

Φυσική

Λύσεις ασκήσεων



Β΄ ΕΠΑ.Λ.

Φυσική
Β' ΕΠΑ.Λ.
ΛΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

ΟΜΑΔΑ ΣΥΓΓΡΑΦΗΣ

Νίκος Αλεξάκης, Msc Φυσικός, Καθηγητής 5ου Λυκείου Κορυδαλλού
Σταύρος Αμπατζής, Δρ. Φυσικός, Καθηγητής Γενναδείου Σχολής
Γιώργος Γκουγκούσης, Φυσικός, Ιδιοκτήτης - Διευθυντής Φροντιστηρίου
Βαγγέλης Κουντούρης, Φυσικός, Καθηγητής 1ου Γυμνασίου Ιλίου
Νίκος Μοσχοβίτης, Φυσικός, Καθηγητής Εκπαιδευτηρίων Κωστέα-Γείτονα
Σάββας Οβαδίας, Φυσικός, Καθηγητής Λυκείου Ν. Αρτάκης
Κλεομένης Πετρόχειλος, Φυσικός, Καθηγητής Αμερικανικού Κολλεγίου
Μενέλαος Σαμπράκος, Φυσικός, Ιδιοκτήτης - Διευθυντής Φροντιστηρίου
Αργύρης Ψαλίδας, Δρ. Φυσικός, Καθηγητής Κολλεγίου Αθηνών

ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ ΣΥΓΓΡΑΦΙΚΗΣ ΟΜΑΔΑΣ

Κλεομένης Πετρόχειλος, Φυσικός, Καθηγητής Αμερικανικού Κολλεγίου

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΟΥ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟΥ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟΥ

Χρήστος Ραγιαδάκος, Πάρεδρος στον τομέα Φυσικών Επιστημών
του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΝΤΥΠΟΥ ΚΑΙ ΚΑΛΙΤΕΧΝΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

Μαρία Παπαζαχαροπούλου

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Δανάη Γαβριλίδου

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΤΩΝ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Πάρης Κωψιάυτης, Φυσικός Καθηγητής Εκπαιδευτηρίων Κωστέα-Γείτονα

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστούμε τον Γεν. Γραμματέα της Ε.Ε.Φ. κ. Παναγιώτη Φιλντίση για την πολύτιμη συμπαράσταση και συμβολή του στην υλοποίηση του έργου μας.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ

Η επανέκδοση του παρόντος βιβλίου πραγματοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών & Εκδόσεων «Διόφαντος» μέσω ψηφιακής μακέτας, η οποία δημιουργήθηκε με χρηματοδότηση από το ΕΣΠΑ / ΕΠ «Εκπαίδευση & Διά Βίου Μάθηση» / Πράξη «ΣΤΗΡΙΖΩ».



Αυτή η συλλογή χρηματοδοτήθηκε από την Ελλάδα και την Ευρωπαϊκή Ένωση

Φυσική

Β' ΕΠΑ.Λ.

ΛΥΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

*Νίκος Αλεξάκης
Σταύρος Αμπατζής
Γιώργος Γκουγκούσης
Βαγγέλης Κουντούρης
Νίκος Μοσχοβίτης*

*Σάββας Οβαδίας
Κλεομένης Πετρόχειλος
Μενέλαος Σαμπράκος
Αργύρης Ψαλίδας
Ένωση Ελλήνων Φυσικών*

Η συγγραφή και η επιστημονική επιμέλεια του βιβλίου πραγματοποιήθηκε
υπό την αιγίδα του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

(1)

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

1. Έστω φορτίο Q περιέχει n ηλεκτρόνια. Θα έχουμε $Q = n \cdot q_e$,

επομένως $n = \frac{Q}{q}$, άρα:

A. $n = 10^{19}e$

B. $n = 10^{16}e$

Γ. $n = 10^{13}e$

Δ. $n = 10^{10}e$

E. $n = 10^7e$

2. Η δύναμη μεταξύ των φορτίων δίνεται από το Νόμο του Coulomb:

$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \text{ (Οι δυνάμεις είναι απωθητικές)}$$

A. $F_1 = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1^2} \Rightarrow F_1 = 16 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

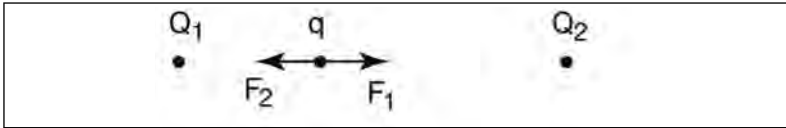
B. $F_2 = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r_2^2} \Rightarrow F_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

3. Από τον νόμο του Coulomb $r = \sqrt{\frac{k \cdot q \cdot q}{F}} \Rightarrow r = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

4. Εφόσον δίδεται ότι η δύναμη είναι ελκτική το φορτίο q είναι αρνητικό. Το μέτρο του φορτίου δίνεται από τη σχέση:

$$|q| = \frac{F \cdot d^2}{k|Q|} \Rightarrow |q| = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

5.



Η δύναμη που δέχεται το δοκιμαστικό φορτίο q είναι η συνισταμένη των δυνάμεων F_1 και F_2 από τα φορτία Q_1 και Q_2 αντίστοιχα.

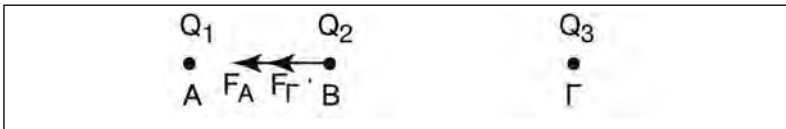
Επομένως:

$$F_1 = k \frac{Q_1 q}{(r/2)^2} \Rightarrow F_1 = 43,2 \text{ N}$$

$$\text{όμοια } F_2 = k \frac{Q_2 q}{(r/2)^2} \Rightarrow F_2 = 28,8 \text{ N}$$

άρα $\Sigma F = F_1 - F_2 \Rightarrow \Sigma F = (43,2 - 28,8) \text{ N} \Rightarrow \boxed{\Sigma F = 14,4 \text{ N}}$
και έχει τη φορά της F_1 .

6.



$$(B\Gamma) = (A\Gamma) - (AB) \Rightarrow (B\Gamma) = 0,8 \text{ m}$$

$$F_A = k \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{(AB)^2} \Rightarrow F_A \approx 0,34 \text{ N}$$

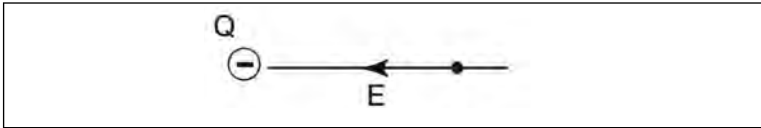
$$F_B = k \frac{|Q_3 \cdot Q_4|}{(B\Gamma)^2} \Rightarrow F_B = 0,21 \text{ N}$$

Επειδή οι δυνάμεις F_A , F_Γ είναι ομόρροπες η δύναμη που δέχεται το φορτίο Q_2 είναι:

$$\Sigma F = F_A + F_B \Rightarrow \boxed{\Sigma F = 0,55 \text{ N}}$$

και έχει την ίδια κατεύθυνση με τις F_A , F_Γ .

7.



Το μέτρο της έντασης του πεδίου είναι:

$$E = \frac{F}{q} \text{ και από το Ν. του Coulomb } F = k \frac{|Q \cdot q|}{r^2}$$

$$\text{έχουμε: } E = k \frac{|Q|}{r^2} \text{ άρα } E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

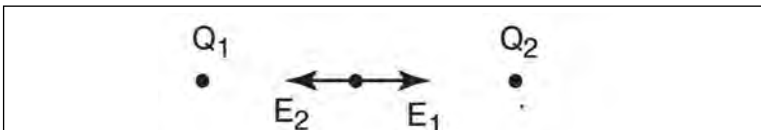
και έχει φορά προς το φορτίο πηγή Q.

8. Όπως γνωρίζουμε το μέτρο της έντασης δίνεται από τη σχέση,

$$E = k \frac{|Q|}{r^2} \Rightarrow r = \frac{k|Q|}{E} \Rightarrow r = 0,1 \text{ m}$$

$$9. E = k \frac{|Q|}{r^2} \Rightarrow |Q| = \frac{E \cdot r^2}{k} \Rightarrow Q = 4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

10.



Επειδή οι εντάσεις είναι αντίθετες η ένταση στο μέσο θα υπολογισθεί από τη διαφορά των εντάσεων E_1 και E_2 .

$$E_1 = k \frac{|Q_1|}{(r/2)^2} \Rightarrow E_1 = 86 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_2 = k \frac{|Q_2|}{(r/2)^2} \Rightarrow E_2 = 16 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

άρα: $E_{ολ} = E_1 - E_2 \Rightarrow E_{ολ} = 20 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
και κατεύθυνση της E_1 .

11. Α. Η ένταση στο σημείο Σ έχει μέτρο:

$$E_{\Sigma} = \frac{F}{|q_1|} \Rightarrow E_{\Sigma} = 10^3 \text{ N/C}$$

και κατεύθυνση την θετική του άξονα x.

Β. Το φορτίο q_2 θα δεχτεί δύναμη μέτρου:

$$F' = E \cdot |q_2| \Rightarrow F' = 4 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

και κατεύθυνση αντίθετη της E.

12. Έστω σημείο Σ της ευθείας, όπου η ένταση θεωρείται μηδέν, και το σημείο απέχει απόσταση x από το Α. Πρέπει επομένως η ένταση από το φορτίο $+2\mu\text{C}$ και η αντίθετης φοράς ένταση από το φορτίο $+8\mu\text{C}$, να έχουν ίσα μέτρα (ώστε η συνισταμένη τους να είναι μηδέν).

$$E_1 = E_2 \text{ ή } k \frac{|Q_1|}{x^2} = k \frac{|Q_2|}{(d-x)^2} \text{ ή } \left(\frac{d-x}{x} \right)^2 = \frac{|Q_2|}{|Q_1|} \text{ ή}$$

$$\frac{d}{x} = 1 \pm \sqrt{\frac{|Q_2|}{|Q_1|}} \text{ ή } x = \frac{d}{1 \pm \sqrt{\frac{|Q_2|}{|Q_1|}}}$$

$x_1 = 0,1\text{m}$ δεκτή όταν $q_1 q_2 > 0$

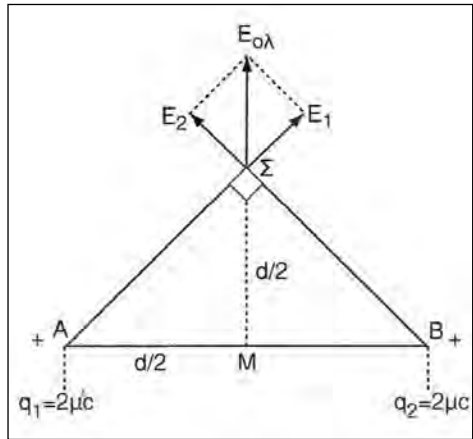
$x_2 = -0,3\text{m}$ δεκτή όταν $q_1 q_2 < 0$

(ή $x_2 = 0,3\text{m}$ το σημείο (Α) εκτός της (ΑΒ)).

- 13.** Η ένταση στο σημείο Σ υπολογίζεται από τη συνισταμένη των δύο εντάσεων που δημιουργούν τα q_1 και q_2 τα οποία επειδή είναι ίσα δημιουργούν ίσου μέτρου εντάσεις στο Σ,

$$(A\Sigma)=(B\Sigma)=\sqrt{18}m.$$

Το μέτρο των εντάσεων είναι:



$$E_1 = E_2 = k \frac{|q_1|}{(A\Sigma)^2} \Rightarrow E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^3 \text{ N/C}.$$

$\vec{E}_{ολ} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ άρα το μέτρο της συνισταμένης είναι:

$$E_{ολ} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \text{ ή } E_{ολ} = \sqrt{2E_1^2} \text{ ή } E_{ολ} = E_1\sqrt{2}$$

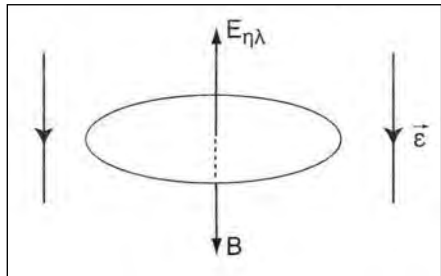
επειδή E_1 και E_2 είναι κάθετες μεταξύ τους.

Άρα:

$$E_{ολ} = 2000 \cdot \sqrt{2} \text{ N/C}$$

και σχηματίζει γωνία 45° με κάθε μία από τις E_1 και E_2 .

- 14.** Το ηλεκτρικό φορτίο του δίσκου θα είναι αρνητικό ώστε η δύναμη που θα δέχεται από το ηλεκτρικό πεδίο να έχει φορά αντίθετη του βάρους και έτσι ο δίσκος να ισορροπεί.



Άρα: $F_{\eta\lambda} = B$ ή $E \cdot q = B$ ή $q = \frac{B}{E}$ ή $q = 32 \cdot 10^{-5} \text{C}$

- 15.** Στη θέση ισορροπίας ασκούνται οι δυνάμεις όπως στο σχήμα. Λόγω ισορροπίας ισχύουν:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_x = \vec{0} &\Leftrightarrow F_c = T_x \\ \Sigma \vec{F}_y = \vec{0} &\Leftrightarrow B = T_y \end{aligned} \right\} \frac{T_y}{T_x} = \frac{B}{F_c} \quad (1)$$

Επειδή $\theta = 45^\circ \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = 1 \quad (2)$

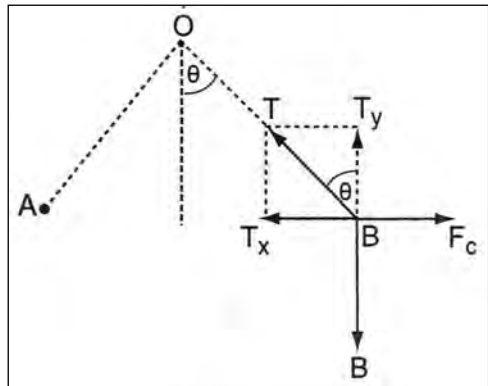
Επομένως $k \frac{|Q \cdot Q|}{r^2} = B \Rightarrow |Q| = \sqrt{\frac{B \cdot r^2}{k}} \quad (3)$

όμως η απόσταση
 $r^2 = (AB)^2 = 2\ell^2 \quad (4)$

από τις (3) και (4) έχουμε:

$$|Q| = \sqrt{\frac{2B\ell^2}{k}}$$

και $|Q| = 2 \cdot 10^{-6} \text{C}.$



- 16.** Οι εντάσεις λόγω των τεσσάρων φορτίων στο κέντρο του τετραγώνου έχουν μέτρα:

$$E_A = k \frac{|Q_1|}{r^2}$$

άρα $E_A = 18 \cdot 10^7 \text{ N/C}$

$$E_B = k \frac{|Q_2|}{r^2}$$

άρα $E_B = 36 \cdot 10^7 \text{ N/C}$

$$E_\Gamma = k \frac{|Q_3|}{r^2}$$

άρα $E_\Gamma = 17,46 \cdot 10^7 \text{ N/C}$

$$E_\Delta = k \frac{|Q_4|}{r^2}$$

άρα $E_\Delta = 35,28 \cdot 10^7 \text{ N/C}$

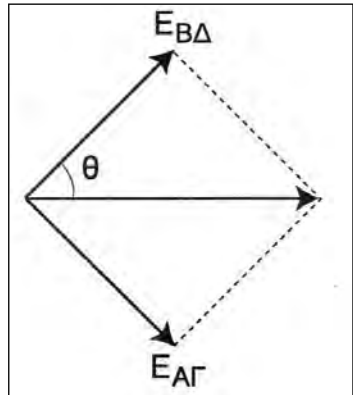
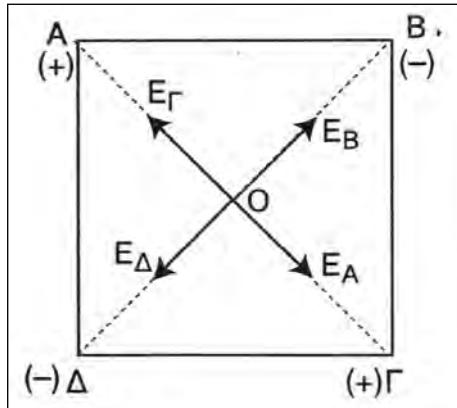
Υπολογίζουμε τη συνισταμένη
με διεύθυνση (ΑΓ):

$$E_{A\Gamma} = E_A - E_\Gamma = 0,54 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

Υπολογίζουμε τη συνισταμένη
με διεύθυνση (ΒΔ):

$$E_{B\Delta} = E_B - E_\Delta = 0,72 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

Και επομένως η συνισταμένη
ένταση έχει μέτρο:



$$E_{o\lambda} = \sqrt{E_{A\Gamma}^2 + E_{B\Delta}^2} \quad \text{ή} \quad E_{o\lambda} = 9 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

$$\text{και } \varepsilon\phi\theta = \frac{E_{A\Gamma}}{E_{B\Delta}} \quad \text{ή} \quad \varepsilon\phi\theta = 0,75.$$

17. Α. Η μετατόπιση δίνεται από τη σχέση: $x = \frac{1}{2} \alpha t^2$ (1)

Η επιτάχυνση που δέχεται είναι: $\alpha = \frac{F}{m}$ (2)

Η δύναμη από το ηλ. πεδίο είναι: $F = E \cdot q$ (3)

$$(3) \Rightarrow F = 12 \cdot 10^6 \text{ N}$$

$$(2) \Rightarrow \alpha = 1,2 \text{ m/s}^2$$

από την (1) έχουμε: $x = 0,6 \text{ m}$.

B. Η κινητική ενέργεια του φορτίου είναι:

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{1}{2} m v^2 \\ v = \alpha t \end{array} \right\} k = \frac{1}{2} m \alpha^2 t^2 \quad \text{άρα } k = 7,2 \cdot 10^{-6} \text{ Joule.}$$

- 18.** Έστω F η δύναμη από το αρχικό πεδίο, F' η αντίστοιχη από το αντίρροπο πεδίο και v_0 η ταχύτητα που απέκτησε από την προηγούμενη κίνηση.

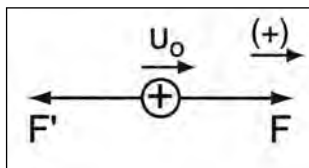
Ο χρόνος που χρειάζεται μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του φορτίου δίνεται από τη σχέση

$$t = \frac{v_0}{\alpha'} \quad \text{από την οποία προκύπτει:}$$

$$\alpha' = \frac{v_0}{t} \quad \text{ή} \quad \alpha' = 1 \cdot 2 \text{ m/s}^2 \quad (1)$$

Επίσης από το νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$F - F' = -m \cdot \alpha \Rightarrow \mathcal{E}q - \mathcal{E}'q = -m\alpha \Leftrightarrow \mathcal{E}' = \frac{m\alpha}{q} + \mathcal{E} \Rightarrow \mathcal{E}' = 24 \text{ N/C}$$



- 19.** Η δυναμική ενέργεια του συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$U = k \frac{Q_1 Q_2}{r} \quad \text{άρα } U = -0,54 \text{ Joule}$$

20. Από τη σχέση $U = k \frac{Q_1 Q_2}{r} \Rightarrow r = k \frac{Q_1 Q_2}{U}$ και βρίσκουμε ότι:
 $r = 0,4\text{m}.$

21. Από τη σχέση $U = k \frac{Q \cdot q}{r}$ έχουμε $U = -10,8 \cdot 10^{-4} \text{Joule}.$

22. Από τη σχέση του δυναμικού έχουμε: $V = k \frac{Q}{r}$ ή $V = 6 \cdot 10^4 \text{V}.$

23. Από τη σχέση $V = k \frac{Q}{r} \Rightarrow r = \frac{k \cdot Q}{V}$ και $r = 0,45\text{m}.$

24. Α. Από τη σχέση του δυναμικού: $U = q \cdot V$ βρίσκουμε $U = -20 \cdot 10^{-6} \text{J}.$
Β. Εφόσον η δυναμική του ενέργεια είναι αρνητική πρέπει να του προσφερθεί ενέργεια ίση με $+20 \cdot 10^6 \text{Joule}$ για τη μεταφορά του φορτίου στο άπειρο.

25. Έστω $Q_1 = +2\mu\text{C}$ και $Q_2 = +18\mu\text{C}$ που βρίσκονται στις θέσεις Α και Β αντίστοιχα και απέχουν απόσταση $d = 16\text{cm}.$

Α. Έστω ότι η ένταση μηδενίζεται στη θέση Μ που απέχει απόσταση x από το Α.

Η ένταση στο σημείο Μ οφείλεται σε δύο πεδία που δημιουργούνται από τα φορτία Q_1 και $Q_2.$

Εφόσον η ένταση στο Μ υποτέθηκε μηδενική θα πρέπει

$$E_1 = E_2 \text{ ή } k \frac{|Q_1|}{x^2} = k \frac{|Q_2|}{(d-x)^2} \text{ ή } \left(\frac{d-x}{x} \right)^2 = \left| \frac{Q_2}{Q_1} \right|$$

Επομένως $x = \frac{d}{1 \pm \sqrt{\frac{Q_2}{Q_1}}}$ οπότε $x_1 = 0,04\text{m}$ η λύση $x_2 = -0,8\text{m}$

απορρίπτεται.

Β. Στο σημείο Μ το δυναμικό θα είναι $V_M = V_1 + V_2$ (1)

$$V_1 = k \frac{Q_1}{x} \Rightarrow V_1 = 4,5 \cdot 10^5 \text{ V} \quad (2)$$

$$V_2 = k \frac{Q_2}{d-x} \Rightarrow V_2 = 13,5 \cdot 10^5 \text{ V} \quad (3)$$

από τη σχέση (1) λόγω των (2) και (3) έχουμε: $V_M = 18 \cdot 10^5 \text{ V}$.

26. Α. Για $r_1 = 2\text{m}$: $V_1 = k \frac{Q}{r_1}$ ή $V_1 = 9 \cdot 10^3 \text{ V}$

Για $r_2 = 4\text{m}$: $V_2 = k \frac{Q}{r_2}$ ή $V_2 = 4,5 \cdot 10^3 \text{ V}$

Β. $U_1 = q \cdot V_1$ ή $U_1 = 9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

Γ. $W_F = q(V_1 - V_2)$ ή $W_F = 9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

27. Α. Η δυναμική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι: $U = k \frac{Q \cdot q_e}{r}$

από αυτή βρίσκουμε: $U = -28,8 \cdot 10^{-20} \text{ J}$.

Β. Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$

η δύναμη Coulomb είναι κεντρομόλος και επομένως:

$$k \frac{Qq}{r^2} = \frac{m v^2}{r} \quad (2)$$

από την (1) λόγω της (2) έχουμε:

$$K = \frac{1}{2} k \frac{Qq}{r} \text{ και επομένως:}$$

$$K = 14,4 \cdot 10^{-20} \text{J}.$$

Γ. Η ολική ενέργεια $E = U + K$ βρίσκουμε: $E = -14,4 \cdot 10^{-20} \text{J}.$

28. Α. Το δυναμικό στο σημείο Μ είναι:

$$V_M = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \text{ ή}$$

$$V_M = k \frac{Q_1}{(AM)} + k \frac{Q_2}{(MB)} + k \frac{Q_3}{(MG)} + k \frac{Q_4}{(\Delta M)} \text{ ή}$$

$$V_M = \frac{k}{(AM)} (Q_1 - |Q_2|) + \frac{k}{(MG)} (Q_3 - |Q_4|)$$

από την οποία βρίσκουμε:

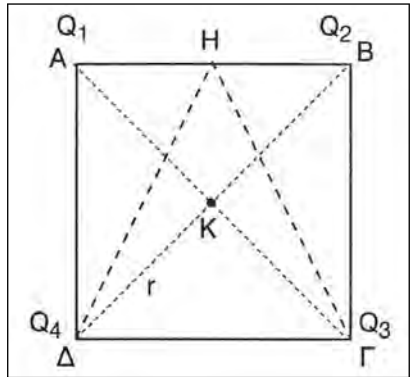
$$V_M = 110,52 \cdot 10^3 \text{V}.$$

Β. $V_K = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$ ή

$$V_K = k \frac{Q_1}{r} + k \frac{Q_2}{r} + k \frac{Q_3}{r} + k \frac{Q_4}{r}$$

από την οποία βρίσκουμε

$$V_K = -108 \cdot 10^3 \text{V}.$$



29. Α. Το έργο κατά τη μετακίνηση του φορτίου από το Μ στο άπειρο είναι:

$$W_1 = q(V_M - V_\infty) \text{ ή } W_1 = q \cdot V_M \text{ ή } W_1 = -110,52 \cdot 10^3 \text{J}$$

Β. Όμοια $W_2 = q(V_K - V_\infty) \text{ ή } W_2 = q \cdot V_K \text{ ή } W_2 = -108 \cdot 10^3 \text{J}$

30. Από το θεώρημα της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$K_T - K_A = W_F \quad \text{ή} \quad K_T - K_A = q \cdot V \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}mv^2 - 0 = q \cdot V$$

$$\text{ή} \quad v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad \text{άρα} \quad v = 11 \cdot 10^5 \text{ m/s.}$$

31. Α. Η ηλεκτρική ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά τη διάρκεια του κεραυνού, είναι ίση με τη μεταβολή δυναμικής ενέργειας του φορτίου.

$$E_{\eta\lambda} = \Delta U = q \cdot V \quad \text{ή} \quad E_{\eta\lambda} = +62,5 \cdot 10^7 \text{ J}$$

Β. Η μέση ισχύς από τη σχέση $\bar{P} = \frac{E_{\eta\lambda}}{t}$ ή $\bar{P} = 62,5 \cdot 10^{10} \text{ watt}$

32. Α. $C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} \Rightarrow V = 50 \cdot 10^{-3} \text{ V} \quad \text{ή} \quad 50 \text{ mV.}$

Β. Η ενέργεια του πυκνωτή είναι $E_{\eta\lambda} = \frac{1}{2}QV$ από τον τύπο βρίσκουμε: $E_{\eta\lambda} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ J.}$

33. Το εμβαδόν κάθε οπλισμού είναι $S = 200 \text{ cm}^2$ ή $2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ το μήκος $\ell = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$

Χωρητικότητα του πυκνωτή είναι: $C = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \frac{S}{\ell}$

Επειδή $\varepsilon = 1$ έχουμε $C = \varepsilon_0 \frac{S}{\ell}$ και από αυτή έχουμε:

$$C = 3,54 \cdot 10^{-10} \text{ F.}$$

34. Από την $C = \epsilon_0 \frac{S}{\ell}$ έχουμε: $\ell = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{C}$ από όπου βρίσκουμε

$$\ell = 1\text{mm}.$$

35. Α. Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι: $C = \epsilon_0 \frac{S}{\ell}$ από όπου βρίσκουμε: $C = 4,43 \cdot 10^{-10}\text{F}$.

Β. Το φορτίο του πυκνωτή είναι: $Q = CV$ από όπου $Q = 886 \cdot 10^{-10}\text{C}$.

36. ΠΡΙΝ (ΤΟ ΔΙΠΛΑΣΙΑΣΜΟ)

$$C = 2 \cdot 10^{-6}\text{F}$$

$$Q = C \cdot V = 300 \cdot 10^{-6}\text{C}$$

$$V = 150\text{V}$$

$$E = V/\ell = 7.500\text{V/m}$$

$$E_{\eta\lambda} = \frac{1}{2} Q \cdot V = 225 \cdot 10^{-4}\text{J}$$

ΜΕΤΑ (ΤΟ ΔΙΠΛΑΣΙΑΣΜΟ)

$$C' = \epsilon_0 \frac{S}{2\ell} = 10^{-6}\text{F}$$

$$V' = \frac{Q}{C'} = 300\text{V}$$

$$E' = \frac{V'}{2\ell} = 0,75 \cdot 10^4\text{V/m}$$

$$E_{\eta\lambda} = \frac{1}{2} Q \cdot V' = 450 \cdot 10^{-4}\text{J}$$

37. Η ένταση δίνεται από την $E = \frac{V}{\ell}$ από την οποία βρίσκουμε

$$E = 160\text{V/m}$$

38. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι $\ell = \frac{V}{E}$ από την οποία βρίσκουμε $\ell = 0,2\text{m}$.

- 39. Α.** Για τη μετακίνηση του θετικού φορτίου από την αρνητική στη θετική πλάκα απαιτείται έργο εξωτερικής δύναμης ίσο με το αρνητικό έργο της δύναμης του πεδίου. Άρα:

$$W_{F_{εξ}} = q \cdot V = 18 \cdot 10^{-6} \text{Joule}$$

Β. Σ' αυτή την περίπτωση το πεδίο μετακινεί το φορτίο αυθόρμητα και επομένως θα πρέπει να ασκηθεί στο φορτίο εξωτερική δύναμη ώστε να μετακινηθεί με σταθερή κινητική ενέργεια. Το έργο αυτό θα είναι αντίθετο του έργου της δύναμης του πεδίου, άρα:

$$W_{F_{εξ}} = -9 \cdot V = -18 \cdot 10^{-6} \text{Joule}$$

- 40. Α.** $K = q \cdot V$ βρίσκουμε $K = 3,2 \cdot 10^{-15} \text{J}$.

Β. $K = \frac{1}{2} m v^2$ άρα: $v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$ βρίσκουμε: $v = 8,4 \cdot 10^7 \text{m/s}$.

- 41.** Εφ' όσον αιωρείται η σταγόνα $\Sigma F = 0$ ή $F_{\eta\lambda} = B$ (1)

Αλλά η $F_{\eta\lambda} = E \cdot q$ ή $F_{\eta\lambda} = \frac{V}{\ell} \cdot q$ (2)

Από τις (1) και (2) $q = \frac{B \cdot \ell}{V}$ βρίσκουμε: $q = 6,4 \cdot 10^{-19} \text{C}$.

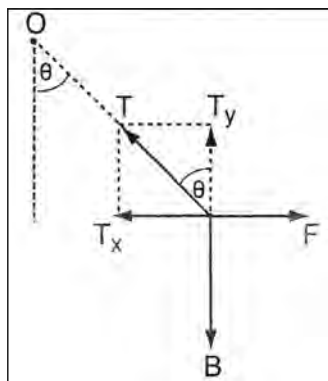
- 42.** $\Sigma \vec{F}_y = 0$ ή $T_y = B$

$\Sigma \vec{F}_x = 0$ ή $T_x = F$

$\frac{T_y}{T_x} = \frac{B}{F} \Leftrightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{B}{F}$ (1)

$F = E \cdot q = \frac{V}{\ell} q$ (2)

από τις (1) και (2) έχουμε:



$$V = \frac{mg\ell \varepsilon\varphi 30^\circ}{q} \text{ βρίσκουμε:}$$

$$V = 9,43V.$$

43. Α. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου βρίσκεται από τη σχέση:

$$E = \frac{V_{\kappa\lambda}}{\ell} \text{ άρα } E = 200 \frac{V}{m}$$

$$\text{Β. } V_{\kappa\lambda} = V_{\kappa} - V_{\lambda} \Rightarrow V_{\lambda} = V_{\kappa} - V_{\kappa\lambda} \Rightarrow V_{\lambda} = -800V.$$

44. Η ένταση του πεδίου δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{V}{\ell} \text{ και επομένως } E = 20 \frac{V}{cm}$$

άρα μεταξύ των σημείων (ΚΛ) η διαφορά δυναμικού $V_{\kappa\lambda}$ βρίσκεται από την αντίστοιχη σχέση:

$$E = \frac{V_{\kappa\lambda}}{\ell_{\kappa\lambda}} \text{ άρα } V_{\kappa\lambda} = E \cdot \ell_{\kappa\lambda} \text{ άρα: } V_{\kappa\lambda} = 1200V$$

Α. Επομένως το έργο της δύναμης του πεδίου είναι:

$$W_{\kappa\lambda} = q \cdot V_{\kappa\lambda} \text{ άρα } W_{\kappa\lambda} = 12 \cdot 10^{-4} J.$$

Β. Το έργο W_{MK} είναι μηδενικό διότι η δύναμη του πεδίου είναι κάθετη στη μετατόπιση MK (ή διότι η $V_{MK} = 0$).

Γ. Το έργο $W_{\kappa\lambda MK}$ είναι μηδενικό γιατί το ηλεκτροστατικό πεδίο είναι συντηρητικό (ή $V_{\kappa\lambda MK} = 0$).

(2)

ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ ΣΥΝΕΧΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

$$1. q = C \cdot V \Rightarrow q = 480 \mu\text{C}$$

$$q = x \cdot e \Rightarrow x = \frac{q}{e} \Rightarrow x = 3 \cdot 10^{15} \text{ ηλεκτρόνια}$$

και

$$\bar{I} = \frac{q}{\Delta t} \Rightarrow \bar{I} = 24 \text{ mA.}$$

$$2. I = \frac{q}{t} \Rightarrow I = \frac{e}{t} \Rightarrow I = e \cdot v \Rightarrow I = 9,28 \cdot 10^{-4} \text{ A.}$$

3. Έστω u_d η μέση ταχύτητα κίνησης των ελευθέρων ηλεκτρονίων μέσα σ' έναν κυλινδρικό μεταλλικό αγωγό (ταχύτητα διολίσθησης).

Τα x ηλεκτρόνια που διαπερνούν μια διατομή s σε χρόνο Δt βρίσκονται μέσα σε έναν κύλινδρο με βάση τη διατομή s και ύψος $h = u_d \cdot \Delta t$, δηλαδή σε όγκο $V = s \cdot h = s \cdot u_d \cdot \Delta t$.

$$\text{Είναι: } n = \frac{x}{V} \Rightarrow x = n \cdot V \Rightarrow x = n \cdot s \cdot u_d \cdot \Delta t$$

$$\text{Ισχύει: } I = \frac{q}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{x \cdot e}{\Delta t} \Rightarrow I = \frac{n \cdot s \cdot u_d \cdot \Delta t \cdot e}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_d = \frac{I}{n \cdot s \cdot e} \Rightarrow u_d = 1,25 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow u_d = 12,5 \frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

$$4. \left. \begin{array}{l} R_1 = \frac{V_o}{I_o} \\ R_2 = \frac{V_o}{2I_o} \end{array} \right\} \begin{array}{l} R_1 = 2 \Rightarrow R_1 = 2 \cdot R_2 \Rightarrow \rho \frac{\ell}{s_1} = 2\rho \frac{\ell}{s_2} \Rightarrow s_2 = 2 \cdot s_1 \Rightarrow s_2 = 0,4 \text{ mm}^2. \end{array}$$

5. Υπάρχουν στις απαντήσεις του βιβλίου.

$$6. R = \rho \frac{\ell}{s} \tag{1}$$

$$m = d \cdot V \Rightarrow m = d \cdot s \cdot \ell \Rightarrow s = \frac{m}{d \cdot \ell} \tag{2}$$

$$(1), (2) \Rightarrow R = \rho \frac{d \cdot \ell^2}{m} \Rightarrow R = 52,5 \Omega.$$

7. Τα δύο σύρματα έχουν ίδιο όγκο, δηλαδή:

$$V = V' \Rightarrow s \cdot \ell = s' \cdot \ell' \Rightarrow s' = \frac{s \cdot \ell}{\ell'} \quad (1)$$

Είναι:

$$\left. \begin{aligned} R &= \rho \frac{\ell}{s} \\ R' &= \rho \frac{\ell'}{s'} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{\ell' \cdot s}{s' \cdot \ell} \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\frac{R'}{R} = \left(\frac{\ell'}{\ell} \right)^2 \Rightarrow \ell' = \ell \sqrt{\frac{R'}{R}} \Rightarrow \ell' = 4m.$$

$$8. \rho_\theta = \rho_0(1 + \alpha\theta) \Rightarrow 2 \cdot \rho_0 = \rho_0(1 + \alpha\theta) \Rightarrow 2 = 1 + \alpha\theta \Rightarrow \alpha\theta = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \theta = 256,4^\circ\text{C}.$$

Για τους χάλκινους αγωγούς, ναι.

Για τους άλλους, όχι.

$$9. \left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{V}{R_1} \\ I_2 &= \frac{V}{R_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_0(1 + \alpha\theta_2)}{R_0(1 + \alpha\theta_1)} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{1 + \alpha\theta_2}{1 + \alpha\theta_1} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2480} \text{ grad}^{-1}.$$

$$10. R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2 \Rightarrow R_{\text{ολ}} = 20\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{\text{ολ}}} \Rightarrow I = 5A$$

$$V_1 = I \cdot R_1 \Rightarrow V_1 = 25V$$

$$V_2 = I \cdot R_2 \Rightarrow V_2 = 75V.$$

$$11. \frac{1}{R_{\text{ολ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{\text{ολ}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_{\text{ολ}} = 20\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{\text{ολ}}} \Rightarrow I = 6A$$

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \Rightarrow I_1 = 4A$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} \Rightarrow I_2 = 2A.$$

$$12. \alpha) R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_{12} = 2\Omega$$

$$R_{o\lambda} = R_{12} + R_3 \Rightarrow R_{o\lambda} = 6\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I = 10A$$

$$V_{B\Gamma} = I \cdot R_3 \Rightarrow V_{B\Gamma} = 40V \Rightarrow V_3 = 40V$$

$$V_{AB} = I \cdot R_{12} \Rightarrow V_{AB} = 20V \Rightarrow V_1 = V_2 = 20V$$

$$(\text{ή } V_{AB} = 60 - V_{B\Gamma} \Rightarrow V_{AB} = 20V)$$

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{20}{3}A$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{10}{3}A$$

$$I_3 = I = 10A.$$

$$\beta) R_{23} = R_2 + R_3 \Rightarrow R_{23} = 90\Omega$$

$$R_{o\lambda} = \frac{R_1 \cdot R_{23}}{R_1 + R_{23}} \Rightarrow R_{o\lambda} = 9\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I = 10A$$

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_1} \Rightarrow I_1 = 9A$$

$$I_2 = I_3 = \frac{V_{AB}}{R_{23}} \Rightarrow I_2 = I_3 = 1A$$

$$V_1 = V_{AB} \Rightarrow V_1 = 90V$$

$$V_{A\Gamma} = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow V_{A\Gamma} = 40V \Rightarrow V_2 = 40V$$

$$V_{\Gamma B} = I_3 \cdot R_3 \Rightarrow V_{\Gamma B} = 50V \Rightarrow V_3 = 50V.$$

$$13. R_{12} = R_1 \cdot R_2 / R_1 + R_2 = 2\Omega$$

$$R_{123} = R_{12} + R_3 = 10\Omega$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 10\Omega$$

$$R_{o\lambda} = \frac{R_{123} \cdot R_{45}}{R_{123} + R_{45}} = 5\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{o\lambda}} = 12A$$

$$I_3 = \frac{V_{AB}}{R_{123}} = 6A$$

$$V_{\Gamma B} = I_3 \cdot R_3 \Rightarrow V_{\Gamma B} = 48V \Rightarrow V_3 = 48V$$

$$V_{A\Gamma} = I_3 \cdot R_{12} \Rightarrow V_{A\Gamma} = 12V \Rightarrow V_1 = V_2 = 12V$$

$$I_1 = \frac{V_{A\Gamma}}{R_1} \Rightarrow I_1 = 4A$$

$$I_2 = I_5 = \frac{V_{AB}}{R_{45}} \Rightarrow I_4 = I_5 = 6A$$

$$V_{AA} = I_4 \cdot R_4 \Rightarrow V_{AA} = 42V \Rightarrow V_4 = 42V$$

$$V_{AB} = I_4 \cdot R_5 \Rightarrow V_{AB} = 18V \Rightarrow V_5 = 18V.$$

$$14. I_2 = \frac{4V}{4\Omega} = 1A$$

$$I_3 = \frac{4V}{4\Omega} = 1A$$

$$I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 = 2A$$

$$V_1 = I_2 \cdot R_1 \Rightarrow V_1 = 4V$$

$$V_{123} = V_1 + V_{23} \Rightarrow V_{123} = 8V$$

$$V_{45} = V_{123} \Rightarrow V_{45} = 8V$$

$$I_{45} = \frac{V_{45}}{R_{45}} \Rightarrow I_{45} = 0,5A \Rightarrow I_A = 0,5A$$

$$I = I_1 + I_{45} \Rightarrow I = 2,5A$$

$$V_{123} = V - I \cdot R_x \Rightarrow IR_x = V - V_{123} \Rightarrow R_x = \frac{V - V_{123}}{I} \Rightarrow R_x = 0,8\Omega.$$

$$15. B\Gamma = 10cm$$

$$R_{B\Gamma} = R^* \cdot B\Gamma \Rightarrow R_{B\Gamma} = 50\Omega$$

$$R_{BA\Gamma} = R^* \cdot (BA + A\Gamma) \Rightarrow R_{BA\Gamma} = 70\Omega$$

$$I_{B\Gamma} = \frac{V}{R_{B\Gamma}} = 0,28A$$

$$I_{BA\Gamma} = \frac{V}{R_{BA\Gamma}} = 0,2A.$$

$$16. \alpha) R_{12} = R_1 + R_2 \Rightarrow R_{12} = 3\Omega, R_{34} = R_3 + R_4 \Rightarrow R_{34} = 15\Omega$$

$$I_{12} = \frac{V}{R_{12}} \Rightarrow I_{12} = 10A$$

$$I_{34} = \frac{V}{R_{34}} \Rightarrow I_{34} = 2A$$

$$V_{\Gamma A} \Rightarrow I_{12} \cdot R_1 \Rightarrow V_{\Gamma A} = 20V \Rightarrow V_{\Gamma} - V_A = 20V \quad (1)$$

$$V_{\Gamma B} \Rightarrow I_{34} \cdot R_3 \Rightarrow V_{\Gamma B} = 10V \Rightarrow V_{\Gamma} - V_B = 10V \quad (2)$$

$$(2) - (1) \Rightarrow V_A - V_B = 10 - 20 \Rightarrow V_{AB} = -10V.$$

β) Έστω R_5 η ζητούμενη αντίσταση.

$$\text{Είναι: } R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} \quad (3)$$

$$R_{345} = R_3 + R_{45} \quad (4)$$

$$I'_{12} = \frac{V}{R_{12}} \Rightarrow I'_{12} = 10A$$

$$I'_{345} = \frac{V}{R_{345}} \Rightarrow I'_{345} = \frac{30}{R_3 + R_{45}} \Rightarrow I'_{345} = \frac{30}{5 + R_{45}}$$

$$V_{\Gamma A} = I'_{12} \cdot R_1 \Rightarrow V_{\Gamma A} = 20V \Rightarrow V_{\Gamma} - V_A = 20V \quad (5)$$

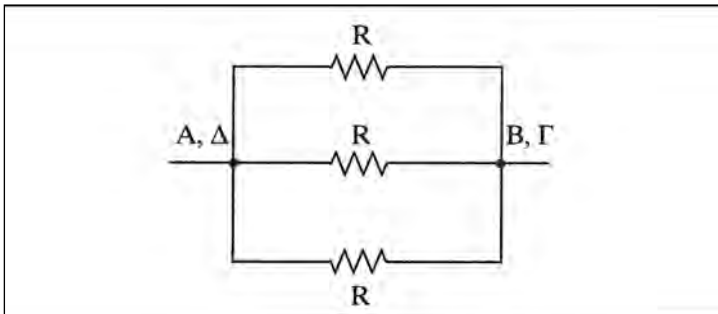
$$V_{\Gamma B} = I'_{345} \cdot R_3 \Rightarrow V_{\Gamma B} = \frac{30}{5 + R_{45}} \cdot 5 \Rightarrow V_{\Gamma} - V_B = \frac{150}{5 + R_{45}} \quad (6)$$

$$(6), (5) \Rightarrow V_A - V_B = \frac{150}{5 + R_{45}} - 20 \Rightarrow 0 = \frac{150}{5 + R_{45}} - 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{150}{5 + R_{45}} = 20 \Rightarrow 50 = 20 \cdot R_{45} \Rightarrow R_{45} = 2,5\Omega$$

$$\text{Από τη σχέση (3) έχουμε: } R_5 = \frac{10}{3}\Omega.$$

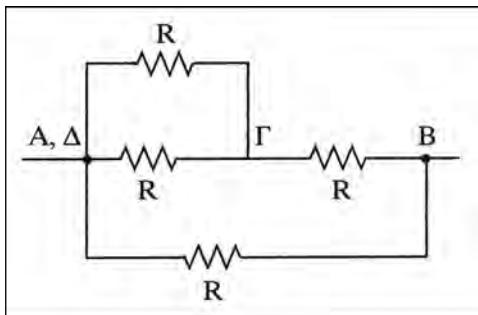
17. α) Το κύκλωμα γίνεται ισοδύναμο:



Οι τρεις αντιστάσεις είναι συνδεδεμένες παράλληλα.

$$\text{Άρα, } \frac{1}{R_{o\lambda}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_{o\lambda}} = \frac{3}{R} \Rightarrow R_{o\lambda} = \frac{R}{3} \Rightarrow R_{o\lambda} = 10\Omega.$$

β) Το κύκλωμα γίνεται ισοδύναμο:



$$R_{\Delta\Gamma} = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{R}{2}$$

$$R_{AB} = R_{\Delta\Gamma} + R = \frac{R}{2} + R = \frac{3R}{2}$$

$$R_{\text{ολ}} = \frac{R_{AB} \cdot R}{R_{AB} + R} = \frac{\frac{3R}{2} \cdot R}{\frac{3R}{2} + R} = \frac{\frac{3R^2}{2}}{\frac{5R}{2}} = \frac{3R}{5} = 18\Omega.$$

18. Ο κλάδος BZ δε διαρρέεται από ρεύμα.

$$\text{Έτσι: } I = \frac{V_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow I = 1\text{A}$$

$$\text{Είναι: } V_Z = 0$$

$$V_{\Delta} - V_Z = 0 \Rightarrow V_{\Delta} = V_Z \Rightarrow V_{\Delta} = 0\text{V}$$

$$V_{\Delta} - V_B = V_2 \Rightarrow 0 - V_B = 10 \Rightarrow V_B = -10\text{V}.$$

$$V_{\Delta} - V_B = I \cdot R_1 \Rightarrow V_{\Delta} - (-10) = 1 \cdot 10 \Rightarrow V_{\Delta} + 10 = 10 \Rightarrow V_{\Delta} = 0\text{V}$$

$$V_B - V_{\Gamma} = I \cdot R_2 \Rightarrow -10 - V_{\Gamma} = 1 \cdot 10 \Rightarrow V_{\Gamma} = -10 - 10 \Rightarrow V_{\Gamma} = -20\text{V}.$$

19. Αρχικά, η αντίσταση R_2 είναι βραχυκυκλωμένη, άρα δε διαρρέεται από ρεύμα.

$$\text{Έτσι: } I = \frac{V}{R_1} \Rightarrow I = 1\text{A}.$$

Τελικά, οι αντιστάσεις R_2 και R_3 είναι συνδεδεμένες παράλληλα και η ισοδύναμή τους συνδεδεμένη σε σειρά με τη R_1 . Άρα:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 10\Omega$$

$$R_{\text{ολ}} = R_1 + R_{23} = 20\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{\text{ολ}}} = 0,5\text{A}$$

$$V_1 = I \cdot R_1 = 5\text{V}$$

$$V_2 = V_3 = I \cdot R_{23} = 5\text{V}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = 0,25\text{A}$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = 0,25\text{A}.$$

20. α) Έστω R η αντίσταση του αγωγού.

$$\text{Είναι: } R_{AB} = \frac{R}{4} \text{ και } R_{A\Gamma B} = \frac{3R}{4}$$

$$I_1 = \frac{V_{AB}}{R_{AB}} \Rightarrow I_1 = \frac{60}{\frac{R}{4}} \Rightarrow I_1 = \frac{240}{R}$$

$$I_2 = \frac{V_{AB}}{R_{A\Gamma B}} \Rightarrow I_2 = \frac{60}{3 \cdot \frac{R}{4}} \Rightarrow I_2 = \frac{240}{3 \cdot R}$$

$$\text{Είναι: } R_{A\Gamma} = \frac{R}{2}$$

$$\text{Έτσι: } V_{A\Gamma} = I_2 \cdot R_{A\Gamma} \Rightarrow V_{A\Gamma} = \frac{240}{3R} \cdot \frac{R}{2} \Rightarrow V_{A\Gamma} = 40\text{V}.$$

β) $V_A = 0$

$$\text{Είναι: } R_{A\Gamma} = \frac{R}{4}$$

$$V_{A\Gamma} = I_2 \cdot R_{A\Gamma} \Rightarrow V_{A\Gamma} = \frac{240}{3R} \cdot \frac{R}{4} \Rightarrow V_{A\Gamma} = 20\text{V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_A - V_{\Gamma} = 20\text{V} \Rightarrow 0 - V_{\Gamma} = 20\text{V} \Rightarrow V_{\Gamma} = -20\text{V}.$$

21. Τις R_1 και R_4 σε σειρά, ώστε $R_{14} = 10\Omega$, τις R_2 και R_3 σε σειρά, ώστε $R_{23} = 10\Omega$, και τις R_{14} και R_{23} παράλληλα, ώστε $R_{\text{ολ}} = 5\Omega$.

$$\text{Είναι: } V_3 = I_3 \cdot R_3 \Rightarrow V_3 = 2 \cdot 6 \Rightarrow V_3 = 12\text{V}$$

$$V_2 = I_3 \cdot R_2 \Rightarrow V_2 = 2 \cdot 4 \Rightarrow V_2 = 8\text{V}$$

Άρα: $V_{o\lambda} = V_2 + V_3 \Rightarrow V_{o\lambda} = 20V$

Οπότε: $I_4 = \frac{V_{o\lambda}}{R_{14}} \Rightarrow I_4 = 2A.$

22. Ο κλάδος ΒΔΓ δε διαρρέεται από ρεύμα.

Έτσι: $I = \frac{V}{R_1 + R_3} \Rightarrow I = 2A$

Είναι: $V_c = V_{\Delta\Gamma} = V_{B\Gamma} = I \cdot R_3 = 2 \cdot 10 = 20V$

Άρα: $q = C \cdot V_c \Rightarrow q = 400\mu C.$

23. Είναι: $I = \frac{V}{7R} \quad (1)$

$V_{AB} = I \cdot 5R \Rightarrow V_{AB} = \frac{V}{7R} \cdot 5R \Rightarrow V_{AB} = \frac{5V}{7} \quad (2)$

$q_1 = C_1 \cdot V_{AB} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} q_1 = C_1 \frac{5V}{7} \quad (3)$

$V_{\Gamma\Delta} = I \cdot 3R \Rightarrow V_{\Gamma\Delta} = \frac{V}{7R} \cdot 3R \Rightarrow V_{\Gamma\Delta} = \frac{3V}{7} \quad (4)$

$q_2 = C_2 \cdot V_{\Gamma\Delta} \stackrel{(4)}{\Rightarrow} q_2 = C_2 \frac{3V}{7} \quad (5)$

Έχουμε: $q_1 = q_2 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} C_1 \frac{5V}{7} = C_2 \frac{3V}{7} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{3}{5}.$

24. Έστω R η τιμή κάθε αντίστασης.

Είναι: $R_1 = R + R \Rightarrow R_1 = 2R$

και $R_2 = \frac{R \cdot R}{R + R} \Rightarrow R_2 = \frac{R}{2}$

Οπότε: $P_1 = \frac{V^2}{R_1} \Rightarrow P_1 = \frac{V^2}{2R}$

και $P_2 = \frac{V^2}{R_2} \Rightarrow P_2 = \frac{2V^2}{R}$

Άρα: $P_2 > P_1.$

25. α) Είναι: $P_1 = I^2 \cdot R_1$
 $P_2 = I^2 \cdot R_2$

Αφού $R_1 > R_2$, είναι $P_1 > P_2.$

$$\beta) \text{ Είναι: } P_1 = \frac{V^2}{R_1}$$

$$P_2 = \frac{V^2}{R_2}$$

Αφού $R_1 > R_2$, είναι $P_1 < P_2$.

$$26. R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 5\Omega$$

$$R_{123} = R_{12} + R_3 = 10\Omega$$

$$R_{1234} = \frac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4} = 9\Omega$$

$$R_{o\lambda} = R_{1234} + R_5 = 20\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{o\lambda}} = 9A$$

$$V_5 = I \cdot R_5 = 99V$$

$$V_{1234} = I \cdot R_{1234} = 81V$$

$$I_4 = \frac{V_{1234}}{R_4} = 0,9A$$

$$I_3 = \frac{V_{1234}}{R_{123}} = 8,1A$$

$$V_3 = I_3 \cdot R_3 = 40,5V$$

$$V_{12} = I_3 \cdot R_{12} = 40,5V$$

$$I_1 = \frac{V_{12}}{R_1} = 4,05A$$

$$I_2 = \frac{V_{12}}{R_2} = 4,05A$$

$$Q_1 = I_1^2 \cdot R_1 \cdot t = 9.841,5J$$

$$Q_2 = I_2^2 \cdot R_2 \cdot t = 9.841,5J$$

$$Q_3 = I_3^2 \cdot R_3 \cdot t = 19.683J$$

$$Q_4 = I_4^2 \cdot R_4 \cdot t = 4.374J$$

$$Q_5 = I_2 \cdot R_5 \cdot t = 5.346J.$$

$$27. \frac{80}{100} \cdot \frac{V^2}{R} t = m \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow$$

$$\frac{80}{100} \cdot \frac{V^2}{R} t = d \cdot V \cdot c \cdot \Delta\theta \Rightarrow$$

$$\frac{80}{100} \cdot \frac{220^2}{10} t = 1 \frac{10^{-3}}{10^{-6}} 20 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \frac{4,18}{10^{-3}} 80 \Rightarrow t = 1727,27s \Rightarrow t = 0,48h$$

$$P_{HA} = \frac{V^2}{R} \Rightarrow P_{HA} = 4,84KW$$

$$W_{HA} = P_{HA} \cdot t \Rightarrow W_{HA} = 2,32KWh$$

$$\text{Άρα, κόστος} = 2,32KWh \cdot 0,1 \frac{\text{€}}{KWh} = 0,2\text{€}.$$

$$28. \text{Κουζίνα: } P_1 = V_1 \cdot I_1 \Rightarrow I_1 = 6,81A$$

$$\text{Θερμοσίφωνα: } P_2 = V_2 \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = 9,09A$$

$$\text{Ψυγείο: } P_3 = V_3 \cdot I_3 \Rightarrow I_3 = 4,54A$$

$$\text{Λαμπτήρες: } P_4 = V_4 \cdot I_4 \Rightarrow I_4 = 2,27A$$

$$I_{o\lambda} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \Rightarrow I_{o\lambda} = 22,71A$$

Άρα, ασφάλεια των 25A.

$$\text{Είναι: } P_{o\lambda} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \Rightarrow P_{o\lambda} = 5KW.$$

$$W_{HA} = P_{o\lambda} \cdot t \Rightarrow W_{HA} = 50KWh.$$

$$\text{Κόστος} = 50KWh \cdot 0,1\text{€/KWh} = 5\text{€}.$$

$$29. \alpha) R_{o\lambda} = R_1 + R_2 \Rightarrow R_{o\lambda} = 60\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I = 2A$$

$$\text{Άρα: } P_{\Lambda} = I^2 \cdot R_1 \Rightarrow P_{\Lambda} = 160W$$

$$\beta) R_{13} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 20\Omega$$

$$R'_{o\lambda} = R_{13} + R_2 \Rightarrow R_{o\lambda} = 40\Omega$$

$$I' = \frac{V}{R'_{o\lambda}} \Rightarrow I' = 3A$$

$$V_{13} = I' \cdot R_{13} \Rightarrow V_{13} = 60V$$

$$I_1 = \frac{V_{13}}{R_1} \Rightarrow I_1 = 1,5A$$

$$P'_{\Lambda} = I_1^2 \cdot R_1 \Rightarrow P'_{\Lambda} = 90W$$

$$\alpha(\%) = \frac{P'_\Lambda - P_\Lambda}{P_\Lambda} 100\% \Rightarrow \alpha(\%) = \frac{90 - 160}{160} \% \Rightarrow \alpha(\%) = -43,75\%.$$

30. Οι R_1 και R_2 συνδέονται σε σειρά, ώστε $R_{12} = R_1 + R_2 = 6\Omega$.

$$\text{Οι } R_{12} \text{ και } R_3 \text{ συνδέονται παράλληλα, ώστε } R_{123} = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} = 3\Omega.$$

$$\text{Οι } R_{123} \text{ και } R_4 \text{ συνδέονται σε σειρά, ώστε } R_{\text{ολ}} = R_{123} + R_4 = 11\Omega.$$

$$\text{Είναι: } P_3 = \frac{V_3^2}{R_3} \Rightarrow V_3 = 12\text{V}, I_3 = \frac{V_3}{R_3} = 2\text{A}$$

$$V_{12} = 12\text{V}, I_{12} = \frac{V_{12}}{R_{12}} \Rightarrow I_{12} = 2\text{A}$$

$$\text{Άρα: } I_4 = I_{12} + I_3 \Rightarrow I_4 = 4\text{A}$$

$$\text{Οπότε: } P_4 = I_4^2 \cdot R_4 \Rightarrow P_4 = 128\text{W}.$$

31. Η αντίσταση των γραμμών μεταφοράς είναι:

$$R = \rho \frac{\ell}{S} \Rightarrow R = 1,8 \cdot 10^{-8} \frac{100 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-6}} \Rightarrow R = 180\Omega$$

$$P_{\alpha\pi} = \frac{10}{100} P_1 \Rightarrow I^2 \cdot R = \frac{10}{100} P_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I^2 \cdot 180 = \frac{10}{100} \cdot 720 \cdot 10^3 \Rightarrow I = 20\text{A}$$

$$P_1 = V_1 \cdot I \Rightarrow V_1 = \frac{P_1}{I} \Rightarrow V_1 = 36.000\text{V}$$

$$P_2 = V_2 \cdot I \Rightarrow V_2 = \frac{P_2}{I} \Rightarrow V_2 = 32.400\text{V}.$$

32. Είναι $P_K = 2000\text{W}$ και $V_K = 200\text{V}$.

$$\text{Άρα: } P_K = \frac{V_K^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V_K^2}{P_K} \Rightarrow R = 20\Omega$$

$$\text{και } P_K = V_K \cdot I_K \Rightarrow I_K = P_K / V_K \Rightarrow I_K = 10\text{A}$$

Αν συνδεθεί σε δίκτυο τάσης 160V, θα είναι:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow P = \frac{160^2}{20} \Rightarrow P = 1280\text{W}$$

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{160}{20} \Rightarrow I = 8A.$$

33. Είναι $P_K = 1000W$ και $V_K = 100V$.

$$\text{Άρα: } P_K = V_K \cdot I_K \Rightarrow I_K = \frac{P_K}{V_K} \Rightarrow I_K = 10A$$

$$\text{Πρέπει: } V_K + V_R = 220 \Rightarrow 100 + V_R = 220 \Rightarrow V_R = 120V$$

$$\text{Είναι: } I_R = 10A$$

$$\text{Άρα: } I_R = \frac{V_R}{R} \Rightarrow R = \frac{V_R}{I_R} \Rightarrow R = 12\Omega.$$

34. Είναι: $P_{K(0)} = 100W$ και $V_{K(0)} = 200V$

$$\text{Άρα: } I_{K(0)} = \frac{P_{K(0)}}{V_{K(0)}} = 0,5A \text{ και } R_\theta = \frac{V_{K(0)}^2}{R_{K(0)}} = 400\Omega$$

$$\text{Είναι: } P_{K(\Lambda)} = 24W \text{ και } V_{K(\Lambda)} = 12V$$

$$\text{Άρα: } I_{K(\Lambda)} = \frac{P_{K(\Lambda)}}{V_{K(\Lambda)}} = 2A \text{ και } R_\Lambda = \frac{V_{K(\Lambda)}^2}{R_{K(\Lambda)}} = 6\Omega$$

Για το σύστημα έχουμε:

$$R_{o\lambda} = R_\theta + R_\lambda \Rightarrow R_{o\lambda} = 406\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I = 0,49A$$

Αφού $I_{K(\Lambda)} > I$, ο λαμπτήρας υπολειτουργεί.

35. α) Για τη συσκευή είναι:

$$P_K = V_K \cdot I_K \Rightarrow I_K = \frac{P_K}{V_K} \Rightarrow I_K = 1,5A$$

$$P_K = \frac{V_K^2}{R_\Sigma} \Rightarrow R_\Sigma = \frac{V_K^2}{P_K} \Rightarrow R_\Sigma = 40\Omega$$

$$R_{2\Sigma} = \frac{R_2 \cdot R_\Sigma}{R_2 + R_\Sigma} \Rightarrow R_{2\Sigma} = \frac{40 \cdot 40}{40 + 40} \Rightarrow R_{2\Sigma} = 20\Omega$$

$$R_{12\Sigma} = R_1 + R_{2\Sigma} \Rightarrow R_{12\Sigma} = 40 + 20 \Rightarrow R_{12\Sigma} = 60\Omega$$

$$I = \frac{V}{R_{12\Sigma}} \Rightarrow I = \frac{120}{60} \Rightarrow I = 2A$$

$$V_{2\Sigma} = I \cdot R_{2\Sigma} \Rightarrow V_{2\Sigma} = 2 \cdot 20 \Rightarrow V_{2\Sigma} = 40\Omega$$

$$I_{\Sigma} = \frac{V_{2\Sigma}}{R_{\Sigma}} \Rightarrow I_{\Sigma} = \frac{40}{40} \Rightarrow I_{\Sigma} = 1\text{A}.$$

Αφού $V_{2\Sigma} < V_K$ (ή $I_{\Sigma} < I_K$), η συσκευή δε λειτουργεί κανονικά.

β) Αφού η συσκευή λειτουργεί κανονικά, είναι $V_{2\Sigma} = 60\text{V}$ και $I_{\Sigma} = 1,5\text{A}$.

$$\text{Έτσι έχουμε: } I_2 = \frac{V_{2\Sigma}}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{60}{40} \Rightarrow I_2 = 1,5\text{A}.$$

$$\text{Άρα: } I_3 = I_2 + I_{\Sigma} \Rightarrow I_3 = 3\text{A}.$$

$$\text{Επίσης: } V = V_{2\Sigma} + V_3 \Rightarrow 120 = 60 + V_3 \Rightarrow V_3 = 60\text{V}.$$

$$\text{Άρα: } I_3 = \frac{V_3}{R_3} \Rightarrow R_3 = \frac{V_3}{I_3} \Rightarrow R_3 = 20\Omega.$$

$$36. I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} \Rightarrow \mathcal{E} = I_1 (R_1 + r) \quad (1)$$

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r} \Rightarrow \mathcal{E} = I_2 (R_2 + r) \quad (2)$$

Από (1) και (2) έχουμε: $\mathcal{E} = 10\text{V}$ και $r = 1\Omega$.

$$37. V_1 = I_1 \cdot R_1 \Rightarrow V_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} \cdot R_1 \quad (1)$$

$$V_2 = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow V_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r} \cdot R_2 \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) έχουμε: $\mathcal{E} = 30\text{V}$ και $r = 2\Omega$.

$$38. I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{ολ}}} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow I = 2\text{A}.$$

$$\text{Είναι: } V_c = V_2 = I \cdot R_2 = 2 \cdot 3 = 6\text{V}.$$

$$\text{Άρα: } q = C \cdot V_c \Rightarrow q = 4\mu\text{F} \cdot 6\text{V} \Rightarrow q = 24\mu\text{C}.$$

$$39. \alpha) I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{ολ}}} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow I = 2\text{A}.$$

$$\beta) V_{\Pi} = \mathcal{E} - I \cdot r \Rightarrow V_{\Pi} = 10\text{V}.$$

$$\gamma) P_{\text{ΠΗΓ}} = \mathcal{E} \cdot I \Rightarrow P_{\text{ΠΗΓ}} = 24\text{W}.$$

$$\delta) P_r = I^2 \cdot r \Rightarrow P_r = 4W.$$

$$\varepsilon) P_{\varepsilon} = V_{\Pi} \cdot I \Rightarrow P_{\varepsilon} = 20W.$$

$$\sigma\tau) P_1 = I^2 \cdot R_1 \Rightarrow P_1 = 8W.$$

$$P_2 = I^2 \cdot R_2 \Rightarrow P_2 = 12W.$$

40. Είναι: $\mathcal{E} = 24V$.

$$\text{Επίσης: } V_{\Pi} = \mathcal{E} - I \cdot r \Rightarrow 20 = 24 - 2 \cdot r \Rightarrow r = 2\Omega.$$

$$41. I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{ολ}}} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r} \Rightarrow I = 2A.$$

$$\text{Είναι: } V_r = 0$$

$$V_A - V_r = I \cdot R_1 \Rightarrow V_A - 0 = 2 \cdot 17 \Rightarrow V_A = 34V$$

$$V_r - V_B = I \cdot R_2 \Rightarrow 0 - V_B = 2 \cdot 8 \Rightarrow V_B = -16V.$$

$$42. R_1 = \frac{R}{4} \Rightarrow R_1 = 4\Omega$$

$$R_2 = \frac{3R}{4} \Rightarrow R_2 = 12\Omega$$

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_{12} = \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} \Rightarrow R_{12} = 3\Omega$$

$$R_{\text{ολ}} = R_{12} + r \Rightarrow R_{\text{ολ}} = 4\Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{ολ}}} \Rightarrow I = 1A$$

$$V = \mathcal{E} - I \cdot r \Rightarrow V = 3V$$

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \Rightarrow I_1 = 0,75A$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} \Rightarrow I_2 = 0,25A.$$

43. α) Όταν ο ανεμιστήρας δε στρέφεται, παρεμβάλλεται στο κύκλωμα ως ωμική αντίσταση. Έτσι, έχουμε:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{ολ}}} \Rightarrow I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r + R + r'} \Rightarrow r' = 2\Omega.$$

$$\beta) P_0 = I_2^2 (R + r + r') \Rightarrow P_0 = 24W.$$

γ) Όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται, έχουμε:

$$P_{\text{ΠΗΓ}} = \mathcal{E} \cdot I_2 \Rightarrow P_{\text{ΠΗΓ}} = 48 \text{ W}$$

$$\text{Είναι: } P_{\text{ΠΗΓ}} = P_0 + P_{\text{MHx}} \Rightarrow 48 = 24 + P_{\text{MHx}} \Rightarrow P_{\text{MHx}} = 24 \text{ W.}$$

δ) Η παρεχόμενη ισχύς στον ανεμιστήρα είναι:

$$P_{\text{ANEM}} = P_{\text{ΠΗΓ}} - P_r - P_R \Rightarrow$$

$$P_{\text{ANEM}} = \mathcal{E} \cdot I_2 - I_2^2 \cdot r - I_2^2 \cdot R \Rightarrow$$

$$P_{\text{ANEM}} = 32 \text{ W}$$

Άρα, η απόδοση του ανεμιστήρα είναι:

$$\alpha(\%) = \frac{P_{\text{MHx}}}{P_{\text{ANEM}}} 100\% \Rightarrow \alpha(\%) = \frac{24}{32} 100\% \Rightarrow \alpha(\%) = 75\%.$$

44. α) Όταν ο ανεμιστήρας δε στρέφεται, παρεμβάλλεται στο κύκλωμα ως ωμική αντίσταση. Έτσι, έχουμε:

$$V_1 = \mathcal{E} - I \cdot r \Rightarrow I_1 = 4 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r + r'} \Rightarrow r' = 2 \Omega.$$

$$\beta) P_0 = I_2^2 (r + r') \Rightarrow P_0 = 12 \text{ W.}$$

γ) Όταν ο ανεμιστήρας στρέφεται, έχουμε:

$$V_2 = \mathcal{E} - I_2 \cdot r \Rightarrow I_2 = 2 \text{ A}$$

$$P_{\text{ΠΗΓ}} = \mathcal{E} \cdot I_2 \Rightarrow P_{\text{ΠΗΓ}} = 24 \text{ W}$$

$$\text{Είναι: } P_{\text{ΠΗΓ}} = P_0 + P_{\text{MHx}} \Rightarrow 24 = 12 + P_{\text{MHx}} \Rightarrow P_{\text{MHx}} = 12 \text{ W.}$$

δ) Η απόδοση του κυκλώματος είναι:

$$\alpha(\%) = \frac{P_{\text{MHx}}}{P_{\text{ΠΗΓ}}} 100\% \Rightarrow \alpha(\%) = \frac{12}{24} 100\% \Rightarrow \alpha(\%) = 50\%.$$

45. Έστω I_1 , I_2 και I_3 οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους ΔΑΒ, ΒΓΔ και ΒΔ αντίστοιχα. Εφαρμόζοντας τους κανόνες του Kirchhoff έχουμε:

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (1)$$

$$\mathcal{E}_1 - I_1 \cdot r_1 - I_1 \cdot R_1 - I_3 \cdot R_3 = 0 \quad (2)$$

$$\mathcal{E}_2 - I_2 \cdot r_2 - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = 0 \quad (3)$$

Η λύση του συστήματος των (1), (2) και (3) δίνει:

$$I_1 = 1 \text{ A}, I_2 = 0,25 \text{ A και } I_3 = 0,75 \text{ A}$$

Ακόμη έχουμε:

$$V_A - I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 = V_{\Gamma} \Rightarrow V_{A\Gamma} = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 \Rightarrow \\ V_{A\Gamma} = 4,5V.$$

- 46.** Έστω I_1 , I_2 και I_3 οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος. Εφαρμόζοντας τους κανόνες του Kirchhoff έχουμε:

$$I_1 = 1A, I_2 = 1A, I_3 = 2A \text{ και } V_{AB} = 12V.$$

- 47.** Υπάρχουν στις απαντήσεις του βιβλίου.

Βάσει του ν. 3966/2011 τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου, του Λυκείου, των ΕΠΑ.Λ. και των ΕΠΑ.Σ. τυπώνονται από το ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν στη δεξιά κάτω γωνία του εμπροσθόφυλλου ένδειξη «ΔΙΑΤΙΘΕΤΑΙ ΜΕ ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ». Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δεν φέρει την παραπάνω ένδειξη θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946,108, Α').

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Υπουργείου Παιδείας, Θρησκευμάτων και Αθλητισμού / ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ.

Κωδικός Βιβλίου: 0-24-0472
ISBN 978-960-06-4824-9



(01) 000000 0 24 0472 1