλλικές βάσεις που λέγονται **χωροσταθμικές βάσεις** ή **χελώνες** (επειδή μοιάζουν με χελώνες εικ. 29). Πάνω στις βάσεις αυτές τοποθετούνται κατακόρυφα οι σταδίες.



*Εικ. 29 Χωροσταθμικές βάσεις ή χελώνες με σταδία.*

Επομένως, με τη μέθοδο αυτή μετριούνται οι επί μέρους υψομετρικές διαφορές, αφού εφαρμοστούν οι κανόνες της μοναδιαίας γ.χ. που προαναφέρθηκαν, και προστεθούν αλγεβρικά. Δηλαδή:

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \ldots\ldots + \Delta H_\nu \qquad (3.18)$$

Η ίδια εργασία γίνεται και κατά την αντίστροφη φορά, δηλαδή από το Β προς το Α και υπολογίζεται η υψομετρική διαφορά $\Delta H_{BA}$ με τον ίδιο τρόπο. Η υψομετρική διαφορά τώρα έχει αντίθετο πρόσημο από την $\Delta H_{AB}$, αλλά οι απόλυτες τιμές τους ή θα πρέπει να συμπίπτουν ή θα έχουν πολύ μικρή διαφορά (π.χ. 1-2cm για μια χωροσταθμική όδευση μήκους 1km).

Η μέτρηση κατά τη φορά **ΑΒ** είναι η **μετάβαση (aller)** και η αντίστροφη από **ΒΑ** είναι η **επιστροφή (retour).** Στην επιστροφή δεν είναι υποχρεωτικό να χρησιμοποιήσουμε τα ίδια ενδιάμεσα σημεία.

Κατά την χωροσταθμική όδευση συμπληρώνεται το έντυπο 2 που ακολουθεί και στο οποίο γίνονται και οι απαραίτητοι υπολογισμοί.

| ΣΗΜΕΙΑ | ΑΝΑΓΝ. ΟΠΙΣΘΕΝ (0) | ΑΝΑΓΝ. ΕΜΠΡΟΣΘΕΝ (Ε) | ΜΕΡΙΚΗ ΥΨΟΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΑΦΟΡΑ (ΔΗ) | ΥΨΟΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΑΦΟΡΑ $ΔΗ_{ΑΒ}$ | ΤΕΛΙΚΗ ΥΨΟΜΕΤΡΙΚΗ ΔΙΑΦΟΡΑ |
|---|---|---|---|---|---|
| Α→Β | | | | | |
| Α | 1.347 ($O_A$) | | | | |
| 1 | 1.892 ($O_1$) | 1.209 ($E_1$) | +0.138 ($O_A$-$E_1$) | | |
| Β | | 2.507 ($E_B$) | - 0.615 ($O_1$-$E_B$) | - 0.477 (Α→Β) | - 0.472 |
| Β→Α | | | | | |
| Β | 2.810 ($O_B$) | | | | |
| 2 | 1.455 ($O_2$) | 2.190 ($E_2$) | + 0.620 ($O_B$-$E_2$) | | |
| Α | | 1.608 ($E_A$) | - 0.153 ($O_2$-$E_A$) | + 0.467 (Β→Α) | |

*Έντυπο 2 Υπόδειγμα εντύπου καταγραφής των μετρήσεων και υπολογισμού των υψομετρικών διαφορών στη χωροσταθμική όδευση.*

## 3.2. ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΗ ΥΨΟΜΕΤΡΙΑ

Η **τριγωνομετρική υψομετρία** είναι μια έμμεση μέθοδος μέτρησης υψομετρικών διαφορών.

Στη μέθοδο αυτή μετράμε κατακόρυφες γωνίες και μήκη (κεκλιμένα ή οριζόντια) και από αυτά υπολογίζεται η υψομετρική διαφορά.

Στο σχ. 37 παρουσιάζεται μια τομή του εδάφους που περνά από δυο σημεία Α και Β, της ΦΓΕ. Στο Α τοποθετείται το θεοδόλιχο ή ο γεωδαιτικός σταθμός σε τρίποδα, ενώ στο Β τοποθετείται ακόντιο, ή στόχος με ανακλαστήρα αντίστοιχα.
Από το σημείο Θ (που αντιστοιχεί στον δευτερεύοντα άξονα ΔΔ΄ του θεοδόλιχου ή του γεωδαιτικού σταθμού) γίνονται οι μετρήσεις της ζενίθιας γωνίας **z** και του κεκλιμένου μήκους **L**, ή της οριζόντιας απόστασης $\mathbf{D_{AB}}$.
Παράλληλα μετριέται, με μετροταινία, το **ύψος του οργάνου** ΑΘ **(ΥΟ)** και το **ύψος του στόχου** ΒΣ **(ΥΣ).**

Από το σχήμα γίνεται φανερό ότι ισχύει:

$$\Delta H_{AB} = B\text{Α}' = \Sigma\Theta' + \Theta'\text{Α}' - B\Sigma \qquad (3.19)$$

όμως από το ορθογώνιο τρίγωνο ΘΣΘ΄ προκύπτει:

$$\Sigma\Theta' = \Theta\Sigma \cdot \sigma\upsilon\nu z = L \cdot \sigma\upsilon\nu z \qquad (3.20)$$

ενώ Θ΄Α΄= ΘΑ = ΥΟ και ΣΒ = ΥΣ. Άρα έχουμε τη σχέση:

$$\Delta H_{AB} = L \cdot \sigma\upsilon\nu z + \text{ΥΟ} - \text{ΥΣ} \qquad (3.21)$$

ή

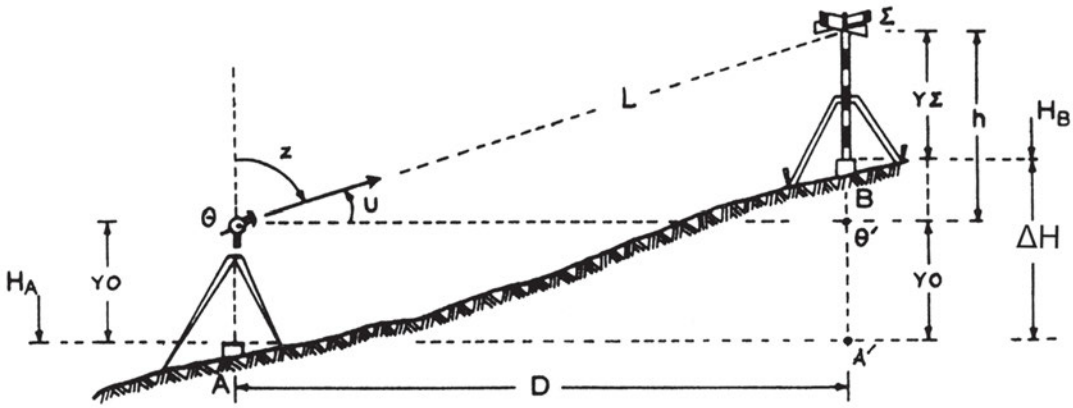
$$\Delta H_{AB} = L \cdot \eta\mu\upsilon + \text{ΥΟ} - \text{ΥΣ} \qquad (3.22)$$

Αν θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε την οριζόντια απόσταση τότε έχουμε:

$$\Delta H_{AB} = \frac{D_{AB}}{\varepsilon\varphi z} + \text{ΥΟ} - \text{ΥΣ} \qquad (3.23)$$

ή

$$\Delta H_{AB} = D_{AB} \cdot \varepsilon\varphi\upsilon + \text{ΥΟ} - \text{ΥΣ} \qquad (3.24)$$




*Σχ. 37 Φαίνονται τα μεγέθη που μετράμε στην τριγωνομετρική υψομετρία.*

**Εφαρμογή:** Μετρήθηκαν L=46.58m, z= 91,62g, YO=1,50m, ΥΣ=1,40m. Ζητούνται: Η οριζόντια απόσταση, η γωνία ύψους και ο υπολογισμός της υψομετρικής διαφοράς με όλους τους τρόπους.

Λύση: 1) Η γωνία ύψους είναι:

$$υ = 100g - 91.62g = 8.38g$$

2) Η οριζόντια απόσταση είναι:

$$D_{AB} = L \cdot ημz = 46.58 \cdot ημ91.62 = 46.58 \times 0.99135 = 46.18m$$

3) Η υψομετρική διαφορά από τα L ,z:

$$ΔH_{AB} = L \cdot συνz + YO - ΥΣ = 46.58 \cdot συν91.62 + 1.5 - 1.4 =$$
$$= 46.58 \times 0.13125 + 1.5 - 1.4 = 6.21m$$

4) Η υψομετρική διαφορά από τα D, υ:

$$ΔH_{AB} = D \cdot εφυ + YO - ΥΣ = 46.58 \cdot εφ8.38 + 1.5 - 1.4 =$$
$$= 46.58 \times 0.1324 + 1.5 - 1.4 = 6.21m$$

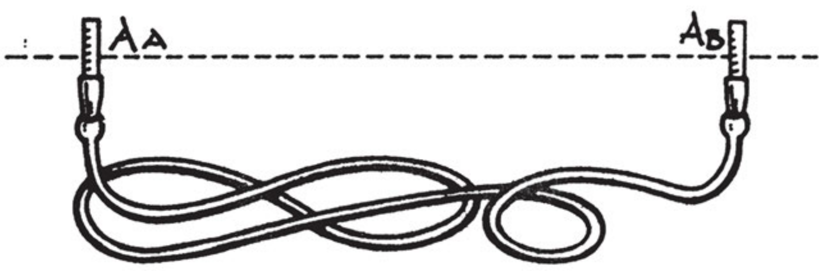
## 3.3 ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΙΣΗ

Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται για μικρές υψομετρικές διαφορές και μικρές αποστάσεις μεταξύ των σημείων. Χρησιμοποιείται συνήθως στην ανέγερση οικοδομών, όπου οι τεχνίτες που φτιάχνουν τον ξυλότυπο (καλούπι) του σκυροδέματος, προσπαθούν με το **αλφαδολάστιχο** να προσδιορίσουν τις **στάθμες,** σε διάφορες θέσεις του ξυλοτύπου.

Η αρχή λειτουργίας ενός τέτοιου συστήματος στηρίζεται στην **αρχή των συγκοινωνούντων δοχείων:** η ελεύθερη επιφάνεια υγρού που βρίσκεται σε διάφορα δοχεία τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με σωλήνα, έχει το ίδιο υψόμετρο. Έτσι, αν στην άκρη του ένας σωλήνας γεμάτος νερό, διαφανής, πλαστικός και εύκαμπτος, είναι αριθμημένος όπως μια μετροταινία (έχει δηλαδή υποδιαιρέσεις π.χ. ανά 1mm), είναι εύκολο να υπολογίζεται άμεσα η υψομετρική διαφορά δυο σημείων (σχ. 38). Αυτό είναι το **τοπογραφικό αλφαδολάστιχο.**

Αν οι ενδείξεις στα άκρα του σωλήνα (πάνω από τα σημεία A και B) είναι $A_A$ και $A_B$ αντίστοιχα, η υψομετρική διαφορά των σημείων είναι:

$$\Delta H_{AB} = A_B - A_A \qquad (3.25)$$




*Σχ. 38 Το τοπογραφικό αλφαδολάστιχο.*

## 3.4. ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΒΑΡΟΜΕΤΡΟΥ ΣΕ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΥΨΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ

Το **βαρόμετρο** είναι ένα όργανο που μετράει την **ατμοσφαιρική πίεση (P).** Υπάρχουν βαρόμετρα γνωστά και με την ονομασία **βαρόμετρα-αλτίμετρα** που μετρούν ταυτόχρονα την πίεση και το **υψόμετρο (H)** του τόπου (εικ. 30).

Η μεταβολή της ατμοσφαιρικής πίεσης εξαρτάται, εκτός των άλλων παραγόντων και από τη μεταβολή του υψομέτρου. Αύξηση του υψομέτρου συνεπάγεται μείωση της ατμοσφαιρικής πίεσης. Από μετρήσεις έχει διαπιστωθεί ότι σε μια σχετικά σταθερή ατμόσφαιρα, μια μεταβολή των 10m στο υψόμετρο συνδέεται με τη μεταβολή της πίεσης (ΔP) ως εξής:

$$\Delta P \cong -1 mmHg/10m$$

Η μονάδα μέτρησης της ατμοσφαιρικής πίεσης είναι το 1 mmHg (1 mm υδραργύρου), ή 1mbar (1 μιλιμπάρ).

Βασιζόμενο λοιπόν σ' αυτήν την αρχή, το βαρόμετρο, μετά από τις κατάλληλες ρυθμίσεις, μπορεί να μας δώσει και υψομετρικές διαφορές ή υψόμετρα, χωρίς βέβαια απαιτήσεις ακριβείας. Η διαδικασία έχει ως εξής:

Τοποθετούμε το βαρόμετρο πάνω από ένα σημείο με γνωστό υψόμετρο και το ρυθμίζουμε ώστε η κλίμακα των υψομέτρων να δείχνει το υψόμετρο του σημείου. Αν το μεταφέρουμε σε άλλο σημείο αγνώστου υψομέτρου, θα δείξει λόγω της μεταβολής της πίεσης άλλη τιμή πίεσης και παράλληλα το αντίστοιχο υψόμετρο του σημείου.


*Εικ. 30 Βαρόμετρο Αλτίμετρο.*

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ III

1) Ποια μεγέθη μετράμε στην τοπογραφία;
2) Τι είναι το θεοδόλιχο και τι μεγέθη μπορούν να μετρηθούν μ' αυτό;
3) Τι ονομάζουμε κέντρωση και τι οριζοντίωση του θεοδόλιχου;
4) Περιγράψτε πώς θα μετρήσετε μια οριζόντια και μια κατακόρυφη γωνία.
5) Ποια μήκη μετράμε και με ποια όργανα μπορούμε να κάνουμε τις μετρήσεις σε κάθε περίπτωση;
6) Πώς μπορούμε με ένα EDM να μετρήσουμε μια οριζόντια απόσταση;
7) Ποιος είναι ο βοηθητικός εξοπλισμός για τη μέτρηση του μήκους ανάλογα με το όργανο που διαθέτουμε;
8) Αναφέρατε τους βασικούς τρόπους μέτρησης των υψομετρικών διαφορών.
9) Περιγράψτε την εφαρμογή της μοναδιαίας γεωμετρικής χωροστάθμισης.
10) Αναφέρατε τον εξοπλισμό που χρησιμοποιείται στη Γ.Χ.
11) Τι πρέπει να μετρήσουμε για να εφαρμόσουμε τη μέθοδο της τριγωνομετρικής υψομετρίας;

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Μετρήστε με το θεοδόλιχο μια οριζόντια και μια κατακόρυφη γωνία.

2) Στην αυλή του σχολείου σας να ορίσετε δυο σημεία Α, Β, που να απέχουν μεταξύ τους περισσότερο από 30 μέτρα. Μετά να κάνετε οπτική πύκνωση της ευθυγραμμίας και να μετρήσετε πρώτα από το Α προς το Β τμηματικά την απόσταση ΑΒ. Κατόπιν κάνοντας νέα πύκνωση με νέο σημείο να εφαρμόσετε την ίδια διαδικασία αλλά από το Β προς το Α. Να συγκρίνετε τα αποτελέσματα.

3) Διαλέξτε δυο σημεία Α, Β, που να μην είναι στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, αλλά να μην έχουν ταυτόχρονα και μεγάλη υψομετρική διαφορά. Μετρήστε με μετροταινία το κεκλιμένο μήκος ΑΒ και με Γ.Χ. την υψομετρική διαφορά τους. Να υπολογίσετε την οριζόντια απόσταση Α Β και μετά την κλίση της ευθείας ΑΒ.

4) Χρησιμοποιώντας τα δυο προηγούμενα σημεία τοποθετήστε στο Α ένα θεοδόλιχο και στο Β ένα ακόντιο. Μετρήστε μια κατακόρυφη γωνία μήκος από τον άξονα περιστροφής του θεοδόλιχου μέχρι το σημείο σκόπευσης στο ακόντιο. Μετρήστε το ΥΟ και το ΥΣ. Υπολογίστε: α) την οριζόντια απόσταση ΑΒ, β) την υψομετρική διαφορά των Α και Β. Να συγκρίνετε τα αποτελέσματα με τα αντίστοιχα της προηγούμενης άσκησης.

5) Μετρήθηκαν: $L_{ΑΒ}$=123.15m, z = 90.562g, ΥΟ = 1.45m, ΥΣ=1.75m
$L_{ΑΓ}$= 67.05m, z = 103.084g, ΥΟ = 1.45m, ΥΣ= 2.00m
η οριζόντια γωνία ΒΑΓ = 49.206g.

Ζητούνται: α) Οι οριζόντιες αποστάσεις ΑΒ και ΑΓ.
β) Οι υψομετρικές διαφορές $Δh_{ΑΒ}$ και $Δh_{ΑΓ}$.
γ) Η υψομετρική διαφορά $Δh_{ΒΓ}$.
δ) Η οριζόντια απόσταση ΒΓ.
ε) Η κλίση της ΒΓ.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV

## ΑΠΛΕΣ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με απλά τοπογραφικά προβλήματα και τις πρακτικές επιλύσεις τους, με τη βοήθεια των οργάνων που περιγράψαμε πριν και την εφαρμογή απλών γεωμετρικών μεθόδων.
Πιο συγκεκριμένα θα εξετάσουμε την:
**α) πύκνωση - επέκταση ευθυγραμμιών**
**β) χάραξη κάθετων γραμμών.**
**γ) χάραξη ευθείας παράλληλης προς δοσμένη ευθεία.**

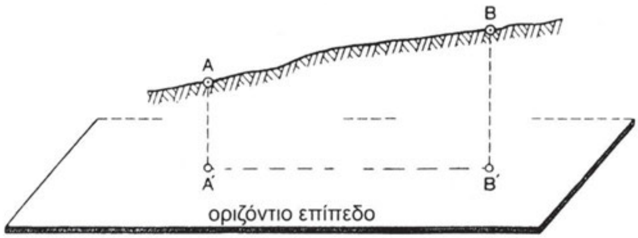
### 1. ΠΥΚΝΩΣΗ - ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΙΑΣ

Με τον όρο **ευθυγραμμία,** εννοούμε την ευθεία που ορίζεται από δύο σημεία της ΦΓΕ. Αν τα σημεία αυτά προβληθούν στο οριζόντιο επίπεδο, όπως έχουμε πει, οι προβολές τους ορίζουν την προβολή της ευθείας στο οριζόντιο επίπεδο (ορθή προβολή). Στο σχ. 39 φαίνονται δυο τέτοια σημεία τα Α και Β.
Λέμε ότι ένα άλλο σημείο βρίσκεται στην ευθυγραμμία ΑΒ, όταν η προβολή του στο οριζόντιο επίπεδο ανήκει στην οριζόντια προβολή της ευθείας ΑΒ.
Η τοποθέτηση του τρίτου σημείου μέσα στην ευθυγραμμία, μεταξύ δηλαδή των δυο αρχικών σημείων, λέγεται **πύκνωση της ευθυγραμμίας** ενώ η τοποθέτησή του εκτός αυτής λέγεται **επέκταση της ευθυγραμμίας.**
Στα επόμενα θα αναφέρουμε τους τρόπους (και τα όργανα) με τους οποίους επιτυγχάνεται η επέκταση ή πύκνωση μιας ευθυγραμμίας.

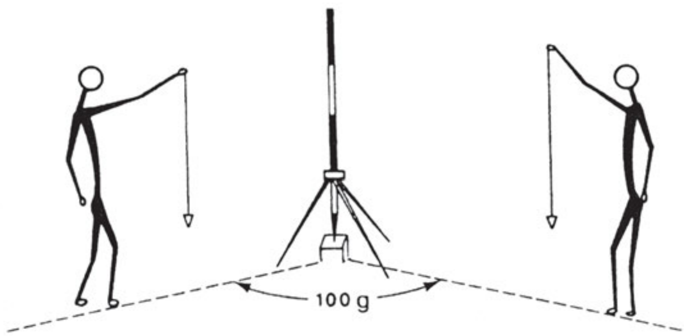
## 1.1 ΠΥΚΝΩΣΗ - ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΙΑΣ ΜΕ ΑΠΛΑ ΜΕΣΑ

### Α. Οπτική τοποθέτηση σημείων.

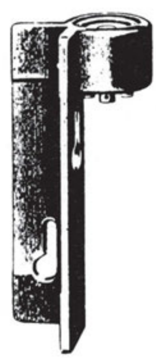
Η πιο απλή, αλλά και λιγότερο ακριβής, μέθοδος πύκνωσης ή επέκτασης της ευθυγραμμίας, είναι **η οπτική**. Είναι εύκολη η εφαρμογή της σε σχετικά επίπεδα εδάφη με μικρές κλίσεις.




*Σχ. 39 Ορθή προβολή των σημείων μιας ευθυγραμμίας.*




*Σχ. 40 Ένα ακόντιο είναι κατακόρυφο όταν ταυτίζεται με τη λιναίη.*



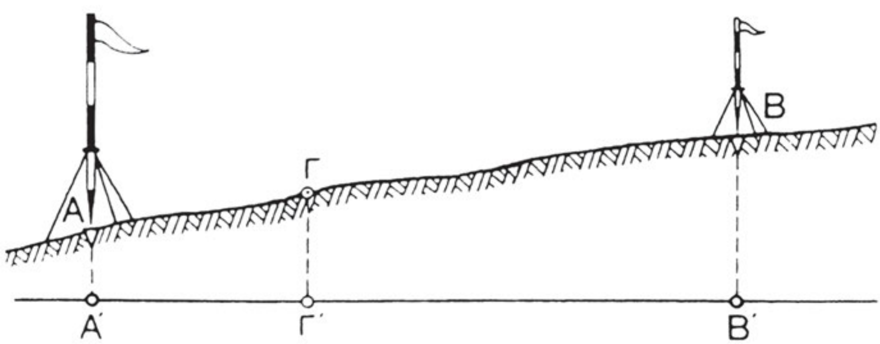
*Εικ. 31 Ειδική σφαιρική αεροστάθμη για την κατακορύφωση των ακοντίων.*

Σ' αυτήν την περίπτωση τα δύο σημεία Α, Β, που ορίζουν την ευθυγραμμία υλοποιούνται (επισημαίνονται) στο έδαφος με δύο ακόντια. Τα ακόντια τοποθετούνται κατακόρυφα με τη βοήθεια του νήματος της στάθμης (σχ. 40), ή με τη βοήθεια μιας ειδικής σφαιρικής αεροστάθμης που μπορεί να προσαρμοσθεί πάνω σε αυτά (εικ. 31).

Στο σχ. 41 φαίνεται η προβολή της ευθυγραμμίας πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Έστω ότι θέλουμε να πυκνώσουμε την ευθυγραμμία με ένα τρίτο σημείο Γ. Τότε ένας από τους παρατηρητές τοποθετείται σε μια θέση 3-4 m από το Α και με τη βοήθεια του ματιού του προσπαθεί, μετακινούμενος δεξιά ή αριστερά, να φέρει σε σύμπτωση τα δυο ακόντια οπότε το μάτι του και τα δυο ακόντια θα βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Ένας δεύτερος στοχοφόρος κρατώντας κατακόρυφα ένα τρίτο ακόντιο μετακινείται δεξιά - αριστερά σε σχέση με την ευθυγραμμία μέχρις ότου ο πρώτος παρατηρητής δει ότι το τρίτο ακόντιο  συμπίπτει με τα άλλα δυο (σχ.31). Έτσι, σημειώνεται στο έδαφος το νέο σημείο Γ.

Αν θέλουμε τώρα το τρίτο σημείο να απέχει ορισμένη απόσταση από το Α, απλώνουμε τη μετροταινία από το Α μέχρι το Γ υλοποιώντας την ευθυγραμμία ΑΓ στο έδαφος, μετράμε το μήκος που θέλουμε και τοποθετούμε το σημείο στη νέα θέση.

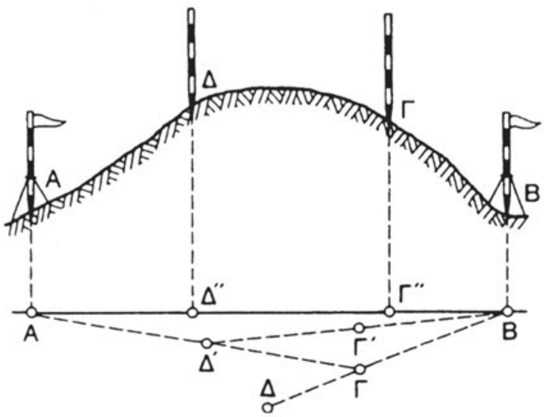
Με τον ίδιο τρόπο γίνεται και η επέκταση της ευθυγραμμίας π.χ. προς τη μεριά του Β.



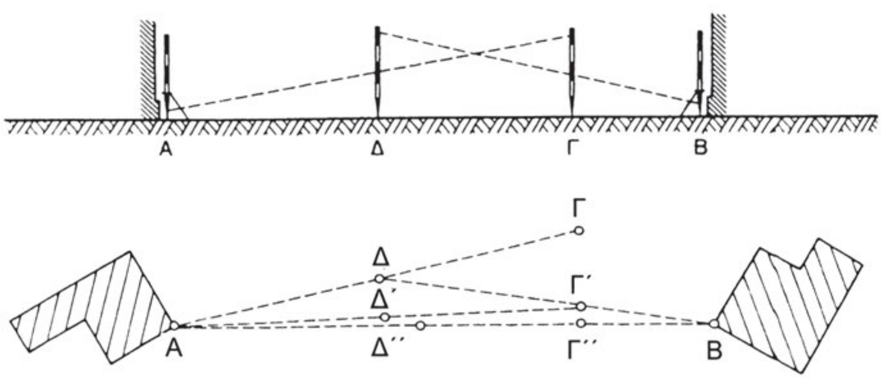

*Σχ. 41 Οπτική πύκνωση ευθυγραμμίας.*

**Β. Με ακόντια και διαδοχικές προσεγγίσεις.**

Στην περίπτωση που τα σημεία Α, Β δεν είναι ορατά μεταξύ τους λόγω παρεμβολής κάποιου εμποδίου (σχ. 42) ή επειδή είναι γωνίες δυο κτιρίων (σχ. 43) και δεν είναι δυνατόν κάποιος να τοποθετηθεί σε τέτοια θέση ώστε να επιτύχει την πύκνωση με τον τρόπο που περιγράψαμε προηγουμένως εφαρμόζεται η μέθοδος των **διαδοχικών προσεγγίσεων.** Και στα δύο σχήματα έχουν σχεδιαστεί μαζί η τομή του εδάφους και η οριζόντια προβολή της ευθυγραμμίας.




*Σχ. 42 Τρόπος πύκνωσης ευθυγραμμίας όταν παρεμβάλλεται εμπόδιο.*




*Σχ. 43 Τρόπος πύκνωσης ευθυγραμμίας όταν τα άκρα της είναι γωνίες κτιρίων.*

Ας υποθέσουμε ότι τα δυο σημεία είναι δυο γωνίες κτιρίων. Χρησιμοποιούμε δύο επιπλέον ακόντια για να εκτελέσουμε τις εργασίες με την ακόλουθη σειρά:

α) Τοποθετούμε το ακόντιο σε τυχαίο σημείο Γ.

β) Με το τέταρτο ακόντιο βρίσκουμε σημείο Δ μέσα στην ευθυγραμμία ΑΓ με τη μέθοδο που περιγράψαμε προηγουμένως κοιτάζοντας πίσω από το Γ.

γ) Μετακινούμε το ακόντιο από το Γ σε νέα θέση Γ΄ μέσα στην ευθυγραμμία ΒΔ, ελέγχοντας με το μάτι την ευθυγραμμία πίσω από το σημείο Δ.

δ) Μετακινούμε το Δ σε νέα θέση Δ΄ μέσα στην ευθυγραμμία ΑΓ΄ κοκ, μέχρις ότου τα σημεία τελικά λάβουν τις θέσεις Δ΄΄ και Γ΄΄ και διαπιστώσουμε ότι τα σημεία Γ΄΄, Δ΄΄ και Α είναι σε ευθυγραμμία (κοιτάζοντας από το Γ΄΄ προς το Α) αλλά και τα σημεία Δ΄΄, Γ΄΄ και Β είναι σε ευθυγραμμία (κοιτάζοντας από το Δ΄΄ προς το Β). Αν αυτό συμβαίνει ταυτόχρονα για τις παραπάνω τριάδες των σημείων, τότε, βάσει των κανόνων της Γεωμετρίας και τα τέσσερα σημεία είναι στην ίδια ευθεία.

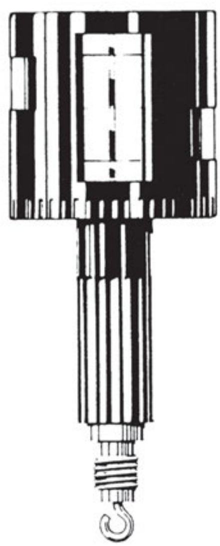
**Γ. Με μετροταινία ή ράμμα.**

Η τοποθέτηση ενός σημείου ανάμεσα στα Α και Β μπορεί να επιτευχθεί επίσης με τη βοήθεια μιας μετροταινίας, όταν επαρκεί το μήκος της για να καλύψει την απόσταση ΑΒ, ή σε αντίθετη περίπτωση, με ένα λεπτό σχοινί (σπάγκος) γνωστό στην τεχνική διάλεκτο με το όνομα “ράμμα”. Χρησιμοποιώντας αυτά τα μέσα έχουμε άμεση υλοποίηση της ευθυγραμμίας στο έδαφος, είναι ορατή δηλαδή η ευθεία που δημιουργούν τα δυο σημεία. Έτσι, μετακινούμενοι κατά μήκος της μετροταινίας ή του ράμματος, τοποθετούμε το σημείο στην επιθυμητή θέση και σε δοσμένη απόσταση από το Α.

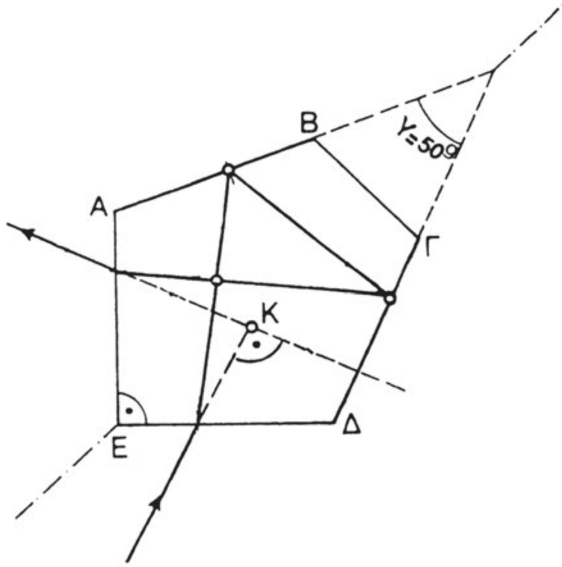
Με την ίδια διαδικασία γίνεται και η επέκταση: αφού τοποθετήσουμε τη μετροταινία ή το ράμμα έτσι ώστε να περνά από τα Α και Β την προεκτείνουμε προς την πλευρά που θέλουμε να επιτύχουμε την επέκταση. Αυτός ο τρόπος εφαρμόζεται σε εδάφη που δεν παρουσιάζουν εμπόδια (π.χ, δέντρα, θάμνους κλπ), αλλά με σχετικά μεγαλύτερες κλίσεις από την προηγούμενη περίπτωση.

## 1.2 ΠΥΚΝΩΣΗ ΜΕ ΟΡΘΟΓΩΝΟ

Το **ορθόγωνο** είναι ένα τοπογραφικό όργανο, το οποίο για πολλές δεκαετίες χρησιμοποιήθηκε ως βασικό όργανο χάραξης ευθυγραμμιών (πύκνωσης ή επέκτασης) και χάραξης ορθών γωνιών, όπως θα δούμε στα επόμενα.
Με το **διπλό ορθόγωνο** μπορούν να γίνουν και οι δυο αυτές εργασίες.
Ένα διπλό ορθογώνιο φαίνεται στην εικ. 32. Αποτελείται από δύο πρίσματα, τοποθετημένα το ένα πάνω από το άλλο, που η οριζόντια τομή τους δίνει την εικόνα ενός πενταγώνου, όπως στο σχ. 44. Τα πρίσματα αυτά έχουν την ιδιότητα λόγω της κατασκευής τους, να εκτρέπουν την ακτίνα φωτός που εισέρχεται σε αυτά κατά 90°. Η όλη κατασκευή είναι τοποθετημένη σε ειδική θήκη. Στο κάτω μέρος της θήκης μπορεί να προσαρμοστεί κατάλληλος στυλαιός (είδος ακοντίου) με αεροστάθμη, ή νήμα της στάθμης (λιναίη), ώστε να είναι δυνατή η προβολή του σημείου στο έδαφος κατά την διεύθυνση της κατακορύφου.

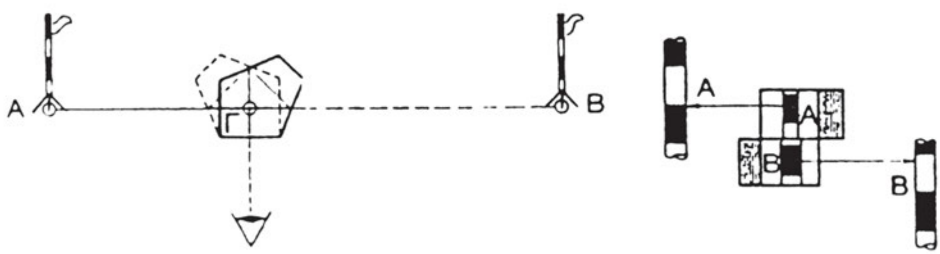


*Εικ. 32 Το διπλό ορθόγωνο.*




*Σχ. 44 Διάγραμμα πορείας ακτίνας φωτός μέσα στο ορθόγωνο.*

Η πύκνωση της ευθυγραμμίας ΑΒ γίνεται με την παρακάτω διαδικασία:
Τα Α και Β επισημαίνονται με ακόντια κατακόρυφα τοποθετημένα. Ο παρατηρητής που κρατάει το ορθόγωνο, μετακινείται κάθετα ως προς την ΑΒ (εμπρός - πίσω) μέχρις ότου να βλέπει μέσα στο ορθόγωνο τα ακόντια σε σύμπτωση (σχ. 45). Τότε με τη βοήθεια του στυλαιού ή της λιναίης, σημειώνεται στο έδαφος το σημείο που βρίσκεται ανάμεσα στα Α και Β.




*Σχ. 45 Διαδικασία πύκνωσης ευθυγραμμίας με το ορθόγωνο.*

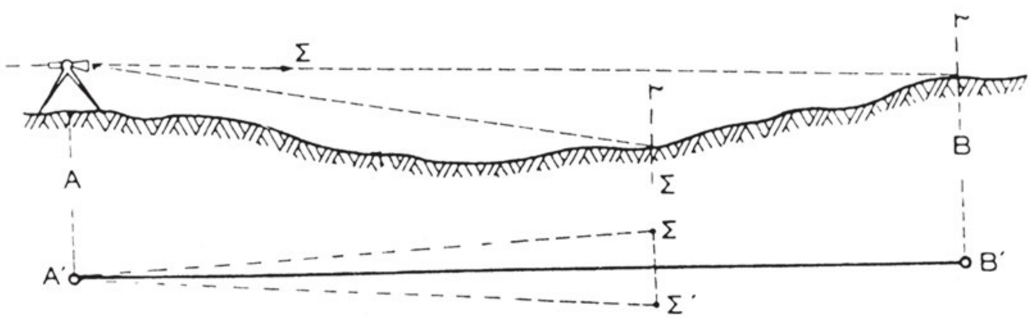
## 1.3. ΠΥΚΝΩΣΗ - ΕΠΕΚΤΑΣΗ ΜΕ ΘΕΟΔΟΛΙΧΟ

Η πύκνωση και η επέκταση της ευθυγραμμίας με το θεοδόλιχο είναι μια εύκολη στην εφαρμογή της μέθοδος, της οποίας μάλιστα τα αποτελέσματα, είναι πιο ασφαλή από ό,τι των προηγουμένων μεθόδων.

**Η πύκνωση της ευθυγραμμίας με θεοδόλιχο** γίνεται με τον ακόλουθο τρόπο: Τοποθετείται όπως φαίνεται και στο σχ. 46 το θεοδόλιχο με τον τρίποδα στο σημείο Α και γίνεται η κέντρωση και η οριζοντίωσή του.

Στο σημείο Β τοποθετείται κατακόρυφο ακόντιο και σκοπεύεται με το τηλεσκόπιο του θεοδόλιχου, έτσι ώστε το κατακόρυφο νήμα του σταυρονήματος να συμπέσει με το ακόντιο. Το θεοδόλιχο σταθεροποιείται σε αυτή τη θέση έτσι, ώστε να μην περιστρέφεται γύρω από τον κατακόρυφο άξονά του ΠΠ΄.

Ένας στοχοφόρος, κρατώντας κατακόρυφα ένα ακόντιο, κινείται κάθετα ως προς την ευθυγραμμία ΑΒ (δεξιά - αριστερά ως προς τον παρατηρητή). Όταν το δεύτερο ακόντιο συμπίπτει με το κατακόρυφο νήμα του σταυρονήματος, βρίσκεται μέσα στην ευθυγραμμία και σ’ αυτή τη θέση τοποθετείται το σημείο Σ πάνω στο έδαφος.




*Σχ. 46 Διαδικασία πύκνωσης ευθυγραμμίας με θεοδόλιχο.*

**Ο έλεγχος** όλων των προηγούμενων εργασιών είναι απαραίτητος και γίνεται ως εξής:
Σκοπεύεται το ακόντιο στο σημείο Β, έχοντας φέρει το τηλεσκόπιο σε δεύτερη θέση (με τον ίδιο τρόπο, όπως και στις μετρήσεις γωνιών), διχοτομώντας με το κατακόρυφο νήμα το ακόντιο.
Με σταθεροποιημένο το θεοδόλιχο, όπως και προηγουμένως, κινείται μόνο το τηλεσκόπιο γύρω από τον άξονα ΔΔ΄ και παρακολουθώντας την κίνησή του αυτή βλέπει αν το κέντρο του σταυρονήματος περνά από το σημείο Σ. Αν αυτό συμβαίνει, όλη η διαδικασία θεωρείται σωστή και μονιμοποιείται η θέση του αρχικού σημείου Σ. Εάν όχι, τότε ορίζεται, κοντά στο Σ, ένα δεύτερο σημείο, έστω το Σ΄ (βλέπε σχ. 46). Σαν τελικό σημείο της ευθυγραμμίας λαμβάνεται το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΣΣ΄. Επειδή το μήκος ΣΣ΄ είναι μερικά εκατοστά του μέτρου, εύκολα μπορεί να βρεθεί το μέσο του ΣΣ΄ χρησιμοποιώντας μια μετροταινία (ή ακόμη και με ένα υποδεκάμετρο).

Η **επέκταση της ευθυγραμμίας** γίνεται ως εξής:
Έστω ότι θέλουμε να επεκτείνουμε την ευθυγραμμία προς το μέρος του σημείου Α. Το θεοδόλιχο κεντρώνεται και οριζοντιώνεται στο σημείο Α. Στο Β, όπως και προηγουμένως, έχει τοποθετηθεί κατακόρυφο ακόντιο.
Η σκόπευση του ακοντίου στο Β και η σταθεροποίηση του θεοδόλιχου γίνεται με τον ίδιο τρόπο, όπως και στην πύκνωση. Μετά τη σκόπευση, περιστρέφεται μόνο το τηλεσκόπιο γύρω από τον δευτερεύοντα άξονα ΔΔ΄, έτσι ώστε ο παρατηρητής να κοιτάζει προς την πλευρά που θα γίνει η επέκταση της ευθυγραμμίας, ενώ ο στοχοφόρος κάνει τις ίδιες κινήσεις όπως και στην πύκνωση μέχρι να επιτευχθεί η σύμπτωση ακοντίου - σταυρονήματος. Η προσωρινή τοποθέτηση του σημείου στο έδαφος και ο τελικός έλεγχος των εργασιών είναι ίδιος όπως και στην πύκνωση της ευθυγραμμίας.

## 2. ΧΑΡΑΞΗ ΚΑΘΕΤΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ

Πολλές φορές σε τοπογραφικές εργασίες, είναι ανάγκη πάνω στο έδαφος να χαράξουμε (να υλοποιήσουμε) ευθείες γραμμές, κάθετες μεταξύ τους. Τέτοιου είδους εργασίες συναντάμε συχνά στην χάραξη των θεμελίων μιας οικοδομής, στην κατασκευή πλατειών, στην οριοθέτηση οικοπέδων, στη χάραξη αξόνων οδών κλπ. Μερικές φορές δεν διαθέτουμε πολλά τεχνικά μέσα για να κάνουμε αυτές τις εργασίες. Άλλοτε πάλι η έκταση, όπου θα γίνουν οι εργασίες αυτές, είναι μικρή και δεν συμφέρει από άποψη χρόνου να διαθέσουμε τον πιο άρτιο εξοπλισμό που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε άλλες, πιο πολύπλοκες, εργασίες.
Θα εξετάσουμε λοιπόν τις μεθόδους χάραξης κάθετων γραμμών με τα απλά μέσα που έχουμε κάθε φορά στη διάθεσή μας.
Θα δούμε:

1) **τη χρήση της μετροταινίας** σε απλές γεωμετρικές κατασκευές πάνω στο έδαφος,
2) **τη χρήση του ορθόγωνου** και των ακοντίων, και, τέλος,
3) **τη χρήση του θεοδόλιχου** στην χάραξη κάθετων ευθειών.

### 2.1. ΧΑΡΑΞΗ ΚΑΘΕΤΩΝ ΕΥΘΕΙΩΝ ΜΕ ΜΕΤΡΟΤΑΙΝΙΑ

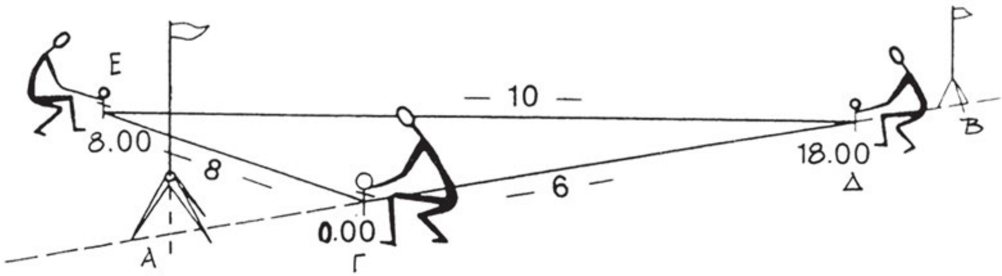
Θα περιγράψουμε δυο απλές γεωμετρικές κατασκευές μόνο με τη χρήση της μετροταινίας ως οργάνου χάραξης γραμμών.

1) Μέθοδος του ορθογωνίου τριγώνου.

Είναι γνωστό, ότι για την τριάδα των αριθμών 3,4,5, και για κάθε άλλη που προκύπτει από αυτούς, αν πολλαπλασιασθούν με τον ίδιο αριθμό (π.χ. 6,8,10 ή 9,12,15, κοκ), ισχύει το Πυθαγόρειο θεώρημα:

$3^2+4^2=5^2$ ή $6^2+8^2=10^2$ ή όμοια $9^2+12^2=15^2$ ⇒
$9+16=25$ ή $36+64=100$ ή όμοια $81+144=225$

Επομένως, τέτοιες τριάδες αριθμών μπορεί να θεωρηθεί ότι αντιστοιχούν στα μήκη πλευρών ενός ορθογωνίου τριγώνου και ότι η ορθή γωνία είναι απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά (δηλαδή αυτή με μήκος, 5, ή 10, κλπ). Παίρνοντας αυτό υπόψη, σε περίπτωση χάραξης καθέτων ευθειών, εργαζόμαστε ως εξής:
Έστω, ότι στο έδαφος υπάρχει η ευθυγραμμία ΑΒ (σχ. 47) και το σημείο Γ είναι μέσα σ' αυτή. Θέλουμε να φέρουμε ευθεία ΕΓ, κάθετη στην ΑΒ.



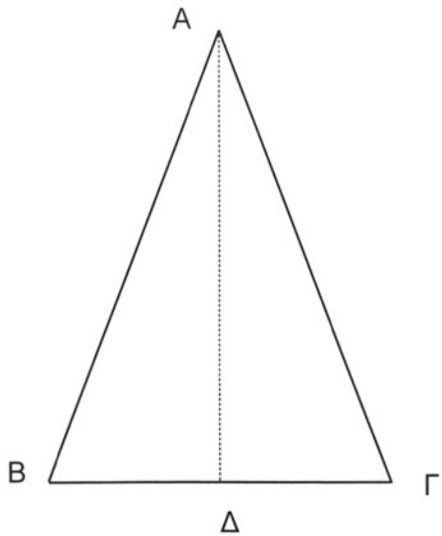

*Σχ. 47 Χάραξη κάθετης με τη μέθοδο του ορθογωνίου τριγώνου.*

Υλοποιούμε μέσα στην ΑΒ ένα τέταρτο σημείο το Δ, σε απόσταση π.χ 6m από το Γ. Εάν είχαμε φέρει την κάθετο και πάνω σ' αυτή είχαμε πάρει το Ε σε απόσταση 8 m από το Γ, τότε, σύμφωνα με το πυθαγόρειο θεώρημα θα ήταν ΕΔ=10m.
Γι' αυτό το λόγο τοποθετούμε στο έδαφος τη μετροταινία τεντωμένη με την αρχή της στο σημείο Γ και την ένδειξη 18m στο Δ. Ένα τρίτο μέλος του συνεργείου κρατώντας την μετροταινία στην ένδειξη 8m κινείται προς το μέρος προς το οποίο θέλουμε να φέρουμε την κάθετη (σχ.47). Όταν και **τα δυο τμήματα της μετροταινίας είναι τεντωμένα,** ο τρίτος του συνεργείου θα κρατάει την ένδειξη 8m στο ζητούμενο σημείο Ε και μπορεί να το σημειώσει στο έδαφος. Η ίδια διαδικασία μπορεί να ακολουθηθεί αν επιλέξουμε άλλη τριάδα αριθμών π.χ. την 3,4,5. Σ' αυτή την περίπτωση θα

είναι ΓΔ=3m, ΔΕ=5m και ΕΓ=4m και στο Δ θα βάλουμε την ένδειξη 9m αντί των 18m.

**2) Με τη μέθοδο του ισοσκελούς τριγώνου.**

Είναι γνωστό από τη γεωμετρία, ότι το ύψος ΑΔ ενός ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ), είναι ταυτόχρονα και διάμεσος του τριγώνου, δηλαδή το Δ είναι μέσο της πλευράς ΒΓ (σχ. 48), άρα η ΑΔ είναι και μεσοκάθετος της ΒΓ. Μπορούμε λοιπόν να βασιστούμε σ' αυτήν την ιδιότητα του ισοσκελούς τριγώνου και να κάνουμε τα εξής:




*Σχ. 48 Το ισοσκελές τρίγωνο.*

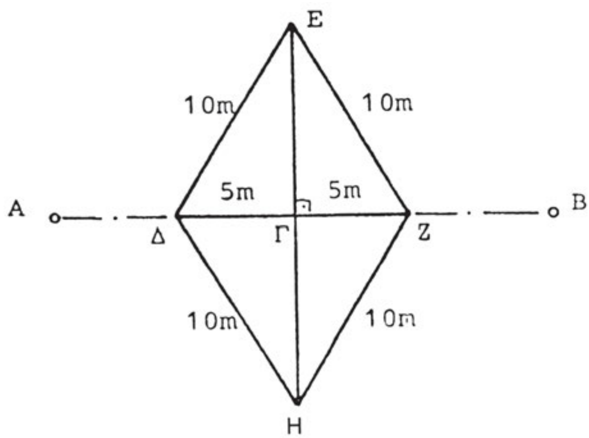
**α) Να φέρουμε μια ευθυγραμμία ΕΗ κάθετη σε μια δοσμένη ΑΒ, που να περνά από ορισμένο σημείο Γ της ΑΒ** με τον ακόλουθο τρόπο:

Πάνω στην ευθυγραμμία ΑΒ (σχ. 49) και εκατέρωθεν του Γ παίρνουμε δυο σημεία Δ και Ζ, έτσι ώστε να απέχουν από το Γ π.χ. 5m. Όπως φαίνεται στο σχήμα, αν είχε τοποθετηθεί το Ε έτσι ώστε η ΕΓ ⊥ ΑΒ, τότε, επειδή ΔΓ=ΓΖ= 5m, σύμφωνα με όσα είπαμε πριν, το τρίγωνο ΔΕΖ είναι ισοσκελές. Άρα, μπορούμε να εκλέξουμε ένα μήκος π.χ. 10m, που θα είναι το μήκος των ίσων πλευρών του ισοσκελούς τριγώνου στη μετροταινία και να τοποθετήσουμε την αρχή της στο Δ. Ένα δεύτερο μέλος του συνεργείου κρατάει την ένδειξη των 20m στο Z, ενώ ένα τρίτο όπως και προηγουμένως, κρατάει την ένδειξη των 10m και κινείται προς όποιο μέρος της ΑΒ επιθυμεί, μέχρις ότου και τα δυο τμήματα των 10m της μετροταινίας βρεθούν τεντωμένα και σε οριζόντια θέση. Εκεί σημειώνεται το σημείο Ε. Αν η ίδια εργασία γίνει και από το αντίθετο μέρος της ΑΒ, μπορεί να οριστεί και το σημείο Η. Έτσι χαράσσεται στο έδαφος η ευθυγραμμία ΕΗ ΑΒ, η οποία περνά από ορισμένο σημείο Γ αυτής.

**β) Να φέρουμε ευθυγραμμία ΕΗ κάθετη στην ΑΒ, από δοσμένο σημείο Ε εκτός αυτής,** με τον ακόλουθο τρόπο:

Αν χαραχτεί η κάθετος και η προβολή της στην ΑΒ ήταν το σημείο Γ, τότε (σχ. 49) αν δεξιά και αριστερά από το Γ σε ίσες αποστάσεις λάβουμε τα σημεία Δ και Ζ, το τρίγωνο ΕΔΖ θα είναι ισοσκελές. Άρα ΕΔ = ΕΖ.

Έτσι, λοιπόν, με κέντρο το σημείο Ε και μια ακτίνα που επιλέγουμε εμείς, έστω 10 m, γράφουμε πάνω στο σχεδόν οριζόντιο έδαφος, έναν κύκλο με τη βοήθεια της μετροταινίας και των ειδικών βελονών που χρησιμοποιούνται στην Τοπογραφία. Η αρχή της μετροταινίας τοποθετείται στο σημείο Γ, ενώ το άλλο άκρο κρατάει, άλλο μέλος του συνεργείου, που χαράσσει ταυτόχρονα τον κύκλο.




*Σχ. 49 Χάραξη κάθετης πάνω σε δοσμένη ευθυγραμμία από σημείο εκτός ή εντός αυτής.*

Τα σημεία τομής κύκλου - ευθυγραμμίας, προσδιορίζονται αφού υλοποιηθεί η ευθυγραμμία ΑΒ με ράμμα ή μετροταινία. Έστω, ότι οι τομές είναι τα σημεία Δ και Ζ. Μετράμε την ΔΖ και σημειώνουμε το μέσο της Γ, που είναι η προβολή του Ε στην ΑΒ. Η ΓΕ είναι η ζητούμενη ευθεία και ισχύει ΓΕ⊥ΑΒ.

## 2.2 ΧΑΡΑΞΗ ΚΑΘΕΤΩΝ ΕΥΘΕΙΩΝ ΜΕ ΤΟ ΟΡΘΟΓΩΝΟ

Το **διπλό ορθόγωνο** το οποίο περιγράψαμε στην πύκνωση της ευθυγραμμίας, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την χάραξη ορθών γωνιών, ή ευθειών καθέτων μεταξύ τους. Συγκεκριμένα, μπορούμε, με τη βοήθεια του ορθόγωνου να φέρουμε :

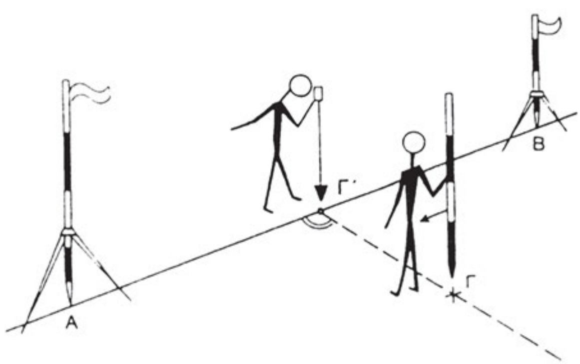
**α) κάθετη σε ευθεία ΑΒ, που να περνά από σημείο Γ αυτής και**

**β) κάθετη σε ευθεία ΑΒ, από σημείο Δ έξω από αυτή.**

Στη συνέχεια περιγράφονται οι αντίστοιχες μέθοδοι.

**Α) Κάθετη σε ευθεία ΑΒ από σημείο Γ αυτής.**

Στα άκρα Α και Β της ευθυγραμμίας ΑΒ τοποθετούνται, όπως σε όλες τις περιπτώσεις, τα ακόντια κατακόρυφα. Ο παρατηρητής με το διπλό ορθόγωνο, στο οποίο έχει τοποθετηθεί λιναίη ή ειδικός στυλαιός για την προβολή του σημείου στο έδαφος, κινείται μέσα στην ευθυγραμμία μέχρι να βρεθεί πάνω από το υλοποιημένο σημείο Γ.

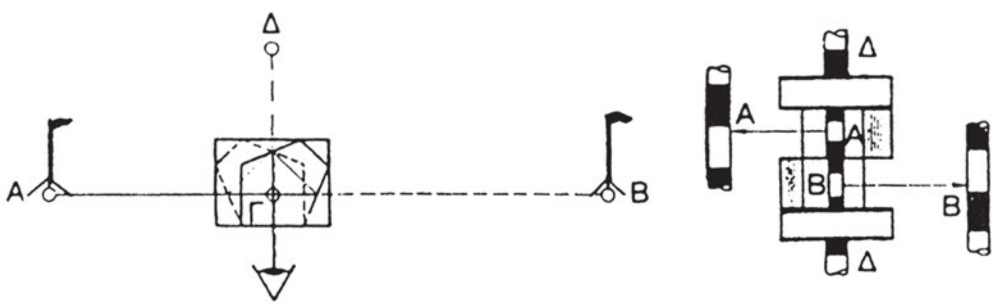



*Σχ.50 Χάραξη κάθετης από το σημείο Γ στην ευθυγραμμία ΑΒ.*

Αυτό διαπιστώνεται από τη λιναίη, αλλά και από τη σύμπτωση των ειδώλων των εκατέρωθεν ακοντίων, που παρατηρεί στο ορθόγωνο (σχ. 50). Τότε, ένας στοχοφόρος με ακόντιο κινείται απέναντι από τον παρατηρητή και τη στιγμή που ο δεύτερος δει στο ορθόγωνο, με τα άλλα ακόντια, να ταυτίζεται και αυτό του στοχοφόρου, τότε έχει επιτευχθεί η χάραξη της καθέτου από το Γ πάνω στην ΑΒ.

**Β) Κάθετη σε ευθεία ΑΒ από σημείο Δ έξω από αυτή.**

Στο σχ. 51 φαίνονται τρία σημεία Α, Β, Δ, τα οποία επισημαίνονται με κατακόρυφα ακόντια. Ο παρατηρητής με το διπλό ορθόγωνο κινείται μέσα στην ευθυγραμμία ΑΒ, βλέποντας, με τη βοήθεια του ορθόγωνου, σε σύμπτωση τα δυο ακόντια. Όταν παρατηρήσει ότι και το ακόντιο στο Δ ταυτίζεται με τα άλλα δυο, τότε βρίσκεται στην τομή της ΑΒ με την κάθετη που άγεται από το Δ πάνω σ’ αυτή, δηλαδή εκείνη τη στιγμή βρίσκεται στην προβολή του Δ πάνω στην ευθεία ΑΒ.




*Σχ. 51 Χάραξη κάθετης σε ευθυγραμμία από σημείο εκτός αυτής με το ορθόγωνο.*

Όλοι οι τρόποι χάραξης καθέτων γραμμών, που αναφέρθηκαν μέχρι τώρα, είναι εφαρμόσιμοι όταν το έδαφος:

1) είναι σχετικά επίπεδο,
2) έχει μικρές κλίσεις (είναι σχεδόν οριζόντιο),
3) δεν έχει εμπόδια μεταξύ των σημείων (αυτά είναι αμοιβαία ορατά).

Πρέπει επίσης να αναφερθεί, ότι οι πυκνώσεις ευθυγραμμιών και οι χαράξεις καθέτων γραμμών με τη βοήθεια του ορθόγωνου, είναι χρονοβόρες, απαιτούν εμπειρία και βέβαια στις σημερινή εποχή με τη ραγδαία εξέλιξη των τοπογραφικών οργάνων, σπάνια χρησιμοποιούνται. Εφ' όσον ισχύουν οι παραπάνω προϋποθέσεις, είναι ευκολότερο να χρησιμοποιούνται οι μέθοδοι χάραξης καθέτων ευθειών με μετροταινία.

## 2.3. ΧΑΡΑΞΗ ΚΑΘΕΤΩΝ ΜΕ ΤΟ ΘΕΟΔΟΛΙΧΟ

Η χάραξη καθέτων ευθειών με το θεοδόλιχο, είναι πιο εύκολη εργασία και επί πλέον μπορεί να εφαρμοστεί σε όλα τα εδάφη, ανεξαρτήτως της κλίσης, ή ομαλότητάς τους.

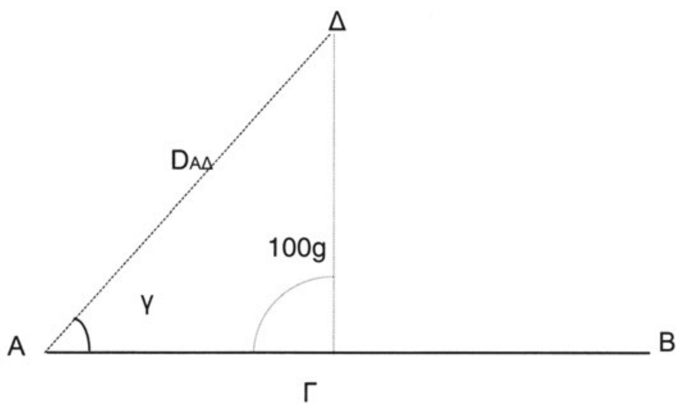
Θα διακρίνουμε, και εδώ, δυο περιπτώσεις:

α) χάραξη κάθετης σε ευθυγραμμία ΑΒ, σε σημείο Γ πάνω στην ΑΒ και
β) χάραξη κάθετης ευθείας στην ΑΒ, από σημείο Δ εκτός της ΑΒ.

### Α) Χάραξη κάθετης ως προς την ΑΒ, σε σημείο Γ αυτής.

Εφ' όσον το σημείο Γ έχει τοποθετηθεί στην ΑΒ με οποιοδήποτε τρόπο, από αυτούς που μέχρι τώρα αναφέραμε, είναι εύκολο να κεντρώσουμε και να οριζοντιώσουμε το θεοδόλιχο πάνω του (σχ. 52). Σκοπεύουμε το Α και τοποθετούμε την ένδειξη **μηδέν (0.0g)** στον οριζόντιο δίσκο. Στη συνέχεια περιστρέφουμε το θεοδόλιχο μέχρις ότου διαβάσουμε την ένδειξη 100g. Σταθεροποιούμε το θεοδόλιχο σ' αυτήν τη θέση και ένας στοχοφόρος με κατακόρυφο ακόντιο κινείται προς το μέρος της ΑΒ που θέλουμε να φέρουμε την κάθετη ευθεία. Όταν το ακόντιο ταυτιστεί με το κατακόρυφο νήμα του σταυρονήματος, τότε βρίσκεται στην κάθετη που θέλουμε να χαράξουμε και έτσι στο έδαφος σημειώνεται το σημείο που αντιστοιχεί στην προβολή του ακοντίου (σημείο Δ στο σχ. 52).

**Ο έλεγχος της εργασίας** γίνεται με τη σκόπευση του Δ σε δεύτερη θέση τηλεσκοπίου, οπότε, αν έχει τοποθετηθεί σωστά, πρέπει η τιμή της οριζόντιας ένδειξης να είναι 300g. Αν αυτό δεν συμβαίνει, τότε τοποθετώντας την ένδειξη 300g σημειώνουμε άλλο σημείο Δ΄ (δίπλα στο Δ) και ως τελικό σημείο της κάθετης πάνω στην ΑΒ παίρνουμε το μέσο της ΔΔ΄.




*Σχ. 52 Χάραξη κάθετης σε ευθυγραμμία από σημείο Γ αυτής με θεοδόλιχο.*

**Β) Χάραξη κάθετης ως προς την ΑΒ από σημείο Δ εκτός αυτής.**

Σ’ αυτήν την περίπτωση, το πρόβλημα λύνεται με το να προσδιορισθεί ένα σημείο Γ της ΑΒ, τέτοιο ώστε η ΓΔ⊥ΑΒ (σχ. 52).
Το θεοδόλιχο τοποθετείται στο σημείο Α και, αφού οριζοντιωθεί μετριέται η οριζόντια γωνία ΔΑΒ **(γ).** Επίσης μετριέται το οριζόντιο μήκος ΑΔ ($\mathbf{D_{ΑΔ}}$).
Η μέτρηση του μήκους μπορεί να γίνει, είτε άμεσα με μετροταινία, είτε να υπολογιστεί έμμεσα από το αντίστοιχο μετρημένο κεκλιμένο μήκος και την κατακόρυφη γωνία (που έχουν μετρηθεί π.χ. με γεωδαιτικό σταθμό).
Η μέτρηση της γωνίας και της απόστασης γίνεται με τους κανόνες και τις μεθόδους, που ήδη αναφέραμε σε προηγούμενα κεφάλαια.

Τότε, όπως φαίνεται από το σχήμα, αν χαραχθεί η ΔΓΑΒ, από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓΔ έχουμε:

$$ΑΓ = ΑΔ \cdot συνγ = D_{ΑΔ} \cdot συνγ \qquad (4.1)$$

Άρα, το οριζόντιο μήκος ΑΓ μπορεί να υπολογιστεί μ' αυτόν τον τρόπο.

Επομένως βάσει όσων αναφέρθηκαν μέχρι τώρα, ενεργούμε ως εξής:

1) Με το θεοδόλιχο τοποθετημένο στο Α σκοπεύουμε το Β.
2) Κάνουμε πύκνωση της ευθυγραμμίας ΑΒ, όπως έχουμε αναφέρει στα προηγούμενα.
3) Στην ευθυγραμμία ΑΒ τοποθετούμε το Γ, μετρώντας από το Α απόσταση ίση με την υπολογισμένη ΑΓ (σχέση 4.1).

Η ζητούμενη κάθετος είναι η ΔΓ.

**Εφαρμογή 1η:** Μετρήθηκε η ΔΑΒ = γ = 45,27g και η οριζόντια απόσταση ΑΔ=25.78м. Να βρεθεί σημείο Γ της ΑΒ ώστε ΔΓ⊥ΑΒ.

Λύση: Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΓΔ έχουμε:

$ΑΓ = ΑΔ \cdot συνγ = 25.78m \cdot συν45.27 = 25.78m \cdot 0.7576 = 19.53m$

Άρα το Γ βρίσκεται επί της ΑΒ, σε απόσταση 19.53m από το σημείο Α.

**Εφαρμογή 2η:** Μετρήθηκε η $Δ_{AB}$ = γ = 34.85g, το κεκλιμένο μήκος που αντιστοιχεί στην ΑΔ $L_{ΑΔ}$ = 32.10m και η ζενίθια γωνία από το Α προς το Δ, z = 91.07g. Να βρεθεί σημείο Γ της ΑΒ, ώστε ΔΓ ΑΒ.

Λύση: Πρώτα θα υπολογίσουμε την οριζόντια απόσταση $D_{ΑΔ}$.

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, ο υπολογισμός γίνεται από το μήκος $L_{ΑΔ}$ και τη γωνία z ως εξής:

$D_{ΑΔ} = L_{ΑΔ} \cdot ημz = 32.10m \cdot ημ91.07 = 32.10m \cdot 0.9902 = 31.78m$

Μετά όπως και στην προηγούμενη εφαρμογή έχουμε:

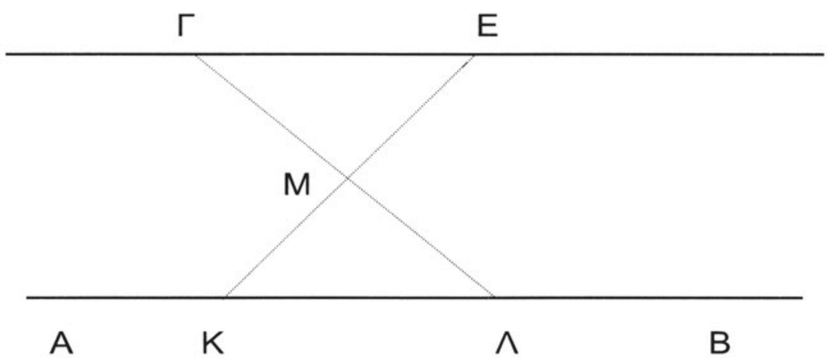
$ΑΓ = D_{ΑΔ} \cdot συνγ = 31.78m \cdot συν34.85 = 31.78m \cdot 0.8539 = 27.14m$

## 3. ΧΑΡΑΞΗ ΕΥΘΕΙΑΣ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗΣ ΠΡΟΣ ΔΟΣΜΕΝΗ ΕΥΘΕΙΑ

Η συνήθης μορφή του προβλήματος, είναι να χαράξουμε μια ευθεία, που να περνά από ένα ορισμένο σημείο και ταυτόχρονα να είναι παράλληλη προς δοσμένη πάνω στο έδαφος ευθεία.
Στο σχ. 53 φαίνεται αυτή η περίπτωση. Δηλαδή έχουμε την ευθεία ΑΒ στο έδαφος και θέλουμε να χαράξουμε μια ευθεία που να περνά από το σημείο Γ και να είναι παράλληλη προς την ΑΒ. Αυτό μπορεί να γίνει με τρεις τρόπους με:
α) μετροταινία, β) ορθόγωνο και γ) θεοδόλιχο.

### Α. Με μετροταινία

Γίνεται πύκνωση της ευθυγραμμίας ΑΒ και υλοποιούνται τα σημεία Κ και Λ. Έστω, Μ το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΓΛ (σχ. 53). Αν γίνει επέκταση της ευθυγραμμίας ΚΜ με τη μετροταινία, έτσι ώστε ΚΜ = ΜΕ, είναι φανερό ότι οι ευθυγραμμίες ΑΒ και ΓΕ είναι παράλληλες.




*Σχ. 53 Χάραξη παράλληλης ευθείας, που περνά από το Γ, ως προς την ευθεία ΑΒ.*

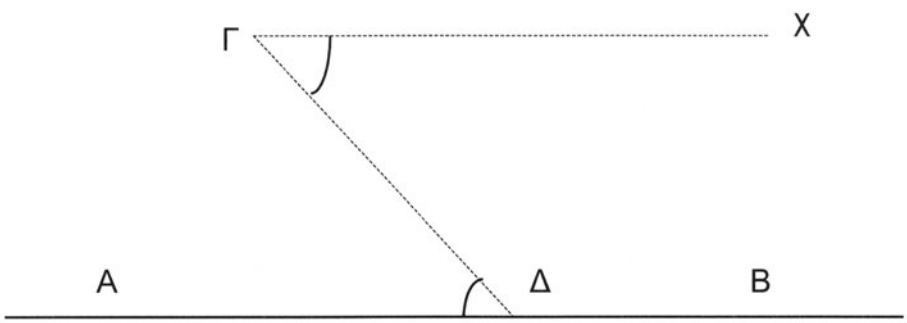
### Β. Με ορθόγωνο.

Τοποθετούμε, όπως σε όλες τις ανάλογες περιπτώσεις, κατακόρυφα ακόντια στα σημεία Α, Β, Γ και με τη βοήθεια του ορθόγωνου προβάλλουμε το Γ πάνω στην ευθυγραμμία ΑΒ και επισημαίνουμε την προβολή Δ, με ένα κατακόρυφο ακόντιο (σχ.53). Μετά το μέλος του συνεργείου που έχει το ορθόγωνο, τοποθετείται πάνω από το Γ και ταυτόχρονα ένα άλλο μέλος

του συνεργείου με ακόντιο, κινείται απέναντι από τον πρώτο, μέχρις ότου αυτός που έχει το ορθόγωνο παρατηρήσει, ότι τα δυο ακόντια (του Δ και του δευτέρου μέλους) έχουν έλθει σε σύμπτωση. Τότε, σημαίνεται στο έδαφος το σημείο Ε και η ευθεία ΓΕ που είναι κάθετη στην ΓΔ, θα είναι παράλληλη με την ΑΒ επειδή ταυτόχρονα ισχύει ΑΒ⊥ΓΔ.
Όπως, σε όλες τις περιπτώσεις που χρησιμοποιείται το ορθόγωνο, έτσι και εδώ, η μέθοδος έχει εφαρμογή, με την προϋπόθεση ότι το έδαφος είναι ομαλό με μικρές κλίσεις.

**Γ. Με θεοδόλιχο.**

Γίνεται πύκνωση της ευθυγραμμίας ΑΒ και υλοποιούμε πάνω σ' αυτήν ένα σημείο Δ. Στο σημείο αυτό τοποθετούμε το θεοδόλιχο και το οριζοντιώνουμε. Στη συνέχεια, σκοπεύεται το σημείο Α και μετά το Γ και μετριέται η οριζόντια γωνία ΑΔΓ. Μετά τοποθετούμε το θεοδόλιχο στο Γ και σκοπεύεται το Δ έχοντας βάλει την ένδειξη 0.00g στον οριζόντιο κύκλο. Στρέφουμε το θεοδόλιχο μέχρι στον οριζόντιο κύκλο να διαβάσουμε γωνία ίση με 400g μείον την μετρηθείσα ΑΔΓ.
Προφανώς, η νέα κατεύθυνση που στοχεύει το κέντρο του σταυρονήματος, είναι η ζητούμενη ευθεία, διότι σύμφωνα με τους νόμους της Γεωμετρίας, οι δυο ευθείες ΑΒ και Γχ καθώς τέμνονται από την ΓΔ, σχηματίζουν ίσες μεταξύ τους γωνίες (Σχ. 54).




*Σχ. 54 Χάραξη παραλλήλων ευθειών με το θεοδόλιχο.*

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV

1) Ποια είναι τα βασικά όργανα που χρησιμοποιούμε στις απλές τοπογραφικές εφαρμογές που γνωρίσαμε στο κεφάλαιο IV;
2) Σε ποιες περιπτώσεις μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ορθόγωνο και σε ποιες όχι;
3) Τι εργασίες μπορούμε να κάνουμε με το θεοδόλιχο;
4) Αν έπρεπε να επιλέξετε ένα όργανο, για να κάνετε όλες τις εργασίες που γνωρίσαμε στο κεφάλαιο IV ποιο θα επιλέγατε; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Να εφαρμόσετε τη μέθοδο χάραξης ορθής γωνίας με τη μετροταινία στην αυλή του σχολείου σας.
2) Να φέρετε κάθετη σε ευθυγραμμία από σημείο εκτός αυτής χρησιμοποιώντας τη μετροταινία.
3) Να κάνετε πύκνωση της ίδιας ευθυγραμμίας με το μάτι, με ορθόγωνο και με θεοδόλιχο, στην ίδια απόσταση από το ένα άκρο της και να συγκρίνετε τα αποτελέσματα.
4) Να χαράξετε στο έδαφος ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο διαστάσεων 15 10 μέτρων με τη μετροταινία, με ορθόγωνο και μετά με θεοδόλιχο. Θα θεωρήσετε δεδομένη τη μια κορυφή του, π.χ. την Α. Πώς θα ελέγξετε ότι αυτό είναι το ζητούμενο ορθογώνιο;

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ V

## ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗΣ ΟΙΚΟΠΕΔΩΝ

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στα προηγούμενα κεφάλαια αναφέρθηκαν οι συνηθέστερες μέθοδοι, πύκνωσης ευθυγραμμιών, χάραξης καθέτων ή παραλλήλων ευθειών, διεξαγωγής μετρήσεων γωνιών, μηκών και υψομετρικών διαφορών, που χρησιμοποιούνται κατά την εκτέλεση τοπογραφικών εργασιών.
Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιασθούν οι βασικές μέθοδοι αποτύπωσης μιας μικρής επιφάνειας, π.χ. ενός οικοπέδου. Η εργασία της αποτύπωσης προϋποθέτει τη γνώση όσων μέχρι τώρα έχουν αναφερθεί.

Οι μέθοδοι αποτύπωσης οικοπέδων που θα αναπτυχθούν είναι:

1) **Με μετροταινία (δημιουργία τριγώνων).**
2) **Με τις ορθογώνιες συντεταγμένες.**
3) **Με τις πολικές συντεταγμένες.**

Οι δυο πρώτες χρησιμοποιούνται **μόνο για τις οριζοντιογραφικές αποτυπώσεις,** όταν δηλαδή δεν μας ενδιαφέρουν τα υψόμετρα των σημείων.
Με την τρίτη μέθοδο έχουμε την δυνατότητα προσδιορισμού **και των υψομέτρων** των σημείων, σχετικών ή απόλυτων.

Πριν αναπτύξουμε τις μεθόδους αυτές, πρέπει να ασχοληθούμε με ορισμένες βασικές έννοιες.

Με τον όρο **οικόπεδο** εννοούμε ένα τμήμα του εδάφους, που ανήκει σε κάποιον ιδιοκτήτη (σε ιδιώτη ή στο δημόσιο) και είναι κατάλληλο για οικοδομική, κυρίως, εκμετάλλευση.

Το οικόπεδο χαρακτηρίζεται από το σχήμα του, το εμβαδόν του και από το μήκος της πλευράς του, που συνορεύει με το δρόμο **(πρόσωπο του οικοπέδου).**

Το σχήμα του οικοπέδου μπορεί να είναι οποιοδήποτε γεωμετρικό σχήμα, κανονικό ή όχι.

Ένα οικόπεδο συνήθως είναι περιφραγμένο, οπότε τα όριά του προς τα γειτονικά οικόπεδα είναι σαφή. Η περίφραξη ενός οικοπέδου μπορεί να είναι απλό συρματόπλεγμα, μαντρότοιχος, σιδερένια κιγκλιδώματα (κάγκελα), συνδυασμός χαμηλού τοίχου και κιγκλιδώματος. Οι ακραίοι πάσσαλοι του συρματοπλέγματος ή οι τομές (γωνίες) των τοίχων είναι οι **κορυφές** του οικοπέδου. Αν το οικόπεδο δεν είναι περιφραγμένο, ενδέχεται να υπάρχουν σημάνσεις μόνο (πάσσαλοι, στυλίσκοι από σκυρόδεμα, κλπ) των κορυφών του. Οι σημάνσεις αυτές αποκαλούνται **ορόσημα.** Τα ευθύγραμμα τμήματα που χωρίζουν το οικόπεδο από τα γειτονικά του ή το δρόμο είναι **οι πλευρές** του.

Πρόβλημα ασάφειας των ορίων, μεταξύ δυο γειτονικών οικοπέδων δημιουργείται όταν δεν είναι περιφραγμένα, ή όταν υπάρχει μανδρότοιχος μεταξύ τους. Σ' αυτήν την περίπτωση πρέπει να ερευνηθεί πριν αρχίσουν οι μετρήσεις αν ο μανδρότοιχος ολόκληρος ή ο μισός, ανήκει στο οικόπεδο που μας ενδιαφέρει.

Στην τελευταία περίπτωση μιλάμε για **μεσοτοιχία** μεταξύ των οικοπέδων.

## 1. ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΜΟΝΟ ΜΕ ΜΕΤΡΟΤΑΙΝΙΑ

Το όργανο που χρησιμοποιείται σ' αυτήν τη μέθοδο αποτύπωσης είναι η μετροταινία, με πιθανό βοηθητικό εξοπλισμό τα ακόντια.

Τη μέθοδο αυτή μπορούμε να την εφαρμόσουμε, μόνο στην περίπτωση που το οικόπεδο έχει μικρές διαστάσεις, μικρές κλίσεις (είναι σχεδόν οριζόντιο), σαφή όρια και δεν υπάρχουν εμπόδια (δέντρα, θάμνοι, κτίσματα, κλπ) στο εσωτερικό του.

Στα επόμενα θα δούμε με ποιο τρόπο γίνονται οι μετρήσεις και η σχεδίαση του οικοπέδου.

## 1.1. ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Όταν πρόκειται να μετρηθεί ένα οικόπεδο **δεν κάνουμε καμμιά παραδοχή σε ό,τι αφορά το σχήμα του.** Δεν το θεωρούμε δηλαδή από την αρχή, ούτε ορθογώνιο, ούτε τετράγωνο, ούτε κάποιου κανονικού γεωμετρικού σχήματος.

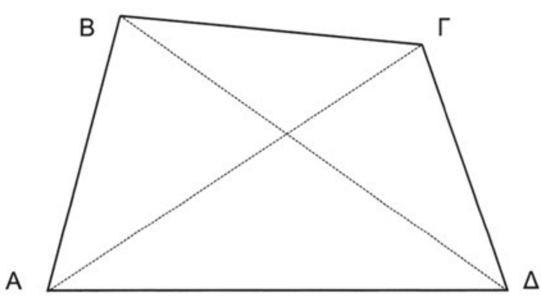
Τέτοιου είδους παραδοχές, αν τελικά δεν ισχύουν, πράγμα που είναι και το συνηθέστερο, οδηγούν:

- σε λάθος αποτελέσματα με σοβαρές συνέπειες (ιδίως στην περίπτωση ανέγερσης οικοδομής) και
- σε διενέξεις μεταξύ των ομόρων (δηλαδή των εχόντων κοινά όρια) ιδιοκτητών.

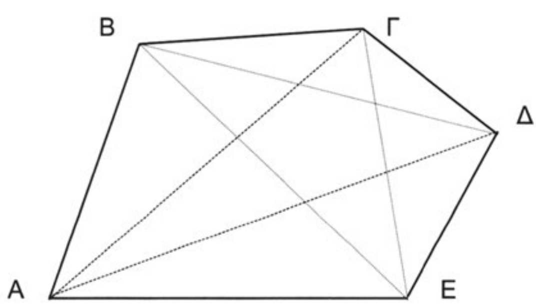
**Έτσι, οι μετρήσεις που θα γίνουν πρέπει να είναι τόσες, ώστε να μπορεί να σχεδιαστεί το οικόπεδο χωρίς γεωμετρικές παραδοχές και να είναι δυνατός ο υπολογισμός του εμβαδού του.**

Ας δούμε τώρα πώς γίνονται οι μετρήσεις με μετροταινία σε οικόπεδα με τις παραπάνω προϋποθέσεις:

Θα περιγράψουμε τις εργασίες για δυο οικόπεδα, ενός με τη μορφή τετραπλεύρου (σχ. 55) και ενός πενταπλεύρου (σχ. 56).




*Σχ. 55 Τετράπλευρο οικόπεδο.*




*Σχ. 56 Πεντάπλευρο οικόπεδο.*

α) **Μετράμε απαραίτητα όλες τις πλευρές.**

β) **Μετράμε απαραίτητα μια διαγώνιο στο τετράπλευρο** (π.χ. την ΑΓ στο σχ. 55) **και δυο στο πεντάπλευρο** (π.χ. τις ΑΓ και ΑΔ στο σχ. 56).

γ) **Επειδή στις τοπογραφικές εργασίες, για λόγους ελέγχου του αποτελέσματος, μετράμε πάντοτε περισσότερα γεωμετρικά στοιχεία από αυτά που χρειάζονται, σκόπιμο είναι να μετρηθούν και άλλες διαγώνιοι,** π.χ. στο τετράπλευρο μετράμε και την διαγώνιο ΒΔ, ενώ στο πεντάπλευρο την ΒΕ ή και τις ΒΔ, ΓΕ.

Τα μήκη των πλευρών και των διαγωνίων μετρώνται **πάντα οριζόντια.** Όπως φαίνεται στα αντίστοιχα σχήματα, τα ευθύγραμμα τμήματα που μετρήθηκαν, είναι οι πλευρές διαδοχικών τριγώνων, τα οποία με τη σειρά τους δημιουργούν το τετράπλευρο ή το πεντάπλευρο.

Οι μετρήσεις που γίνονται στο ύπαιθρο συνοδεύονται πάντοτε από **το αυτοσχέδιο υπαίθρου (ή κροκί),** το οποίο είναι ένα σκαρίφημα, όπου εμφανίζεται το σχήμα του οικοπέδου, αναγράφονται οι μετρήσεις των μηκών που έγιναν, σημειώνεται ο δρόμος στον οποίο βρίσκεται η ιδιοκτησία, οι κατευθύνσεις των ορίων των όμορων οικοπέδων καθώς και ενδεικτική κατεύθυνση του Βορρά.

## 1.2. ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΟΙΚΟΠΕΔΟΥ

Όπως έχει αναφερθεί, προϊόν της αποτύπωσης είναι ένα σχέδιο. Ας δούμε λοιπόν πως γίνεται η σχεδίαση, που δεν είναι παρά μια **γεωμετρική κατασκευή.** Συγκεκριμένα, ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να σχεδιάσουμε π.χ. το τετράπλευρο.

**1) Σχεδίαση με απλά μέσα στο χαρτί.**

Στη διαδικασία της σχεδίασης ακολουθούμε την εξής πορεία:

**α) Επιλέγουμε την κλίμακα σχεδίασης 1:k.** Συνήθως η κλίμακα για τέτοιες αποτυπώσεις είναι 1:100 ή 1:200.

**β) Μετατρέπουμε τα πραγματικά μήκη των πλευρών και των διαγωνίων, σε μήκη κατάλληλα για σχεδίαση με βάση την κλίμακα σχεδίασης.** Η μετατροπή γίνεται ως εξής:

Έστω **D** το πραγματικό οριζόντιο μήκος και **d** αυτό της σχεδίασης. Η σχέση που τα συνδέει είναι:

$$d = D \times \frac{1}{k} \qquad (5.1)$$

**Παρατήρηση:** Οι μονάδες μέτρησης του d είναι ίδιες με αυτές του D. Δηλαδή αν μονάδα μέτρησης του D, σ' αυτή τη σχέση, είναι τα m και του d θα είναι m.

**Εφαρμογή:** Δίνεται το D=25.34m. Ζητείται το αντίστοιχο μήκος σχεδίασης d, όταν η κλίμακα σχεδίασης είναι α)1:100, β) 1:200 και γ) 1:500. Το d να εκφραστεί σε cm και mm.

**Λύση:**

Ι) Σε κλίμακα 1:100. Εφαρμόζουμε τον τύπο και βρίσκουμε:

$$d = D \cdot \frac{1}{k} = 25.34 \times \frac{1}{100} m = 0.2534m = 25.34cm = 253.4mm$$

ΙΙ) Σε κλίμακα 1:200 είναι:

$$d = D \cdot \frac{1}{k} = 25.34 \times \frac{1}{200} m = 0.1267m = 12.67cm = 126.7mm$$

ΙΙΙ) Σε κλίμακα 1:500 είναι:

$$d = D \cdot \frac{1}{k} = 25.34 \times \frac{1}{500} m = 0.05068m = 5.068cm = 50.68mm$$

**γ) Κάνουμε τη γεωμετρική κατασκευή :**

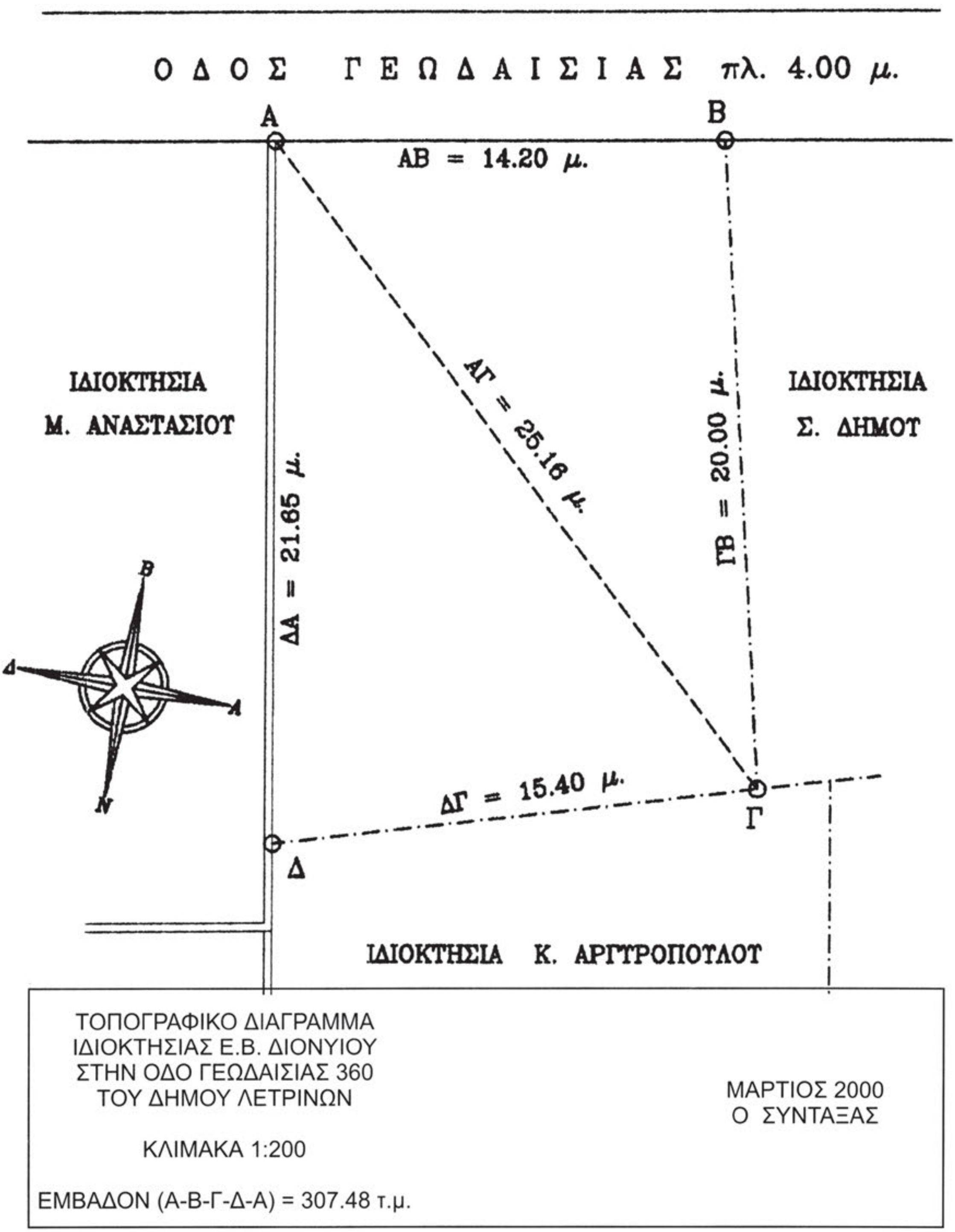
Επιλέγουμε μια πλευρά ως βάση για να ξεκινήσουμε, έστω την ΑΒ. Την τοποθετούμε στο χαρτί σχεδίασης με το μήκος της $\mathbf{d_{AB}}$ μετρώντας με το κλιμακόμετρο ή το υποδεκάμετρο. Μετά, με κέντρα το Α και το Β και ακτίνες αντίστοιχα τα μήκη $\mathbf{d_{A\Gamma}}$ και $\mathbf{d_{B\Gamma}}$, γράφουμε με το διαβήτη δυο κύκλους. Η τομή των δυο κύκλων είναι το σημείο Γ.

Κατόπιν, με κέντρα τα Α και Γ και ακτίνες αντίστοιχα τα μήκη $\mathbf{d_{ΑΔ}}$ και $\mathbf{d_{ΓΔ}}$, γράφουμε δυο κύκλους που η τομή τους είναι το σημείο Δ.
Έτσι, αφού ενώσουμε όλα τα σημεία με ευθύγραμμα τμήματα έχουμε σχεδιάσει το τετράπλευρο. Με τον ίδιο τρόπο, δηλαδή την διαδοχική κατασκευή των τριγώνων, σχεδιάζουμε και το πεντάπλευρο.

**δ) Ελέγχουμε το σχέδιο και, προφανώς τις μετρήσεις ως εξής:**
Μετράμε στο σχέδιο το μήκος που αντιστοιχεί στην επί πλέον μέτρηση, π.χ. την διαγώνιο του τετραπλεύρου ΒΔ που θα είναι ίση με $\mathbf{d_{ΒΔ}}$, και τη μετατρέπουμε σε πραγματικό μήκος. Το αποτέλεσμα αυτό το συγκρίνουμε με την $\mathbf{D_{ΒΔ}}$ που μετρήσαμε στο ύπαιθρο. Η εργασία μας, μετρήσεις και σχεδίαση, είναι ορθή, αν βρούμε τιμές ίσες μεταξύ τους ή με πολύ μικρή διαφορά.
Ενδεικτικά αναφέρουμε, χωρίς αυτό να αποτελεί κανόνα, ότι η διαφορά αυτή δεν πρέπει να ξεπερνά τα 2-5cm για κλίμακα 1:100 και τα 5-10cm για κλίμακα 1:200.
Οι διαφορές αυτές οφείλονται σε τυχαία λάθη (μικρά σε μέγεθος) που γίνονται στις μετρήσεις και στη σχεδίαση.

**ε) Το σχέδιο συμπληρώνεται:**
1) με την ονομασία των κορυφών του οικοπέδου με γράμματα (Α,Β,Γ,..)
2) με την αναγραφή των πραγματικών διαστάσεων του οικοπέδου, όπως αυτές μετρήθηκαν
3) με ένα βέλος που δείχνει την κατεύθυνση του Βορρά,
4) με την αναγραφή του δρόμου στον οποίο έχει πρόσωπο το οικόπεδο,
5) τις κατευθύνσεις ορίων των όμορων οικοπέδων
6) με πίνακα στον οποίο αναγράφονται, το όνομα του ιδιοκτήτη, η τοποθεσία στην οποία βρίσκεται το οικόπεδο, το εμβαδόν του, η κλίμακα σχεδίασης και η χρονολογία σύνταξης του διαγράμματος.

Η μορφή ενός τέτοιου τοπογραφικού διαγράμματος φαίνεται στην εικ. 33.


ΟΔΟΣ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ πλ. 4.00 μ.
Α
Β
ΑΒ = 14.20 μ.
ΑΓ = 25.16 μ.
ΓΒ = 20.00 μ.
ΔΑ = 21.65 μ.
ΔΓ = 15.40 μ.
Γ
Δ
ΙΔΙΟΚΤΗΣΙΑ
Μ. ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΥ
ΙΔΙΟΚΤΗΣΙΑ
Σ. ΔΗΜΟΥ
ΙΔΙΟΚΤΗΣΙΑ Κ. ΑΡΓΥΡΟΠΟΥΛΟΥ
Β
Δ
Α
Ν
ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ
ΙΔΙΟΚΤΗΣΙΑΣ Ε.Β. ΔΙΟΝΥΙΟΥ
ΣΤΗΝ ΟΔΟ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ 360
ΤΟΥ ΔΗΜΟΥ ΛΕΤΡΙΝΩΝ
ΚΛΙΜΑΚΑ 1:200
ΕΜΒΑΔΟΝ (Α-Β-Γ-Δ-Α) = 307.48 τ.μ.
ΜΑΡΤΙΟΣ 2000
Ο ΣΥΝΤΑΞΑΣ

*Εικ. 33*

**2) Σχεδίαση με Ηλεκτρονικό υπολογιστή (Η/Υ).**

Η σχεδίαση του οικοπέδου με τη χρήση ειδικών προγραμμάτων σε ηλεκτρονικό υπολογιστή, ως γεωμετρική κατασκευή δεν διαφέρει από αυτή που περιγράψαμε παραπάνω.
Οι εργασίες γίνονται σχεδόν με την ίδια λογική, σε ό,τι αφορά την γεωμετρία των σχημάτων, στην οθόνη του Η/Υ και ακολουθούνται τα βήματα που περιγράψαμε, εκτός από την επιλογή κλίμακας σχεδίασης. Δηλαδή η σχεδίαση γίνεται δίνοντας στον υπολογιστή τις πραγματικές διαστάσεις του οικοπέδου. Το σχέδιο φυλάσσεται υπό τη μορφή ηλεκτρονικού αρχείου (file) και η αναπαραγωγή του σχεδίου, αυτού που φτιάξαμε στην οθόνη, γίνεται με τον ηλεκτρονικό σχεδιογράφο (plotter). Σ’ αυτό το στάδιο, γίνεται η επιλογή της κλίμακας, χωρίς επιπλέον υπολογισμούς.
Σχεδιάζοντας μέσω Η/Υ και με την προϋπόθεση ότι γίνεται σωστή χρήση του σχεδιαστικού λογισμικού, αποφεύγονται τα τυχαία σφάλματα σχεδίασης, που κατά κανόνα εμφανίζονται στη συμβατική (γραφική) μέθοδο.
Επομένως στον έλεγχο που θα κάνουμε, πρέπει κανονικά να βρεθούν μικρές διαφορές στα μήκη, που συμπληρωματικά μετρήσαμε, οι οποίες θα οφείλονται πλέον μόνο σε τυχαία λάθη στις μετρήσεις.

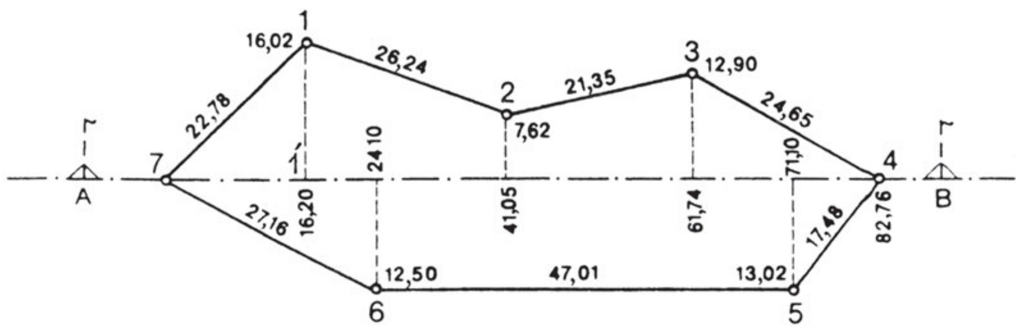
## 2. ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΜΕ ΟΡΘΟΓΩΝΙΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ

Η **αποτύπωση με τη μέθοδο των ορθογωνίων** συντεταγμένων βασίζεται στη χρήση του ορθόγωνου και της μετροταινίας για τον προσδιορισμό των συντεταγμένων, των αναγκαίων για τη σύνταξη του σχεδίου σημείων, σε σύστημα αναφοράς που δημιουργούμε εμείς στο ύπαιθρο, ορίζοντας τους άξονες ΟΧ και ΟΥ στο έδαφος.
Είναι μια μέθοδος που μπορεί να εφαρμοστεί εκεί όπου η χρήση του ορθόγωνου είναι δυνατή, δηλαδή σε οικόπεδα που είναι οριζόντια ή με πολύ μικρές κλίσεις και χωρίς εμπόδια ορατότητας ή άλλες ανωμαλίες του εδάφους.

Η αποτύπωση με τη μέθοδο αυτή ήταν πολύ διαδεδομένη στο παρελθόν, σήμερα όμως εφαρμόζεται σπανιότατα και αυτό οφείλεται στην ανάπτυξη της τεχνολογίας που είχε ως αποτέλεσμα την κατασκευή των νέων οργάνων, που αναφέραμε σε προηγούμενα κεφάλαια. Το γεγονός αυτό είχε συνέπεια να εφαρμόζονται άλλες ταχύτερες, λιγότερο κοπιώδεις και εξ ίσου ακριβείς μέθοδοι αποτύπωσης.

## 2.1. ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Αναλυτικότερα, η διαδικασία των μετρήσεων για την αποτύπωση ενός ή περισσότερων οικοπέδων περιγράφεται στα επόμενα.
Έστω ότι θέλουμε να αποτυπώσουμε το οικόπεδο που φαίνεται στο σχ. 57.




*Σχ. 57 Αποτύπωση οικοπέδου με ορθόγωνο.*

α) **Υλοποιούμε** στο έδαφος ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, τοποθετώντας στα άκρα του κατακόρυφα ακόντια. Το **ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ,** ορίζεται σαν ο **άξονας ΟΧ** του καρτεσιανού συστήματος αναφοράς των συντεταγμένων που θα χρησιμοποιήσουμε.

β) Με τη βοήθεια του ορθόγωνου και ενός ακοντίου, που τοποθετείται σε κάθε κορυφή του οικοπέδου, **προβάλλονται** οι κορυφές πάνω στον άξονα ΑΒ και σημειώνονται οι προβολές τους στο έδαφος (προφανώς αυτές θα είναι σημεία πάνω στην ευθυγραμμία ΑΒ).

γ) Με τη μετροταινία, έχοντας ως αρχή των μετρήσεων το σημείο Α, **μετράμε** την οριζόντια απόσταση από το Α μέχρι την προβολή κάθε κορυφής (στο σχ.57 π.χ. Α1΄=16.20m), καθώς επίσης και την οριζόντια απόσταση από την κορυφή μέχρι την προβολή της στον άξονα (στο σχ.57. π.χ. 11΄=16.02m) Οι δυο αυτές αποστάσεις είναι προφανώς κάθετες μεταξύ τους. **Η πρώτη απόσταση είναι η τετμημένη, δηλαδή το Χ, και η δεύτερη είναι η τεταγμένη, δηλαδή το Υ, της κορυφής του οικοπέδου.**
Αυτές οι μετρήσεις γίνονται για όλες τις κορυφές και για τις προβολές τους.

δ) Για **έλεγχο** μετράμε επιπλέον ορισμένες πλευρές του οικοπέδου.

Όπως και στην προηγούμενη μέθοδο αποτύπωσης, σχεδιάζεται στο ύπαιθρο σε απλό χαρτί ένα πρόχειρο σχέδιο **(αυτοσχέδιο υπαίθρου)** του οικοπέδου, πάνω στο οποίο σημειώνονται λεπτομερώς οι μετρήσεις που έγιναν.

## 2.2. ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΟΙΚΟΠΕΔΟΥ

**1) Σχεδίαση με απλά μέσα στο χαρτί.**
Η σχεδίαση με κλασσικό τρόπο γίνεται ως εξής:

**α) Επιλέγουμε την κλίμακα σχεδίασης 1:k.** Όπως και στην προηγούμενη μέθοδο είναι συνήθως 1:100 ή 1:200.

**β) Μετατρέπουμε όλα τα μετρημένα οριζόντια μήκη D σε μήκη d** κατάλληλα για τη σχεδίαση, όπως και στην προηγούμενη περίπτωση.

**γ) Τοποθετούμε πάνω στο χαρτί της σχεδίασης τον άξονα ΑΒ.** Μετά, χρησιμοποιώντας το κλιμακόμετρο τοποθετούμε στον άξονα

τις προβολές των σημείων, σύμφωνα με τις μετρήσεις που έγιναν (δηλαδή **τα Χ των σημείων).**
Από την κάθε προβολή σχεδιάζεται μια κάθετη γραμμή πάνω στον ΑΒ, με τη βοήθεια ενός σχεδιαστικού τριγώνου, και μετριέται πάνω σ' αυτήν το αντίστοιχο μήκος που αντιπροσωπεύει **το Υ του σημείου.** Εργαζόμαστε δηλαδή, όπως ακριβώς έχουμε μάθει στα Μαθηματικά, όταν θέλουμε να τοποθετήσουμε σημεία με τις συντεταγμένες τους σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων ΟΧ, ΟΥ. Στο τέλος θα έχουμε στο σχέδιο ένα σύνολο σημείων που είναι οι κορυφές ενός ή περισσοτέρων οικοπέδων. Πρέπει να σημειώσουμε εδώ ότι η **τοποθέτηση των σημείων με τις συντεταγμένες** τους στο χαρτί μπορεί να γίνει και **με τη βοήθεια κανάβου** που θα έχουμε σχεδιάσει προηγουμένως.

**δ)** Κάνουμε **έλεγχο,** αφού πρώτα ενώσουμε με τις κατάλληλες γραμμές τις κορυφές, ώστε να αποδοθεί το σχήμα των οικοπέδων. Μετράμε, δηλαδή, πάνω στο σχέδιο τις πλευρές για τις οποίες έχουμε στη διάθεσή μας άμεσες μετρήσεις από το ύπαιθρο και γίνεται σύγκριση των μηκών, όπως και στην προηγούμενη μέθοδο.

**ε) Συμπληρώνουμε το σχέδιο** με τα ίδια στοιχεία που αναφέρθηκαν και στην προηγούμενη μέθοδο αποτύπωσης. Πρέπει όμως να σημειώσουμε, ότι τα μήκη των πλευρών του οικοπέδου που δεν έχουμε μετρήσει στο ύπαιθρο, θα υπολογισθούν από τις συντεταγμένες. Δηλαδή, αν δυο διαδοχικές κορυφές του οικοπέδου π.χ. οι Κ και Λ έχουν συντεταγμένες (όπως αυτές μετρήθηκαν στο ύπαιθρο) $X_{κ,}$ $Y_κ$ και $X_Λ$, $Y_Λ$, τότε το οριζόντιο μήκος της πλευράς ΚΛ είναι:

$$D_{ΚΛ} = \sqrt{(X_Λ - X_Κ)^2 + (Y_Λ - Y_Κ)^2} \qquad (5.2)$$

Η τιμή του ΚΛ που θα υπολογισθεί μ' αυτόν τον τρόπο αναγράφεται πάνω στο σχέδιο στην αντίστοιχη πλευρά.

**2) Σχεδίαση με Η/Υ.**

Οι άμεσες μετρήσεις των συντεταγμένων, πληκτρολογούνται χωρίς καμιά αλλαγή, στο κατάλληλο σχεδιαστικό περιβάλλον του υπολογιστή (πρόγραμμα σχεδίασης). Με τις κατάλληλες εντολές ενώνονται τα σημεία με ευθείες γραμμές και δημιουργείται το σχήμα του οικοπέδου. Τα άλλα βήματα σε ό,τι αφορά τον έλεγχο και τη συμπλήρωση του σχεδίου είναι ίδια με την κλασσική μέθοδο, μόνο που γίνονται μέσα από το πρόγραμμα με τις κατάλληλες εντολές.

## 3. ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΜΕ ΠΟΛΙΚΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ

Η εφαρμογή των μεθόδων αποτύπωσης που αναπτύχθηκαν μέχρι τώρα, είναι δυνατή όταν οι συνθήκες είναι ευνοϊκές για τη χρήση της μετροταινίας και του ορθόγωνου. Τις πιο πολλές φορές όμως οι συνθήκες από πλευράς κλίσης και ομαλότητας του εδάφους δεν είναι καλές και, επομένως, με άλλα μέσα και μεθόδους πρέπει να γίνει η αποτύπωση του οικοπέδου.
Δυσκολίες στην εφαρμογή των πιο πάνω μεθόδων, εισάγουν επίσης η ύπαρξη προβλημάτων ορατότητας (φυτά, κατασκευές, κλπ) και η μεγάλη έκταση των προς αποτύπωση οικοπέδων. Επιβάλλεται σ’ αυτές τις περιπτώσεις, η εφαρμογή άλλης, πιο ευέλικτης μεθόδου.
Ο καλύτερος τρόπος για να αποτυπωθεί ένα οικόπεδο με όλες τις παραπάνω δυσκολίες είναι **η μέθοδος των πολικών συντεταγμένων.**
Οι πολικές συντεταγμένες, όπως και οι ορθογώνιες συντεταγμένες, προσδιορίζουν ένα σημείο στο επίπεδο. Όπως ξέρουμε, οι ορθογώνιες καρτεσιανές συντεταγμένες, είναι μήκη που μετριούνται πάνω στους άξονες ΟΧ και ΟΥ, ενώ οι **πολικές συντεταγμένες είναι ένα μήκος και μια γωνία.**
Επειδή στην τοπογραφία αναφερόμαστε στο οριζόντιο επίπεδο, **οι πολικές συντεταγμένες είναι μια οριζόντια γωνία και μια οριζόντια απόσταση.**

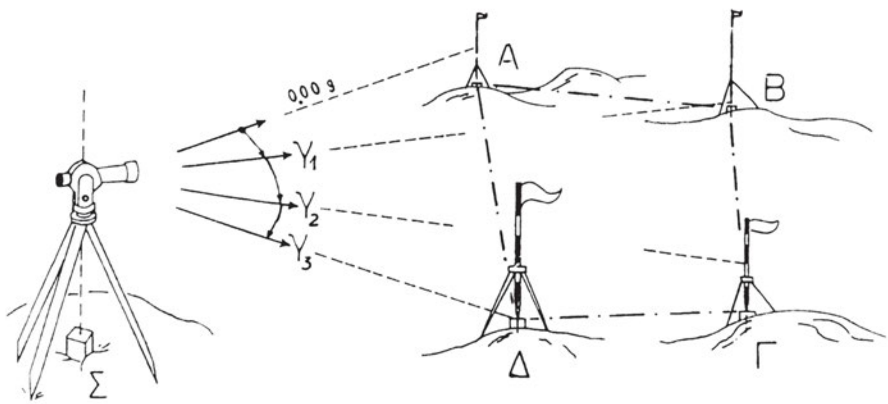
Στα επόμενα θα αναφερθούμε:

α) στους τρόπους που διεξάγονται και καταγράφονται οι μετρήσεις και

β) στον τρόπο σχεδίασης όταν έχουν μετρηθεί οι πολικές συντεταγμένες.

## 3.1 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ - ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Έστω ότι θέλουμε να αποτυπώσουμε το οικόπεδο Α,Β,Γ,Δ, του σχ. 58.
**Το αυτοσχέδιο υπαίθρου** τηρείται, και σ' αυτή τη μέθοδο, ανεξάρτητα από τον τρόπο μέτρησης των πολικών συντεταγμένων. Το αυτοσχέδιο περιέχει όλα τα στοιχεία που αναφέρθηκαν και στις προηγούμενες μεθόδους, και επιπλέον σημειώνεται η σειρά (αύξων αριθμός) με την οποία σκοπεύτηκαν τα σημεία, καθώς επίσης και οι συμπληρωματικές μετρήσεις που μπορεί να έγιναν με μετροταινία.




*Σχ. 58 Το οικόπεδο ΑΒΓΔ αποτυπώνεται με τη μέθοδο των πολικών συντεταγμένων.*

Επιλέγουμε ένα σημείο **Σ**, από το οποίο φαίνονται κατά το δυνατόν όλες οι κορυφές του οικοπέδου. Στο σημείο **Σ (Στάση οργάνου)** κεντρώνουμε το θεοδόλιχο (ή τον γεωδαιτικό σταθμό ή το θεοδόλιχο με το EDM) και το οριζοντιώνουμε. Ένα άλλο μέλος του συνεργείου, τοποθετεί διαδοχικά στις κορυφές του οικοπέδου ένα ακόντιο για να γίνονται οι σκοπεύσεις, ή το ειδικό ακόντιο με το στόχο και τον ανακλαστήρα, αν διαθέτουμε γεωδαιτικό σταθμό ή EDM.

Ο παρατηρητής σκοπεύει όλα τα σημεία Α,Β,Γ και Δ με τη σειρά, κατά τη δεξιόστροφη φορά όπως φαίνεται στο σχ. 58.

Κατά τη σκόπευση του πρώτου σημείου **Α** έχει τοποθετήσει την ένδειξη **μηδέν (0.0g)** στον οριζόντιο δίσκο του θεοδόλιχου. Έτσι, όταν σκοπευθεί π.χ. το σημείο Β, η ανάγνωση του οριζόντιου δίσκου θα είναι απ' ευθείας η οριζόντια γωνία ΑΣΒ **($\gamma_1$)**. Το ίδιο ισχύει και για τις υπόλοιπες κορυφές του οικοπέδου.

**Τα απαραίτητα στοιχεία** (πολικές συντεταγμένες), που πρέπει να μετρήσει ο παρατηρητής καθώς σκοπεύει διαδοχικά τα σημεία είναι:
**α) Η οριζόντια γωνία που δημιουργείται με πρώτη πλευρά την ΣΑ και δεύτερη αυτήν που ορίζεται από το Σ και το κάθε φορά σκοπευόμενο σημείο (Β,Γ,Δ).**
**β) Η οριζόντια απόσταση με αρχή το Σ και τέλος τα σκοπευόμενα σημεία (Α,Β,Γ,Δ)**

**Τα όργανα** που χρησιμοποιούνται εναλλακτικά σ' αυτήν τη μέθοδο είναι:

**α) Θεοδόλιχο και μετροταινία** ή
**β) Θεοδόλιχο και EDM** ή
**γ) Γεωδαιτικός σταθμός** ή
**δ) Θεοδόλιχο και σταδία.**

Οι περιπτώσεις **β** και **γ** εξετάζονται στη συνέχεια μαζί, γιατί πρόκειται για τα ίδια ουσιαστικά όργανα, με ελάχιστες διαφοροποιήσεις, κυρίως στον τρόπο λειτουργίας τους. Όπως αναφέραμε στο κεφάλαιο ΙΙΙ, το θεοδόλιχο στην περίπτωση **γ** είναι οπωσδήποτε ψηφιακό επομένως διαθέτει μικροϋπολογιστή, ενώ στην περίπτωση **β** μπορεί και να μην είναι.

Οι μετρήσεις καταγράφονται σε ειδικό έντυπο που μπορούμε και εμείς οι ίδιοι να φτιάξουμε. Αμέσως παρακάτω θα δούμε συνοπτικά τις μετρήσεις που κάνουμε, ανάλογα με τον εξοπλισμό που διαθέτουμε, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο αυτές καταγράφονται στα έντυπα.

**1) Όταν διαθέτουμε θεοδόλιχο και μετροταινία:**

- Ανάγνωση στον οριζόντιο δίσκο του θεοδόλιχου για κάθε σκοπευόμενο σημείο.
- Μέτρηση οριζόντιας απόστασης με τη μετροταινία από το Σ μέχρι το σημείο
- Καταγραφή των μετρηθέντων στοιχείων με την μορφή του παρακάτω εντύπου:

| ΣΤΑΣΗ | ΣΗΜΕΙΟ | ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΓΩΝΙΑ | ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΣΤΑΣΗ |
|---|---|---|---|
| Σ | Α | 0.00 | $D_{ΣΑ}$ |
| | Β | $γ_1$ | $D_{ΣΒ}$ |
| | Γ | $γ_2$ | $D_{ΣΓ}$ |
| | Δ | $γ_3$ | $D_{ΣΔ}$ |

*Έντυπο 3. Υπόδειγμα καταγραφής των μετρήσεων με θεοδόλιχο και μετροταινία στη μέθοδο των πολικών συντεταγμένων.*

Επομένως, έχουμε άμεση μέτρηση των πολικών συντεταγμένων (οριζόντια γωνία οριζόντια απόσταση).

**2) Όταν διαθέτουμε θεοδόλιχο και EDM, ή γεωδαιτικό σταθμό.**

Σ' αυτήν την περίπτωση καταγράφουμε:

- την ένδειξη του οριζόντιου δίσκου για κάθε σκοπευόμενο σημείο
- την ένδειξη του κατακόρυφου δίσκου (ζενίθια γωνία)
- τη μέτρηση του κεκλιμένου μήκους στην οθόνη του οργάνου.

Η καταγραφή των μετρήσεων γίνεται σε έντυπο, όπως στο έντυπο 4.

| ΣΤΑΣΗ ΟΡΓΑΝΟΥ | ΣΚΟΠΕΥΟΜΕΝΟ ΣΗΜΕΙΟ | ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΓΩΝΙΑ | ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΓΩΝΙΑ | ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΜΗΚΟΣ | ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗ ΟΡΙΖ. ΑΠΟΣΤΑΣΗ |
|---|---|---|---|---|---|
| Σ | Α | 0.00 | $Z_Α$ | $L_{ΣΑ}$ | $D_{ΣΑ}$ |
| | Β | $γ_1$ | $Z_Β$ | $L_{ΣΒ}$ | $D_{ΣΒ}$ |
| | Γ | $γ_2$ | $Z_Γ$ | $L_{ΣΓ}$ | $D_{ΣΓ}$ |
| | Δ | $γ_3$ | $Z_Δ$ | $L_{ΣΔ}$ | $D_{ΣΔ}$ |

*Έντυπο 4 Υπόδειγμα καταγραφής των μετρήσεων με θεοδόλιχο και EDM ή γεωδαιτικό σταθμό στη μέθοδο των πολικών συντεταγμένων.*

Στην περίπτωση αυτή δεν έχουμε άμεση μέτρηση και των δυο πολικών συντεταγμένων. Η οριζόντια απόσταση υπολογίζεται έμμεσα, από τις μετρήσεις, με τη γνωστή σχέση:

$$D = L \cdot \eta\mu z \qquad (5.3)$$

οπότε και συμπληρώνεται η τελευταία στήλη.

Με τα όργανα αυτής της κατηγορίας (κυρίως με τους γεωδαιτικούς σταθμούς), παρέχονται οι δυνατότητες στη διαδικασία της αποτύπωσης να:

α) υπολογίζεται από το ίδιο το όργανο η οριζόντια απόσταση, οπότε χρησιμοποιείται έντυπο καταγραφής ίδιο με το 1

β) αποθηκεύονται (καταγράφονται) αυτόματα οι μετρήσεις, είτε με τη μορφή του εντύπου 1, είτε του 2.

**Σημείωση 1η:**

Η μορφή του εντύπου 2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί επίσης και στην πρώτη περίπτωση, όταν μετριέται, με τη μετροταινία, το κεκλιμένο μήκος. Το μήκος αυτό μετριέται από την τομή των αξόνων ΠΠ΄ και ΔΔ΄ του θεοδόλιχου, έως ένα τυχαίο σημείο πάνω στο ακόντιο. Στο ίδιο όμως σημείο σκοπεύεται και η κατακόρυφη γωνία.

**Σημείωση 2η:**

Οι τρόποι μέτρησης των πολικών συντεταγμένων που αναφέρθηκαν μέχρι τώρα εφαρμόζονται **ανεξάρτητα από την κλίμακα σχεδίασης** των τοπογραφικών διαγραμμάτων.

**Σημείωση 3η:**

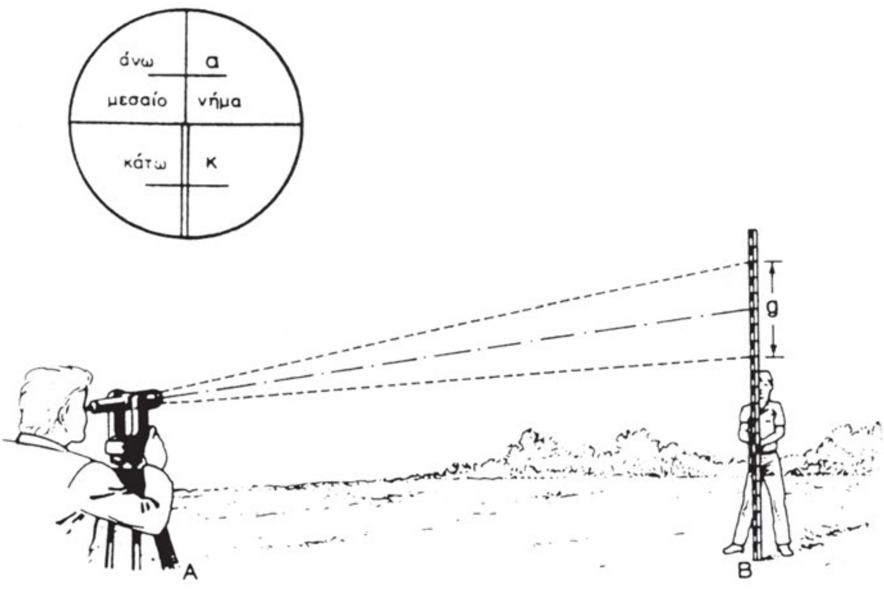
Οι **μετρήσεις συμπληρώνονται** με το ύψος οργάνου **(ΥΟ)** και το ύψος σκόπευσης **(ΥΣ),** όταν έχει μετρηθεί η κατακόρυφη γωνία. Τότε, χωρίς άλλη μέτρηση, είναι δυνατός ο **υπολογισμός των υψομετρικών διαφορών** των κορυφών του οικοπέδου από τη στάση Σ με τη μέθοδο της **τριγωνομετρικής υψομετρίας.** Αυτό μας επιτρέπει να δώσουμε σε κάθε κορυφή του οικοπέδου σχετικό υψόμετρο αν θεωρήσουμε ότι η Σ έχει σχετικό υψόμετρο $H_Σ$ (π.χ. 100m). Η σχέση από την οποία θα υπολογισθούν τα υψόμετρα των κορυφών του οικοπέδου είναι:

$$H = H_Σ + L \cdot συνz + YO - YΣ \qquad (5.4)$$

Ο υπολογισμός γίνεται για κάθε σημείο με αντικατάσταση των αντίστοιχων τιμών των L, z και ΥΣ.

**3) Όταν διαθέτουμε θεοδόλιχο και σταδία (Ταχυμετρία).**

Όταν εφαρμόζουμε αυτή τη μέθοδο, αντί για το ακόντιο ή τον ειδικό στόχο με τον ανακλαστήρα, στις κορυφές του οικοπέδου τοποθετείται σταδία, ίδια με αυτή που χρησιμοποιείται στη γεωμετρική χωροστάθμιση.
Με το θεοδόλιχο τοποθετημένο στο Σ σκοπεύονται ένα - ένα τα σημεία και διαβάζεται η ένδειξη στον οριζόντιο δίσκο, η κατακόρυφη γωνία και το **αποκοπτόμενο τμήμα.**




*Σχ. 59 Ταχυμετρική αποτύπωση με θεοδόλιχο και σταδία.*

Στο σχ. 59 βλέπουμε τον παρατηρητή να σκοπεύει τη σταδία. Το αποκοπτόμενο τμήμα g, διαβάζεται πάνω στη σταδία και είναι το τμήμα της σταδίας που ανάμεσα στα δυο σταδιομετρικά νήματα, με τα οποία είναι εφοδιασμένο το σταυρόνημα του θεοδόλιχου (κεφάλαιο ΙΙΙ).

Η τιμή του αποκοπτόμενου τμήματος προκύπτει από την αφαίρεση των δύο ενδείξεων στη σταδία, που αντιστοιχούν στο κάτω και πάνω σταδιομετρικό νήμα.
Για παράδειγμα, αν στο πάνω νήμα αντιστοιχεί η ένδειξη 1.546m και στο κάτω η 0.457m, τότε το αποκοπτόμενο είναι 1.546 - 0.457 = 1.089m.
Παρακάτω φαίνεται η μορφή του εντύπου όπου καταγράφονται οι μετρήσεις.

| ΣΤΑΣΗ ΟΡΓΑΝΟΥ | ΣΚΟΠΕΥΟΜΕΝΟ ΣΗΜΕΙΟ | ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΓΩΝΙΑ | ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΓΩΝΙΑ | ΑΠΟΚΟΠΤΟΜΕΝΟ ΤΜΗΜΑ | ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΗ ΟΡΙΖ.ΑΠΟΣΤΑΣΗ |
|---|---|---|---|---|---|
| Σ | Α | 0.00 | $Z_A$ | $g_A$ | $D_{ΣA}$ |
| | Β | $γ_1$ | $Z_B$ | $g_B$ | $D_{ΣB}$ |
| | Γ | $γ_2$ | $Z_Γ$ | $g_Γ$ | $D_{ΣΓ}$ |
| | Δ | $γ_3$ | $Z_Δ$ | $g_Δ$ | $D_{ΣΔ}$ |

*Έντυπο 5. Υπόδειγμα καταγραφής των μετρήσεων με θεοδόλιχο και σταδία στη μέθοδο των πολικών συντεταγμένων (ταχυμετρία).*

Η οριζόντια απόσταση που μας χρειάζεται ($6^η$ στήλη), υπολογίζεται από τον τύπο:

$$D = k \cdot g \cdot ημ^2 z \qquad (5.5)$$

Η τιμή του k είναι 50, ή συνηθέστερα 100.
Συνήθως το αποκοπτόμενο τμήμα που αναγράφεται στην αντίστοιχη στήλη έχει ήδη πολλαπλασιαστεί με το 100 (π.χ δεν αναγράφεται η τιμή 1.089 αλλά 108.9 σε μέτρα). Έτσι, για παράδειγμα, αν η αντίστοιχη κατακόρυφη γωνία είναι ίση με 95 g η οριζόντια απόσταση που θα υπολογιστεί μ' αυτόν τον τύπο είναι:

$$D = 108.9 \times ημ^2 95 = 108.9 \times (0.9969)^2 = 108.23 m$$

**Σημείωση:** Όπως και στην προηγούμενη μέθοδο μέτρησης, επειδή ήδη έχει μετρηθεί η κατακόρυφη γωνία, αν μετρήσουμε επί πλέον το ΥΟ και το ΥΣ (το ΥΣ εδώ αναφέρεται στο κέντρο του σταυρονήματος και διαβάζεται πάνω στη σταδία), έχουμε τη δυνατότητα υπολογισμού των σχετικών υψομέτρων των κορυφών του οικοπέδου, με χρήση του τύπου:

$$H = H_{\Sigma} + \frac{1}{2} \cdot k \cdot g \cdot \eta\mu(2z) + \text{ΥΟ} - \text{ΥΣ} \qquad (5.6)$$

Η μέθοδος μέτρησης με τις πολικές συντεταγμένες που αναπτύξαμε εδώ, είναι γνωστή από το παρελθόν με την ονομασία **Ταχυμετρία,** επειδή ήταν σχετικά γρήγορη η μέτρηση του μήκους σε εποχές πριν την ανακάλυψη των EDM, όταν οι μετρήσεις μηκών ήταν μια δύσκολη και επίπονη εργασία. Αυτός είναι άλλωστε και ο λόγος που τα θεοδόλιχα με τα οποία γίνονται αυτού του είδους οι μετρήσεις, ονομάζονται **ταχύμετρα.** Κατ' αναλογία και καταχρηστικά, πολλές φορές ονομάζονται και οι γεωδαιτικοί σταθμοί **ηλεκτρονικά ταχύμετρα.**

**Λόγω της μειωμένης ακρίβειας της μεθόδου της ταχυμετρίας, που οφείλεται σε διάφορους παράγοντες, δεν πρέπει να χρησιμοποιείται για αποτυπώσεις για τις οποίες υπάρχουν αυξημένες απαιτήσεις ακριβείας, δηλαδή σε περιπτώσεις διαγραμμάτων σε κλίμακες 1:100 ή 1:200 ή ακόμη και σε 1:500, όταν πρόκειται για αστικές περιοχές.**

Μπορεί όμως να χρησιμοποιείται χωρίς πρόβλημα, σε αποτυπώσεις στις οποίες τα σχέδια συντάσσονται σε κλίμακα 1:1000 και μικρότερη (περίπτωση σπάνια για μεμονωμένο οικόπεδο).

## 3.2. ΒΑΣΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ - ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΟΙΚΟΠΕΔΟΥ

Όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος των πολικών συντεταγμένων, ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίον έγιναν οι μετρήσεις, πολλές φορές πριν τη σχεδίαση είναι αναγκαίο να γίνουν ορισμένοι υπολογισμοί. Υπολογισμοί γίνονται, όπως θα δούμε παρακάτω και στην περίπτωση μετατροπής των πολικών συντεταγμένων σε καρτεσιανές, πράγμα που είναι αναγκαίο κυρίως όταν πρέπει να σχεδιάσουμε με τη βοήθεια του κανάβου ή του Η/Υ. Γι' αυτόν το λόγο θα παρουσιάσουμε παράλληλα ταυτόχρονα με τη σχεδίαση και τους βασικούς υπολογισμούς που της είναι απαραίτητοι.

**1) Σχεδίαση σε χαρτί με απλά μέσα.**

Η σχεδίαση μπορεί να γίνει με δύο τρόπους:

α) Με βαθμογνωμόνιο και κλιμακόμετρο, χρησιμοποιώντας απ' ευθείας τις μετρήσεις από τα έντυπα καταγραφής.

β) Με τη χρήση κανάβου αφού προηγουμένως υπολογιστούν και οι καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων.

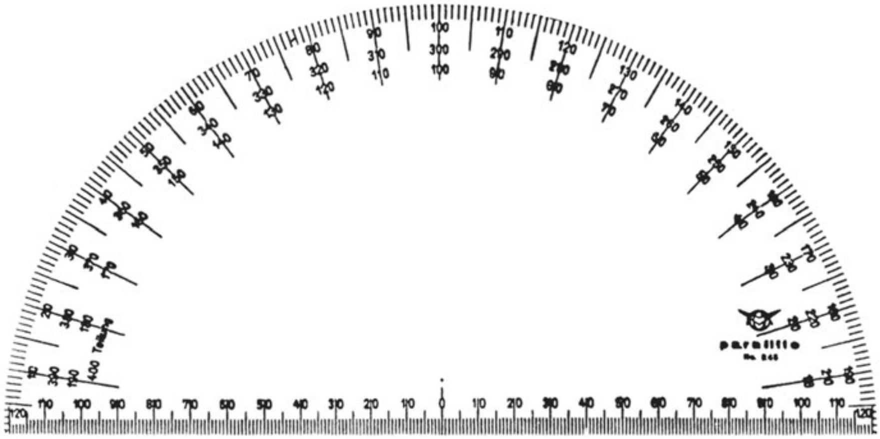
**Κοινή ενέργεια ανεξάρτητα από τον τρόπο σχεδίασης,** είναι η επιλογή της κλίμακας σχεδίασης. Εκτός από την περίπτωση της ταχυμετρίας η κλίμακα σχεδίασης του οικοπέδου λαμβάνεται ίση με 1:100 ή 1:200 (για πολύ μεγάλο οικόπεδο μπορεί να είναι και 1:500)

Με βάση την κλίμακα μετατρέπουμε όλες τις οριζόντιες αποστάσεις **D** σε αποστάσεις **d** σύμφωνα με όσα είπαμε σε προηγούμενη παράγραφο (1.1) εκφρασμένες σε **cm** ή **mm.**

**Α. Σχεδίαση με βαθμογνωμόνιο και κλιμακόμετρο (αναγωγέας).**

**1)** Επιλέγουμε στο χαρτί ένα σημείο που αντιπροσωπεύει τη στάση **Σ** και χαράσσουμε μια τυχαία ευθεία πάνω στην οποία τοποθετούμε το σημείο Α σε απόσταση από το **Σ** ίση με $\mathbf{d_{ΣΑ}}$.

**2)** Τοποθετούμε το **βαθμογνωμόνιο** (όργανο όμοιο με το μοιρογνωμόνιο, με τη διαφορά ότι οι γωνίες σ' αυτό μετριούνται σε βαθμούς) (σχ. 60)



Σχ. 60 Ο αναγωγέας

έτσι ώστε, στην διεύθυνση **ΣΑ** να έχει ένδειξη **0 (μηδέν),** ίση δηλαδή με την αντίστοιχη ανάγνωση του θεοδόλιχου (βλέπε έντυπα μετρήσεων). Με αφετηρία την ΣΑ, χαράσσονται όλες οι ευθείες που αντιστοιχούν στις μετρήσεις των οριζοντίων γωνιών (π.χ. $\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3$).

**3)** Πάνω σ' αυτές τοποθετούνται όλα τα υπόλοιπα σημεία, αφού είναι γνωστές οι αντίστοιχες αποστάσεις τους **d** από το Σ (από τα έντυπα: $d_{ΣΒ}$, $d_{ΣΓ}$, $d_{ΣΔ}$**).** Η μέτρηση του **d**, με αρχή το Σ, γίνεται με κλιμακόμετρο ή υποδεκάμετρο. Αν το βαθμογνωμόνιο έχει και κλιμακόμετρο (σχ.60) τότε λέγεται **αναγωγέας.**
Μετά ενώνουμε τα σημεία μεταξύ τους με ευθείες γραμμές και προκύπτει το σχήμα του οικοπέδου.

**4)** Ακολουθεί **ο έλεγχος** στην περίπτωση που έχουν γίνει κάποιες επί πλέον μετρήσεις (π.χ. μπορεί με μετροταινία να έχει μετρηθεί το πρόσωπο του οικοπέδου).

**5)** Γίνεται η συμπλήρωση του σχεδίου με τα μήκη των πλευρών του οικοπέδου και με τα άλλα απαραίτητα στοιχεία.

Τα μήκη όμως των πλευρών του οικοπέδου (οριζόντιες αποστάσεις) δεν είναι σ' αυτήν την περίπτωση άμεσα μετρημένα. Εκτός ίσως από το πρόσωπο του οικοπέδου. **Δεν είναι απολύτως ορθό** να μετρήσουμε πάνω στο τελικό σχέδιο τις πλευρές και με βάση την κλίμακα να βρούμε το πραγματικό μήκος και αυτό να αναγράψουμε.
Γι' αυτόν το λόγο, για να έχουμε στο σχέδιο τα ορθά μήκη, πρέπει να τα υπολογίσουμε από τις μετρήσεις που έχουμε κάνει (έμμεσος προσδιορισμός).

**Υπολογισμός των πλευρών του οικοπέδου:**
Αν ξανακοιτάξουμε το σχ. 58, που δείχνει τη μορφή του οικοπέδου και τις μετρήσεις που έγιναν, θα δούμε ότι με τη διαδοχική σκόπευση των σημείων, το οικόπεδο αποτελείται από τρίγωνα με κοινή κορυφή το Σ (ΣΑΒ, ΣΒΓ, ΣΓΔ).
Σε κάθε τρίγωνο από αυτά, έχουμε μετρήσει τις δυο πλευρές και τη γωνία που αυτές σχηματίζουν (περιεχόμενη).
Π.χ. στο τρίγωνο ΣΑΒ έχουμε $\mathbf{\Sigma_A = D_{\Sigma A}}$, $\mathbf{\Sigma B = D_{\Sigma B}}$, γωνία $\mathbf{A\Sigma B = \gamma_1}$ στο τρίγωνο ΣΒΓ έχουμε, $\mathbf{\Sigma B = D_{\Sigma B}}$, $\mathbf{\Sigma\Gamma = D_{\Sigma\Gamma}}$, γωνία $\mathbf{B\Sigma\Gamma = \gamma_2 - \gamma_1}$, κοκ.
Για να υπολογιστεί σε κάθε τρίγωνο η τρίτη πλευρά, πρέπει να εφαρμόσουμε τον **νόμο του συνημιτόνου.** Για παράδειγμα, στο τρίγωνο ΣΒΓ θα είναι:

$$\mathrm{B\Gamma} = \mathrm{D}_{B\Gamma} = \sqrt{D_{\Sigma B}^2 + D_{\Sigma\Gamma}^2 - 2 \cdot D_{\Sigma B} \cdot D_{\Sigma\Gamma} \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\widehat{\mathrm{B\Sigma\Gamma}}\right)} \qquad (5.7)$$

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται και οι υπόλοιπες πλευρές του οικοπέδου.

## Β. Σχεδίαση με χρήση του κανάβου.

Πριν σχεδιάσουμε το οικόπεδο χρησιμοποιώντας τον κάναβο που θα έχει ήδη σχεδιαστεί στο χαρτί, πρέπει να έχουμε υπολογίσει τις ορθογώνιες συντεταγμένες των σημείων.
Στη συνέχεια είναι η πορεία υπολογισμού και οι τύποι μετατροπής των πολικών συντεταγμένων σε ορθογώνιες καρτεσιανές συντεταγμένες.

**Υπολογισμός ορθογωνίων συντεταγμένων.**

**α)** Ορίζουμε αυθαίρετα τη **γωνία διεύθυνσης** της ευθείας ΣΑ **($G_{ΣΑ}$)** και τις συντεταγμένες του σημείου Σ **($X_Σ$, $Y_Σ$).**

**β)** Υπολογίζουμε για κάθε διεύθυνση που σκοπεύσαμε (δηλ. τις ΣΒ, ΣΓ, ΣΔ), τη γωνία διεύθυνσης που της αντιστοιχεί:

$$G_{ΣΒ} = G_{ΣΑ} + γ_1$$
$$G_{ΣΓ} = G_{ΣΑ} + γ_2 \qquad (5.8)$$
$$G_{ΣΔ} = G_{ΣΑ} + γ_3$$

Οι τιμές γ1, γ2, γ3, παίρνονται από τα αντίστοιχα έντυπα (3,4 ή 5) ανάλογα με τη μέθοδο αποτύπωσης.

**γ) Οι συντεταγμένες X και Y** για κάθε σημείο υπολογίζονται από σχέσεις όμοιες με τις (5.9), οι οποίες εν προκειμένω δίνονται μόνο για το σημείο Α. Οι ίδιες σχέσεις, μετά τις ανάλογες αντικαταστάσεις, ισχύουν προφανώς για όλα τα υπόλοιπα σημεία:

$$X_A = X_Σ + D_{ΣΑ} \cdot ημG_{ΣΑ}$$
$$Y_A = Y_Σ + D_{ΣΑ} \cdot συνG_{ΣΑ} \qquad (5.9)$$

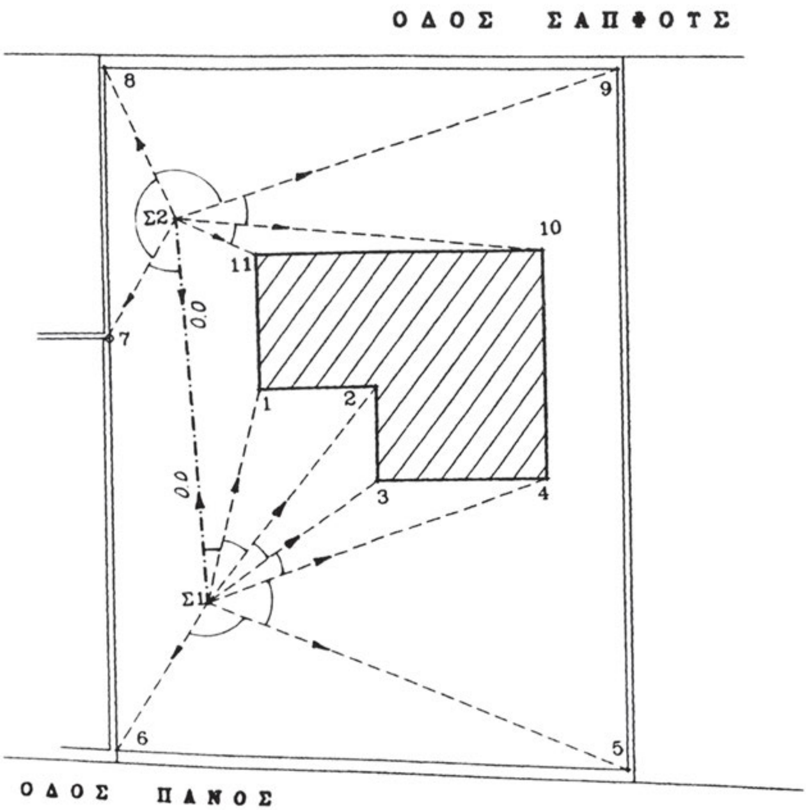
Οι τιμές των οριζοντίων αποστάσεων παίρνονται από τα αντίστοιχα έντυπα ενώ οι τιμές των γωνιών διεύθυνσης από τις προηγούμενες σχέσεις (5.8).

Η σχεδίαση γίνεται με τους κανόνες που έχουν περιγραφεί σε προηγούμενες παραγράφους, όπου αναλυτικά αναφέρεται ο τρόπος τοποθέτησης των σημείων, υπολογισμού των πλευρών του οικοπέδου και συμπλήρωσης του σχεδίου (παράγραφος 2.2). Τα ίδια ισχύουν και για τη σχεδίαση με Η/Υ.

## 4. ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΜΕ ΠΟΛΙΚΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΑΠΟ ΔΥΟ Ή ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΕΣ ΣΤΑΣΕΙΣ

Η ίδια εργασία που περιγράφηκε προηγουμένως μπορεί να εφαρμοστεί και όταν έχουμε δύο ή περισσότερες στάσεις. Αυτό γίνεται στις περισσότερες περιπτώσεις αποτύπωσης μεγάλων οικοπέδων ή εκτάσεων γης, διότι δεν είναι πάντα δυνατόν να φαίνονται από μία μόνο στάση όλα τα σημεία που μας ενδιαφέρουν, ώστε να αποδοθεί με πιστότητα το σχήμα και να υπολογισθεί με ακρίβεια το εμβαδόν της ιδιοκτησίας.

Στο σχ. 61 βλέπουμε δυο τέτοια σημεία, τα $Σ_1$ και $Σ_2$, που είναι οι στάσεις όπου θα τοποθετηθούν τα όργανα των μετρήσεων. Βλέπουμε επίσης πως γίνονται οι σκοπεύσεις των κορυφών του οικοπέδου που είναι ορατές από κάθε στάση.




Σχ.61

Οι μετρήσεις όμως που γίνονται από κάθε στάση, πρέπει να συνδεθούν μεταξύ τους, ώστε να είναι δυνατός ο υπολογισμός των συντεταγμένων στο ίδιο σύστημα αναφοράς και να είναι δυνατή η παρουσίαση των αποτελεσμάτων σε ενιαίο σχέδιο. Η σύνδεση αυτή γίνεται με τις ακόλουθες ενέργειες:

α) Μετράμε την οριζόντια απόσταση $Σ_1Σ_2$ μεταξύ των στάσεων **(την ονομάζουμε και βάση)**

β) Ο μηδενισμός του οριζόντιου κύκλου από κάθε στάση γίνεται όχι προς τυχαία κορυφή του οικοπέδου, όπως στην προηγούμενη περίπτωση, αλλά προς την άλλη στάση. Δηλαδή, **από την $Σ_1$ μηδενίζουμε προς την $Σ_2$ και αντίστροφα.**

Καταγράφουμε τις μετρήσεις σε παρόμοια έντυπα με αυτά της προηγουμένης μεθόδου.
Αν επιλεγεί ο τρόπος σχεδίασης με το βαθμογνωμόνιο και το κλιμακόμετρο, αφού διαλέξουμε την κλίμακα, τοποθετούμε στο σχέδιο υπό κλίμακα τη βάση (έχοντας υπολογίσει το αντίστοιχο d της βάσης). Μετά ενεργούμε όπως και προηγουμένως τοποθετώντας τα σημεία με το βαθμογνωμόνιο και το κλιμακόμετρο από κάθε στάση. Εδώ, όμως, η ευθεία μηδενισμού του βαθμογνωμονίου πρέπει να είναι η $Σ_1Σ_2$ για τη στάση $Σ_1$ και, αντίστροφα, η $Σ_2Σ_1$ για την $Σ_2$.
Αν επιλέξουμε την σχεδίαση με κάναβο ή Η/Υ, πρέπει πρώτα να μετασχηματίσουμε τις πολικές συντεταγμένες σε ορθογώνιες.
Ο μετασχηματισμός γίνεται για κάθε στάση όπως και προηγουμένως, μόνο που πρέπει να προηγηθούν οι παρακάτω ενέργειες και υπολογισμοί:

1) Δίνουμε αυθαίρετες συντεταγμένες στο $Σ_1\left(X_{Σ_1}, Y_{Σ_1}\right)$.

2) Δίνουμε αυθαίρετη γωνία διεύθυνσης στη $Σ_1Σ_2\left(G_{Σ_1Σ_2}\right)$.

3) Υπολογίζονται συντεταγμένες για το $Σ_2\left(X_{Σ_2}, Y_{Σ_2}\right)$ με τους τύπους:

$$\begin{aligned} X_{Σ_2} &= X_{Σ_1} + D_{Σ_1Σ_2} \cdot ημG_{Σ_1Σ_2} \\ Y_{Σ_2} &= Y_{Σ_1} + D_{Σ_1} \cdot συνG_{Σ_1Σ_2} \end{aligned} \qquad (5.10)$$

4) Μετά για κάθε στάση ξεχωριστά, υπολογίζονται οι συντεταγμένες των σημείων, με τον τρόπο που περιγράψαμε στην περίπτωση της μιας στάσης, με τη διαφορά, ότι στους υπολογισμούς που αφορούν στη $\Sigma_2$ παίρνουμε ως γωνία διεύθυνσης τη:

$$G_{\Sigma_2\Sigma_1} = G_{\Sigma_1\Sigma_2} + 200g \qquad (5.11)$$

Παρόμοια μεθοδολογία ακολουθείται όταν έχουμε περισσότερες των δύο στάσεις. Η τεθλασμένη γραμμή που συνδέει τις διαδοχικές στάσεις, λέγεται **όδευση.**

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ V

1) Τι είναι αποτύπωση; Από τι χαρακτηρίζεται ένα οικόπεδο;
2) Να αναφέρετε τις μεθόδους αποτύπωσης ενός οικοπέδου.
3) Σε ποιες περιπτώσεις οικοπέδων θα εφαρμόζατε κάθε μια από αυτές τις μεθόδους αποτύπωσης;
4) Πώς γίνεται η σχεδίαση ενός οικοπέδου που έχει μετρηθεί με μετροταινία;
5) Υπάρχουν διαφορές ή ομοιότητες στη σχεδίαση με το χέρι και με Η/Υ;
6) Γιατί χρησιμοποιούμε την κλίμακα σχεδίασης;
7) Με ποια όργανα γίνεται η αποτύπωση όταν χρησιμοποιείται η μέθοδος των ορθογωνίων συντεταγμένων;
8) Ποια όργανα θα χρειαστείτε αν χρησιμοποιήσετε τη μέθοδο των πολικών συντεταγμένων; Να διακρίνετε τις περιπτώσεις.
9) Με ποιους τρόπους θα σχεδιάζατε το οικόπεδο που αποτυπώσατε με την προηγούμενη μέθοδο;
10) Πότε εφαρμόζουμε τη μέθοδο των πολικών συντεταγμένων από δυο στάσεις; Τι παραπάνω στοιχεία πρέπει να μετρήσουμε σε σύγκριση με αυτήν, της μιας στάσης;

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Να μετατρέψετε τα οριζόντια μήκη 37.45m, 51.10m, 18.34m σε μήκη σχεδίασης, εκφράζοντάς τα σε cm και σε mm στις κλίμακες 1:100, 1:200 και 1:500.

2) Στην αυλή του σχολείου σας να ορίσετε 4 σημεία, έτσι ώστε να σχηματίζουν ένα τετράπλευρο με πλευρές που να μην ξεπερνούν τα 20 μέτρα. Να σημάνετε αυτά τα σημεία, ώστε να μπορείτε να τα βρίσκετε πάντοτε. Να κάνετε παράλληλα και εξασφάλιση των σημείων. Μετά, να μετρήσετε τις πλευρές και τις διαγωνίους του σχήματος, θεωρώντας ότι αυτό είναι ένα οικόπεδο. Να σχεδιάσετε το οικόπεδο στο χαρτί σε κλίμακα 1:200. Να γίνει έλεγχος του μήκους της διαγωνίου που δεν χρησιμοποιήθηκε στη σχεδίαση συγκρίνοντας το μετρημένο στο ύπαιθρο με αυτό του σχεδίου. Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε, μετά τη σύγκριση, σε ό,τι αφορά την ποιότητα των μετρήσεων και της σχεδίασης;

3) Το προηγούμενο οικόπεδο να αποτυπωθεί και με τις άλλες δυο μεθόδους. Να σχεδιαστεί επίσης σε κλίμακα 1:200 και να γίνουν συγκρίσεις μετρώντας πλευρές ή διαγωνίους στο νέο σχέδιο σε σχέση με το παλιό. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του τετραπλεύρου από τις συντεταγμένες και από το νόμο του συνημιτόνου ανάλογα με τις μετρήσεις που έχετε κάνει και να τα συγκρίνετε με εκείνα που βρήκατε με την άμεση μέτρηση με τη μετροταινία.

Οι ασκήσεις 2 και 3 πρέπει να γίνουν από ομάδες 3-4 μαθητών. Τα αποτελέσματα θα χρειαστούν και για ορισμένες ασκήσεις του επομένου κεφαλαίου.

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ VI

## ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΕΜΒΑΔΩΝ ΚΑΙ ΟΓΚΩΝ

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, ότι σκοπός της αποτύπωσης είναι η εύρεση των διαστάσεων και του **εμβαδού** ενός οικοπέδου. Στο παρόν κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με τους τρόπους υπολογισμού των εμβαδών.
Εκτός όμως από τα εμβαδά, είναι σκόπιμο να γίνει αναφορά σε ένα ουσιώδες τεχνικό αντικείμενο, τον υπολογισμό του όγκου ενός στερεού και ιδιαίτερα τον όγκο των χωμάτων που προκύπτουν από μια εκσκαφή, π.χ. στην περίπτωση της θεμελίωσης μιας οικοδομής.

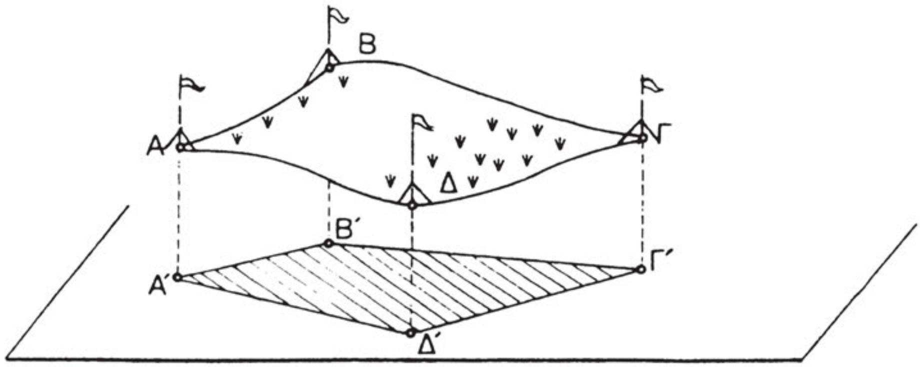
### 1. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΤΩΝ ΕΜΒΑΔΩΝ

Πριν εκτεθούν οι τρόποι υπολογισμού των εμβαδών των οικοπέδων, ανάλογα με τα στοιχεία που έχουμε κάθε φορά στη διάθεσή μας, πρέπει να διευκρινιστεί ο όρος **εμβαδόν οικοπέδου** ή, γενικότερα εμβαδόν ιδιοκτησίας.

> Σε όλες τις συναλλαγές ή τις ενέργειες των ανθρώπων τις σχετικές με τις ιδιοκτησίες γης (επομένως και τα οικόπεδα) το εμβαδόν που αναφέρεται σ' αυτές είναι **το εμβαδόν της οριζοντιογραφικής προβολής της ιδιοκτησίας.**

Όπως φαίνεται στο σχ. 61, το εμβαδόν του οικοπέδου ΑΒΓΔ, είναι το εμβαδόν της ορθής προβολής του οικοπέδου στο οριζόντιο επίπεδο, δηλαδή το εμβαδόν του σχήματος Α΄Β΄Γ΄Δ΄.

**Το εμβαδόν της οριζοντιογραφικής προβολής** είναι αυτό που αναγράφεται στα συμβόλαια, στους Κτηματολογικούς πίνακες, στις άδειες ανέγερσης οικοδομών, κλπ. Με βάση αυτό, υπολογίζονται η επιτρεπόμενη επιφάνεια κτιρίου, η φορολογητέα αξία του, οι υποχρεώσεις εισφοράς της ιδιοκτησίας σε γη ή χρήμα, κοκ.




*Σχ. 61 Εμβαδόν οικοπέδου είναι το εμβαδόν της οριζοντιογραφικής προβολής του.*

Ο τρόπος με τον οποίο μπορεί να υπολογιστεί το εμβαδόν ενός οικοπέδου έχει άμεση σχέση με το τι στοιχεία έχουμε στη διάθεσή μας (δηλαδή μόνο μετρήσεις ή μόνο διαγράμματα ή και τα δύο, κλπ) και τις μετρήσεις που έχουν γίνει (δηλαδή μόνο μήκη, μήκη και γωνίες, κοκ).
Έχει επίσης σχέση με την ακρίβεια με την οποία θέλουμε να προσδιορίσουμε το εμβαδόν. Με τον όρο ακρίβεια, εννοούμε πόσο κοντά στο πραγματικό εμβαδόν θέλουμε να είναι το αποτέλεσμα της εμβαδομέτρησης που θα κάνουμε.
Για όλους τους παραπάνω λόγους διακρίνουμε τέσσερις τρόπους:

**1) Αναλυτικός υπολογισμός του εμβαδού.**
**2) Ημιγραφικός υπολογισμός**
**3) Γραφικός υπολογισμός**
**4) Μέτρηση εμβαδού με μηχανικά μέσα (εμβαδόμετρο).**

## 1.1 ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

Ο **αναλυτικός υπολογισμός** του εμβαδού ενός οικοπέδου γίνεται όταν έχουμε στη διάθεσή μας όλα τα στοιχεία του οικοπέδου που μετρήθηκαν κατά την αποτύπωση και επιζητούμε τον υπολογισμό του εμβαδού με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια. Κατά τον αναλυτικό υπολογισμό αντικαθιστούμε τα στοιχεία που μετρήσαμε, άμεσα ή έμμεσα, στο ύπαιθρο στους τύπους του εμβαδού που γνωρίζουμε από την Γεωμετρία και την Τριγωνομετρία.

Οι τύποι που χρησιμοποιούνται και θα αναφερθούν αμέσως μετά, είναι αυτοί που ισχύουν για το τρίγωνο, το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, το τετράγωνο, το τραπέζιο, τον κύκλο, κλπ.

Θα αναφερθεί ακόμα και μια μέθοδος υπολογισμού του εμβαδού τυχόντος σχήματος από τις συντεταγμένες των κορυφών του.

### <u>1) Υπολογισμός του εμβαδού γνωστών γεωμετρικών σχημάτων.</u>

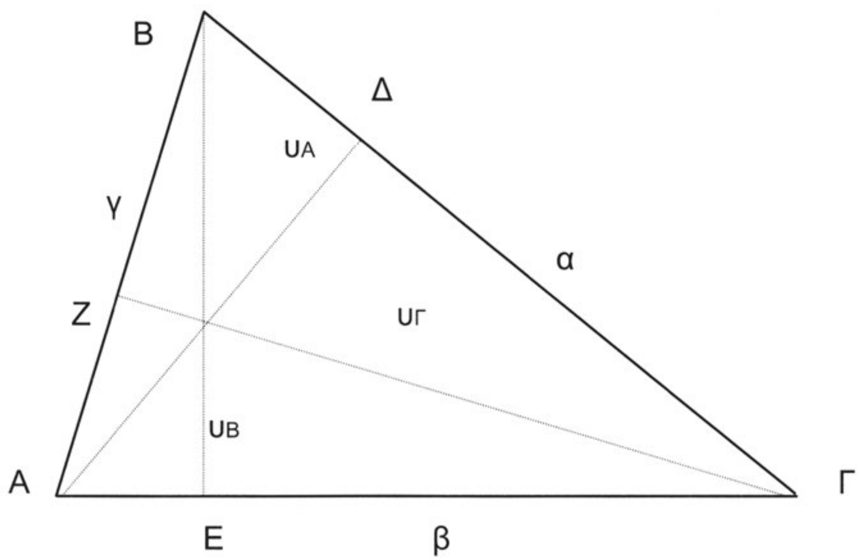
### Α) Υπολογισμός εμβαδού τριγώνου.

**Βασικό γεωμετρικό σχήμα στα τοπογραφικά προβλήματα είναι το τρίγωνο.**

Στην αποτύπωση ενός οικοπέδου, επιδιώκουμε τις μετρήσεις των στοιχείων ενός τριγώνου με τα οποία αυτό μπορεί να κατασκευαστεί. Προφανώς, το εμβαδόν ενός σχήματος, όπως π.χ. το τετράπλευρο ή το πεντάπλευρο, μπορεί να υπολογιστεί από το άθροισμα των εμβαδών των τριγώνων που το δημιουργούν και των οποίων τα στοιχεία έχουν μετρηθεί κατά την αποτύπωση.

Θα υπενθυμίσουμε λοιπόν ορισμένους χρήσιμους τύπους υπολογισμού του εμβαδού ενός τριγώνου αναφέροντας παράλληλα σε ποια περίπτωση αποτύπωσης, ταιριάζει να εφαρμοστεί ο κάθε τύπος.

Στο σχ. 62 είναι σχεδιασμένο ένα τρίγωνο ΑΒΓ και σημειώνονται όλα τα βασικά στοιχεία ενός τριγώνου, με τους αντίστοιχους συμβολισμούς τους.




*Σχ. 62 Τα στοιχεία ενός τριγώνου.*

**1) Από τις τρεις πλευρές - Τύπος του Ήρωνα**

Είναι γνωστό από τη γεωμετρία ότι αν γνωρίζουμε όλες τις πλευρές ενός τριγώνου, το εμβαδόν **(Ε)** υπολογίζεται από τον τύπο του Ήρωνα:

$$E = \sqrt{\tau \cdot (\tau - \alpha) \cdot (\tau - \beta) \cdot (\tau - \gamma)} \qquad (6.1)$$

όπου $\tau$ είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου, δηλαδή:

$$\tau = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{2} \qquad (6.2)$$

Αυτός ο τύπος υπολογισμού συμφέρει και πρέπει να εφαρμόζεται, στις αποτυπώσεις οικοπέδων με μετροταινία, όταν δηλαδή έχει βρεθεί η μορφή και οι διαστάσεις του οικοπέδου με τη δημιουργία των διαδοχικών τριγώνων από τα οποία αυτό αποτελείται. Έτσι υπολογίζεται το εμβαδόν κάθε τριγώνου, οπότε το συνολικό εμβαδόν προκύπτει από το άθροισμα των εμβαδών τους.

**Εφαρμογή:** Οι πλευρές ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι, ΑΒ= 15.24μ, ΑΓ= 20.18μ και ΒΓ= 30.07μ. Να βρεθεί το εμβαδόν του με τον τύπο του Ήρωνα.

Λύση: Αντιστοιχίζουμε τα γράμματα α,β,γ στις πλευρές. Άρα ΑΒ = γ = 15.24μ, ΑΓ = β = 20.18μ, ΒΓ = α = 30.07μ.

Υπολογίζουμε την ημιπερίμετρο από την 6.2.

$$\tau = \frac{\alpha+\beta+\gamma}{2} = \frac{30.07+20.18+15.24}{2} = 32.745m$$

Εφαρμόζουμε τον τύπο του Ήρωνα (6.1):

$$E = \sqrt{\tau\cdot(\tau-\alpha)\cdot(\tau-\beta)\cdot(\tau-\gamma)} =$$

$$= \sqrt{32.745\times(32.745-30.07)\times(32.745-20.18)\times(32.745-15.24)} =$$

$$= \sqrt{32.745\times 2.675\times 12.565\times 17.505} =$$

$$= \sqrt{19266.08} = 138.8m^2$$

Άρα το εμβαδόν του τριγώνου είναι 138.8 τετραγ. μέτρα.

**2) Υπολογισμός από το ύψος και την πλευρά.**

Είναι ο πιο γνωστός τύπος υπολογισμού του εμβαδού ενός τριγώνου, αλλά όμως σπάνια μπορεί να εφαρμοστεί σε τοπογραφικά προβλήματα κατά τον αναλυτικό τρόπο υπολογισμού των εμβαδών, γιατί το ύψος ενός τριγώνου δύσκολα μπορεί να μετρηθεί άμεσα στο πεδίο. Αυτό μπορεί να συμβεί μόνον όταν γίνεται αποτύπωση π.χ. ενός τετραπλεύρου με ορθόγωνο και έχει προβληθεί μια κορυφή του πάνω στην απέναντι διαγώνιο.
Η σχέση αυτή είναι:

$$E = \frac{1}{2}\cdot ΒΓ\cdot ΑΔ = \frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot\upsilon_\alpha \qquad (6.3)$$

Ανάλογοι τύποι ισχύουν και για τις άλλες πλευρές και τα αντίστοιχα ύψη του τριγώνου ΑΒΓ (σχ.62).

**Εφαρμογή:** Στο τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται ΑΒ = γ =23.12 m , ΓΖ= $υ_γ$= 10.20 m και ΒΓ = α = 36.08m. Να βρεθεί το εμβαδόν του ΑΒΓ και μετά το ύψος ΑΔ = $υ_α$.

Λύση: Από τον τύπο 6.3 του εμβαδού έχουμε

$$E = \frac{1}{2} \cdot (AB) \cdot (\Gamma Z) = \frac{1}{2} \times 23.12m \times 10.20m = 117.912m^2 \cong 117.9m^2$$

Από τον ίδιο τύπο, με άλλη πλευρά και ύψος, έχουμε

$$E = \frac{1}{2} \cdot (B\Gamma) \cdot (A\Lambda) \Rightarrow 117.9 = \frac{1}{2} \times 36.08 \cdot \upsilon_\alpha \Rightarrow \upsilon_\alpha = \frac{2 \times 117.9}{36.08} \cong 6.54m$$

**3) Από δύο πλευρές και την περιεχόμενη γωνία.**

Η σχέση που δίνει το εμβαδόν ενός τριγώνου, όταν είναι γνωστές δύο πλευρές και η περιεχόμενη γωνία, είναι:

$$E = \frac{1}{2} \cdot (AB) \cdot (A\Gamma) \cdot \eta\mu A = \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \eta\mu A \qquad (6.4)$$

Ανάλογες σχέσεις ισχύουν και για τις υπόλοιπες πλευρές και γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ. Χρησιμοποιείται εκείνη που ταιριάζει στην κάθε περίπτωση. Ο υπολογισμός του εμβαδού με αυτή τη σχέση ενδείκνυται, όταν η αποτύπωση έχει γίνει με πολικές συντεταγμένες, από μια στάση Σ που βρίσκεται μέσα στο οικόπεδο, οπότε δημιουργούνται διαδοχικά τρίγωνα και, επομένως, μπορούμε να υπολογίσουμε το συνολικό εμβαδόν του από το άθροισμα των εμβαδών των επί μέρους τριγώνων.

**Εφαρμογή:** Στο τρίγωνο ΑΒΓ δίνεται ΑΒ = γ = 21.7m, ΑΓ= β = 32.15m και γωνία ΒΑΓ = 47.89g. Να βρεθεί το εμβαδόν του.

Λύση: Από τον αντίστοιχο τύπο του εμβαδού έχουμε

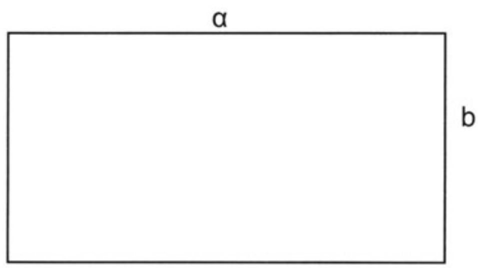
$$E_{(AB\Gamma)} = \frac{1}{2} \cdot (AB) \cdot (A\Gamma) \cdot \eta\mu A = \frac{1}{2} \times 21.7m \times 32.15m \times \eta\mu(47.89) =$$

$$= 348.8275 \times 0.68328m^2 \cong 238.3m^2$$

**Β) Υπολογισμός Εμβαδών άλλων Γεωμετρικών σχημάτων.**

Για τα γνωστά γεωμετρικά σχήματα όπως ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, τετράγωνο, τραπέζιο, ή κύκλο, ισχύουν όσα γνωρίζουμε από την Γεωμετρία. Δηλαδή:

**ορθογώνιο** $$E = \alpha \cdot b \qquad (6.5)$$

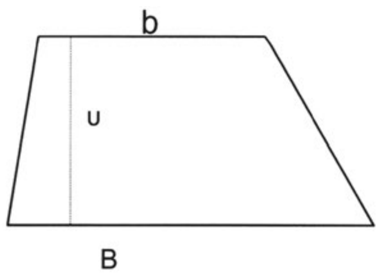



*Σχ. 63 Ορθογώνιο*

**τετράγωνο** $$E = \alpha^2 \qquad (6.6)$$

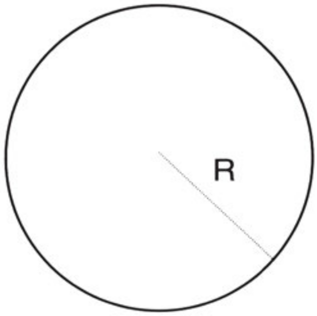

*Σχ. 64 Τετράγωνο*

**τραπέζιο** $$E = \frac{B+b}{2} \cdot u \qquad (6.7)$$




*Σχ. 65 Τραπέζιο*

**κύκλος** $$E = \pi \cdot R^2 \tag{6.8}$$




*Σχ. 66 Κύκλος*

## 2) Υπολογισμός εμβαδού από συντεταγμένες.

Όταν έχουμε οποιοδήποτε σχήμα, το οποίο προσδιορίζεται επειδή έχουν δοθεί ορθογώνιες καρτεσιανές συντεταγμένες στις κορυφές του, το εμβαδόν του μπορεί να υπολογισθεί με τον εξής τύπο:

$$2 \cdot E = \sum_{i=1}^{v} \left(X_{i+1} - X_i\right) \cdot \left(Y_{i+1} + Y_i\right) \tag{6.9}$$

όπου: X και Y οι συντεταγμένες των σημείων, **ν** το πλήθος των κορυφών (π.χ. το ν=4 για το τετράπλευρο), ο δείκτης **i** δείχνει την σειρά της κορυφής, ο δείκτης **i+1** δείχνει ότι το X ή το Y ανήκουν στην αμέσως επόμενη κορυφή, το σύμβολο $\sum_{i=1}^{v}$ δείχνει ότι πρέπει να αθροίσουμε όλα τα γινόμενα που προκύπτουν αλλάζοντας στις παρενθέσεις τις συντεταγμένες, ξεκινώντας από την πρώτη και φθάνοντας μέχρι την τελευταία (ν-οστή).
Για **ν=4** ο τύπος σε πλήρη ανάπτυξη γίνεται ως εξής:
Το **i** θα πάρει τιμές από 1 έως 4 (βάζοντας το 1 στην πρώτη κορυφή και συνεχίζοντας δεξιόστροφα, το 2 στην επόμενη κοκ), έτσι έχουμε τα γινόμενα

για **i=1** $(X_2 - X_1)\cdot(Y_2 + Y_1)$

για **i=2** $(X_3 - X_2)\cdot(Y_3 + Y_2)$

για **i=3** $(X_4 - X_3)\cdot(Y_4 + Y_3)$

για **i=4** $(X_1 - X_4)\cdot(Y_1 + Y_4)$

Προφανώς στο τελευταίο γινόμενο το i+1=5, αλλά όμως ακολουθώντας τη δεξιόστροφη επιλογή των κορυφών, το επόμενο από το 4 είναι πάλι η πρώτη κορυφή με τον αριθμό 1.

Η απόλυτη τιμή του **αθροίσματος των γινομένων** αυτών είναι ίση με **2Ε.**

Αυτός ο τρόπος υπολογισμού του εμβαδού μπορεί να εφαρμοστεί όταν στις κορυφές του οικοπέδου έχουν δοθεί ορθογώνιες συντεταγμένες, πράγμα που συμβαίνει όπως είδαμε σε δυο περιπτώσεις:

α) όταν τις μετράμε άμεσα με τη χρήση ορθόγωνου και μετροταινίας και

β) όταν τις υπολογίζουμε έμμεσα από τη μετατροπή των πολικών συντεταγμένων.

**Εφαρμογή:** Δίνεται τετράπλευρο οικόπεδο με συντεταγμένες Α(3,7),Β(10,7), Γ(10,4), Δ(3,4). Να βρεθεί το εμβαδόν του.

Λύση: θέτουμε Α=1, Β=2, Γ=3, Δ=4

για i=1 για i=1 $(X_2 - X_1)\cdot(Y_2 + Y_1)$ = (10-3) × (7+7) =98

για i=2 για i=2 $(X_3 - X_2)\cdot(Y_3 + Y_2)$ = (10-10) × (4+7)=0

για i=3 για i =3 $(X_4 - X_3)\cdot(Y_4 + Y_3)$ = (3-10) × (4+4) = -56

για i=4 για i =4 $(X_1 - X_4)\cdot(Y_1 + Y_4)$ = (3-3) × (7+4)=0

Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των γινομένων είναι 98-56=42

Άρα το εμβαδόν είναι 42:2=21

## 1.2 ΗΜΙΓΡΑΦΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

Στον ημιγραφικό τρόπο, που είναι μια μέθοδος υπολογισμού του εμβαδού όχι ιδιαίτερα ακριβής, χρησιμοποιούνται οι ίδιοι μαθηματικοί τύποι όπως και στον αναλυτικό. Η διαφορά τους είναι ότι δεν είναι όλα τα στοιχεία που χρησιμοποιούμε στον υπολογισμό μετρημένα στο ύπαιθρο, αλλά ορισμένα από αυτά έχουν μετρηθεί πάνω στο σχέδιο.

Για παράδειγμα, μπορεί να έχουμε στη διάθεσή μας το σχέδιο ενός οικοπέδου με τη μορφή τετραπλεύρου, στο οποίο αναγράφονται τα μήκη μόνο των πλευρών και όχι της διαγωνίου. Τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο του Ήρωνα για να υπολογίσουμε το εμβαδόν, αλλά το μήκος της διαγωνίου που μας χρειάζεται για να έχουμε όλες τις πλευρές των δυο τριγώνων που δημιουργούνται το μετράμε πάνω στο σχέδιο και το μετατρέπουμε σε πραγματικό μήκος χρησιμοποιώντας την κλίμακα σχεδίασης. Το ίδιο μπορεί να γίνει όταν χρειαζόμαστε το ύψος ενός τριγώνου, κοκ.

Όταν το σχέδιο ενός οικοπέδου είναι κατασκευασμένο σε κάναβο με τις συντεταγμένες των κορυφών του και για κάποιο λόγο λείπουν οι συντεταγμένες ορισμένων κορυφών, μπορούμε να τις μετρήσουμε με τη βοήθεια του κανάβου (με τρόπο ανάλογο με αυτόν της τοποθέτησης των σημείων) και για τον υπολογισμό του εμβαδού να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο που έχουμε ήδη αναφέρει. Τα τελευταία χρόνια έχουν εμφανιστεί στην αγορά οι **ηλεκτρονικοί ψηφιοποιητές** (digitizers), μέσω των οποίων είναι εύκολη και επαρκώς αξιόπιστη η εύρεση των συντεταγμένων όσων σημείων επιθυμούμε από ένα σχέδιο στο οποίο υπάρχει κάναβος και η κλίμακα του σχεδίου είναι γνωστή.

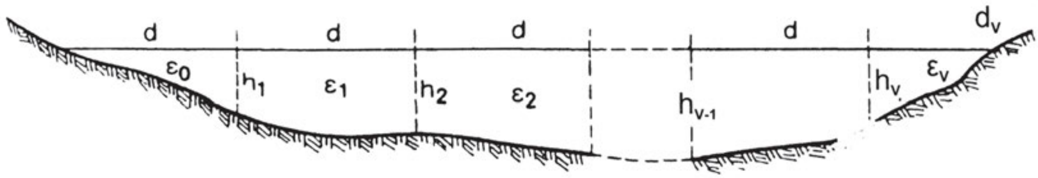
Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις, αν έχουμε να επιλέξουμε μεταξύ πολλών τμημάτων που μπορούμε να μετρήσουμε φροντίζουμε να μετράμε στο σχέδιο το ευθύγραμμο τμήμα με το μεγαλύτερο μήκος. Με αυτόν τον τρόπο μειώνουμε τα σφάλματα κατά τον υπολογισμό του εμβαδού.

## 1.3. ΓΡΑΦΙΚΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΕΥΡΕΣΗΣ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ

Όπως και στους δυο προηγούμενους τρόπους υπολογισμού των εμβαδών, και εδώ μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε όλους τους τύπους που προαναφέραμε. Όλα τα δεδομένα όμως που θα χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό, θα έχουν μετρηθεί πάνω στο τοπογραφικό διάγραμμα το οποίο βεβαίως είναι σχεδιασμένο υπό ορισμένη κλίμακα.
Έτσι, στο οποιοδήποτε σχήμα, μπορεί να βρεθούν οι διαστάσεις ή οι συντεταγμένες του, μετρώντας με κλιμακόμετρο πάνω στο σχέδιο και αυτές να χρησιμοποιηθούν στον ανάλογο τύπο για να προκύψει το εμβαδόν του σχήματος.
Η μέθοδος αυτή πάντως, **καλό είναι να αποφεύγεται** και να χρησιμοποιείται μόνο σε περιπτώσεις που δεν είναι δυνατόν να εφαρμοστεί άλλος τρόπος, διότι δίνει αποτελέσματα μειωμένης ακρίβειας (επειδή μετράμε πάνω σε σχέδιο). Ιδιαίτερη προσοχή χρειάζεται σε αστικές περιοχές όπου η αξία γης είναι πολύ μεγάλη.
Πιο καλά αποτελέσματα μπορεί να έχουμε όταν μετράμε τις συντεταγμένες με ηλεκτρονικό ψηφιοποιητή σε ένα σχέδιο, σε καλή κατάσταση, που έχει κάναβο.
Υπάρχουν και **άλλοι γραφικοί τρόποι** εύρεσης των εμβαδών, που εφαρμόζονται κυρίως σε ακανόνιστα σχήματα, δηλαδή σχήματα των οποίων η περίμετρος είναι μια μικτή γραμμή που αποτελείται από ευθείες και καμπύλες (οι οποίες π.χ. δεν είναι κυκλικά τόξα), όταν θέλουμε γρήγορα και χωρίς μεγάλες απαιτήσεις ως προς την αξιοπιστία του αποτελέσματος να υπολογίσουμε το εμβαδόν τους. Τέτοιοι τρόποι είναι:

### 1) Η μέθοδος των τραπεζοειδών

Στο σχ. 67 φαίνεται μια ακανόνιστη επιφάνεια της οποίας ζητάμε το εμβαδόν. Χαράσσουμε πάνω στο σχέδιο παράλληλες γραμμές σε ίσες μεταξύ τους αποστάσεις d. Το πλάτος d το επιλέγουμε έτσι ώστε να μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η ακανόνιστη γραμμή αποτελείται από μικρά ευθύγραμμα τμήματα. Με αυτή την παραδοχή θεωρείται ότι η επιφάνεια αποτελείται πλέον από δυο μικρά τρίγωνα στα άκρα ($\varepsilon_0$ και $\varepsilon_\nu$) και από έναν αριθμό τραπεζίων.




*Σχ. 67 Εφαρμογή της μεθόδου των τραπεζοειδών.*

Επομένως το συνολικό εμβαδόν είναι:

$$E = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + ... + \varepsilon_v \qquad (6.10)$$

Σε κάθε στοιχειώδες σχήμα το d είναι το ύψος και τα $h_1, h_2, ..., h_v$ είναι οι βάσεις των τριγώνων και των τραπεζίων.
Μετά από αυτό ο τελικός τύπος είναι:

$$E = d \cdot (h_1 + h_2 + h_3 + ... + h_v) \qquad (6.11)$$

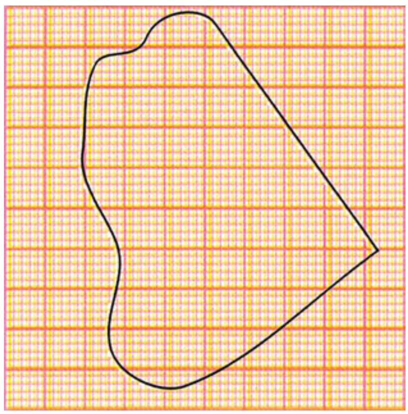
οπότε υπολογίζουμε το εμβαδόν, αφού μετρήσουμε μόνον τα **h** στο σχέδιο (η επιλογή του **d** είπαμε ότι είναι δική μας) και τα μετατρέψουμε σύμφωνα με την κλίμακα σε πραγματικά μήκη.
Αν συμβεί τα δυο ακραία σχήματα να είναι και αυτά τραπέζια, ο τύπος που δίνει το εμβαδόν είναι:

$$E = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \left(h_0 + 2h_1 + 2h_2 + ... + 2h_v + h_{v+1}\right) \qquad (6.12)$$

**2) Εμβαδομέτρηση με χαρτί millimetré**

Ο τρόπος που αναφέρουμε εδώ είναι ένας απλός τρόπος εύρεσης του εμβαδού με τη χρησιμοποίηση ενός διαγράμματος με τετραγωνίδια (τετραγωνικό κάναβο) όπως είναι το millimetré (μιλιμετρέ) χαρτί.

Στο σχ. 68, φαίνεται μια επιφάνεια σχεδιασμένη υπό ορισμένη κλίμακα, πάνω στην οποία έχει τοποθετηθεί διαφανές χαρτί με μικρά τετράγωνα τα οποία έχουν γνωστή πλευρά d π.χ. d=1cm (ή για τα πιο μικρά d= 1mm). Άρα, το εμβαδόν του κάθε τετραγωνιδίου είναι $1cm^2$ (αντίστοιχα $1mm^2$). Από την κλίμακα βρίσκουμε σε ποιο πραγματικό μήκος αντιστοιχεί το 1cm και επομένως ποιο είναι στην πραγματικότητα το εμβαδόν, που καλύπτει το ένα τετραγωνίδιο.



*Σχ. 68 Εμβαδομέτρηση με τετραγωνικό κάναβο.*

Κατόπιν μετράμε πόσα συνολικά τετραγωνίδια περικλείονται μέσα στο σχήμα και πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό αυτό με το εμβαδόν του ενός τετραγωνιδίου, ώστε να προκύψει το συνολικό εμβαδόν του σχήματος.

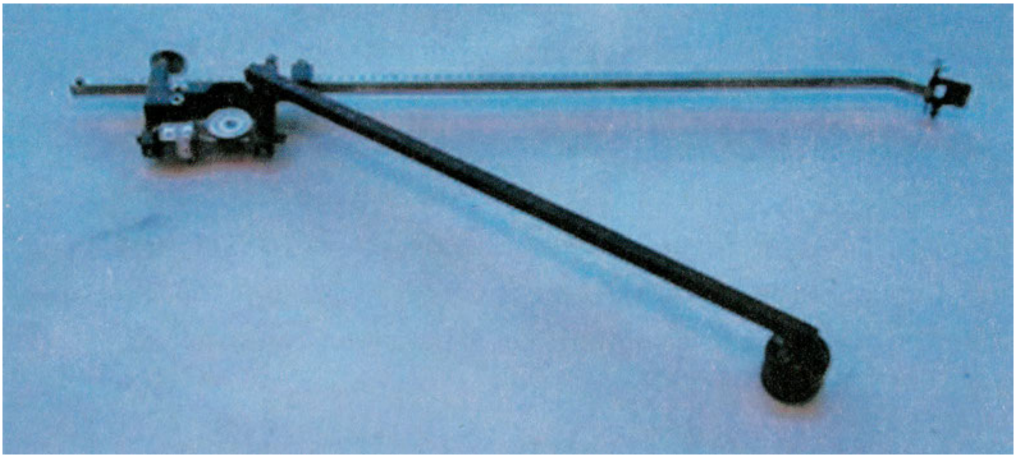
**Παράδειγμα:** Έστω ότι έχουμε ένα σχέδιο σε κλίμακα 1:500 και ότι η πλευρά του τετραγώνου είναι 1cm. Το συνολικό πλήθος των τετραγωνιδίων είναι 35. Το εμβαδόν του σχήματος υπολογίζεται ως εξής: Το 1cm αντιστοιχεί σε πραγματικό μήκος ίσο με 5m, στην κλίμακα 1:500. Άρα το εμβαδόν ενός τετραγωνιδίου ($1cm^2$) είναι στην πραγματικότητα $25m^2$. Επομένως το συνολικό εμβαδόν είναι $35 \times 25m^2 = 875\ m^2$.

## 1.4. ΕΜΒΑΔΟΜΕΤΡΗΣΗ ΜΕ ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΜΕΣΑ.

Οι περισσότεροι από τους προηγούμενους τρόπους εμβαδομέτρησης (εκτός από τους δυο τελευταίους γραφικούς τρόπους) βρίσκουν εφαρμογή κυρίως σε κανονικά γεωμετρικά σχήματα. Όταν όμως, το σχήμα είναι ακανόνιστο με πολλές καμπύλες γραμμές ή δεν μας ενδιαφέρει η ακρίβεια του αποτελέσματος ή το μέγεθος του σχήματος δεν επιτρέπει την εφαρμογή του κανόνα των τραπεζοειδών (ή την χρήση του millimetré) τότε μπορεί να βρει εφαρμογή ένας γρήγορος τρόπος υπολογισμού του εμβαδού με τη χρήση ενός μηχανικού μέσου, του **εμβαδομέτρου.**
Στις εικόνες 34 και 35 φαίνονται δυο τύποι εμβαδομέτρων. Ένα παλαιό και ένα σύγχρονο ηλεκτρονικό εμβαδόμετρο, αντίστοιχα.
Το εμβαδόμετρο αποτελείται από τα εξής μέρη:

1) Τον **πολικό βραχίονα,** του οποίου το ένα άκρο συνδέεται με ένα σταθερό σημείο, τον **πόλο** του εμβαδομέτρου, ενώ το άλλο, κινούμενο, γράφει περιφέρεια ακτίνας ίσης με το μήκος του βραχίονα.
2) Τον **βραχίονα περιαγωγής,** του οποίου το ένα άκρο αρθρώνεται στο κινούμενο άκρο του πολικού βραχίονα, ενώ στο άλλο άκρο τοποθετείται μια ακίδα ή ένας μεγεθυντικός φακός με σταυρόνημα, μέσω των οποίων ο χειριστής παρακολουθεί την οριογραμμή της εμβαδομετρούμενης επιφάνειας.
3) **Το σύστημα μέτρησης και ανάγνωσης.**

Η εμβαδομέτρηση με ένα τέτοιο όργανο γίνεται ως εξής:
Τοποθετούμε το εμβαδόμετρο σε κατάλληλη θέση σε σχέση με το σχήμα που θέλουμε να εμβαδομετρήσουμε σταθεροποιώντας τον πόλο. Το κινητό μέρος με τον φακό το κινούμε έτσι ώστε πάντοτε το κέντρο του σταυρονήματος να βρίσκεται πάνω στη γραμμή που ορίζει το σχήμα. Ξεκινώντας από ένα χαρακτηριστικό σημείο και κινούμενοι με ίδια φορά καταλήγουμε στο ίδιο σημείο. Μετά την περιφορά του σταυρονήματος, στα σύγχρονα ηλεκτρονικά εμβαδόμετρα, και αφού έχουμε εισαγάγει στο μικροϋπολογιστή τους την κλίμακα σχεδίασης, εμφανίζεται απ’ ευθείας το πραγματικό εμβαδόν του σχήματος.



Εικ. 34 Συμβατικό εμβαδόμετρο.


Εικ. 35 Ηλεκτρονικό εμβαδόμετρο.

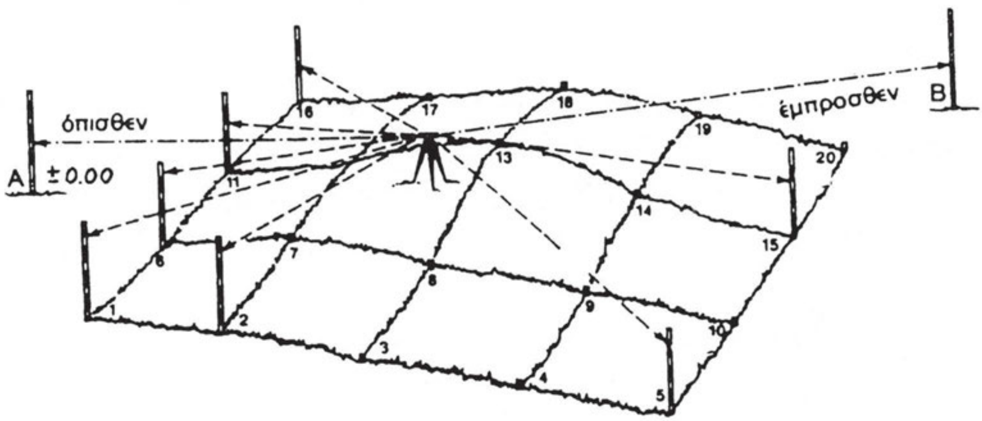
Στα παλαιά, μέσω πολύπλοκων σχετικά μετρητικών συστημάτων βρίσκαμε τον αριθμό περιστροφών ενός, ενσωματωμένου στο σύστημα, τροχίσκου και μετά από διάφορες αναγωγές, το εμβαδόν του σχήματος.
Σήμερα τα εμβαδόμετρα που χρησιμοποιούνται είναι ψηφιακά και ορισμένα από αυτά έχουν πρόσθετες δυνατότητες: εκτός από τον υπολογισμό των εμβαδών παρέχουν το μήκος της περιμέτρου, μήκη διαφόρων άλλων γραμμών κλπ.
Αξίζει να σημειωθεί ότι οι λειτουργίες ενός σύγχρονου ψηφιακού εμβαδομέτρου (και πολλές άλλες ακόμα) καλύπτονται από τους ηλεκτρονικούς ψηφιοποιητές (digitizer).

## 2. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΟΓΚΟΥ ΧΩΜΑΤΙΣΜΩΝ

Ένα βασικό πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε στα τεχνικά έργα είναι η προεκτίμηση (προμέτρηση) ή ο τελικός υπολογισμός (επιμέτρηση), του όγκου των χωμάτων που προκύπτουν κατά τις εκσκαφές. Οι εκσκαφές γίνονται για τη θεμελίωση των έργων (οικοδομικές εργασίες) ή για να δημιουργηθούν οι χώροι όπου θα κατασκευαστεί το έργο (οδοποιία, υδραυλικά έργα, αεροδιάδρομοι κλπ).
Ο πιο συνηθισμένος τρόπος αντιμετώπισης του προβλήματος, ειδικά στα έργα οδοποιίας και τα υδραυλικά έργα, είναι με **σύνταξη μηκοτομών και αντιστοίχων διατομών κατά μήκος του άξονα** του κάθε έργου.
Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με την αντιμετώπιση του προβλήματος όπως αυτό εμφανίζεται στα δομικά έργα. Θα αναφερθούμε σε μια διαφορετική μέθοδο υπολογισμού του όγκου των χωματισμών, που συνήθως εφαρμόζεται στις εκσκαφές για τη θεμελίωση οικοδομικών έργων μεγάλης επιφάνειας. Η ίδια μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί και σε μικρότερα έργα.
Για να εφαρμοστεί αυτή η μέθοδος πρέπει να έχει γίνει στην περιοχή της εκσκαφής η **χωροστάθμιση επιφάνειας.**

**Χωροστάθμιση επιφάνειας.**

Στο σχ. 69, φαίνεται η επιφάνεια όπου πρόκειται να γίνει εκσκαφή.
Η επιφάνεια αυτή πρέπει να έχει χαραχτεί πάνω στο έδαφος μέσα στο οικόπεδο, δηλαδή πρέπει να έχουν τοποθετηθεί πάσσαλοι στα τέσσερα (ή περισσότερα) άκρα, που την οριοθετούν. Το σχήμα της μπορεί να είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ή ένα τετράγωνο ή ένα μικτό σχήμα αποτελούμενο από συνδυασμό σχημάτων.




*Σχ. 69 Με τη χωροστάθμιση επιφανείας δίνονται υψόμετρα σε όλα τα σημεία του κανάβου.*

Μέσα στο χώρο χαράσσουμε παράλληλες ευθείες προς τα όρια, οι οποίες έχουν σταθερή απόσταση μεταξύ τους. Δημιουργείται έτσι ένας κάναβος πάνω στο έδαφος. Αυτός, ανάλογα με το σχήμα της επιφάνειας εκσκαφής αποτελείται, είτε από μικρά τετράγωνα με πλευρά **a**, είτε από μικρά ορθογώνια παραλληλόγραμμα με πλευρές **a** και **b**, που είναι ίσες με τις αποστάσεις μεταξύ των παραλλήλων γραμμών που έχουμε επιλέξει. Τις αποστάσεις αυτές τις μετράμε με μετροταινία.
Κατόπιν, αφού έχουμε σημάνει στο έδαφος με πασσάλους τις κορυφές των τετραγώνων ή των ορθογωνίων, εφαρμόζουμε τη γεωμετρική

χωροστάθμιση και βρίσκουμε τις υψομετρικές διαφορές όλων των σημείων από την κορυφή του οικοπέδου, η οποία, σύμφωνα με τη μελέτη, είναι η αφετηρία μέτρησης των υψομέτρων. Είναι φανερό ότι αναφερόμαστε σε σχετικά υψόμετρα ως προς αυτό το σημείο, στο οποίο έχουμε δώσει τυχαίο υψόμετρο (συνήθως Η= 0.00m).

Άρα, με τη γεωμετρική χωροστάθμιση, όλα τα σημεία του κανάβου έχουν σχετικά υψόμετρα.

Από τη μελέτη εφαρμογής είναι γνωστό σε ποιο βάθος θα γίνει η εκσκαφή. Το **βάθος** συμβολίζεται με **αρνητικό υψόμετρο** ως προς το βασικό σημείο, όταν σ' αυτό έχει δοθεί υψόμετρο Η = 0.00m. Επομένως, είναι γνωστό πόσα μέτρα κάτω από τον κάθε πάσσαλο θα φθάσει το οριζόντιο επίπεδο (στάθμη) της εκσκαφής, όπου θα τοποθετηθούν τα πέδιλα των υποστυλωμάτων της οικοδομής. Για παράδειγμα: ένα σημείο έχει υψομετρική διαφορά από το βασικό σημείο 2.30m και από τα σχέδια προβλέπεται ότι η εκσκαφή θα έχει υψόμετρο - 4.00m. Είναι φανερό ότι το επίπεδο της εκσκαφής, κάτω από το σημείο που αναφέραμε, θα απέχει απόσταση ίση με : 2.30 - (- 4.00)= 6.30m.

Το οριζόντιο επίπεδο με καθένα από τα τετράγωνα ή τα ορθογώνια που έχουμε κατασκευάσει στην επιφάνεια του εδάφους δημιουργεί ένα στερεό σώμα που έχει ένα όγκο ΔV. Τον όγκο των χωμάτων που αντιστοιχεί σε κάθε στερεό σώμα τον υπολογίζουμε με τους ακόλουθους τύπους:

Για ορθογώνιο: $$\Delta V = \alpha \cdot b \cdot \frac{1}{4} \cdot (\Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4) \qquad (6.13)$$

Για τετράγωνο: $$\Delta V = \alpha^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot (\Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4) \qquad (6.14)$$

όπου τα a, b είναι οι διαστάσεις του ορθογωνίου ή του τετραγώνου που δημιουργούμε και τα ΔΗ είναι οι υψομετρικές διαφορές των 4 σημείων, από το οριζόντιο επίπεδο (στάθμη) της εκσκαφής.

**Προφανώς, ο συνολικός όγκος V υπολογίζεται αθροίζοντας όλους τους στοιχειώδεις όγκους ΔV.**

Με τους τύπους αυτούς μπορούμε:
**α) Να προϋπολογίσουμε τον όγκο των χωμάτων,** αν χρειάζεται. Δηλαδή να προβλέψουμε πριν πραγματοποιηθεί η εκσκαφή τον όγκο αυτόν, θεωρώντας ότι το τελικό υψόμετρο του οριζοντίου επιπέδου της θεμελίωσης, θα είναι αυτό που παρουσιάζεται στη μελέτη. Στην περίπτωση αυτή, οι τιμές των ΔΗ θα υπολογιστούν για κάθε κορυφή, σύμφωνα με το προηγούμενο παράδειγμα.

**β) Να υπολογίσουμε τον τελικό όγκο των χωμάτων.** Για να γίνει αυτό πρώτα βρίσκουμε την υψομετρική διαφορά του πραγματικού επιπέδου εκσκαφής, που έχει δημιουργηθεί από τα σκαπτικά μηχανήματα, από το βασικό σημείο στο οποίο έχει δοθεί το υψόμετρο Η=0.00, με γεωμετρική χωροστάθμιση. Αφού βρεθεί λοιπόν η στάθμη της εκσκαφής, υπολογίζονται για κάθε σημείο του κανάβου οι τιμές των ΔΗ και από αυτές ο ζητούμενος όγκος των χωμάτων. Πρέπει γενικά να γνωρίζουμε, ότι η στάθμη της πραγματοποιηθείσας εκσκαφής, θα διαφέρει λίγο από την προβλεπόμενη στη μελέτη, όπως συμβαίνει άλλωστε με όλες τις εφαρμογές των μελετών στο στάδιο της κατασκευής. Το βασικό σ' αυτές τις περιπτώσεις, είναι η γνώση των επιτρεπομένων ορίων απόκλισης από τη μελέτη και τους κανονισμούς. Όταν η επιφάνεια εκσκαφής (ορθογωνίου ή τετραγωνικού σχήματος) είναι μικρή με διαστάσεις **a x b,** τότε και ο αντίστοιχος όγκος των χωμάτων θα είναι μικρός, οπότε η εφαρμογή της προηγούμενης, χρονοβόρας γενικά, διαδικασίας δεν είναι σκόπιμη. Σε αυτές τις περιπτώσεις αφού ολοκληρωθεί η εκσκαφή, με μια μετροταινία ή άλλο μέσο (π.χ. μια σταδία) μετράμε τις αποστάσεις **ΔΗ** των τεσσάρων κορυφών της επιφάνειας από το τελικά διαμορφωμένο οριζόντιο επίπεδο εκσκαφής.
Με δεδομένες τις μετρήσεις αυτές υπολογίζουμε το μέσο όρο (μέση τιμή τους):

$$\overline{\Delta H} = \frac{\Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4}{4} \qquad (6.15)$$

και ο συνολικός όγκος υπολογίζεται από τον τύπο:

$$V = \alpha \cdot b \cdot \overline{\Delta H} \qquad (6.16)$$

όπου a, b είναι οι διαστάσεις της επιφάνειας εκσκαφής.

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ VI

1) Τι εννοούμε με τον όρο εμβαδόν στην τοπογραφία;
2) Ποιες είναι οι μέθοδοι υπολογισμού των εμβαδών;
3) Αντιστοιχίστε σε κάθε μέθοδο αποτύπωσης, μια μέθοδο υπολογισμού εμβαδού.
4) Ποια είναι η διαφορά μεταξύ αναλυτικής και ημιγραφικής μεθόδου;
5) Σας δίνεται το διάγραμμα ενός πενταπλεύρου οικοπέδου, στο οποίο σημειώνεται η κλίμακα σχεδίασης, τα μήκη των πέντε πλευρών και μιας διαγωνίου. Ποιο τρόπο υπολογισμού του εμβαδού θα εφαρμόσετε; Ποιο τύπο και τι στοιχεία θα χρησιμοποιήσετε για τον υπολογισμό;
6) Πού χρησιμεύει η εργασία που λέγεται χωροστάθμιση επιφανείας και πώς εφαρμόζεται;

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Σε ένα τρίγωνο να υπολογιστεί το εμβαδόν όταν: α) δίνονται οι τρεις πλευρές του, 12.24m, 23.05m, 30.10m, β) δίνεται η γωνία Α=56.75g και οι πλευρές ΑΒ=20.18m και ΑΓ= 36.12m.

2) Σε ένα πεντάπλευρο οικόπεδο μετρήθηκαν οι πλευρές του, ΑΒ=28.45m, ΒΓ=17.25m, ΓΔ=22.68m, ΔΕ=22.60m, ΕΑ= 27.57m και οι δυο διαγώνιες ΑΓ=38.00m και ΑΔ=32.56m. Να βρεθεί το εμβαδόν του.

3) Το προηγούμενο πεντάπλευρο αποτυπώθηκε με τη μέθοδο των πολικών συντεταγμένων και υπολογίσθηκαν οι ορθογώνιες συντεταγμένες των κορυφών του που είναι: Α (16.13,2.17), Β (44.58,1.7), Γ (50.75,17.8), Δ (32.02,30.59) και Ε (9.49,28.94). Να υπολογισθεί το εμβαδόν του και να γίνει σύγκριση με το προηγούμενο. Πού μπορεί να οφείλονται οι διαφορές που πιθανόν θα έχετε στα αποτελέσματα;

4) Ένα τετράπλευρο μετρήθηκε με τη μέθοδο των πολικών συντεταγμένων και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας:

| Στάση | Κορυφή | οριζ. γωνία (g) | οριζ. απόσταση (m) |
|---|---|---|---|
| Σ | Α | 0.000 | 22.22 |
| | Β | 122.013 | 17.43 |
| | Γ | 216.549 | 16.08 |
| | Δ | 291.297 | 15.01 |

Να υπολογιστεί το εμβαδόν, αφού επιλεγεί ο τύπος που ταιριάζει στην περίπτωση αποτύπωσης.

5) Να υπολογίσετε τα εμβαδά των σχημάτων που αποτυπώσατε στην αυλή του σχολείου σας (ασκήσεις 2 και 3 του κεφαλαίου V), με τον αναλυτικό τρόπο που ταιριάζει στη μέθοδο αποτύπωσης.

6) Να εμβαδομετρήσετε τα ίδια σχήματα με γραφικό τρόπο, με τη βοήθεια του millimetré, καθώς επίσης και με ένα εμβαδόμετρο. Να συγκρίνετε τα εμβαδά που βρήκατε με όλους τους τρόπους (και της Ασκ. 5) και να σχολιάσετε τις διαφορές που θα βρείτε. Ποια τιμή εμβαδού θα εμπιστευόσασταν περισσότερο;

# ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. **ΔΗΜ. ΒΛΑΧΟΥ**, "ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ", Θεσσαλονίκη 1979
2. **Δ.-Δ. ΜΠΑΛΟΔΗΜΟΥ - Α.-Μ. ΑΓΑΤΖΑ-ΜΠΑΛΟΔΗΜΟΥ**, "ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ", Αθήνα 1988
3. **ΝΙΚ. ΠΑΡΔΑΛΗ**, "ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑΣ", Εκδόσεις Συμμετρία, Αθήνα 1987

Κωδικός βιβλίου: 0-24-0132
ISBN 978-960-06-2914-9

ΙΤΥΕ
"ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ"
ινστιτουτο
τεχνολογιας
υπολογιστων & εκδοσεων

(01) 000000 0 24 0132 4