

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ



ΦΥΣΙΚΗ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Τόμος 6ος

ΦΥΣΙΚΗ

ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

6ος τόμος

ΥΠΕΥΘ. ΤΗΣ ΣΥΓΓΡΑΦ. ΟΜΑΔΑΣ

**Παναγιώτης Β. Κόκκοτας, Καθηγ.
της Διδακτικής των Φυσικών
Επιστημών του Παν/μίου Αθηνών.**

ΣΥΓΓΡΑΦΙΚΗ ΟΜΑΔΑ

**Ιωάννης Α. Βλάχος, Διδάκτορας,
Σχολ. Σύμβουλος του κλάδου ΠΕ4.
Ιωάννης Γ. Γραμματικάκης,
Επίκουρος Καθηγητής Φυσικής στο
Πανεπιστήμιο Αθηνών.
Βασίλης Α. Καραπαναγιώτης,
Φυσικός, Καθηγητής Πειραματικού
Σχολείου Πανεπιστημίου Αθηνών.
Παναγιώτης Β. Κόκκοτας, Καθηγ.
της Διδακτικής των Φυσικών
Επιστημών του Παν/μίου Αθηνών.
Περικλής Εμ. Περιστερόπουλος,
Φυσικός, Υποψήφιος Διδάκτορας,
Καθηγητής στο 3ο Λύκειο Βύρωνα.
Γιώργος Β. Τιμοθέου, Φυσικός,
Λυκειάρχης στο 2ο Λύκειο
Αγ. Παρασκευής.**

Οι συγγραφείς ευχαριστούν τον Ιωάννη Βαγιωνάκη, Φυσικό, για τη συμβολή του στη συγγραφή ασκήσεων και ερωτήσεων, για τις παρατηρήσεις και υποδείξεις του, καθώς και για τη βοήθειά του στην επιμέλεια έκδοσης.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΚΡΙΣΗΣ

Φλυτζάνης Νικ. (Πρόεδρος), *Καθηγ. Τμ. Φυσικής του Παν/μίου Κρήτης.*

Καλοψικάκης Εμμανουήλ,

Φυσικός, τ. Σχολικός Σύμβουλος.

Ξενάκης Χρήστος, Δρ. Φυσικός,

Σχολικός Σύμβουλος Φθιώτιδος.

Πάλλας Δήμος, Φυσικός,

Υποδιευθυντής 1ου Λυκείου Λαμίας.

Στεφανίδης Κωνσταντίνος, Δρ.

Φυσικός, Σχ. Σύμβουλος Πειραιά.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τους Καθηγητές της Φυσικής που μας

βοήθησαν στο έργο μας:

1. Την Σωτηρία Θεοδωρίδου για τη συμβολή της στις Λύσεις των Ασκήσεων, στις Περιλήψεις, στο Ευρετήριο και στο Γλωσσάρι.

2. Την Σοφία Ιωαννίδου για τη συμβολή της στη Λύση των ασκήσεων Α΄ και Β΄ Λυκείου.

3. Τον Κώστα Ζαχαριάδη και την Ταρσώ Μπουγά για τις εύστοχες παρατηρήσεις τους στο βιβλίο της Γ΄ Λυκείου Γενικής Παιδείας.

4. Την Γεωργία Αγγελοπούλου για τις Ασκήσεις που πρότεινε να συμπεριληφθούν στα βιβλία.

5. Την Μαρία Σωτηράκου για τη συμβολή της στο Ευρετήριο.

Οι συγγραφείς

**ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΓΙΑ
ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΜΕΙΩΜΕΝΗ ΟΡΑΣΗ**

Ομάδα Εργασίας ΥΠΔΒΜΘ

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ**

**ΙΩΑΝΝΗΣ Α. ΒΛΑΧΟΣ
ΙΩΑΝΝΗΣ Γ. ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑΚΗΣ
ΒΑΣΙΛΗΣ Α. ΚΑΡΑΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ
ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ Β. ΚΟΚΚΟΤΑΣ
ΠΕΡΙΚΛΗΣ ΕΜ.
ΠΕΡΙΣΤΕΡΟΠΟΥΛΟΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ Β. ΤΙΜΟΘΕΟΥ**

ΦΥΣΙΚΗ

**ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

6ος τόμος

2.2 Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας



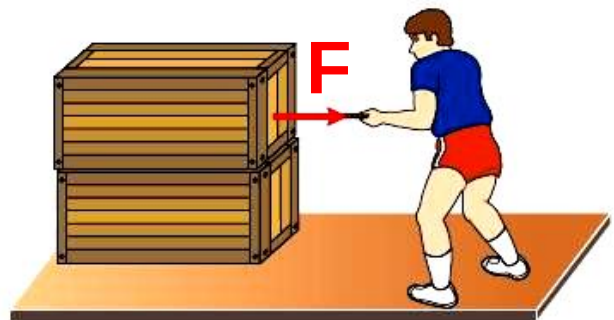
Η έννοια της ενέργειας είναι συσχετισμένη με τις έννοιες της κίνησης και της δύναμης. Ο άνεμος και το ρεύμα του ποταμού ασκούν δυνάμεις στα σώματα που συναντούν στην πορεία τους και τα θέτουν σε κίνηση δίνοντας τους κινητική ενέργεια. Η "δύναμη" του ανέμου μας είναι γνωστή στις περιπτώσεις που επιχειρούμε να μείνουμε ακίνητοι σε μια θέση, ενώ φυσάει δυνατός άνεμος. Η κινητική κατάσταση των σωμάτων και η θέση τους σχετικά με το έδαφος αλλάζουν υπό την επίδραση δυνάμεων, οι οποίες, εκτός από το νερό και τον άνεμο μπορεί να προέρχονται από ανθρώπους, ζώα ή μηχανές. Οι δράσεις εκείνες οι οποίες θέτουν τα σώματα σε κίνηση ή τους αλλάζουν θέση, σχετικά με το έδαφος, περιγράφονται με την έννοια του έργου

μιας δύναμης. Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε τις αλλαγές της κινητικής κατάστασης των σωμάτων ή της θέσης τους, σχετικά με το έδαφος, με τη βοήθεια των εννοιών του έργου και δύο από τις μορφές της ενέργειας: την κινητική και τη δυναμική. Με τη βοήθεια των εννοιών αυτών, εκτός από την περιγραφή των ενεργειακών ανταλλαγών μεταξύ του αιτίου που ασκεί τη δύναμη και του σώματος στο οποίο αυτή ασκείται, απλουστεύεται σημαντικά η περιγραφή των αποτελεσμάτων της δύναμης στο εν λόγω σώμα. Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε και το ρυθμό με τον οποίο γίνονται οι μετατροπές της ενέργειας με την εισαγωγή της έννοιας της ισχύος.

2.2.1 Η έννοια του έργου

Στην καθημερινή ζωή η λέξη "έργο" μπορεί να σημαίνει, έργο τέχνης, έργο διαμόρφωσης του εδάφους για ένα δρόμο, έργο κατασκευής ενός κτιρίου ή μιας γέφυρας, κ.τ.λ. Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις με κάποιο τρόπο επιδράσαμε σε υλικά, αλλάζοντας τη μορφή ή τη θέση τους, ασκήσαμε δυνάμεις και χρησιμοποιήσαμε ενέργεια.

Εικόνα 2.2.11



Τι σημαίνει όμως η λέξη έργο για τη Φυσική; Τι εκφράζει αυτή και πώς γίνεται ο υπολογισμός του έργου; Για να απαντήσουμε στα ερω-

τήματα αυτά ας μελετήσουμε μερικά παραδείγματα από την καθημερινή μας εμπειρία.

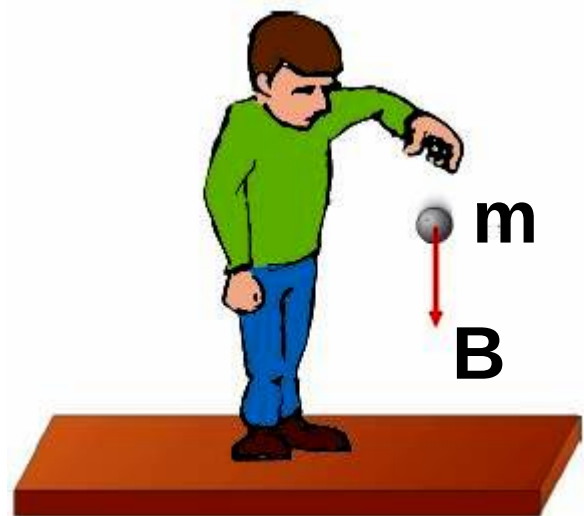


Εικόνα 2.2.2

Ένας άνθρωπος τραβάει με σταθερή οριζόντια δύναμη F ένα κιβώτιο, που αρχικά ηρεμεί πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο (Εικ. 2.2.1). Η δύναμη προσδίδει στο σώμα επιτάχυνση με αποτέλεσμα το αρχικά ακίνητο σώμα να αποκτήσει ταχύτητα και κατά συνέπεια κινητική ενέργεια η οποία συνεχώς αυξάνεται. Στην περίπτωση αυτή λέμε πως

έχουμε μεταφορά (προσφορά) ενέργειας από τον άνθρωπο στο κιβώτιο. Μεταφορά ενέργειας έχουμε επίσης από τον άνεμο, ο οποίος ασκώντας σταθερή δύναμη στα πανιά του ιστιοφόρου το επιταχύνει (Εικ. 2.2.2). Ένα σώμα μάζας m , αφήνεται να πέσει με την επίδραση του βάρους του (Εικ. 2.2.3). Λέμε πως το σώμα κερδίζει κινητική ενέργεια σε βάρος της δυναμικής του, ή καλύτερα ότι συμβαίνει μετατροπή δυναμικής ενέργειας σε κινητική.

Εικόνα 2.2.3



Οι επιστήμονες ανέκαθεν αναρωτιόνταν με ποιον τρόπο θα μπορούσαν να υπολογίζουν την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο, ή που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη. Απάντηση στον προβληματισμό αυτό μπορεί να δοθεί με την εισαγωγή της έννοιας του έργου.

Συνήθως, όταν συμβαίνει μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας, εμφανίζεται δύναμη, η οποία μετακινεί το σημείο εφαρμογής της, (εξαίρεση έχουμε στην περίπτωση που ενέργεια μεταφέρεται λόγω διαφοράς θερμοκρασίας). Παραδείγματος χάρη η δύναμη από τον άνθρωπο και τον άνεμο στα δυο πρώτα παραδείγματα, ή το βάρος του σώματος στο τρίτο παράδειγμα. Το γινόμενο της δύναμης αυτής επί τη μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της εί-

ναι ακριβώς ίσο με την ενέργεια που έχει μεταφερθεί ή έχει μετατραπεί σε άλλη μορφή.

Αυτό το γινόμενο της δύναμης F , που εμφανίζεται σε κάθε μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας, επί τη μετατόπιση x του σημείου εφαρμογής της κατά τη διεύθυνση της, το ονομάζουμε έργο.

Για το συμβολισμό του έργου χρησιμοποιούμε το πρώτο γράμμα της αντίστοιχης Αγγλικής λέξης (Work). Δηλαδή:

$$W = F x \quad (2.2.1)$$

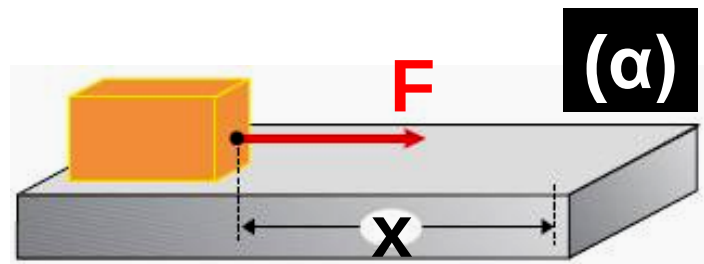
Η μονάδα μέτρησης του έργου και κατά συνέπεια και της ενέργειας στο Διεθνές Σύστημα S.I., όπως προκύπτει από τη σχέση (2.2.1) είναι $1\text{N}\cdot\text{m} = 1\text{ Joule}$.

Με βάση τα παραπάνω μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι:

Το έργο ως φυσικό μέγεθος εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο ή που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη.

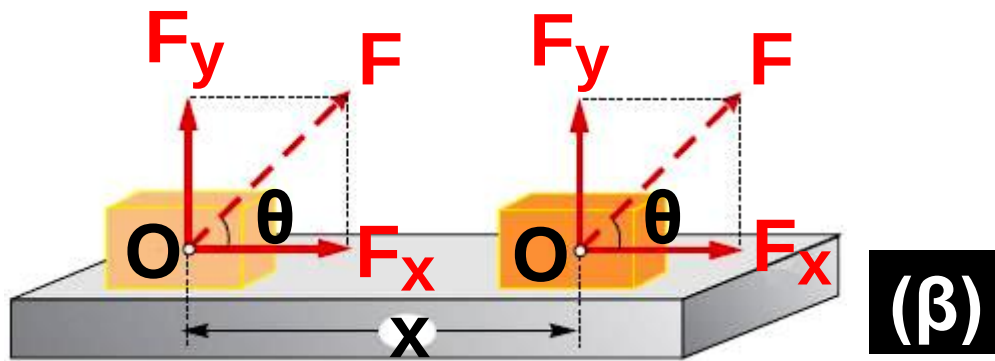
Για το έργο είναι χρήσιμο να επισημάνουμε τα εξής:

ι) Η σχέση (2.2.1), χρησιμοποιείται μόνον όταν η δύναμη F είναι σταθερή και μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά την διεύθυνση της (Εικ. 2.2.4α).



Εικόνα 2.2.4α

Στην περίπτωση που η δύναμη σχηματίζει γωνία θ με τη μετατόπιση, έργο παράγει η συνιστώσα F (Εικ. 2.2.4β).

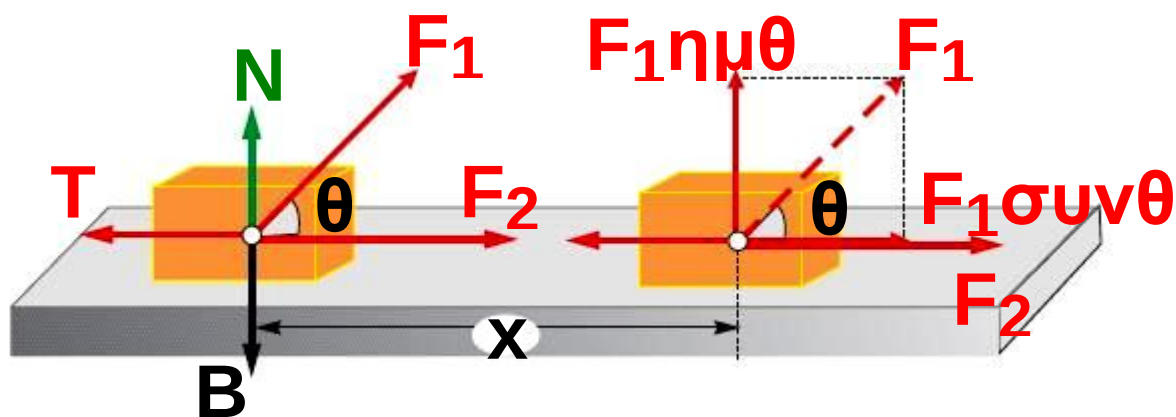


Εικόνα 2.2.4α

Δηλαδή: $W_F = F \times \cos\theta$ (2.2.2)

ii) Όπως προκύπτει από τη σχέση (2.2.2), το έργο μιας δύναμης, ανάλογα με το μέτρο της γωνίας θ μπορεί να είναι: θετικό ($0 < \theta < 90^\circ$), ή αρνητικό ($90^\circ < \theta < 180^\circ$) ή και μηδέν ($\theta = 90^\circ$, δηλαδή η δύναμη να είναι κάθετη στη μετατόπιση).

Στην πρώτη περίπτωση το έργο εκφράζει την ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα που ασκείται η δύναμη, ενώ στη δεύτερη εκφράζει την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα.



Εικόνα 2.2.5

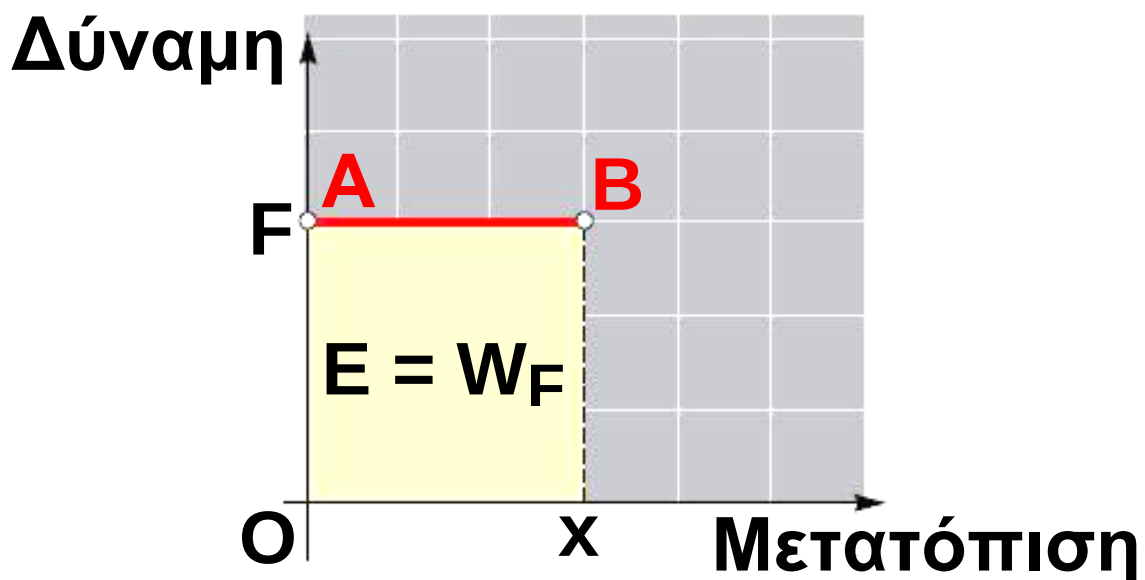
Το έργο της συνιστώσας $F_1 \eta \mu \theta$ είναι μηδέν.

Παραδείγματος χάρη, στο αρχικά ακίνητο σώμα, που φαίνεται στην εικόνα 2.2.5, προσφέρθηκε ενέργεια $W_1 = F_1 \sigma \upsilon \nu \theta x$ και $W_2 = F_2 x$, ενώ μέσω του έργου της τριβής του αφαιρέθηκε ενέργεια, διότι $W_3 = T \sigma \upsilon \nu 180^\circ = -T x$. Η ενέργεια W_3 μετατρέπεται όπως θα μάθουμε αργότερα σε θερμότητα.

Έτσι η κινητική ενέργεια που τελικά θα έχει το σώμα είναι:

$$K = W_1 + W_2 + W_3$$

Παραδείγματα δύναμης, που το έργο τους είναι μηδέν επειδή είναι κάθετες στη μετατόπιση, είναι η κεντρομόλος δύναμη στην κυκλική κίνηση, και η κάθετη αντίδραση που δέχεται ένα σώμα, όταν κινείται πάνω σε μια επιφάνεια.



Εικόνα 2.2.6

Το έργο της σταθερής δύναμης F , είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδό E .

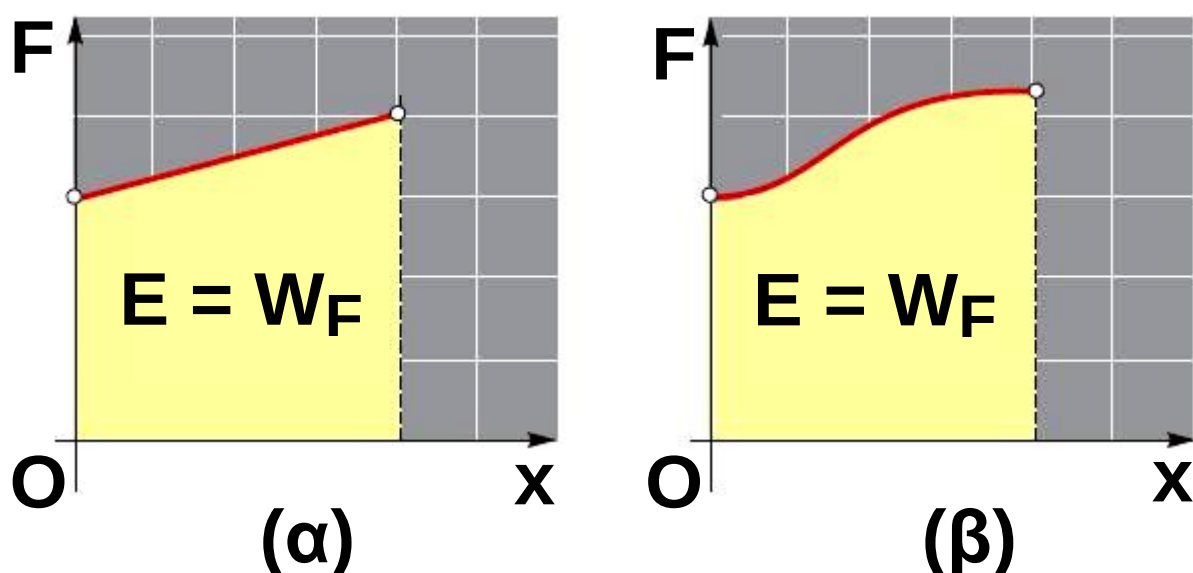
iii) Αν μια σταθερή δύναμη F μετακινεί το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της, το έργο της

είναι, όπως έχουμε μάθει, Fx . Μία τέτοια δύναμη σε άξονες, δύναμη-μετατόπιση, παριστάνεται από μια ευθεία παράλληλη στον άξονα των μετατοπίσεων (Εικ. 2.2.6)

Για την τυχαία μετατόπιση x το εμβαδό του σκιασμένου παραλληλογράμμου είναι:

$$\text{(Εμβαδόν)} = (ΟΓ) (ΟΑ) = Fx$$

Δηλαδή το έργο της δύναμης είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του παραλληλογράμμου, που περικλείεται από τη γραμμή που αποδίδει τη δύναμη και τους αντίστοιχους άξονες, όπως φαίνεται στην εικόνα 2.2.6. Στην περίπτωση που η τιμή της δύναμης δεν είναι σταθερή, το έργο της μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδόν του αντίστοιχου σχήματος, όπως φαίνεται στις εικόνες 2.2.7α και 2.2.7β.



Εικόνα 2.2.7

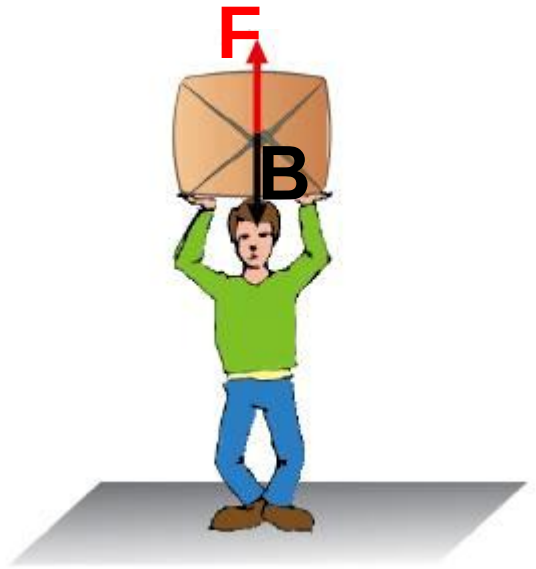
Το έργο μιας δύναμης μεταβλητού μέτρου υπολογίζεται από το εμβαδό E .

iv) Η έννοια του έργου όπως την ορίσαμε δεν έχει καμία σχέση με τη λέξη έργο, όπως αυτή χρησιμοποιείται στην καθημερινή ζωή, όπου μπορεί να σημαίνει πνευματική ή σωματική εργασία.

Στην εικόνα 2.2.8, ο άνθρωπος κρατώντας ακίνητο το κιβώτιο κουράζεται, κάνει έργο. Το έργο του όμως για τη Φυσική είναι μηδέν.

Εικόνα 2.2.8

Ο άνθρωπος δεν παράγει έργο.

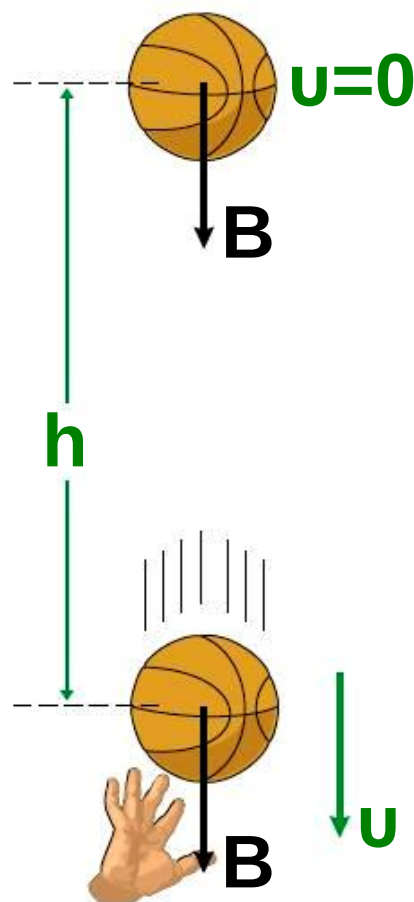


Αξίζει να επισημάνουμε πως το έργο δεν είναι μορφή ενέργειας. Ανάλογο του έργου και της ενέργειας είναι η επιταγή και το χρήμα. Όπως η τραπεζική επιταγή μετράει το χρήμα που μεταφέρεται από ένα λογαριασμό σε κάποιον άλλο χωρίς η ίδια να είναι χρήμα, έτσι και το έργο μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε κάποιο άλλο, χωρίς αυτό (το έργο) να είναι ενέργεια.

2.2.2 Έργο βάρους και μεταβολή της κινητικής ενέργειας

Ένας μαθητής ρίχνει κατακόρυφα προς τα πάνω μια μπάλα καλαθοσφαίρισης. Η μπάλα αφού φτάσει στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς της επανέρχεται και συναντά το τεντωμένο χέρι του μαθητή, εικόνα 2.2.9.

Εικόνα 2.2.9
Το έργο του βάρους είναι ίσο με την κινητική ενέργεια που αποκτά η μπάλα.



Πόση κινητική ενέργεια έχει αποκτήσει η μπάλα κατά τη διάρκεια της πτώσης της και μέχρι τη στιγμή που συναντά το χέρι του μαθητή;

Πώς σχετίζεται η ενέργεια αυτή με το έργο του βάρους της μπάλας;

Για να απαντήσουμε στα ερωτήματα αυτά θα υπολογίσουμε πρώτα το έργο του βάρους χρησιμοποιώντας τη σχέση, $W = Fx \sin \theta$ όπου $F = B$, $x = h$, $\theta = 0^\circ$. Έτσι έχουμε:

$$W_B = Bh \sin 0^\circ = Bh \quad (\alpha)$$

Το βάρος είναι η μόνη δύναμη που δρα στη μπάλα, εφόσον θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Έτσι η κινητική ενέργεια που απέκτησε αυτή κατά την ελεύθερη πτώση της από το ανώτερο σημείο που έφτασε, μέχρι το χέρι του μαθητή, είναι ίση με το έργο του βάρους της. Ότι η κινητική ενέργεια του σώ-

ματος είναι ίση με το έργο του βάρους του προκύπτει ποσοτικά ως εξής:

Γνωρίζουμε ότι η ελεύθερη πτώση της μπάλας είναι κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση g και κατά συνέπεια ισχύουν οι εξισώσεις:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad (\beta)$$

$$\text{και } v = g t \quad (\gamma)$$

Αν στη σχέση (α) αντικαταστήσουμε το ύψος h με την τιμή του από τη σχέση (β) και το βάρος B από τη σχέση $B = mg$ προκύπτει για το έργο:

$$W_B = B h = mg \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} m g^2 t^2$$

Αλλά το γινόμενο gt , όπως φαίνεται από τη σχέση (γ), είναι η ταχύτητα v της μπάλας. Έτσι για το έργο W_B προκύπτει:

$$W_B = \frac{1}{2} m u^2 \quad (2.2.3)$$

Η ποσότητα $\frac{1}{2} m u^2$ εκφράζει, όπως γνωρίζουμε, την κινητική ενέργεια (K). Συνεπώς η σχέση (2.2.3) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$W_B = K \quad (2.2.4).$$

Αν όμως λάβουμε υπόψη μας ότι η αρχική ταχύτητα του σώματος και κατά συνέπεια η αρχική του κινητική ενέργεια είναι μηδέν, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ΔK είναι:

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = K$$

Έτσι η σχέση (2.2.4) γράφεται:

$$W_B = \Delta K \quad (2.2.5)$$

Η σχέση αυτή εκφράζει, ότι η κινητική ενέργεια της μπάλας μεταβλήθηκε (αυξήθηκε) και ότι η μετα-

βολή της είναι ακριβώς ίση με το έργο του βάρους της.

Ο ελέφαντας έχει κινητική ενέργεια περίπου 25.000Joule.



Το συμπέρασμα αυτό μπορούμε να το γενικεύσουμε σ' οποιαδήποτε περίπτωση, όπου σ' ένα σώμα δρουν πολλές δυνάμεις και η κινητική του ενέργεια μεταβάλλεται, διατυπώνοντας την πρόταση:

"Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που δρουν πάνω του ή, ισοδύναμα, είναι ίση με το έργο της συνισταμένης δύναμης".

Δηλαδή:

$$\Delta K = \Sigma W_F = W_{F(o\lambda)} \quad (2.2.6)$$

Την παραπάνω γενίκευση έχει επικρατήσει να την ονομάζουμε "Θεώρημα της κινητικής ενέργειας" ή "Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας".

Με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μπορούμε να υπολογίζουμε την κινητική ενέργεια ή την ταχύτητα ενός σώματος. Επίσης έχουμε τη δυνατότητα να υπολογίζουμε το έργο μίας άγνωστης δύναμης ή μίας μεταβλητής δύναμης, όταν η σχέση (2.2.1) δεν ισχύει. Αρκεί για το σκοπό αυτό να γνωρίζουμε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος στο οποίο δρα η δύναμη.

Εφαρμογή

Η μπάλα του μπάσκετ, στο παράδειγμα της προηγούμενης παραγράφου, έχει μάζα 1kg και ο μαθητής την έριξε 2m πάνω από την άκρη των δακτύλων του, εικόνα 2.2.9. Πόση κινητική ενέργεια έχει η μπάλα όταν επιστρέφει στο χέρι του μαθητή; Πόση είναι τότε η ταχύτητά της; Αν διπλασιασθεί το ύψος που πετά ο μαθητής τη μπάλα, διπλασιάζεται η κινητική ενέργεια και η ταχύτητά της;

Απάντηση

Σύμφωνα με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$\Delta K = W_B \quad \text{ή} \quad K_{\text{τελ}} = m g h$$

και με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών m , g , h προκύπτει:

$$K_{\text{τελ}} = 20\text{Joule.}$$

Αλλά η κινητική ενέργεια είναι

$$K = \frac{1}{2} m u^2 \text{ και με αντικατάσταση}$$

βρίσκουμε:

$$u = \sqrt{40} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

Ομοίως αν $h' = 2h = 4\text{m}$, έχουμε:

$$K'_{\text{τελ}} = W_B \quad \text{ή} \quad K'_{\text{τελ}} = m g h'$$

και με αντικατάσταση

$$K'_{\text{τελ}} = 40\text{Joule.}$$

Δηλαδή η κινητική ενέργεια διπλασιάστηκε. Επίσης είναι:

$$K'_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} m u'^2$$

και με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$$u' = \sqrt{80} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

Από τη σύγκριση των ταχυτήτων u και u' προκύπτει ότι:

$$\frac{u'}{u} = \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{40}} = \sqrt{2}$$

Δηλαδή η ταχύτητα δε διπλασιάστηκε, αλλά αυξήθηκε κατά $\sqrt{2} \approx 1,41$ φορές.

Δραστηριότητα

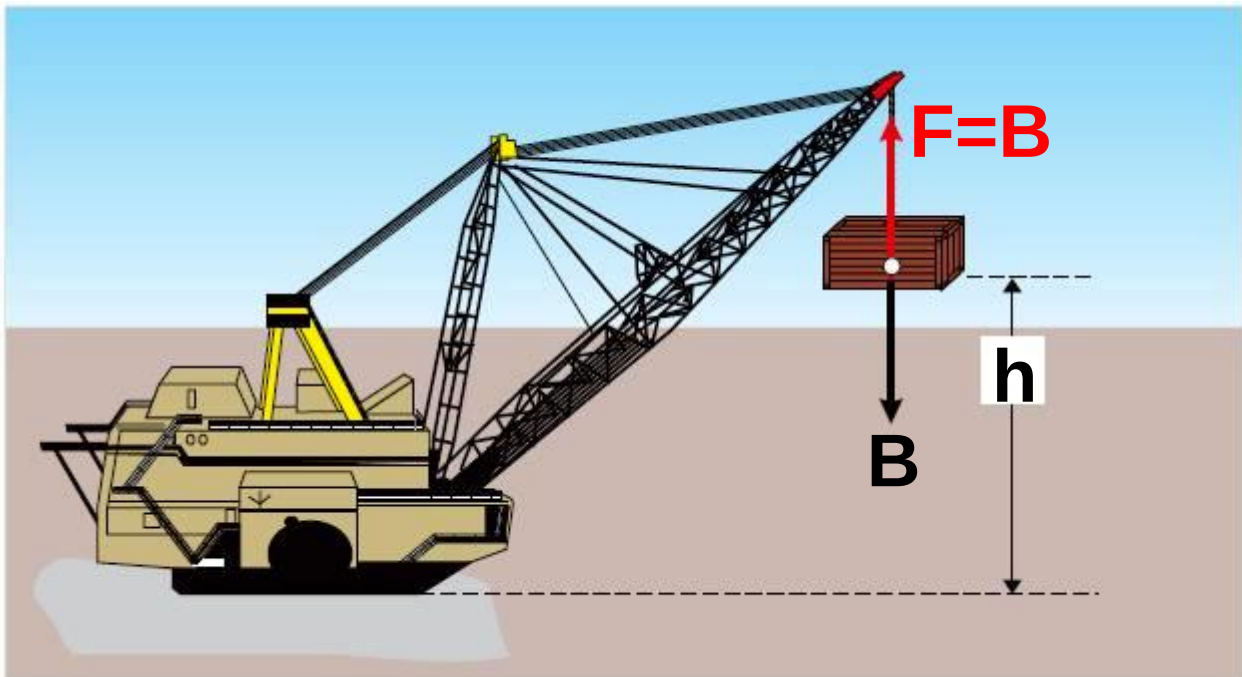
Δίνεται ο παρακάτω πίνακας:

Σώμα	m (kg)	u (m/s)	K (Joule)
Πετρελαιο- φόρο	$18 \cdot 10^7$	—	$9 \cdot 10^9$
Αεριοθούμενο Boeing 747	—	200	$7 \cdot 10^9$
Αυτοκίνητο	10^3	30	—
Δρομέας 100m	80	—	$4 \cdot 10^3$
Σφαίρα όπλου	0,02	—	$4 \cdot 10^3$
Σταγόνα βροχής	—	0,4	$4 \cdot 10^{-5}$

- α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
- β) Να βρείτε το ελάχιστο μήκος που πρέπει να έχει ο διάδρομος ενός αεροδρομίου, ώστε η προσγείωση του Boeing να είναι ασφαλής. Η συνολική επιβραδύνουσα δύναμη κατά την προσγείωση είναι $1,75 \cdot 10^6 \text{ N}$.
- γ) Η μάζα του δρομέα είναι 4.000 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα της σφαίρας. Αφού η κινητική τους ενέργεια είναι ίση, γιατί δεν είναι και η ταχύτητα της σφαίρας 4.000 φορές μεγαλύτερη από την ταχύτητα του δρομέα;
- δ) Ο οδηγός κάνοντας χρήση των φρένων δημιουργεί μια σταθερή επιβραδύνουσα δύναμη $F=5 \cdot 10^3 \text{ N}$. Πόσος χρόνος απαιτείται για τον υποδιπλασιασμό της ταχύτητας του αυτοκινήτου;

2.2.3 Η δυναμική ενέργεια

Ένας γερανός (Εικ. 2.2.10), ανυψώνει σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης, ένα κιβώτιο μάζας m . Η δύναμη F που ασκεί ο γερανός στο κιβώτιο είναι ίση με το βάρος του B , δηλαδή το ανυψώνει με σταθερή ταχύτητα. Πόση είναι η ενέργεια που δίνει ο γερανός στο κιβώτιο; Ποια ενεργειακή μετατροπή συντελείται κατά την ανύψωση αυτή;



Εικόνα 2.2.10

Πολλοί μαθητές ισχυρίζονται, ότι η κινητική και η δυναμική ενέργεια δεν έχουν σχέση με τους νόμους του Νεύτωνα.

Συζητήστε στην ομάδα σας και γράψτε την άποψή σας.

Όπως έχουμε μάθει, η ενέργεια που μεταφέρεται σε ένα σώμα στο οποίο ασκείται δύναμη F , είναι ίση με το έργο της δύναμης αυτής. Έτσι για να υπολογίσουμε την ενέργεια που δίνει ο γερανός, αρκεί να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης F που ασκεί στο κιβώτιο. Το έργο αυτό είναι $W_F = F h$. Επειδή όμως $F=B$, έπεται ότι:

$$W_F = Bh \quad \text{ή} \quad W_F = mgh \quad (\alpha)$$

Πώς όμως σχετίζεται το έργο της δύναμης F με το έργο του βάρους B ;

Το έργο του βάρους δίνεται από τη σχέση (2.2.2), δηλαδή

$$W_B = Bh \cos \theta$$

Επειδή όμως τα διανύσματα του βάρους B και της μετατόπισης h έχουν αντίθετη κατεύθυνση, είναι $\theta = 180^\circ$ και $\cos \theta = -1$.

$$\text{Έτσι: } W_B = - Bh \quad (\beta)$$

Από τις σχέσεις (α) και (β) προκύπτει ότι:

$$W_F = -W_B = Bh = mgh$$

Την ποσότητα mgh την ονομάζουμε δυναμική βαρυτική ενέργεια ή απλά δυναμική ενέργεια του σώματος στο ύψος h και τη συμβολίζουμε με U . Δηλαδή ισχύει:

$$U = mgh \quad (2.2.7)$$

Επομένως, ονομάζουμε δυναμική ενέργεια ενός σώματος σε

ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης, την ενέργεια που έχει το σώμα λόγω της θέσης του. Η ποσότητα mgh είναι στην πραγματικότητα η δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα-Γη. Συμβατικά όμως και για λόγους απλούστευσης μιλάμε μόνο για δυναμική ενέργεια του σώματος.

Μπορούμε λοιπόν τώρα να απαντήσουμε στο ερώτημα που έχουμε θέσει, ως εξής: Η χημική ενέργεια E_x που προέκυψε από την καύση του πετρελαίου, και με την προϋπόθεση πως οι απώλειες είναι αμελητέες, μεταφέρθηκε στο κιβώτιο μέσω του έργου της δύναμης F και μέσω του έργου του βάρους B , μετατράπηκε τελικά σε δυναμική ενέργεια. Δηλαδή:

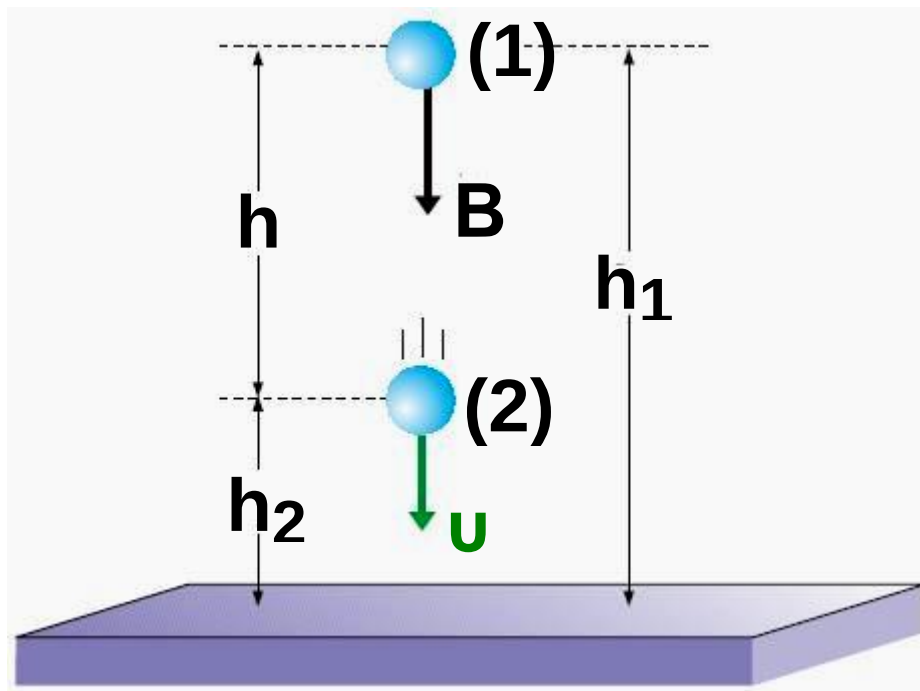
$$E_x = U = m g h$$

Η δυναμική ενέργεια U είναι α-ποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης του σώματος με τη Γη και η τιμή της εξαρτάται από την απόσταση του από αυτή. Εκείνο όμως που μας ενδιαφέρει στη Φυσική δεν είναι η δυναμική ενέργεια αλλά οι διαφορές της. Πράγματι, ας θεωρήσουμε ένα σώμα μάζας m , που από μια θέση (1) ύψους h_1 , κατέρχεται σε μια θέση (2) ύψους h_2 (Εικ. 2.2.11).

Η διαφορά της δυναμικής ενέργειας του σώματος από τη θέση (1) μέχρι τη θέση (2), λόγω της σχέσης (2.2.7) είναι:

$$\begin{aligned} U_1 - U_2 &= mgh_1 - mgh_2 = \\ mgh &= W_{B(1 \rightarrow 2)} \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

Αν συμφωνήσουμε να θεωρούμε τη δυναμική ενέργεια οποιουδήποτε σώματος στη θέση (2), ίση με μηδέν, τότε η σχέση (2.2.8) γράφεται:



Εικόνα 2.2.11

Η διαφορά δυναμικής ενέργειας

$$U_1 - U_2 = W_{B(1 \rightarrow 2)}$$

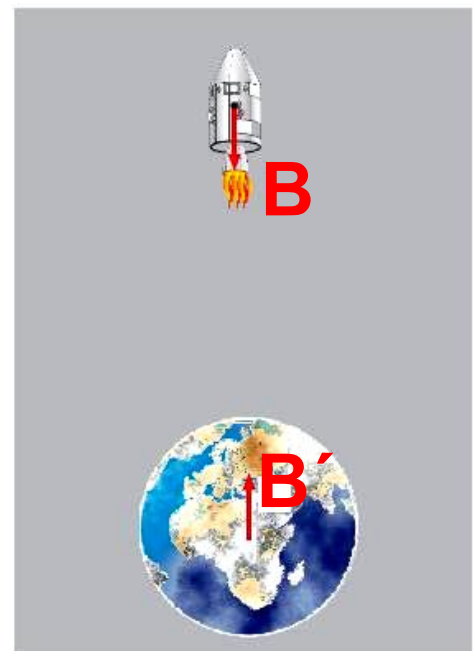
$$U_1 = mgh = W_{B(1 \rightarrow 2)} \quad (2.2.9)$$

όπου h είναι η κατακόρυφη απόσταση της θέσης (2) από τη θέση (1). Βέβαια θα μπορούσε κανείς να αναρωτηθεί: ποιο θα είναι το σημείο αναφοράς (2) στο οποίο θα θεωρούμε τη δυναμική ενέργεια μηδέν; Από πού δηλαδή θα μετράμε το ύψος h ;

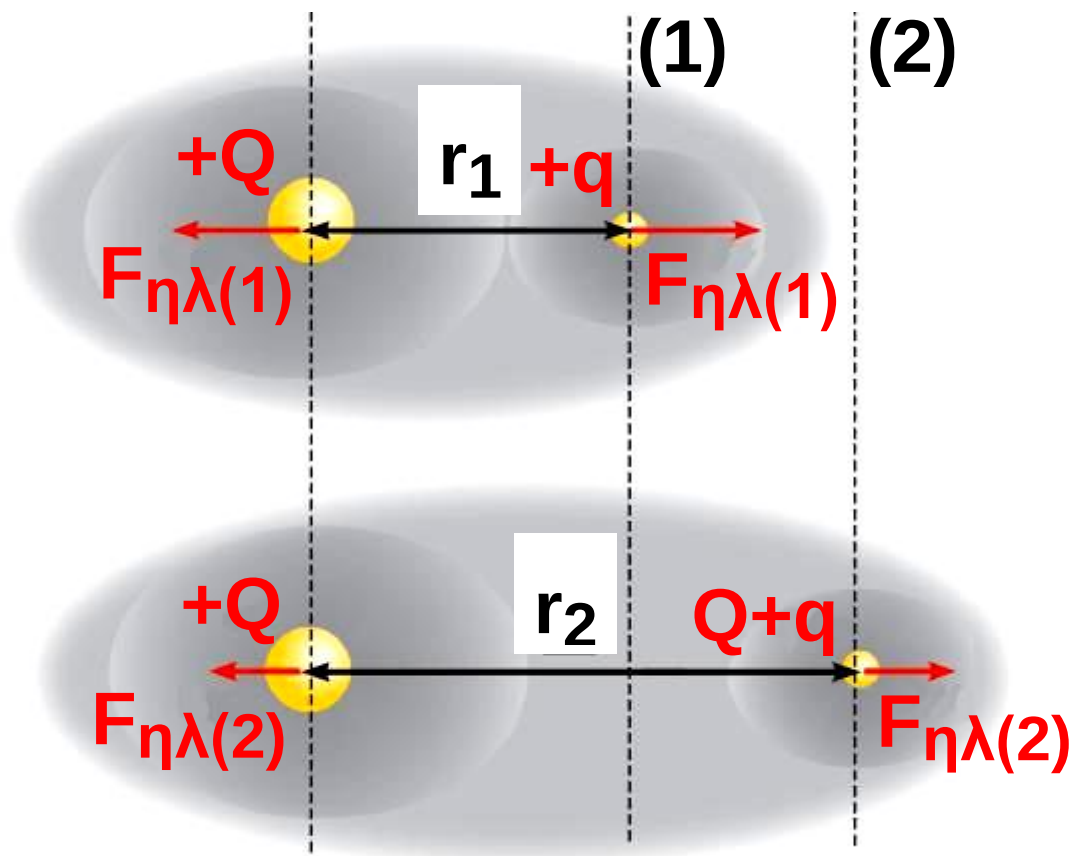
Επειδή πάντα, όπως είπαμε, μας ενδιαφέρουν οι διαφορές της δυναμικής ενέργειας, η επιλογή του σημείου αναφοράς είναι δική μας και εξαρτάται από τις συνθήκες του προβλήματος. Αυτό μπορεί να είναι η επιφάνεια της Γης, η επιφάνεια της θάλασσας, το τραπέζι του σχολικού εργαστηρίου κ.τ.λ.

Εικόνα 2.2.12

Η δυναμική ενέργεια του διαστημόπλοιου στην πραγματικότητα είναι η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη - διαστημόπλοιο.



Συνήθως, για λόγους πρακτικούς, ως σημείο αναφοράς ($h=0$) παίρνουμε την κατώτερη θέση του



Εικόνα 2.2.13

Το φορτίο $+Q$ είναι ακλόνητο. το φορτίο $+q$ μετακινείται από τη θέση (1) στη θέση (2).

Τότε $U_1 - U_2 = W_{F_{\eta\lambda}(1 \rightarrow 2)}$

σώματος στο πρόβλημα που μελετάμε. Συνοψίζοντας μπορούμε να επισημάνουμε ότι: η ποσότητα mgh συνήθως αναφέρεται ως η δυναμική ενέργεια ενός σώματος μάζας m σε

ύφος h . Στην πραγματικότητα η ποσότητα αυτή είναι η διαφορά της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σώμα - Γη, λόγω της μεταφοράς του σώματος από το ύφος h στο σημείο αναφοράς ($U=0$).

Τη δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα - Γη την αποδώσαμε στη δύναμη αλληλεπίδρασης, δηλαδή στο βάρος B του σώματος (Εικ. 2.2.12).

Γενικεύοντας μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι, αν μεταξύ δύο σωμάτων υπάρχει αλληλεπίδραση F , παραδείγματος χάρη, βαρυτική ή ηλεκτρική, τότε: ορίζουμε ως αντίστοιχη διαφορά της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σε μια φυσική μεταβολή, (π.χ. άπωση και απομάκρυνση δύο ομώνυμων φορτίων όπως στην εικόνα 2.2.13)

**το έργο της δύναμης αλληλεπί-
δρασης κατά τη μεταβολή αυτή.
Δηλαδή:**

$$U_1 - U_2 = W_{F_{\eta\lambda}(1 \rightarrow 2)} \quad (2.2.10)$$

Δραστηριότητα

**Πώς θα υπολογίσουμε τη διαφο-
ρά της δυναμικής ενέργειας του
βιβλίου Φυσικής που έπεσε από το
θρανίο στο δάπεδο της αίθουσας;
Ποια φυσικά μεγέθη πρέπει να με-
τρήσουμε; Τι όργανα θα χρησιμο-
ποιήσουμε;**

**Σε επόμενη τάξη θα δούμε πώς
υπολογίζονται τα έργα των παρα-
πάνω δυνάμεων αλληλεπίδρασης
και οι αντίστοιχες διαφορές των
δυναμικών ενεργειών.**

Εφαρμογή

Στην περίπτωση του γερανού που αναφέραμε στην αρχή της παραγράφου, αν η μάζα του κιβωτίου είναι 1tn και το ύψος που το ανυψώνει ο γερανός είναι $h=10\text{m}$, πως θα υπολογίσουμε την ποσότητα του πετρελαίου που απαιτείται για την ανύψωση του κιβωτίου;

Γνωρίζουμε ότι ο γερανός λόγω απωλειών δίνει τη μισή από τη χημική ενέργεια του πετρελαίου στο κιβώτιο και ότι ένα λίτρο (1L) πετρελαίου όταν καεί αποδίδει $2,8 \cdot 10^6 \text{ Joule}$ χημική ενέργεια. Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

Απάντηση

Η δυναμική ενέργεια του κιβωτίου θα είναι:

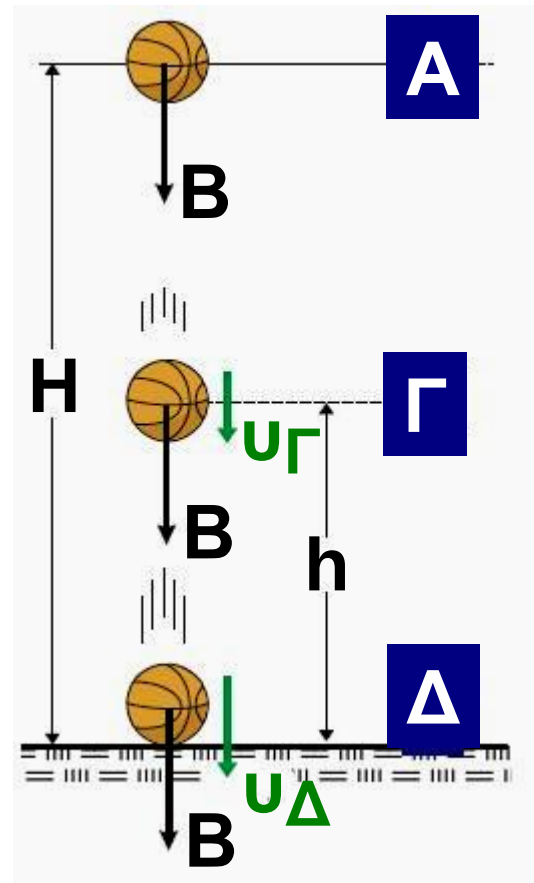
$U = mgh = 1.000\text{kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{m} =$
 $= 10^5 \text{ Joule}$. Λόγω απωλειών, η χημική ενέργεια που χρησιμοποιήθηκε είναι: $2U = 2 \cdot 10^5 \text{ Joule}$. Η ενέργεια αυτή προέρχεται από
$$\frac{2 \cdot 10^5 \text{ Joule}}{2,8 \cdot 10^6 \text{ Joule}} = 7,14 \cdot 10^{-2} \text{ L καυσίμου.}$$

2.2.4 Η Μηχανική ενέργεια

Ένας μαθητής αφήνει από ύψος H μια ελαστική μπάλα να πέσει στο δάπεδο το οποίο θεωρούμε επίσης τελείως ελαστικό. Τι προβλέπετε ότι θα συμβεί; (η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα).

Επειδή η απώλεια ενέργειας της μπάλας είναι αμελητέα, αυτή θα αναπηδήσει ακριβώς στο ίδιο ύψος

και το φαινόμενο θα επαναλαμβάνεται συνέχεια. Τι είδους ενέργεια έχει η μπάλα στις θέσεις (Α), (Γ), (Δ) της εικόνας 2.2.14; Στη θέση (Α) η μπάλα έχει μόνο δυναμική ενέργεια $U_A = mgh$, ενώ η κινητική της ενέργεια είναι μηδέν.



Εικόνα 2.2.14
Η δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε κινητική

Στην τυχαία θέση (Γ) έχει τόσο δυναμική όσο και κινητική ενέργεια.

Η δυναμική ενέργεια είναι $U_\Gamma = mgh$ και η κινητική ενέργεια

$$K_{\Gamma} = \frac{1}{2} m u_{\Gamma}^2.$$

Στη θέση (Δ) (στο δάπεδο), η μπάλα έχει μόνο κινητική ενέργεια

$K_{\Delta} = \frac{1}{2} m u_{\Delta}^2$, ενώ η δυναμική της ενέργεια είναι μηδέν.

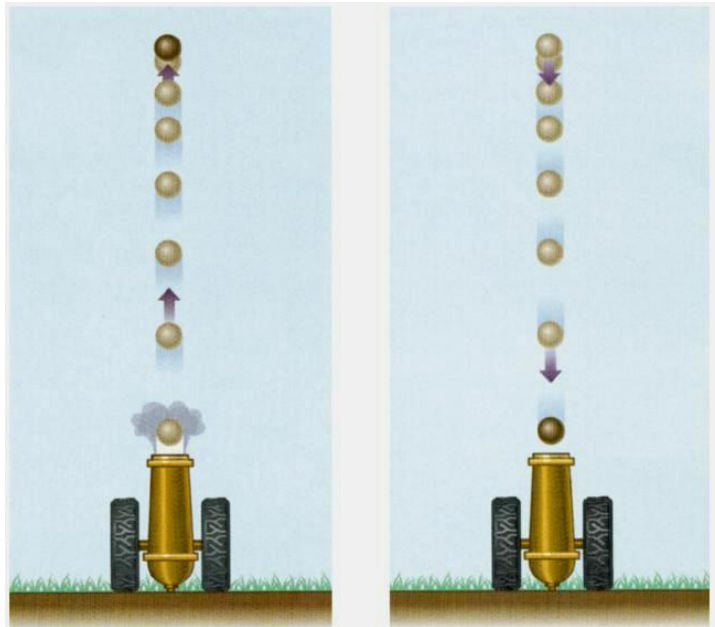
Παρατηρούμε λοιπόν, ότι κατά την κάθοδο της μπάλας η δυναμική της ενέργεια mgh (θέση Α) μετατράπηκε σε κινητική στη θέση (Δ) μέσω του έργου του βάρους.

Αντίθετα, αν η μπάλα ανεβαίνει η κινητική ενέργεια που έχει στη θέση (Δ) μετατρέπεται σε δυναμική στη θέση (Α). Στην τυχαία ενδιαμέση θέση (Γ) η μπάλα έχει κινητική και δυναμική ενέργεια.

Το άθροισμα της κινητικής ενέργειας K και της δυναμικής ενέργειας U που έχει το σώμα σε οποιοδήποτε σημείο μεταξύ των θέσεων (Α)

και (Δ) κατά την άνοδο ή την κάθοδό του, το ονομάζουμε, **Μηχανική ενέργεια** και το συμβολίζουμε με το γράμμα E . Δηλαδή:

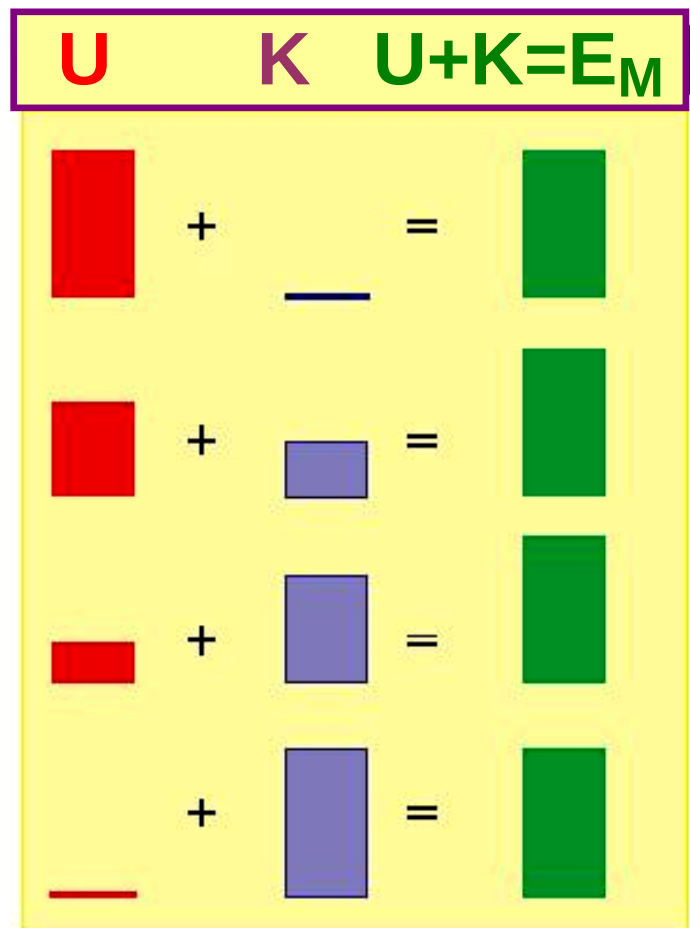
$$E = K + U \quad (2.2.11)$$



Εικόνα 2.2.15

Η αρχική E_K του βλήματος μετατρέπεται σταδιακά σε E_Δ μέχρις ότου μηδενιστεί στο μέγιστο ύψος. Αντίστροφα, η E_Δ μετατρέπεται σε E_K κατά την πτώση. Το σύνολο $E_K + E_\Delta$ μένει σταθερό.

Εφόσον το σώμα κινούμενο μεταξύ των θέσεων Α και Δ, ούτε κερδίζει, ούτε χάνει ενέργεια, με αποτέλεσμα η κίνηση του να επαναλαμβάνεται συνεχώς η ίδια, μπορούμε να υποστηρίξουμε, πως η μηχανική του ενέργεια E παραμένει σταθερή (διατηρείται) (Εικ. 2.2.15).



Εικόνα 2.2.16

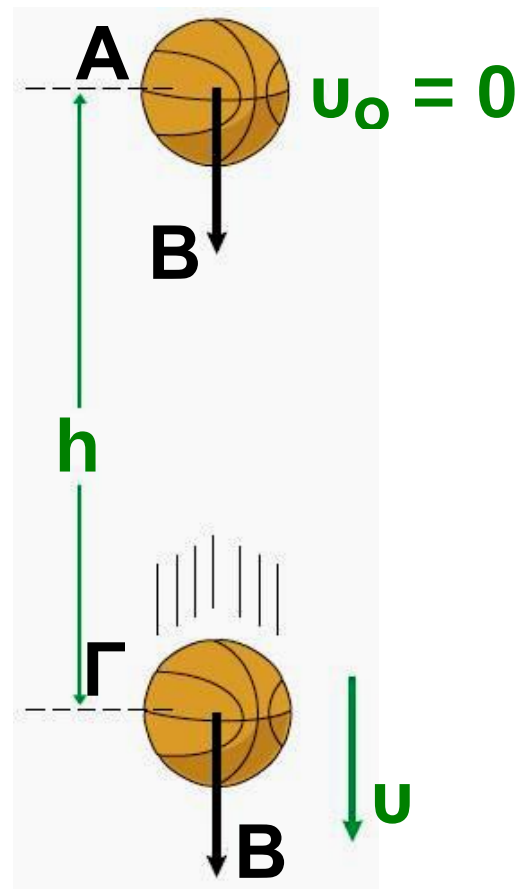
Η μείωση της U είναι ίση με την αύξηση της K .

Με άλλα λόγια μπορούμε να ισχυριστούμε, ότι όταν το σώμα κινείται προς τα κάτω, η δυναμική του ενέργεια U ελαττώνεται τόσο, όσο αυξάνεται η κινητική ενέργεια K , με αποτέλεσμα το άθροισμά τους να παραμένει σταθερό. Το αντίθετο συμβαίνει όταν το σώμα ανεβαίνει από τη θέση (Δ) στη θέση (Α) (Εικ. 2.2.16).

Μπορούμε λοιπόν συνοψίζοντας να επισημάνουμε:

Αν ένα σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του η μηχανική του ενέργεια παραμένει συνεχώς σταθερή. Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας είναι ένα χρήσιμο εργαλείο για την αντιμετώπιση προβλημάτων σε περιπτώσεις που δε θέλουμε ή δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους νόμους της κίνησης. Εκείνο όμως που

την καθιστά περισσότερο χρήσιμη είναι το γεγονός πως αυτή ισχύει παντού και πάντοτε. Ο μόνος περιορισμός για την ισχύ της είναι να μην υπάρχουν τριβές και αντιστάσεις.



Εικόνα 2.2.17
Η μηχανική ενέργεια της μπάλας διατηρείται σταθερή.

Ποσοτικά η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μπορεί να προκύψει, αν χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και τον ορισμό της δυναμικής

ενέργειας στην απλή περίπτωση της ελεύθερης πτώσης, εικόνα 2.2.17. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας μεταξύ των θέσεων (Α) και (Γ) είναι:

$$\Delta K_{A \rightarrow \Gamma} = W_{B(A \rightarrow \Gamma)} \quad (1)$$

δηλαδή ίση με το έργο του βάρους για τη μετατόπιση ΑΓ.

Επίσης η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας μεταξύ των ίδιων θέσεων προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\Delta K_{A \rightarrow \Gamma} = - (U_A - U_\Gamma) = - W_{B(A \rightarrow \Gamma)} \quad (2)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad (3)$$

Δηλαδή το άθροισμα της μεταβολής της κινητικής και της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι μηδέν.

Η φυσική σημασία της σχέσης (3) είναι ότι, η μηχανική ενέργεια διατηρείται σταθερή, διότι:

$$K_{\Gamma} - K_A + U_{\Gamma} - U_A = 0 \quad \text{ή}$$

$$K_{\Gamma} + U_{\Gamma} = K_A + U_A$$

Δραστηριότητα 1

Στο σχολικό εργαστήριο Φυσικής υπάρχει μια διάταξη που λέγεται τροχός Maxwell, βλέπε εικόνα α.

Αν περιελίξουμε το σχοινί γύρω από τα άκρα του άξονα του τροχού και τον αφήσουμε να κινηθεί, τι θα συμβεί;

Κάντε μια πρόβλεψη.

Κατόπιν αφήστε τον τροχό να κινηθεί, παρατηρείστε τι θα συμβεί και συζητήστε για να ερμηνεύσετε το φαινόμενο. Εργασθείτε όπως παραπάνω χρησιμοποιώντας το

αμαξίδιο διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, που φαίνεται στην εικόνα β.

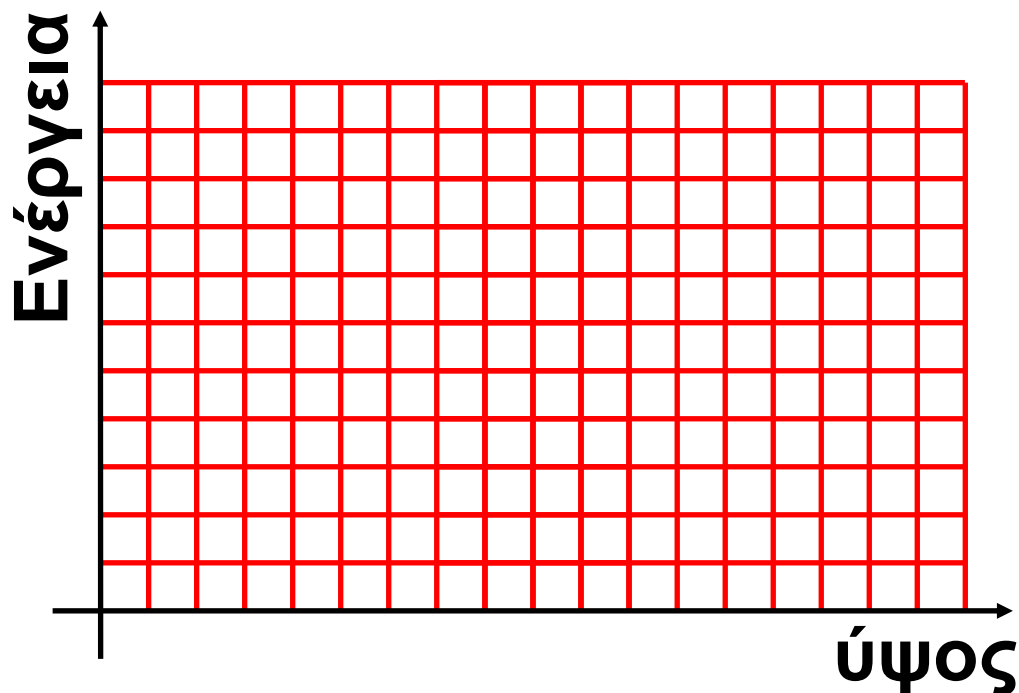


Εικόνα α



Εικόνα β

Ανυψώστε το σώμα, προβλέψτε τι θα συμβεί αν το αφήσετε να πέσει. Πραγματοποιήστε τη δραστηριότητα, παρατηρείστε, περιγράψτε, ερμηνεύστε τις παρατηρήσεις σας.



Δραστηριότητα 2

Ένα σώμα μάζας $m = 1\text{kg}$, αφήνεται να πέσει από ύψος $h = 10\text{m}$. Το σώμα κινείται με μόνη την επίδραση του βάρους του, που το θεωρούμε σταθερό. α) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του σώματος, όταν η απόστασή του από το δάπεδο είναι 10m , 8m , 5m και 2m .

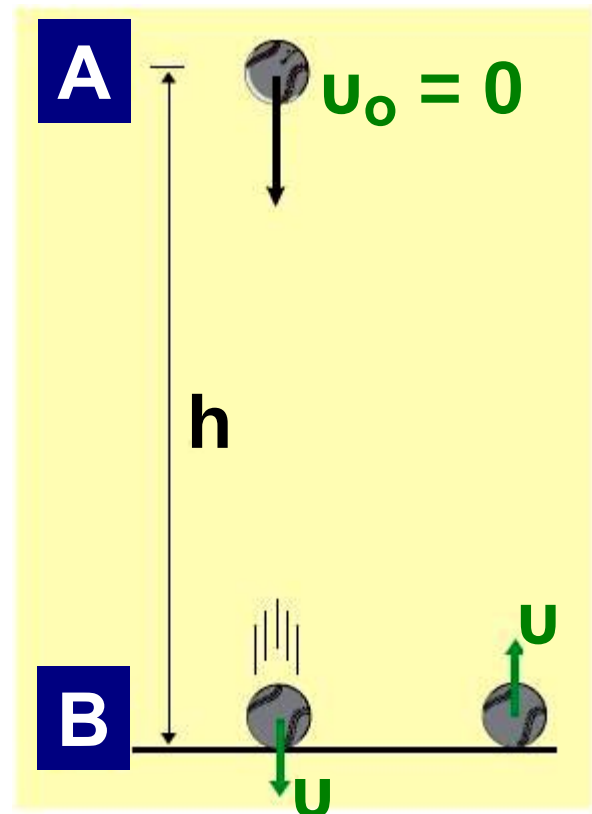
β) Να χρησιμοποιήσετε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας και να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος στις ίδιες θέ-

σεις. γ) Να παραστήσετε στους ίδιους άξονες ενέργεια - ύψος τη δυναμική, την κινητική και τη μηχανική ενέργεια του σώματος. Να συγκρίνετε τα εμβαδά που εμφανίζονται στο διάγραμμά σας.

2.2.5 Συντηρητικές (ή διατηρητικές) δυνάμεις

Μια μικρή ελαστική σφαίρα αφήνεται από τη θέση Α, στην οποία και επιστρέφει, αφού πρώτα συγκρουστεί ελαστικά με το δάπεδο στη θέση Δ (Εικ. 2.2.18). Αυτό σημαίνει ότι η μηχανική ενέργεια του σώματος παρέμεινε σταθερή, ή διαφορετικά ότι η δράση του βάρους δεν επηρέασε την μηχανική του ενέργεια. Με άλλα λόγια το έργο του βάρους Β στην κλειστή διαδρομή $A \rightarrow \Delta \rightarrow A$ είναι μηδέν.

Εικόνα 2.2.18
Το βάρος είναι συντηρητική δύναμη



Πράγματι, κατά την κάθοδο της σφαίρας το έργο του βάρους είναι $W_1 = Bh$. Κατά την άνοδο, επειδή η κατεύθυνση της μετατόπισης σχηματίζει γωνία 180° με την κατεύθυνση του βάρους ($\cos 180^\circ = -1$) θα ισχύει $W_2 = -Bh$.

Έτσι το έργο του βάρους για την κλειστή διαδρομή A ο Δ ο A είναι:

$$W_{o\lambda} = W_1 + W_2 = Bh - Bh = 0$$

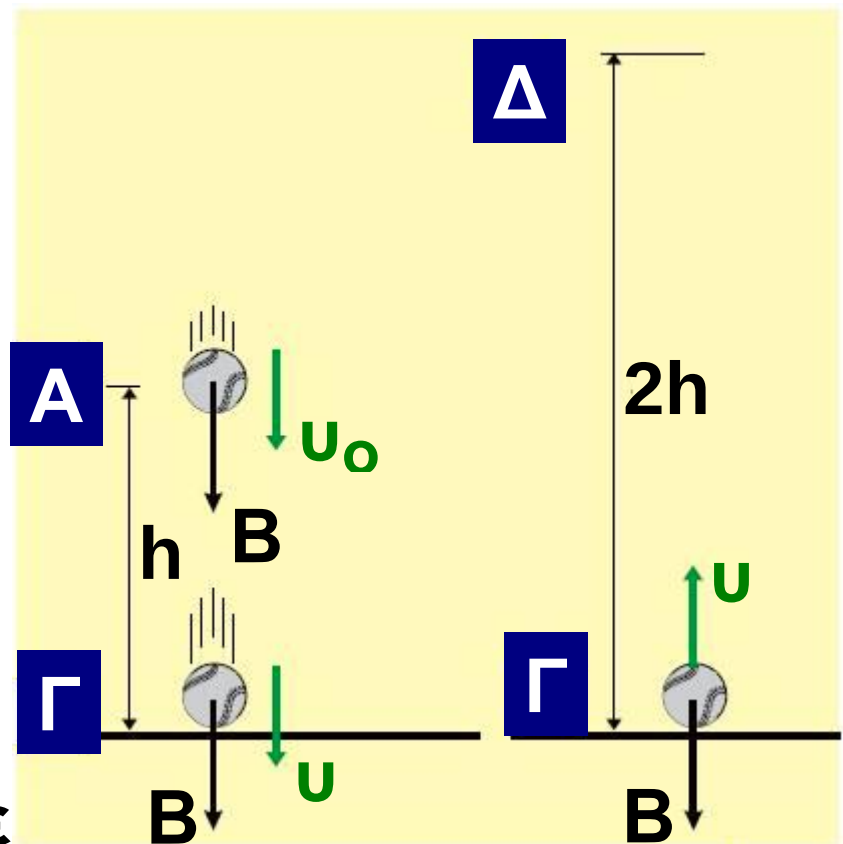
Τις δυνάμεις αυτές, όπως το βάρος, που το έργο τους κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι μηδέν και κατά συνέπεια συντηρούν (διατηρούν) την ενέργεια του συστήματος στο οποίο δρουν, τις ονομάζουμε συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις. Εκτός από το βάρος, συντηρητικές δυνάμεις είναι οι βαρυτικές δυνάμεις, οι ηλεκτρικές δυνάμεις και οι δυνάμεις από παραμορφωμένα ελατήρια.

Γενικεύοντας μπορούμε να υποστηρίξουμε πως:

Η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ή ενός συστήματος διατηρείται όταν οι δυνάμεις που δρουν σ' αυτό είναι όλες συντηρητικές.

Εφαρμογή

Με πόση αρχική ταχύτητα u_0 πρέπει να ρίξουμε κατακόρυφα προς τα κάτω μια τελείως ελαστική μπάλα, ώστε



αναπηδώντας στο δάπεδο να φτάσει σε διπλάσιο ύψος από αυτό που αρχικά βρίσκονταν; Θεωρούμε τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες και την κρούση με το δάπεδο ελαστική.

Απάντηση

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στις

θέσεις (Α) και (Δ). Στη θέση Α η σφαίρα έχει κινητική ενέργεια $\frac{1}{2} m u_0^2$ και δυναμική ενέργεια mgh , ενώ στη θέση Δ η κινητική ενέργεια είναι μηδέν και η δυναμική $mg2h$.

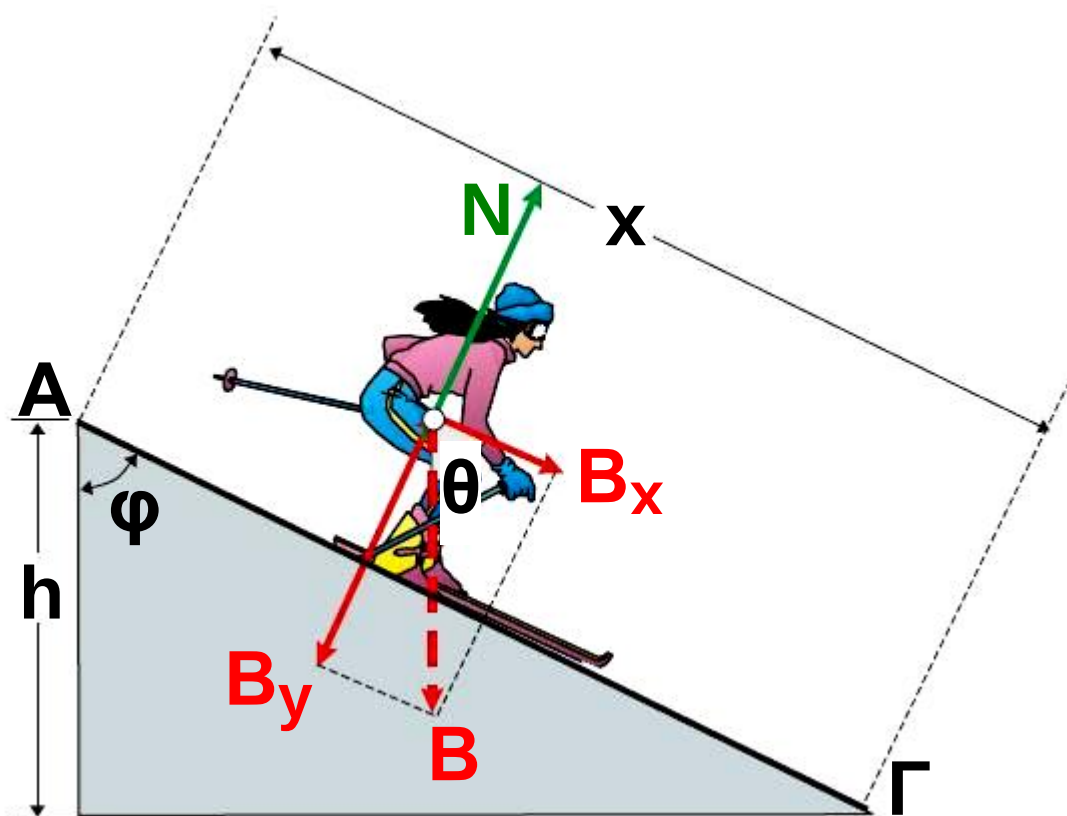
Δηλαδή: $E_{(A)} = \frac{1}{2} m u_0^2 + mgh$ και

$$E_{(A)} = E_{(Δ)} \text{ ή } \frac{1}{2} m u_0^2 + mgh = mg2h$$

$$\text{και τελικά } u_0^2 = 2gh \text{ ή } u_0 = \sqrt{2gh}$$

Εφαρμογή

Ένας σκιέρ κατεβαίνει την πίστα ενός χιονοδρομικού κέντρου. Αν η υψομετρική διαφορά μεταξύ του σημείου Α που ξεκινά και του σημείου Γ που καταλήγει είναι 100m και ο σκιέρ μαζί με τα χιονοπέδιλα έχει μάζα 80kg, να υπολογίσετε το έργο του βάρους.



Απάντηση

Επειδή η κατεύθυνση του βάρους δεν συμπίπτει με την κατεύθυνση της μετατόπισης, το αναλύουμε στις συνιστώσες του B_x , B_y . Η συνιστώσα B_y δεν παράγει έργο. Κατά συνέπεια το έργο βάρους B θα είναι:

$$W_B = W_{B_x} = B \sin \theta \quad (1)$$

Όπως φαίνεται στην εικόνα, οι γωνίες φ και θ είναι ίσες, διότι έ-

χουν τις πλευρές τους παράλληλες. Από τον ορισμό του συνημίτονου προκύπτει ότι:

$$\text{συν}\varphi = \frac{h}{x} \quad \text{ή} \quad x \text{ συν}\theta = h$$

Αν την τιμή που βρήκαμε για την παράσταση $x \text{ συν}\theta$ την αντικαταστήσουμε στη σχέση (1) προκύπτει:

$$W_B = B \text{συν}\theta x = Bh$$

και με αντικατάσταση: $W_B = mgh$ ή $W_B = 80.000 \text{Joule}$.

Αν ο σκιέρ ακολουθούσε μια άλλη διαδρομή σε πίστα με διαφορετική κλίση, αλλά η υψομετρική διαφορά ήταν πάλι $h = 100\text{m}$, πόσο θα ήταν το έργο του βάρους στην περίπτωση αυτή;

Αν εργασθούμε ομοίως όπως παραπάνω προκύπτει ότι το W_B είναι πάλι $W_B = Bh = 80.000 \text{Joule}$.

Μπορούμε λοιπόν να συμπεράνουμε, ότι το έργο του βάρους (που είναι συντηρητική δύναμη) δεν εξαρτάται από τη διαδρομή που κάνει ο σκιέρ, αλλά μόνο από την υψομετρική διαφορά της αρχικής και της τελικής θέσης. Γενικεύοντας μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι:

Το έργο των συντηρητικών δυνάμεων δεν εξαρτάται από την τροχιά αλλά μόνο από την αρχική και την τελική θέση του σώματος.

2.2.6 Η ισχύς

Στις καθημερινές μας δραστηριότητες χρησιμοποιούμε διάφορες μορφές ενέργειας όπως, ηλεκτρική, χημική, κ.α. Για παράδειγμα χρησιμοποιούμε ηλεκτρική ενέργεια για να θέσουμε σε κίνηση τον αέρα μέσω ενός ανεμιστήρα, για να αντλή-

σουμε νερό, για να ανυψώσουμε σώματα με έναν ανελκυστήρα, κ.α. Χρησιμοποιούμε επίσης τη χημική ενέργεια των καυσίμων για να κινηθούν τα αυτοκίνητα, τα αεροπλάνα κ.τ.λ.



Εικόνα 2.2.19

Ο κινητήρας του αυτοκινήτου που φτάνει πρώτο στην κορυφή "έχει μεγαλύτερη ισχύ"

Δύο αυτοκίνητα με ίση συνολική μάζα m (οδηγός και όχημα) ξεκινούν από τη βάση ενός ομαλού λόφου για να φθάσουν στην κορυφή

του (Εικ. 2.2.19). Όταν θα φθάσουν εκεί θα έχουν αποκτήσει την ίδια ποσότητα δυναμικής ενέργειας mgh και έστω ότι οι κινητήρες τους θα έχουν κάνει ισόποσο έργο. Όμως ο κινητήρας του αυτοκινήτου που θα φθάσει πρώτο στην κορυφή θα έχει κάνει το ίδιο έργο σε μικρότερο χρόνο.

Το γεγονός αυτό στην επιστημονική ορολογία αποδίδεται με τη φράση "ο κινητήρας έχει μεγαλύτερη ισχύ", ενώ στην καθομιλουμένη γλώσσα λέμε ότι "το αυτοκίνητο έχει μεγάλη μηχανή".

Η ισχύς ενός κινητήρα και γενικότερα οποιασδήποτε μηχανής είναι το πηλίκο του έργου που παράγει, προς το χρονικό διάστημα στο οποίο αυτό παράγεται, δηλαδή η ισχύς εκφράζει τον ρυθμό με

τον οποίο παράγει έργο ο κινητήρας.

Η ισχύς συμβολίζεται με το γράμμα P από την αγγλική λέξη Power. Αν μια μηχανή παράγει έργο W σε χρόνο t , τότε η ισχύς P θα είναι:

$$P = \frac{W}{t} \quad (2.2.12)$$

Η μονάδα μέτρησης της ισχύος στο Διεθνές Σύστημα μονάδων (S.I.) είναι το

$$1\text{Watt} = 1 \frac{\text{Joule}}{\text{s}}.$$

Πολλές φορές στην πράξη χρησιμοποιούνται οι μονάδες $1\text{kW} = 10^3 \text{ W}$ και ο ίππος (HP) για τον οποίο ισχύει: $1\text{HP} = 745,7\text{Watt}$.

Επιπλέον, συχνά χρησιμοποιούνται και ακόμη μεγαλύτερες μονάδες όπως είναι το 1MW ($1\text{MW} = 10^6 \text{ W}$).

Αν θυμηθούμε ότι οι μηχανές μετατρέπουν μια μορφή ενέργειας σε κάποια άλλη π.χ. από χημική των καυσίμων σε κινητική στο αυτοκίνητο, τότε μπορούμε να πούμε ότι η ισχύς είναι ο ρυθμός με τον οποίο μια μορφή ενέργειας μετατρέπεται σε κάποια άλλη.

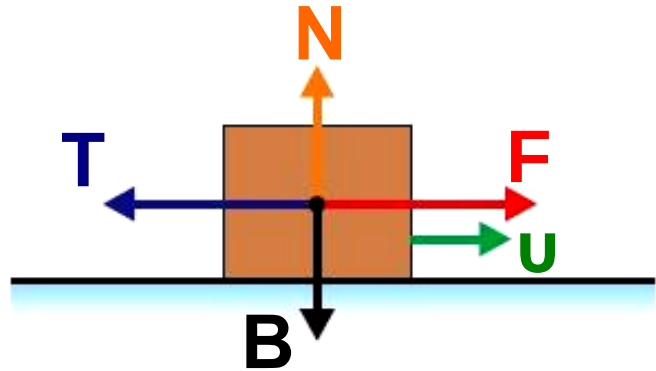
Ας θεωρήσουμε ένα σώμα που κινείται με σταθερή ταχύτητα u (Εικ. 2.2.20), σε οριζόντιο επίπεδο. Επειδή η ταχύτητα είναι σταθερή, έπεται ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν, δηλαδή $F = T$.

Αν εφαρμόσουμε τη σχέση (2.2.12) για το έργο δύναμης F , έχουμε:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fx}{t} \quad \text{και επειδή } u = \frac{x}{t}$$

προκύπτει τελικά

$$P = Fu \quad (2.1.13)$$



Εικόνα 2.2.20

Δραστηριότητα

Δύο μαθητές A, B, αρχίζουν να ανεβαίνουν τις σκάλες του σχολείου μεταβαίνοντας στην αίθουσα της τάξης τους η οποία βρίσκεται στον 3ο όροφο, που βρίσκεται σε ύψος 12m από το έδαφος. Ο μαθητής A έχει μάζα 70kg και φθάνει στον 3^ο όροφο σε 2min. Ο μαθητής B έχει μάζα 85kg και φθάνει στο όροφο σε 2min επίσης.

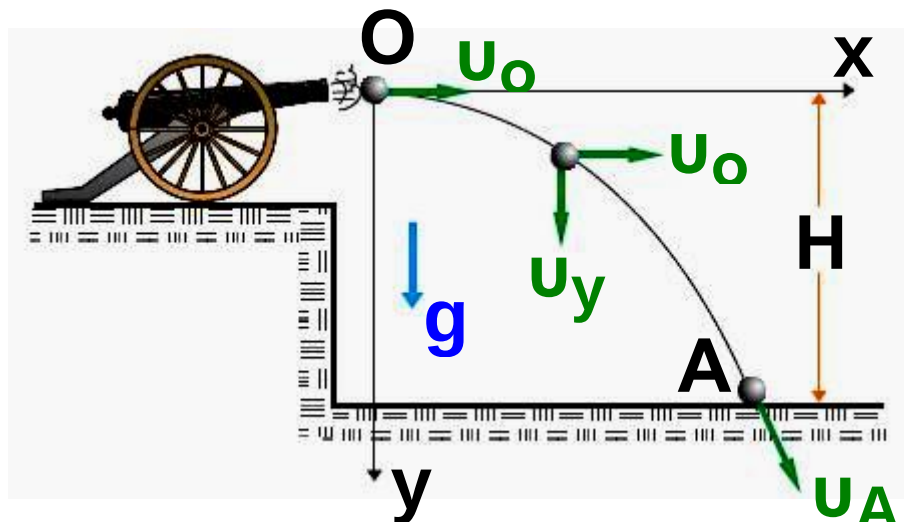
α) Ποιος από τους μαθητές έκανε μεγαλύτερο έργο;

β) Ποιος από τους μαθητές ανέπτυξε μεγαλύτερη ισχύ;

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται μερικές τιμές ισχύος.

Ισχύς που εκπέμπεται από τον Ήλιο	$3,9 \cdot 10^{26} \text{ W}$
Ισχύς μιας καταιγίδας	$2 \cdot 10^{13} \text{ W}$
Ισχύς αεριωθούμενου Boeing 747	$2 \cdot 10^8 \text{ W}$
Ισχύς φρυγανιέρας	$1 \cdot 10^3 \text{ W}$
Μέγιστη ισχύς αθλητή	$2 \cdot 10^2 \text{ W}$
Ισχύς ηλεκτρικού λαμπτήρα	$1 \cdot 10^2 \text{ W}$
Ισχύς αγριομέλισσας που πετάει	10^{-10} W

2.2.7 Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην οριζόντια βολή



Εικόνα 2.2.21

Από ένα σημείο O , που βρίσκεται σε ύψος H από το δάπεδο, εκτοξεύεται ένα βλήμα μάζας m με οριζόντια ταχύτητα u_0 (Εικ. 2.2.21). Δεχόμαστε πως η μοναδική δύναμη που του ασκείται είναι το βάρος του B . Όπως είναι γνωστό από την παράγραφο 1.3.8, το σώμα θα διαγράψει μια παραβολική τροχιά.

Ζητούμε την τιμή της ταχύτητας u_A με την οποία το σώμα φτάνει

στο δάπεδο. Γνωρίζουμε πως σε κάθε σημείο της τροχιάς και κατά συνέπεια και στο (A) η ταχύτητα του σώματος αναλύεται σε συνιστώσες u_x και u_y . Επειδή οι συνιστώσες αυτές είναι κάθετες μεταξύ τους θα ισχύει:

$$u_A = \sqrt{u_{x(A)}^2 + u_{y(A)}^2} \quad (1)$$

Η κίνηση στον άξονα x είναι ομαλή και στον άξονα y ομαλά επιταχυνόμενη. Άρα για τις ταχύτητες u_x και u_y , ισχύουν οι σχέσεις:

$$u_{x(A)} = u_0 \quad \text{και} \quad u_{y(A)} = gt_A$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των u_x , u_y στην (1) παίρνουμε για την ταχύτητα u_A :

$$u_A = \sqrt{u_0^2 + g^2 t_A^2} \quad (2)$$

Για την κίνηση στον άξονα (y) ισχύει η σχέση:

$$H = \frac{1}{2} g t_A^2 \quad \text{ή} \quad t_A = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (3)$$

Έτσι από τις σχέσεις (2) και (3) βρίσκουμε για τη ζητούμενη ταχύτητα:

$$u_A = \sqrt{u_o^2 + 2gH} \quad (4)$$

Ένας άλλος τρόπος για να υπολογίσουμε την ταχύτητα του σώματος στο σημείο A είναι ο εξής:

Επειδή η κίνηση του σώματος γίνεται μόνο με την επίδραση του βάρους του, το οποίο είναι δύναμη συντηρητική, θα πρέπει η μηχανική του ενέργεια να διατηρείται.

Συνεπώς για τη μηχανική ενέργεια του σώματος στις θέσεις O και A μπορούμε να γράψουμε:

$$E_{(O)} = E_{(A)} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m u_o^2 + mgH = \frac{1}{2} m u_A^2 \quad (5)$$

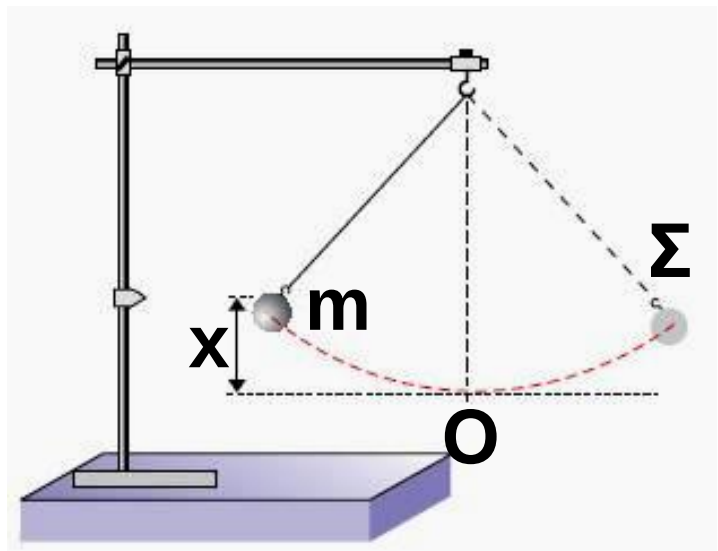
Από τη σχέση (5) επιλύοντας ως προς την ταχύτητα u_A βρίσκουμε τελικά:

$u_A = \sqrt{u_o^2 + 2gH}$ δηλαδή την εξίσωση (4).

Πρέπει να επισημάνουμε, πως η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην οριζόντια βολή, είναι μια πολύ χρήσιμη πρόταση. Με τη βοήθεια της μπορούμε ευκολότερα απ' ότι με τις εξισώσεις κίνησης, να αντιμετωπίζουμε προβλήματα μηχανικής, αρκεί να μην ζητείται ο χρόνος κίνησης.

2.2.8 Η τριβή και η μηχανική ενέργεια

Πολλές φορές για να απλουστεύσουμε τη μελέτη μιας κίνησης θεω-



Εικόνα 2.2.22

ρούμε την τριβή και την αντίσταση του αέρα ως αμελητέες δυνάμεις. Αυτό είναι μια ιδανική κατάσταση που στην πράξη δεν μπορεί να συμβεί. Κάτω όμως από αυτές τις συνθήκες, η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου του εκκρεμούς (Εικ. 2.2.22), παραμένει σταθερή και η κίνησή του επαναλαμβάνεται συνεχώς η ίδια. Ποια θα είναι όμως η κίνηση που θα κάνει το σφαιρίδιο του εκκρεμούς όταν αφεθεί ελεύθερο στο σημείο Σ κάτω από πραγματικές συνθήκες; Δηλαδή όταν η

αντίσταση του αέρα δεν είναι αμελητέα;

Από την εμπειρία μας γνωρίζουμε, πως το σφαιρίδιο θα κάνει μια παλινδρομική κίνηση γύρω από το σημείο O . Κάθε φορά θα ανυψώνεται λιγότερο και τελικά θα ισορροπήσει στο σημείο που αρχικά ισορροπούσε (O). Αυτό σημαίνει ότι το σφαιρίδιο χάνει συνεχώς μηχανική ενέργεια, μέχρι του τελικού μηδενισμού της. Για τον ίδιο λόγο, αν θέσουμε σε κίνηση ένα αντικείμενο πάνω σε μία οριζόντια επιφάνεια, αυτό λόγω της τριβής, μετά από λίγο θα σταματήσει. Δηλαδή η μηχανική του ενέργεια σταδιακά θα γίνει μηδέν. Το γεγονός, ότι στις πραγματικές συνθήκες κίνησης, η μηχανική ενέργεια δεν διατηρείται, είναι αποτέλεσμα των τριβών και των αντιστάσεων, δηλαδή δυνά-

μεων που είναι αντίθετες της κίνησης.

Οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται μη συντηρητικές, επειδή όταν ασκούνται σε κάποιο σώμα ελαττώνουν (δε συντηρούν) τη μηχανική του ενέργεια.

Το έργο των μη συντηρητικών δυνάμεων εκφράζει την ποσότητα της μηχανικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα. Έτσι κάθε φορά, που λόγω τριβών η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ελαττώνεται θα έχουμε αύξηση της θερμοκρασίας του.

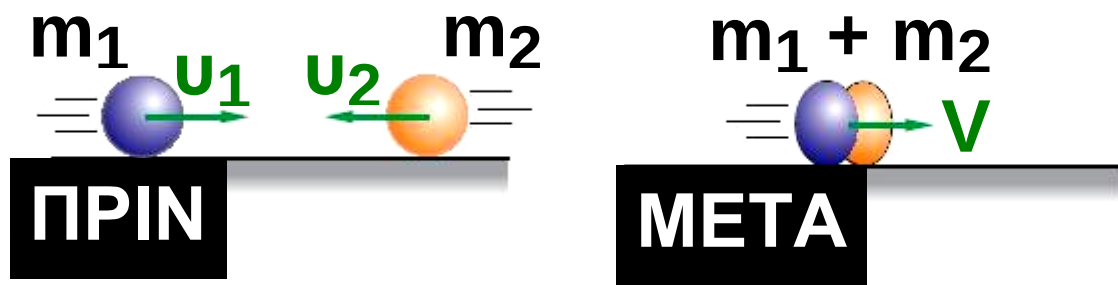
Πράγματι, ας θεωρήσουμε ένα αυτοκίνητο μάζας $m = 1.000\text{kg}$, που κινείται στην εθνική οδό με ταχύτητα $u = 30\text{m/s}$. Το αυτοκίνητο λόγω της ταχύτητας του έχει κινητική ενέργεια

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = 45.000 \text{ Joule}$$

Αν ο οδηγός, φρενάροντας, το ακινητοποιήσει, θα παραχθεί λόγω τριβών θερμότητα ίση με 45.000 Joule, που θα θερμάνει τους τροχούς του αυτοκινήτου, το δρόμο και τον αέρα. Στο σημείο αυτό, πρέπει να επισημάνουμε ότι:

Ενώ η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ή ενός συστήματος σωμάτων δε διατηρείται, όταν ασκούνται σε αυτό μη συντηρητικές δυνάμεις (τριβές, αντιστάσεις), η ορμή του διατηρείται.

Πράγματι, κατά την πλαστική κρούση των σωμάτων m_1 και m_2 , (Εικ. 2.2.23), δημιουργείται ένα συσσωμάτωμα μάζας (m_1+m_2) , που αμέσως μετά την κρούση έχει, έστω ταχύτητα V . Αν οι ταχύτητες πριν τη



Εικόνα 2.2.23

κρούση ήταν u_1 και u_2 , τι μπορούμε να πούμε για την διατήρηση της ορμής και της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση;

Παρά το γεγονός, πως κατά τη διάρκεια του φαινομένου, αναπτύσσονται ανάμεσα στα συγκρουόμενα σώματα δυνάμεις μη συντηρητικές, η ορμή διατηρείται.

Δηλαδή:

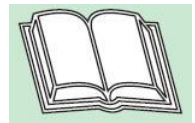
$$m_1 u_1 - m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v$$

Αντίθετα η μηχανική ενέργεια του συστήματος δε διατηρείται, αφού ένα μέρος της μετατρέπεται σε θερμότητα Q . Στην περίπτωση βέβαια αυτή, όπως και σε κάθε άλλη, δια-

τηρείται η ολική ενέργεια του συστήματος. Δηλαδή:

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 + Q$$

Τι είναι η ενέργεια;



Η ενέργεια είναι ένα από τα περισσότερο συζητημένα θέματα στην εποχή μας γιατί από την αξιοποίησή της εξαρτάται η βιομηχανική και η οικονομική ανάπτυξη κάθε χώρας.

Τι είναι όμως η ενέργεια;

Είναι μάλλον δύσκολο να δώσουμε έναν ορισμό που να την περιγράφει



ακριβώς. Η προσπάθεια να οριστεί η ενέργεια ξεκινάει από την ανάγκη των μηχανικών στα πρώτα χρόνια

της βιομηχανικής επανάστασης να συγκρίνουν την αποδοτικότητα των νερόμυλων, των ατμομηχανών, των ηλεκτρικών κινητήρων κ.τ.λ.

Σύμφωνα με τις εμπειρίες τους η αποδοτικότητα μιας μηχανής ήταν τόσο μεγαλύτερη,



όσο μεγαλύτερο ήταν το γινόμενο του βάρους ενός σώματος επί την απόσταση που μπορούσε να μεταφέρει, ή να ανυψώσει η μηχανή το σώμα (έργο W). Έτσι όρισαν την ενέργεια σαν την ικανότητα παραγωγής έργου. Παρόλο, που ο ορισμός αυτός χρησιμοποιείται πολλές φορές ακόμη και σήμερα δε φαίνεται να είναι ικανοποιητικός. Οι προσπάθειες να οριστεί η ενέργεια συνεχίστηκαν με αποτέλεσμα να προκύψουν διάφοροι ακόμη ορι-

σμοί. Παραδείγματος χάρη ενέργεια είναι η φυσική οντότητα που μπορεί να αλλάζει από μια μορφή σε μια άλλη ή ενέργεια είναι το αίτιο που προκαλεί την κίνηση όλων των πραγμάτων, όπως υποστήριξε ο Maxwell.

Πάντως κανένας από τους μέχρι σήμερα ορισμούς δε δίνει απάντηση στο ερώτημα τι είναι η ενέργεια. Περισσότερο χρήσιμο, από



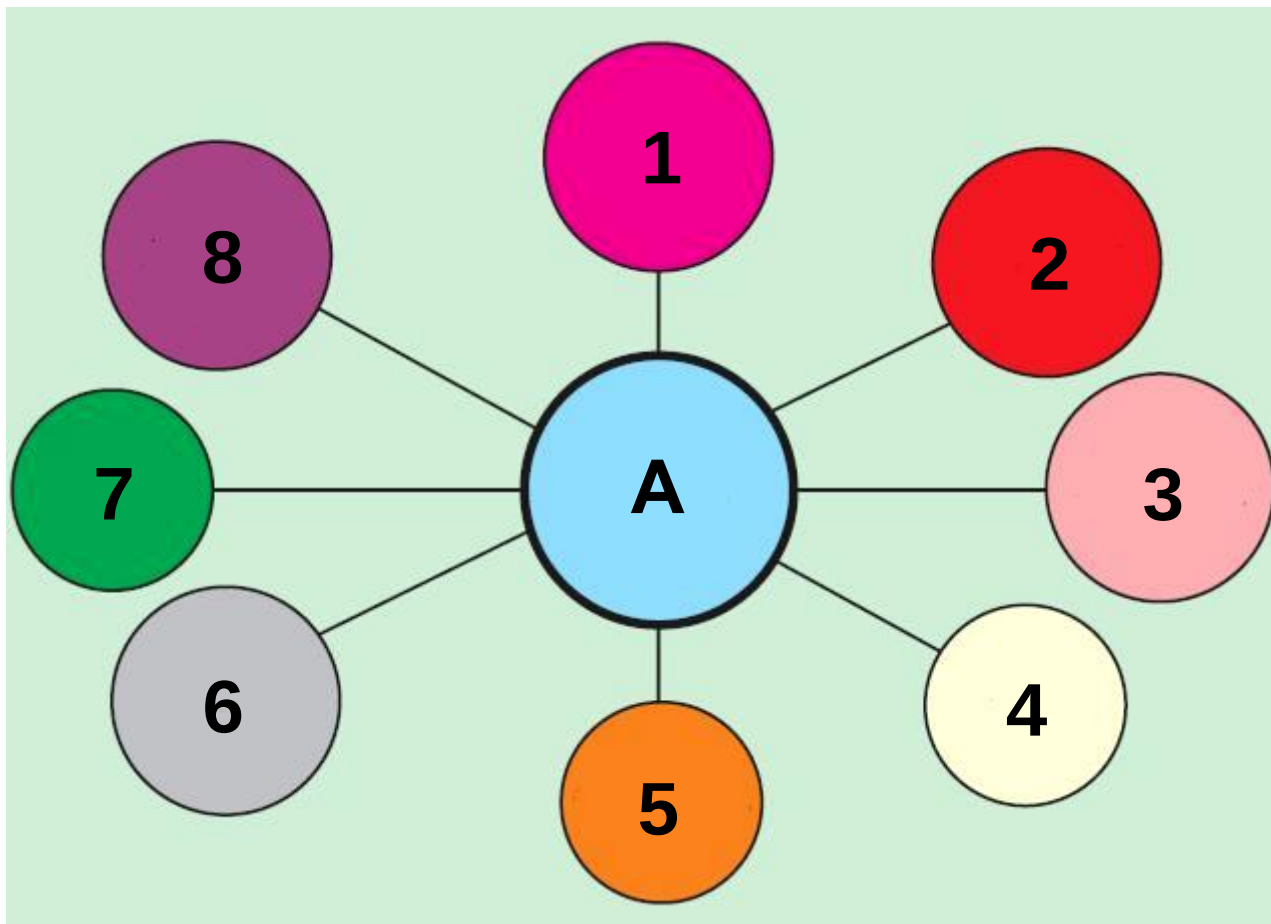
ένα ορισμό που μπορεί να προκαλέσει σύγχυση ή και να είναι ελλιπής, είναι να κατανοήσουμε το γεγονός ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την έννοια της ενέργειας, χωρίς να είναι και απαραίτητο να την ορίζουμε. Μέσα από τη μελέτη και τη συζήτηση θεμάτων,

όπως καύσιμα, μορφές ενέργειας, μετατροπές κτλ. θα εξοικειωθούμε με την έννοια της ενέργειας και θα οδηγηθούμε όλο και σε βαθύτερη κατανόηση της.



Ένα απλό παράδειγμα που θα δανειστούμε από την καθημερινή μας ζωή μπορεί να ενισχύσει αυτή την άποψη.

Πράγματι ενώ όλοι μας γνωρίζουμε το περιεχόμενο και τη σημασία εννοιών, όπως π.χ. δικαιοσύνη, αγάπη, ευγένεια κ.τ.λ. δεν είναι εύκολο να συμφωνήσουμε σε έναν ορισμό αποδεκτό από όλους μας. Έτσι και στην περίπτωση της ενέργειας, δε φαίνεται να υπάρχει ένας ορισμός της καθολικά αποδεκτός, αλλά παρόλα αυτά η έννοιά της μπορεί να γίνεται κατανοητή. Όμως



A. Μετατροπές Ενέργειας

- | | |
|--------------|-------------|
| 1. Χημική | 2. Πυρηνική |
| 3. Ηλεκτρική | 4. Φως |
| 5. Θερμότητα | 6. Ήχος |
| 7. Κινητική | 8. Δυναμική |

ενώ δεν μπορούμε να συμφωνήσουμε σε κάποιον ορισμό για την ενέργεια εκείνο που γίνεται από όλους αποδεκτό είναι το γεγονός

ότι η ενέργεια διατηρείται ενώ μπορεί να αλλάζει μορφές.

Εκείνο που μπορεί να υποστηριχτεί είναι ότι κάθε ορισμός που δεν ξεκινάει από την ιδιότητα της ενέργειας να διατηρείται είναι λαθεμένος. Σε ενίσχυση όσων μέχρι τώρα έχουμε υποστηρίξει αναφέρουμε τα λόγια του Feynman από το βιβλίο του "Lectures on Physics" - (Vol I) που γράφει:

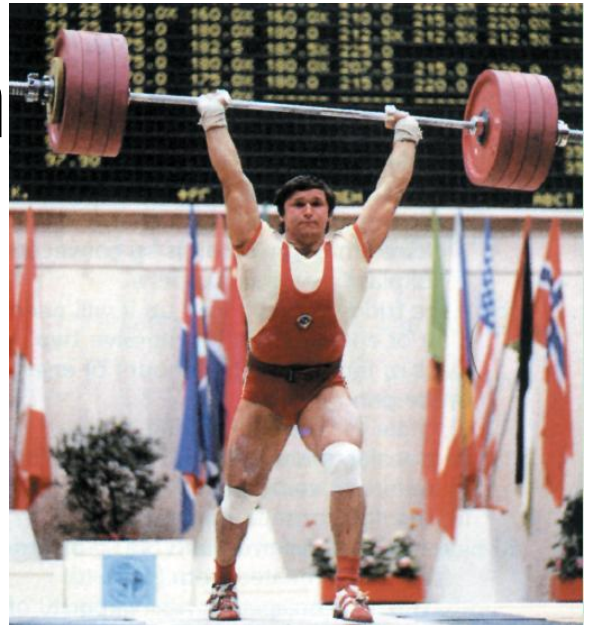
"Υπάρχει ένα γεγονός ή αν θέλετε ένας νόμος που διέπει όλα τα φυσικά φαινόμενα τα οποία είναι γνωστά μέχρι σήμερα. Δεν υπάρχει καμία γνωστή εξαίρεση σ' αυτόν τον νόμο και είναι ακριβής όσο γνωρίζουμε μέχρι τώρα. Ο νόμος αυτός ονομάζεται διατήρηση της ενέργειας και αναφέρει ότι υπάρχει μια ορισμένη ποσότητα, την οποία κα-

λούμε ενέργεια και η οποία διατηρείται στις πολύπλοκες αλλαγές που γίνονται στη φύση. Αυτή (η διατήρηση) είναι μια πολύ αφηρημένη ιδέα, επειδή είναι μια μαθηματική αρχή. Σύμφωνα μ' αυτή υπάρχει μια μαθηματική ποσότητα που δε μεταβάλλεται, όταν κάτι συμβαίνει. Δεν είναι η περιγραφή ενός μηχανισμού ή κάτι το συγκεκριμένο. Είναι σπουδαίο να αντιληφθούμε ότι στη Φυσική σήμερα δεν έχουμε γνώση του τι είναι ενέργεια. Η ενέργεια είναι κάτι το αφηρημένο, επειδή δε μας λέει το μηχανισμό, ή τις αιτίες για τους διάφορους τύπους που αντιστοιχούν στις διαφορετικές μορφές τις οποίες μπορεί να πάρει."

Το έργο σε σχέση με την κούραση.

Το έργο μιας δύναμης όταν αυτή δε μετακινεί το σημείο εφαρμογής

της είναι ίσο με μηδέν. Για παράδειγμα, ο αθλητής της άρσης βαρών, κρατώντας με τα χέρια του τα βάρη B σε σταθερό ύψος, ασκεί δύναμη $F = B$ που όμως το έργο της είναι μηδέν. Αυτό σημαίνει πως καμία ποσότητα ενέργειας δε μεταφέρεται από τον αθλητή στα βάρη. Πώς όμως μπορούμε να δικαιολογήσουμε το γεγονός, ότι ο αθλητής, παρόλο που δεν δαπανά ενέργεια, νιώθει έντονο το αίσθημα της κούρασης; Η απάντηση που ερμηνεύει την κόπωση του αθλητή αλλά και την ανάγκη του για ενέργεια την οποία παίρνει από τις τροφές, είναι η εξής:



Όταν οι μύες του αθλητή είναι διεγερμένοι, π.χ. τεντωμένοι, συ-

μπιέζουν τα αιμοφόρα αγγεία και έτσι προκαλούν ελάττωση στη ροή του αίματος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα χημικά προϊόντα της δραστηριότητας των μυών π.χ. γαλακτικό οξύ, να συσσωρεύονται και να μην απομακρύνονται από την ροή του αίματος γρήγορα. Αυτή ακριβώς η συσσώρευση των χημικών προϊόντων της δραστηριότητας των μυών, διεγείρει τα νεύρα να δώσουν την αίσθηση της κόυρασης. Δηλαδή το αίσθημα της κόυρασης είναι ένα έμμεσο αποτέλεσμα της ενεργοποίησης των μυών.

Εξάλλου η συνεχής ανάγκη χημικής ενέργειας (η οποία ενέργεια προέρχεται από τις τροφές που καταναλώνουμε) όταν κρατάμε υψωμένο αλλά ακίνητο ένα σώμα, προκύπτει από το μηχανισμό της μυϊκής δραστηριότητας. Οι μυϊκές ίνες κατά τη

διέγερσή τους απορροφούν χημική ενέργεια. Σε κάθε διεγερμένο μυ υπάρχουν μυϊκές ίνες σε διέγερση αλλά και σε χαλάρωση, ενώ κάθε ίνα περνάει διαδοχικά από την κατάσταση της διέγερσης στην κατάσταση της χαλάρωσης.

Κατά τη χαλάρωση κάθε ίνα αποδίδει πίσω την ενέργεια που απορρόφησε όταν διεγέρθηκε, όχι εξ' ολοκλήρου με τη μορφή της χημικής ενέργειας αλλά και με τη μορφή της θερμότητας. Δηλαδή οι διεργασίες που συμβαίνουν στις ίνες των μυών κατά τη διέγερση δεν αντιστρέφονται κατά τη χαλάρωση.

Έτσι λοιπόν για να παραμένει ο μυς τεντωμένος πρέπει να απορροφά συνεχώς χημική ενέργεια η οποία προέρχεται από τις τροφές.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Όταν επιδρούμε σε υλικά αλλάζοντας τη μορφή ή τη θέση τους ασκούμε δυνάμεις και χρησιμοποιούμε ενέργεια. Το γινόμενο της σταθερής δύναμης, που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της, επί τη μετατόπιση, το ονομάζουμε έργο και εμφανίζεται σε κάθε μεταφορά ή μετατροπή ενέργειας.

$$W = F \cdot x.$$

Η μονάδα μέτρησης στο Διεθνές Σύστημα είναι $1\text{Nm}=1\text{Joule}$. Το έργο είναι το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο ή που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη.

Στην περίπτωση που η δύναμη σχηματίζει γωνία θ με τη μετατόπιση το έργο δίνεται από τη σχέση

$$W = F \cos \theta \cdot x.$$

Όταν ένα σώμα μάζας m αφήνεται να κινηθεί κατακόρυφα με την επίδραση του βάρους του, λέμε ότι συμβαίνει μετατροπή του έργου της δύναμης του βάρους σε κινητική ενέργεια. Το συμπέρασμα αυτό μπορούμε να το γενικεύσουμε σε οποιαδήποτε περίπτωση. Όταν σ' ένα σώμα δρουν πολλές δυνάμεις, τότε η κινητική του ενέργεια μεταβάλλεται σύμφωνα με το θεώρημα:

"Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που δρουν πάνω του ή ισοδύναμα είναι ίση με το έργο της συνισταμένης δύναμης",
 $\Delta K = \Sigma W_F.$

Η δυναμική βαρυτική ενέργεια ή απλά δυναμική ενέργεια ενός σώματος λέμε ότι είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασής του με τη Γη και συμβολίζεται με U . Όταν ένα σώμα μάζας m βρίσκεται σε ύψος h η δυναμική του ενέργεια είναι:

$$U = mgh$$

Η μηχανική ενέργεια ενός σώματος συμβολίζεται με E και είναι το άθροισμα της κινητικής ενέργειας K και της δυναμικής U που έχει το σώμα σε οποιαδήποτε θέση της κίνησής του.

$$E = K + U.$$

Η μηχανική ενέργεια συστήματος σωμάτων διατηρείται σε εκείνες τις περιπτώσεις όπου δεν υπάρχουν τριβές και αντιστάσεις. Συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις ονομάζονται οι δυνάμεις εκείνες που το

έργο τους κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι μηδέν. Συνέπεια αυτού είναι να διατηρούν την ενέργεια του συστήματος στο οποίο δρουν σταθερή. Τέτοιες δυνάμεις είναι το βάρος, οι ηλεκτρικές δυνάμεις ανάμεσα σε ηλεκτρικά φορτία, οι δυνάμεις από παραμορφωμένα ελατήρια και οι βαρυτικές δυνάμεις ανάμεσα σε μάζες. Οι συντηρητικές δυνάμεις έχουν την ιδιότητα το έργο τους να μην εξαρτάται από την τροχιά του σώματος αλλά μόνο από την αρχική και τελική θέση. Μη συντηρητικές ονομάζονται οι δυνάμεις οι οποίες, όταν ασκούνται σ' ένα σώμα ελαττώνουν (δεν συντηρούν) τη μηχανική του ενέργεια.

Η ισχύς είναι μονόμετρο μέγεθος και εκφράζει το ρυθμό με τον οποίο κάθε συσκευή χρησιμοποιεί ενέργεια, δίνεται δε από τη σχέση:

$$P = W/t$$

Η μονάδα μέτρησης της ισχύος στο Διεθνές Σύστημα είναι το $1 \text{ Joule/s} = 1 \text{ Watt}$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ένας μαθητής σπρώχνει το θρανίο ασκώντας του οριζόντια δύναμη και το μετακινεί πάνω στο μη λείο δάπεδο της αίθουσας του. Πόσες δυνάμεις παράγουν έργο; Τι εκφράζει το έργο κάθε δύναμης;

2. Ένας δορυφόρος περιφέρεται γύρω από τη Γη με ταχύτητα, που η τιμή της παραμένει σταθερή. Πόσο νομίζετε ότι είναι το έργο του βάρους του (είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο δορυφόρο), για μισή και πόσο για μια πλήρη περιστροφή;

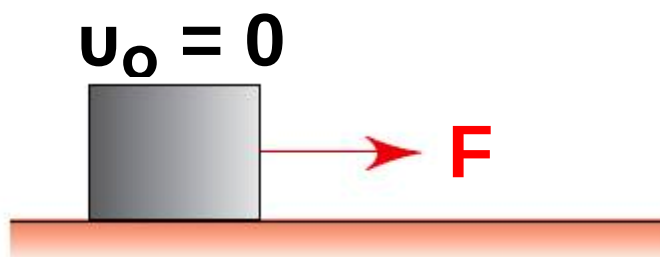
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Ένα αντικείμενο, που συγκρατείται ακίνητο, αφήνεται να πέσει ελεύθερα. Να θεωρήσετε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και να εξηγήσετε με λίγα λόγια, πώς εφαρμόζετε για το αντικείμενο η αρχή διατήρησης της ενέργειας. Να κάνετε το ίδιο, αν η αντίσταση από τον αέρα δεν θεωρείται αμελητέα.

4. Ένας αλεξιπτωτιστής πέφτει από το αεροπλάνο και αφού ανοίξει το αλεξίπτωτο, κινούμενος για κάποιο χρονικό διάστημα με σταθερή ταχύτητα, προσγειώνεται στο έδαφος. Στο χρονικό αυτό διάστημα διατηρείται ή όχι η μηχανική ενέργεια του αλεξιπτωτιστή;

5. Στην εικόνα φαίνεται ένα σώμα, το οποίο τίθεται σε κίνηση στο λείο οριζόντιο επίπεδο από μια σταθερή οριζόντια δύναμη F . Μετά από μετατόπιση κατά x , $2x$, $3x$, η κινητική ενέργεια του σώματος είναι K , $2K$, $3K$ αντίστοιχα. Δηλαδή η κινητική ενέργεια είναι ανάλογη της μετατόπισης.

Πώς το εξηγείτε αυτό;



6. Πότε μια δύναμη ονομάζεται συντηρητική; Να δώσετε δύο παραδείγματα συντηρητικών δυνάμεων.

7. Τι σημαίνει ότι ένας λαμπτήρας έχει ισχύ $100W$; Το κόστος λειτουργίας ενός λαμπτήρα $100W$ εξαρτά-

ται από την ισχύ του, το χρόνο που αυτός λειτουργεί, ή και από τα δύο;

8. Ένα σώμα μάζας m αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h . Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, να σχεδιαστούν στους ίδιους άξονες ενέργεια - ύψος, η κινητική, η δυναμική και η ολική ενέργεια του σώματος κατά την πτώση του.

9. Από ένα σημείο (Ο) που βρίσκεται σε ύψος h , ρίχνονται δύο σώματα ίδιας μάζας. Το ένα προς τα πάνω με κατακόρυφη ταχύτητα u_0 και το άλλο οριζόντια με ταχύτητα ίσου μέτρου. Να συγκρίνετε τις ταχύτητες με τις οποίες φτάνουν τα σώματα στο οριζόντιο έδαφος και το έργο του βάρους καθ' ενός από το σημείο (Ο) έως το έδαφος.

10. Όταν ένα αυτοκίνητο κινείται επιταχυνόμενο αυξάνει την κινητική του ενέργεια καταναλώνοντας καύσιμα. Έχει κατά την άποψή σας βάση ο ισχυρισμός πως όταν το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα, δηλαδή χωρίς να αυξάνεται η κινητική του ενέργεια, δεν απαιτείται δαπάνη καυσίμων;

11. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) τις σωστές και με (Λ) τις λανθασμένες προτάσεις:

A. Το έργο μιας σταθερής δύναμης, είναι σταθερό.

B. Το έργο των βαρυτικών δυνάμεων είναι μηδέν.

Γ. Το έργο της συνισταμένης δύναμης σε μια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι πάντα μηδέν.

Δ. Αν η τιμή μιας δύναμης, η οποία επιβραδύνει ένα σώμα ελαττώνεται, θα ελαττώνεται και το έργο της.

Ε. Αν ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο το έργο του βάρους του είναι μηδέν.

ΣΤ. Το έργο της συνισταμένης δύναμης στην ομαλή κυκλική κίνηση είναι ανεξάρτητο από την ταχύτητα του σώματος.

12. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) τις σωστές και με (Λ) τις λανθασμένες προτάσεις.

Α. Αν ένα σώμα ολισθαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα, το έργο του βάρους του είναι μηδέν.

Β. Το έργο των συντηρητικών δυνάμεων είναι μηδέν.

Γ. Αν η δύναμη που επιταχύνει ένα σώμα σε μια ευθύγραμμη κίνηση

μειώνεται, η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.

Δ. Το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας, δεν ισχύουν στην περίπτωση μη συντηρητικών δυνάμεων.

Ε. Δύο ίσες δυνάμεις ασκούνται σε δύο σώματα διαφορετικής μάζας, που κινούνται με την ίδια σταθερή ταχύτητα. Οι δυνάμεις προσφέρουν ή αφαιρούν στα σώματα ενέργεια με τον ίδιο ρυθμό.

13. Να χαρακτηρίσετε με (Σ) τις σωστές και με (Λ) τις λανθασμένες προτάσεις.

Α. Η ταχύτητα και η κινητική ενέργεια ενός σώματος που κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, αναλύονται σε δύο συνιστώσες η κάθε μία.

Β. Η ταχύτητα ενός σώματος μπορεί να μεταβάλλεται, αν το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν.

Γ. Αν η ταχύτητα ενός σώματος διπλασιαστεί, θα διπλασιαστεί η ορμή και η κινητική του ενέργεια.

Δ. Η κινητική ενέργεια ενός συστήματος σωμάτων, είναι ίση με το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των σωμάτων του συστήματος.

Ε. Αν ένα σώμα αφεθεί να κινηθεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο μόνο με την επίδραση του βάρους του, τότε: Το έργο του βάρους, είναι ίσο με την ελάττωση της δυναμικής ενέργειας η οποία είναι ισόποση με την αύξηση της κινητικής του ενέργειας.

14. Να συνδέσετε με μια γραμμή τους όρους μονόμετρο μέγεθος ή

διανυσματικό μέγεθος με τα αντίστοιχα μεγέθη:

μονόμετρο μέγεθος	μετατόπιση (x) απόσταση (s) κινητική ενέργεια (K) δύναμη (F)
διανυσματικό μέγεθος	έργο (W) δυναμική ενέργεια (U)

15. Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

A. Το έργο βάρους ενός υποβρυχίου καθώς βυθίζεται κατακόρυφα είναι μηδέν.

B. Το έργο του βάρους σε μια κλειστή διαδρομή είναι μηδέν.

Γ. Η δύναμη που ασκείται σ' ένα σώμα και το έργο της δύναμης για

μια μετατόπιση είναι μεγέθη διανυσματικά.

Δ. Ένα σώμα που πέφτει κατακόρυφα μπορεί να έχει δυναμική ενέργεια, κινητική ενέργεια και έργο.

16. Η Σελήνη εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από τη Γη με την επίδραση του βάρους της. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

A. Η ταχύτητα της Σελήνης είναι σταθερή.

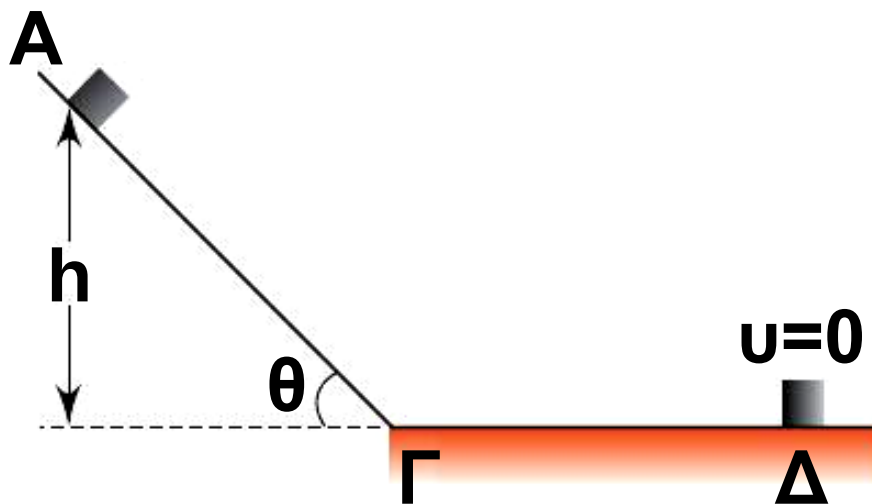
B. Η κινητική ενέργεια της Σελήνης είναι σταθερή.

Γ. Η ορμή της Σελήνης είναι μηδέν.

Δ. Το έργο της βαρυτικής έλξης της Γης στη Σελήνη για μια περιφορά είναι μηδέν.

17. Ένα σώμα μάζας m αφήνεται από το σημείο A και κινείται κατά

μήκος του λείου κεκλιμένου επιπέδου ΑΓ. Κατόπιν το σώμα κινείται στο οριζόντιο επίπεδο, όπου και τελικά σταματάει λόγω της τριβής, αφού διανύσει διαδρομή ΓΔ.



Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

A. Το έργο του βάρους από το Α έως το Γ είναι mgh .

B. Η κινητική ενέργεια του σώματος στο σημείο Γ είναι mgh .

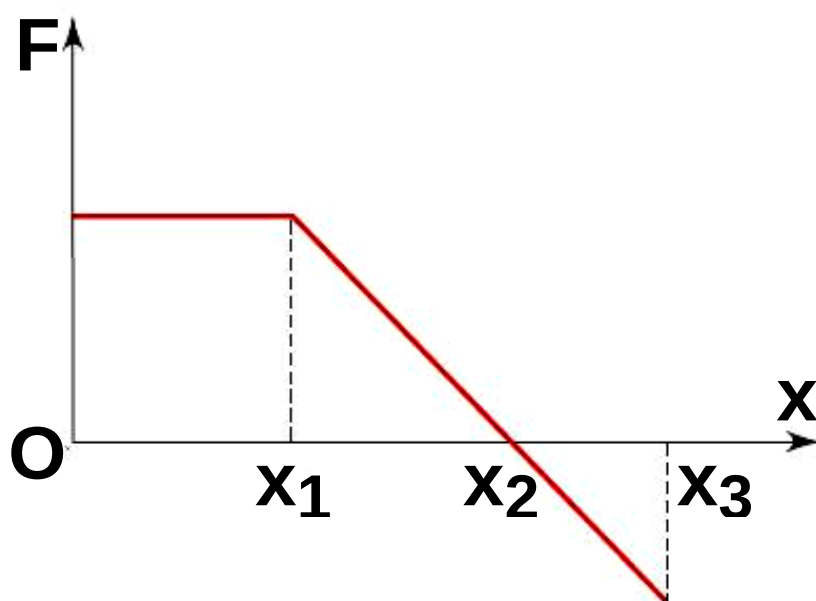
Γ. Το έργο της τριβής από το Γ έως το Δ είναι mgh .

Δ. Το έργο της τριβής από το Α έως το Δ είναι mgh .

Ε. Το έργο του βάρους από το Α έως το Δ είναι μηδημθ.

***18. Ένα σώμα είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο.**

Ασκούμε στο σώμα οριζόντια δύναμη, που η τιμή της μεταβάλλεται, όπως φαίνεται στη γραφική παράσταση.



Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

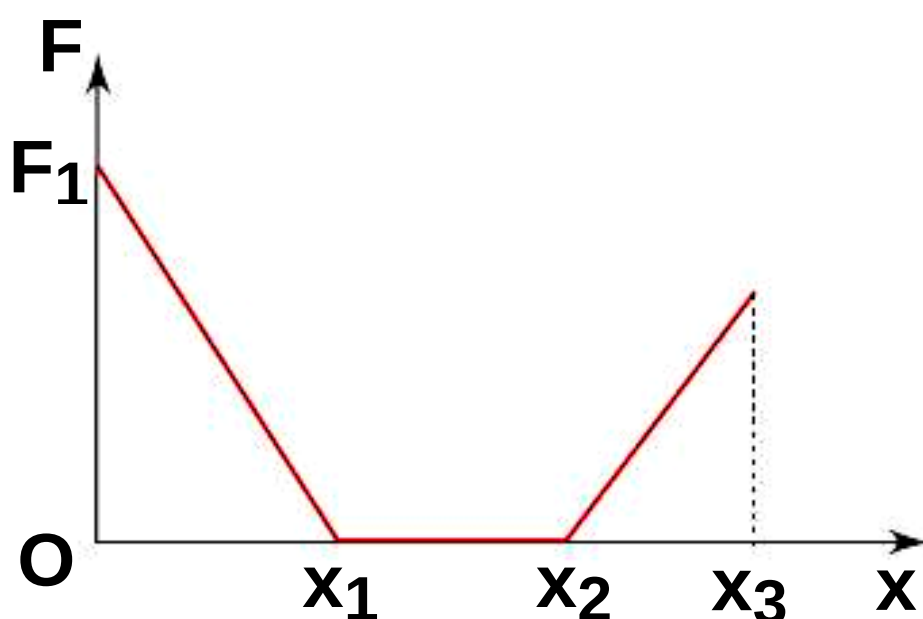
Α. Από 0 έως x_1 η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.

Β. Από x_1 έως x_2 η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.

Γ. Από 0 έως x_1 στο σώμα προσφέρεται ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης με σταθερό ρυθμό.

Δ. Από x_1 έως x_2 η κινητική ενέργεια του σώματος ελαττώνεται.

***19. Σ' ένα σώμα που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη που η τιμή της μεταβάλλεται όπως φαίνεται στη γραφική παράσταση.**



Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή ή σωστές και γιατί.

A. Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι μέγιστη στη θέση x_3 .

B. Από τη θέση O έως τη θέση x_1 , η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.

Γ. Η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση x_1 είναι F_1x_1 .

Δ. Η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση x_1 είναι μικρότερη από την κινητική του ενέργεια στη θέση x_2 .

20. Η μηχανική ενέργεια ενός συστήματος διατηρείται, αν στο σύστημα ασκούνται:

A. Μόνο εσωτερικές δυνάμεις.

B. Μόνο εξωτερικές δυνάμεις.

Γ. Μόνο συντηρητικές δυνάμεις.

***21.** Ένα μεταλλικό σφαιρίδιο κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω μέσα σ' ένα υγρό έχοντας, λόγω της αντίστασης του υγρού, σταθερή ταχύτητα $v=0,05\text{m/s}$. Αν $g=10\text{m/s}^2$ και το σφαιρίδιο έχει μάζα $0,02\text{kg}$, η ενέργεια που χάνει μέσα στο υγρό σε κάθε δευτερόλεπτο νομίζετε ότι είναι:

A. $0,025\text{mJ}$

B. $1,3\text{mJ}$

Γ. 10mJ

Δ. $8,2\text{mJ}$

22. Ποιο από τα παρακάτω ζεύγη φυσικών μεγεθών αποτελείται από ένα μονόμετρο και ένα διανυσματικό μέγεθος;

A. Μετατόπιση, επιτάχυνση.

B. Δυναμική ενέργεια, έργο.

Γ. Ταχύτητα, ισχύς.

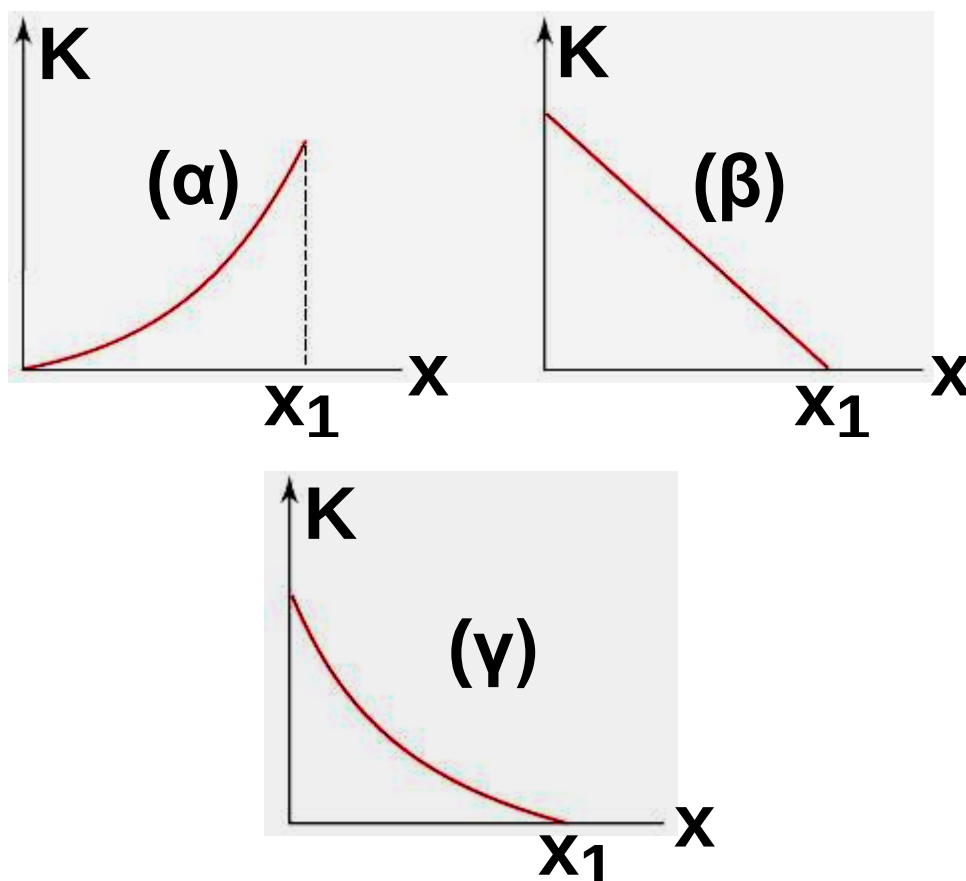
Δ. Κινητική ενέργεια, δύναμη.

E. Ταχύτητα, ορμή.

***23. Ένα αυτοκίνητο ξεκινώντας από την ηρεμία, επιταχύνεται ώστε να αποκτήσει ταχύτητα 20m/s σε χρόνο 10s . Αν η μάζα του αυτοκινήτου είναι 1.000kg , η μέση ισχύς που αναπτύχθηκε νομίζετε ότι είναι:**

A. 2 kW B. 5 kW
Γ. 18 kW Δ. 20 kW

24. Ένα σώμα ρίχνεται με οριζόντια ταχύτητα u_0 πάνω σε οριζόντιο επί-



πεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ . Ποιο από τα διαγράμματα της προηγούμενης σελίδας παριστάνει την κινητική ενέργεια του σώματος σε συνάρτηση με τη μετατόπισή του;

25. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

A. Ένα αντικείμενο που είναι ακίνητο δεν μπορεί να έχει ενέργεια.

B. Μια δύναμη που ασκείται σ' ένα σώμα παράγει έργο ακόμη και αν το σώμα δεν κινείται.

Γ. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι το μόνο είδος δυναμικής ενέργειας που εμφανίζεται στη φύση.

Δ. Ένα αντικείμενο το οποίο δεν κινείται μπορεί να έχει δυναμική ενέργεια.

E. Μια δύναμη που ασκείται σ' ένα σώμα δεν παράγει έργο, όταν το

σώμα δεν κινείται, ή όταν η γωνία μεταξύ της δύναμης και της μετατόπισης είναι 90° .

26. Αν ένα αντικείμενο αφεθεί να πέσει ελεύθερα η βαρυτική δυναμική του ενέργεια μετατρέπεται:

A. Ακαριαία σε κινητική ενέργεια.

B. Σταδιακά σε κινητική ενέργεια.

Γ. Κατά ένα μέρος σε κινητική ενέργεια.

Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

Ποια από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστή;

27. Ένα αντικείμενο μάζας m βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης.

Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

A. Το αντικείμενο έχει δυναμική ενέργεια mgh .

- Β. Η Γη έχει δυναμική ενέργεια mgh .**
- Γ. Το σύστημα Γη - αντικείμενο έχει δυναμική ενέργεια mgh .**
- Δ. Το αντικείμενο δεν έχει δυναμική ενέργεια.**

28. Ένα κινητό έχει μάζα m και ταχύτητα u .

Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

Α. Ο θεμελιώδης νόμος της δυναμικής συσχετίζει τη δύναμη που ασκείται σ' ένα σώμα με τη μεταβολή της ορμής του.

Β. Το θεώρημα κινητικής ενέργειας συσχετίζει το έργο των δυνάμεων που ασκούνται σ' ένα σώμα με τη μεταβολή της κινητικής του ενέργειας.

Γ. Η διατήρηση της ορμής ενός συστήματος ισχύει όταν και η ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα αυτοκίνητο κινείται στην εθνική οδό με σταθερή ταχύτητα $u=30\text{m/s}$. Αν η αντίσταση A του αέρα δίνεται από τη σχέση $A=4u$ (A σε N και u σε m/s), να βρείτε το έργο της για μετατόπιση του αυτοκινήτου κατά 50m .

2. Ένα σώμα μάζας $m=10\text{kg}$ συγκρατείται σε ύψος $h=20\text{m}$ από το έδαφος.

A. Πόση είναι η δυναμική ενέργεια του σώματος, στο ύψος h ;

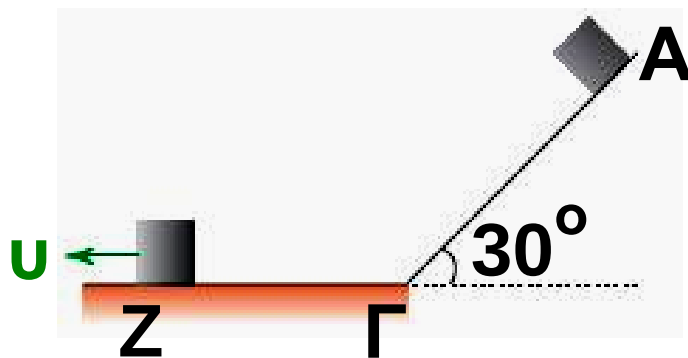
B. Αν αφήσουμε το σώμα ελεύθερο να πέσει, να παραστήσετε γραφικά τη δυναμική του ενέργεια σε συνάρτηση με το ύψος του από το έδαφος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

3. Ένα αυτοκίνητο μάζας $m = 1.000\text{kg}$ κινείται με σταθερή ταχύτητα 15m/s . Αν ο οδηγός εφαρμόσει τα φρένα, στο αυτοκίνητο αναπτύσσεται μια δύναμη τριβής ίση με 7.500N . Να βρεθεί σε πόση απόσταση θα σταματήσει το αυτοκίνητο.

4. Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h=20\text{m}$. Με τι ταχύτητα φτάνει το σώμα στο έδαφος; Τι ενέργεια είχε το σώμα σε ύψος h και σε ποια μορφή μετατρέπεται τελικά αυτή; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

5. Ένας γερανός ανεβάζει με σταθερή ταχύτητα ένα κιβώτιο μάζας 2.000kg σε ύψος $h=60\text{m}$. Αν η ανύψωση ολοκληρώθηκε σε χρόνο $t=2\text{min}$, να βρείτε την ισχύ που απέδωσε ο γερανός. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

6. Ένα σώμα αφήνεται να κινηθεί κατά μήκος του λείου κεκλιμένου επιπέδου. Το σώμα μετά από τη διαδρομή ΑΓ εισέρχεται στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$. Αν είναι $ΑΓ=ΓΖ = 6\text{m}$, να βρείτε την ταχύτητα με την οποία φτάνει το σώμα στο σημείο Ζ. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



7. Ένα σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα $u = 4\text{m/s}$ με την επίδραση οριζόντιας σταθερής δύναμης $F=40\text{N}$. Να βρεθεί:

Α. Το έργο της τριβής για μετατόπιση $x=5\text{m}$.

B. Ο ρυθμός με τον οποίο η προσφερόμενη στο σώμα ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα.

8. Μια μπάλα έχει μάζα $m=2\text{kg}$ και αφήνεται από ύψος $h_1=20\text{m}$. Μόλις η μπάλα συγκρουστεί με το δάπεδο αναπηδά σε ύψος $h_2=18\text{m}$. Να βρείτε το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας της μπάλας που μετατράπηκε σε θερμότητα λόγω της σύγκρουσής της με το δάπεδο. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

9. Ένας μαθητής σπρώχνει ένα κιβώτιο μάζας $m=100\text{kg}$ πάνω σ' έναν οριζόντιο δρόμο με τον οποίο το κιβώτιο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Πόση ενέργεια προσφέρει ο μαθητής στο κιβώτιο, αν το μετατοπίσει με σταθερή ταχύτητα, κατά 10m ; ($g=10\text{m/s}^2$).

10. Ένας αθλητής ανέβηκε τρέχοντας τα 300 σκαλοπάτια ενός πολυόροφου κτιρίου σε χρόνο 10min. Τα σκαλοπάτια έχουν ύψος 20cm. Αν η μάζα του αθλητή ήταν 80kg, να βρείτε:

A. Το έργο του βάρους του.

B. Με ποιο ρυθμό αυξήθηκε η δυναμική ενέργεια του αθλητή ($g=10\text{m/s}^2$).

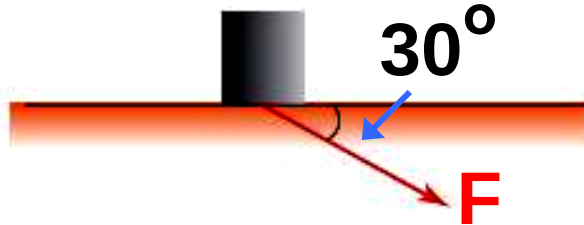
11. Να βρείτε το έργο μιας δύναμης η οποία μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά $x=10\text{m}$, κατά τη διεύθυνσή της αν το μέτρο της είναι:

A. $F=4\text{N}$

B. $F = (10-x)\text{N}$

12. Σ' ένα σώμα μάζας $m=20\text{kg}$, που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκείται δύναμη $F=50\text{N}$,

υπό γωνία $\theta=60^\circ$, όπως φαίνεται στην εικόνα.



A. Πόσο είναι το έργο της δύναμης για μετατόπιση του σώματος κατά $x=10\text{m}$;

B. Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος όταν $x=10\text{m}$;

13. Ένας μαθητής πετάει μια πέτρα κατακόρυφα προς τα επάνω και το μέγιστο ύψος, που φτάνει αυτή είναι $h=40\text{m}$.

A. Σε ποιο ύψος η κινητική ενέργεια της πέτρας είναι η μισή της αρχικής της;

B. Σε ποιο ύψος η ορμή της πέτρας είναι η μισή της αρχικής της;

14. Ένα σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα $u_0=10\text{m/s}$. Από τη χρονική στιγμή $t = 0$, ασκούμε στο σώμα δύναμη $F=10\text{N}$ αντίθετης κατεύθυνσης με εκείνη της ταχύτητάς του.

Να βρεθεί:

A. Η ταχύτητα του σώματος μετά από διαδρομή $x_1=7,2\text{m}$.

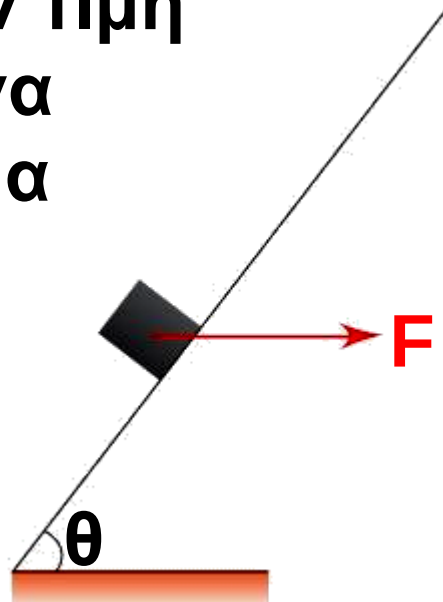
B. Η απόσταση που θα διανύσει το σώμα μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του.

***15.** Ένα σώμα μάζας m , είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο σώμα οριζόντια δύναμη, που η τιμή της μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $F = 8-x$ (x σε m , F σε N). Αν η ταχύτητα του σώματος μετά από μετακίνησή του

κατά 10m είναι $u=2\text{m/s}$, να βρείτε τη μάζα m του σώματος.

***16.** Ένα μικρό κιβώτιο με μάζα $m=5\text{kg}$ συγκρατείται ακίνητο πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$ όπως φαίνεται στην εικόνα.

Αν αυξήσουμε την τιμή της δύναμης, ώστε να γίνει $F=100\text{N}$ το σώμα ολισθαίνει προς τα επάνω. Πόση ταχύτητα θα έχει μετά από μετατόπιση $x=5\text{m}$;



Δίνεται ότι $g=10\text{m/s}^2$, $\eta\mu\theta=0,6$
 $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$ και ότι $\mu_{\sigma\tau\max} = \mu_{\text{ολ}}$.

***17.** Μια μπάλα έχει μάζα $m=1\text{kg}$ και αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $H = 20\text{m}$.

A. Με πόση ταχύτητα φτάνει η μπάλα στο έδαφος;

B. Η ελάττωση της δυναμικής ενέργειας της μπάλας δίνεται όπως γνωρίζουμε από το έργο του βάρους. Να εκφράσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο και να κάνετε το αντίστοιχο διάγραμμα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

18. Ένα κιβώτιο μάζας $m=2\text{kg}$ είναι ακίνητο, πάνω σε λείο οριζόντιο

επίπεδο. Υπο-

θέστε ότι στο

κιβώτιο ασκού-

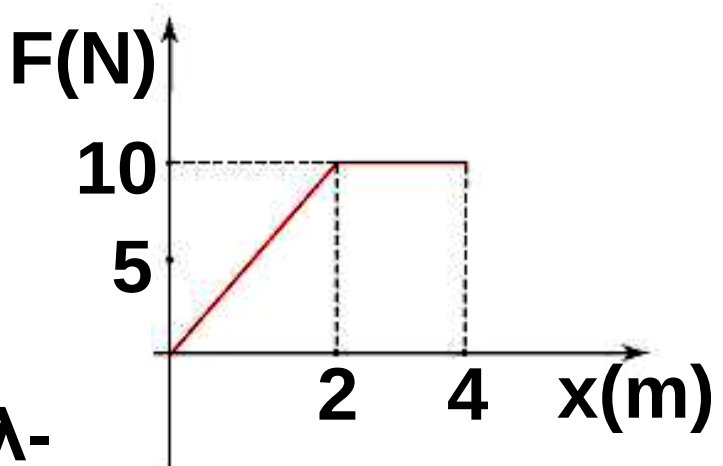
με οριζόντια

δύναμη, που η

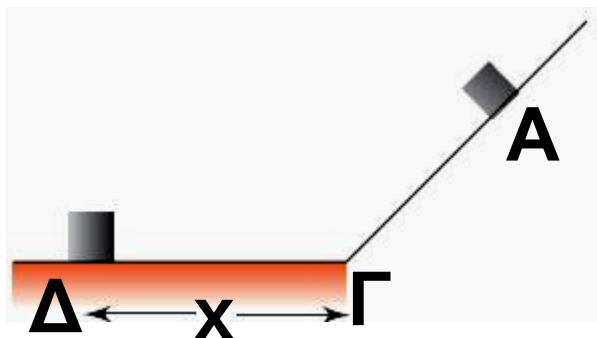
τιμή της μεταβάλ-

λεται όπως φαίνεται στην εικόνα.

Πόση είναι η ταχύτητα του κιβωτίου όταν η μετατόπισή του είναι 4m;



***19.** Το σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ αφήνεται στο σημείο Α του λείου κεκλιμένου επιπέδου και μετά από διαδρομή $x=5\text{m}$, σταματάει στο σημείο Δ του οριζόντιου επιπέδου με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,6$.



A. Με πόση ταχύτητα φτάνει το σώμα στο σημείο Γ;

B. Πόση είναι η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για να επαναφέρουμε το σώμα στο σημείο Α; Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

***20.** Ένα κρουαζιερόπλοιο με μάζα $m=65 \cdot 10^7\text{kg}$ αποπλέει από την αποβάθρα με τις μηχανές του να απο-

δίδουν ισχύ ίση με $44 \cdot 10^3 \text{ HP}$. Αν η απώλεια ισχύος λόγω διαφόρων αιτιών, π.χ. τριβές ή ανατάραξη των νερών, ανέρχεται στο 50% και το σκάφος αποκτά ταχύτητα 32 km/h σε χρόνο t , να βρείτε:

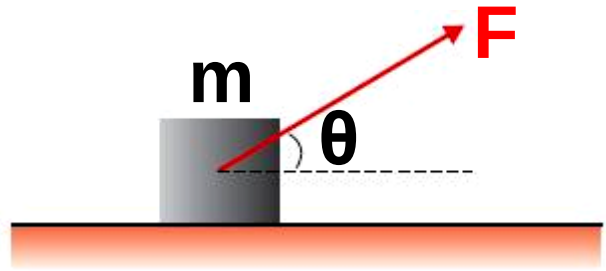
A. Την κινητική ενέργεια του σκάφους τη χρονική στιγμή t .

B. Το χρόνο t που χρειάσθηκε το σκάφος για να αποκτήσει την παραπάνω ταχύτητα.

***21.** Ένα σώμα μάζας $m=2 \text{ kg}$ ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχει $\mu=0,25$. Ασκούμε στο σώμα δύναμη F , που η τιμή της μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη μετατόπιση x του σημείου εφαρμογής της, σύμφωνα με τη σχέση $F=10+5x$ (x σε m , F σε N).

Να υπολογίσετε:

A. Κατά πόσο θα μετακινηθεί το σώμα, πριν εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο;



B. Την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο.

Δίνεται: $\eta\mu\theta=0,8$, $\sigma\upsilon\nu\theta=0,6$ και $g=10\text{m/s}^2$.

22. Ένα σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο σώμα κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα επάνω, που η τιμή της είναι $F=30-x$ (x σε m , F σε N). Αν η δύναμη καταργείται αμέσως μετά το μηδενισμό της να υπολογίσετε:

A. Το έργο της δύναμης.

B. Τη μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σώμα ανεβαίνοντας.

Γ. Τη μέγιστη ανύψωση του σώματος.

Δ. Την ταχύτητα με την οποία το σώμα επιστρέφει στο οριζόντιο επίπεδο. ($g=10\text{m/s}^2$).

2.2 Διατήρηση της ολικής ενέργειας και υποβάθμιση της ενέργειας



Στην καθημερινή ζωή χρησιμοποιοούμε διάφορες μορφές ενέργειας για να θερμάνουμε ή να ψύξου με σώματα, για να φωτίσουμε τους διάφορους χώρους, για να θέσουμε σε λειτουργία διάφορες συσκευές κ.λπ. Η θέρμανση και η ψύξη των σωμάτων αποτέλεσαν ένα πρόβλημα στην ιστορία της επιστήμης του οποίου η επίλυση έφερε σημαντικές αλλαγές στην τεχνολογία και την κοινωνία γενικότερα μέσα από επιτεύγματα όπως η ατμομηχανή και οι μηχανές εσωτερικής καύσης. Το θεωρητικό υπόβαθρο των σημαντικών αυτών επιτευγμάτων είναι η σωματιδιακή δομή της ύλης και οι δύο βασικές μορφές της ενέργειας: η κινητική και η δυναμική.

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε τη σχέση της θερμότητας με

τη θερμοκρασία και με τις αλλαγές στην κινητική ενέργεια των δομικών λίθων των διαφόρων σωμάτων. Θα ερμηνεύσουμε τις ιδιότητες των αερίων (π.χ. σχέση πίεσης-όγκου) αναφερόμενοι στο πλήθος, στις ιδιότητες των μορίων και την κινητική τους ενέργεια.

Με τη βοήθεια της κινητικής θεωρίας της ύλης, μπορούμε να κατανοήσουμε τη μετατροπή των διαφόρων μορφών ενέργειας οι οποίες συμβαίνουν στις μηχανές, καθώς επίσης και την υποβάθμισή της, τη μετατροπή δηλαδή όλων των μορφών ενέργειας σε θερμότητα.

Ας θυμηθούμε ότι...

Στην καθημερινή ζωή χρησιμοποιούμε διάφορους τρόπους για να θερμάνουμε ή να ψύξουμε τα υλικά

σώματα. Οι τρόποι αυτοί, σύμφωνα με την επιστημονική άποψη είναι μόνο τρεις:

1. Θέρμανση/ψύξη με αγωγή.

Θέρμανση-ψύξη με αγωγή έχουμε στις περιπτώσεις που δύο σώματα με διαφορετική θερμοκρασία βρίσκονται σε επαφή μεταξύ τους. Τότε θερμότητα από το σώμα που βρίσκεται σε υψηλή θερμοκρασία μεταφέρεται στο σώμα που βρίσκεται σε χαμηλή θερμοκρασία. Με τον τρόπο αυτό π.χ. ερμηνεύεται γιατί θερμαίνεται το περιεχόμενο των μαγειρικών σκευών όταν τοποθετούνται στην εστία της ηλεκτρικής κουζίνας (μάτι της κουζίνας). Τα μαγειρικά σκεύη και το περιεχόμενό τους έχουν συνήθως τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος

ενώ στην ηλεκτρική εστία η θερμοκρασία αυξάνεται λόγω μετατροπής της ηλεκτρικής ενέργειας σε θερμότητα. Με τον ίδιο τρόπο εξηγείται η ψύξη του φαγητού όταν "κλείσουμε το μάτι της κουζίνας". Το φαγητό και το μαγειρικό σκεύος βρίσκονται σε υψηλότερη θερμοκρασία από ότι ο ατμοσφαιρικός αέρας που τα περιβάλλει.

2. Θέρμανση/ψύξη με μεταφορά.

Θέρμανση-ψύξη με μεταφορά έχουμε στις περιπτώσεις όπου ένα ρευστό (υγρό ή αέριο) μεταφέρει θερμότητα από το σώμα που βρίσκεται σε υψηλή θερμοκρασία σε αυτό που βρίσκεται σε χαμηλότερη. Με τον τρόπο αυτό οι ζεστές αέριες μάζες, δηλαδή ο ζεστός άνεμος, προερχόμενος από μια περιοχή με

υψηλή θερμοκρασία θερμαίνει μια άλλη που έχει χαμηλή θερμοκρασία. Με τον ίδιο επίσης τρόπο στα συστήματα κεντρικής θέρμανσης των πολυκατοικιών μεταφέρονται ποσά θερμότητας από το λέβητα του καλοριφέρ στα διαμερίσματα, μέσω του νερού που κυκλοφορεί στο σύστημα σωληνώσεων.

3. Θέρμανση/ψύξη με ακτινοβολία.

Για τη θέρμανση ή την ψύξη με ακτινοβολία δεν είναι προϋπόθεση η διαμεσολάβηση κάποιου υλικού μέσου όπως στις δύο προηγούμενες. Η ενέργεια μεταφέρεται από το ένα σώμα στο άλλο μέσω ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Τα σώματα που βρίσκονται σε υψηλότερη θερμοκρασία ακτινοβολούν ηλε-

κτρομαγνητική ακτινοβολία σε διάφορα μήκη κύματος. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η θέρμανση της γης από τον ήλιο μέσω της ορατής (φως) και της αόρατης, δηλαδή της υπεριώδους και της υπέρυθρης ακτινοβολίας.

Οι τρεις αυτοί τρόποι θέρμανσης συνυπάρχουν σε όσα φαινόμενα παρατηρούμε στην καθημερινή μας ζωή, μιας και όλα τα σώματα βρίσκονται σε επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα ο οποίος τα θερμαίνει ή τα ψύχει με τους δύο πρώτους τρόπους. Για παράδειγμα κατά τη λειτουργία του ηλεκτρικού λαμπτήρα πυράκτωσης τα σώματα που βρίσκονται γύρω από αυτόν θερμαίνονται διότι:

α) ο λαμπτήρας ακτινοβολεί φως,

β) ο λαμπτήρας βρίσκεται σε επαφή με τον αέρα και τον θερμαίνει,

γ) ρεύματα μεταφοράς του αέρα μεταφέρουν τη θερμότητα στα ψυχρότερα μέρη του χώρου.

Διαστολή των σωμάτων.

Ανεξάρτητα από τον τρόπο θέρμανσης τα υλικά σώματα διαστέλλονται όταν αυξάνεται η θερμοκρασία τους. Όταν μία διάσταση ενός σώματος είναι πολύ μεγάλη σε σύγκριση με τις άλλες (όπως στην περίπτωση μιας λεπτής και μεγάλου μήκους ράβδου) εξετάζουμε τη διαστολή του σώματος μόνο κατά τη διάσταση αυτή.

Η διαστολή του σώματος κατά μία διάστασή του ονομάζεται γραμμική διαστολή.

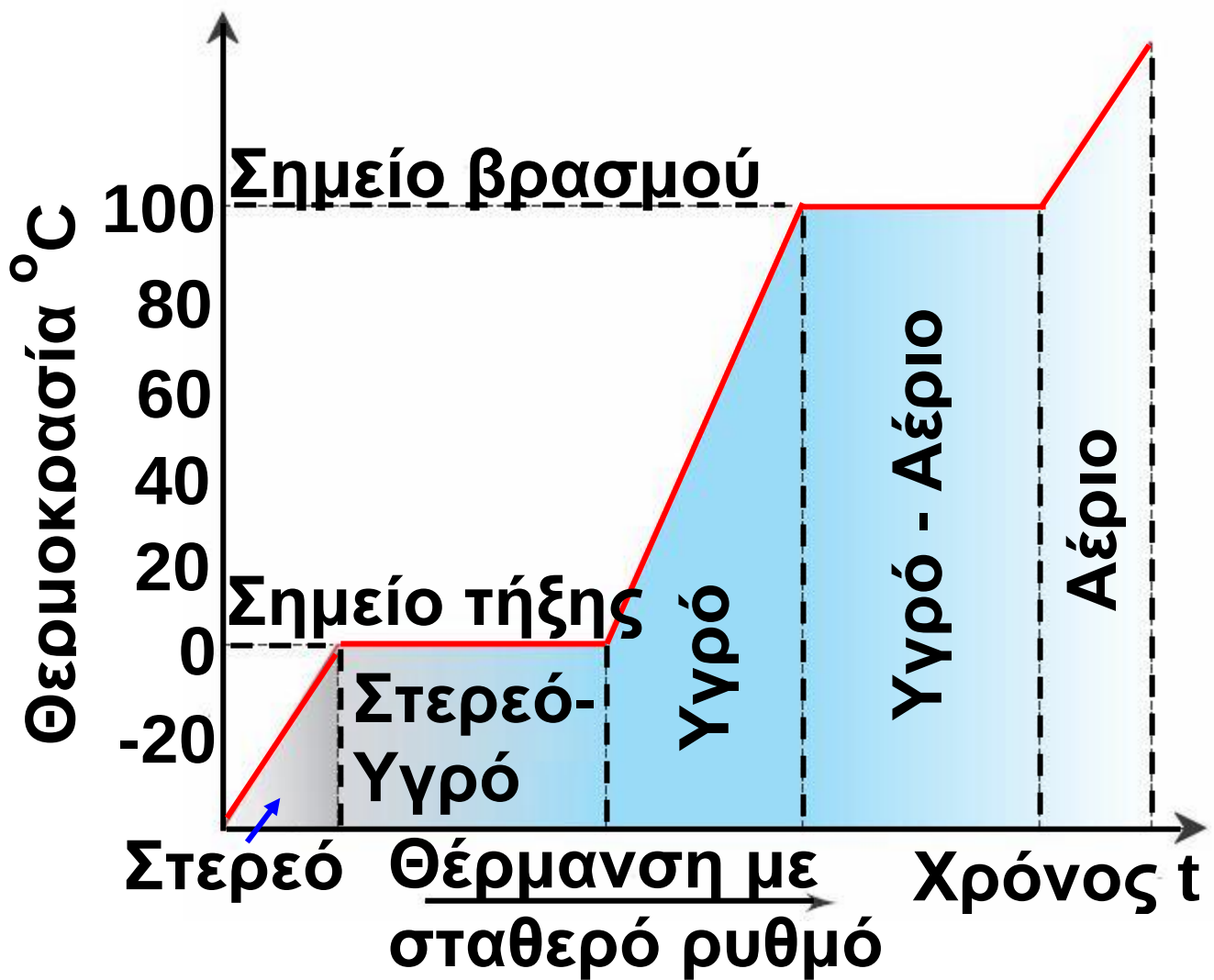
Πειραματικά έχει βρεθεί ότι η διαστολή είναι ανάλογη της θερμοκρασίας του σώματος, δεδομένο που αξιοποιείται στην κατασκευή των θερμομέτρων τα οποία περιέχουν υδράργυρο ή οινόπνευμα. Στα θερμομέτρα της κλίμακας Κελσίου η τιμή 0°C αντιστοιχεί στην τήξη του πάγου ενώ η τιμή 100°C στο βρασμό του νερού σε κανονικές συνθήκες πίεσης, δηλαδή τη μία Ατμόσφαιρα (1 atm) που επικρατεί στην επιφάνεια της θάλασσας. Το διάστημα μεταξύ αυτών των δύο θέσεων διαιρείται σε 98 ίσα τμήματα τα οποία αντιστοιχούν στις υπόλοιπες τιμές της κλίμακας Κελσίου. Η μονάδα μέτρησης της θερμοκρασίας είναι ο ένας βαθμός Κελσίου (1°C) που αντιστοιχεί σε μία από τις 100 υποδιαίρέσεις της κλίμακας

που κατασκευάζατε με τον τρόπο που περιγράψαμε.

Αλλαγές φάσεων.

Τοποθετώντας ένα θερμόμετρο σε επαφή με ένα στερεό ή μέσα σε ένα ρευστό π.χ. υγρό ή αέριο αυτό μετά από λίγο, λόγω επαφής, αποκτά τη θερμοκρασία του υλικού. Η διαστολή ή συστολή του υγρού που περιέχει το θερμόμετρο μας επιτρέπει να μετρήσουμε τη θερμοκρασία του υγρού ή του αερίου χρησιμοποιώντας την κλίμακα με την οποία το έχει εφοδιάσει ο κατασκευαστής του.

Με τη βοήθεια ενός θερμομέτρου μπορούμε να καταγράψουμε τις αλλαγές που συμβαίνουν σε ένα σώμα, όπως σ' ένα στερεό. Έτσι θα παρακολουθήσουμε τη σταδιακή



Εικόνα 1

του μετατροπή αρχικά σε υγρό και στη συνέχεια σε αέριο ή σύμφωνα με την επιστημονική ορολογία την αλλαγή φάσης από τη φάση του στερεού στη φάση του υγρού και από τη φάση του υγρού στην αέρια φάση. Στο διάγραμμα της εικόνας 1,

φαίνονται οι αλλαγές φάσης ενός κομματιού πάγου από τη φάση του στερεού έως και την αέρια φάση.

Στο διάγραμμα μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι:

1. Κατά τη θέρμανση αυξάνεται η θερμοκρασία του σώματος μέχρις ότου αρχίσει η μετατροπή του σε υγρό.

2. Η μετατροπή του στερεού σε υγρό, ή σύμφωνα με την επιστημονική ορολογία η τήξη του, γίνεται χωρίς να αυξηθεί η θερμοκρασία η οποία παραμένει σταθερή έως ότου μετατραπεί ολόκληρη η ποσότητα σε υγρό.

3. Στη συνέχεια αυξάνει η θερμοκρασία του υγρού και εμφανίζονται ατμοί στην επιφάνειά του, εμφανίζεται δηλαδή το φαινόμενο της εξάτμισης. Καθώς αυξάνει η θερμοκρασία του υγρού σχηματίζονται φουσα-

λίδες στο εσωτερικό του των οποίων ο αριθμός διαρκώς αυξάνει.

4. Όταν οι φυσαλίδες παράγονται από ολόκληρη τη μάζα του υγρού, σύμφωνα με την επιστημονική ορολογία συμβαίνει το φαινόμενο του βρασμού. Κατά το βρασμό η θερμοκρασία του υγρού παραμένει σταθερή ενώ αυτό σταδιακά μετατρέπεται σε αέριο.

5. Αν το αέριο που παράγεται από την παραπάνω διαδικασία συλλεγεί σε κατάλληλα διαμορφωμένο δοχείο μπορούμε να αυξήσουμε ακόμα περισσότερο τη θερμοκρασία του. Η αντίστροφη πορεία, δηλαδή η σταδιακή μείωση της θερμοκρασίας θα επαναφέρει το υλικό που βρίσκεται στην αέρια φάση στη φάση του υγρού, δηλαδή θα προκαλέσει την υγροποίησή του. Αν συνεχιστεί η μείωση της θερμοκρασίας

τελικά το υγρό θα στερεοποιηθεί και το σώμα θα επανέλθει στη φάση του στερεού.

Οι παραπάνω αλλαγές καθώς επίσης και πολλά άλλα φαινόμενα επηρεάζονται από την πίεση. Για παράδειγμα η πίεση που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας στο υγρό επηρεάζει τη θερμοκρασία βρασμού του νερού με αποτέλεσμα αυτή να είναι διαφορετική στην επιφάνεια της θάλασσας από ότι στην κορυφή ενός ψηλού βουνού.

Πίεση.

Η πίεση συμβολίζεται με P , υπολογίζεται από το πηλίκο F/S , όπου F η κάθετα ασκούμενη δύναμη και S η επιφάνεια στην οποία αυτή ασκείται, δηλαδή $P=F/S$.

Η μονάδα της πίεσης στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων S.I. είναι το

1Pa (1 Πασκάλ, προς τιμήν του Γάλλου επιστήμονα Blaise Pascal). Το 1Pa είναι η πίεση μιας δύναμης 1 Νιούτον που ασκείται κάθετα σε επιφάνεια ενός τετραγωνικού μέτρου. Επειδή η μονάδα 1Pa είναι πολύ μικρή, στην πράξη χρησιμοποιούνται πολλαπλάσιά της όπως το 1kPa ($1\text{kPa}=10^3\text{Pa}$). Στην πράξη, χρησιμοποιείται επίσης η μονάδα 1atm (1 ατμόσφαιρα) η οποία αντιστοιχεί στην πίεση του ατμοσφαιρικού αέρα στην επιφάνεια της θάλασσας. Η αντιστοιχία μεταξύ των δύο αυτών μονάδων είναι

$$1\text{ atm} = 1,012 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1,012 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

2.3.1 Η κινητική θεωρία της ύλης και η θερμότητα

Όλοι μας έχουμε εμπειρία των τρόπων με τους οποίους μπορούμε να θερμάνουμε ή να ψύξουμε ένα σώμα. Επίσης όλοι γνωρίζουμε τις αλλαγές που θα συμβούν λόγω θέρμανσης (τήξη, βρασμός, διαστολή) ή λόγω ψύξης (υγροποίηση, συστολή, πήξη). Τις αλλαγές αυτές (φυσικά φαινόμενα) τις περιγράφουμε χρησιμοποιώντας τις έννοιες της θερμότητας και της θερμοκρασίας. Έτσι μπορούμε να συσχετίσουμε τη θέρμανση με τη αύξηση της θερμοκρασίας και την ψύξη με την μείωση της θερμοκρασίας ή να λέμε ότι η θέρμανση γίνεται με προσφορά θερμότητας και η ψύξη με αφαίρεση θερμότητας από ένα σώμα. Αλλά τι

ακριβώς είναι η θερμότητα και τι είναι η θερμοκρασία;

Όπως είδαμε στην παράγραφο 2.2.8, η τριβή μειώνει τη μηχανική ενέργεια που έχει ένα σώμα, ενώ ταυτόχρονα, το ίδιο το σώμα θερμαίνεται. Στα προηγούμενα ερωτήματα πρέπει συνεπώς να προστεθεί ακόμα ένα: Ποια η σχέση της μηχανικής ενέργειας με τη θερμότητα;

Τα ερωτήματα για τη φύση της θερμότητας και τη σχέση της με την ενέργεια, απασχόλησαν έντονα τους επιστήμονες του 17^{ου}, 18^{ου} και 19^{ου} αιώνα. Οι απαντήσεις που δόθηκαν σχετίζονται με τις εξελίξεις σε διάφορους τομείς, όπως η μελέτη των αερίων στη Φυσική, οι θεωρίες για τα άτομα και τα μόρια στη Χημεία, η κατασκευή των θερμικών μηχανών (ατμομηχανές) στην τεχνολογία κ.α.

Η συνεισφορά της Χημείας στην απάντηση των ερωτημάτων είναι ότι η ύλη οικοδομείται από άτομα τα οποία σχηματίζουν μόρια. Τόσο τα άτομα όσο και τα μόρια έχουν δυο βασικά χαρακτηριστικά: α) να κινούνται β) να αλληλεπιδρούν ασκώντας ελκτικές και απωστικές δυνάμεις. Σύμφωνα με όσα αναφέραμε στις ενότητες 1.3 και 2.2, εφόσον τα μόρια κινούνται θα έχουν κινητική ενέργεια, ενώ για την αλλαγή της ταχύτητας τους απαιτείται να ασκηθεί δύναμη. Επίσης, εφόσον τα μόρια ή τα άτομα αλληλεπιδρούν, έχουν δυναμική ενέργεια.

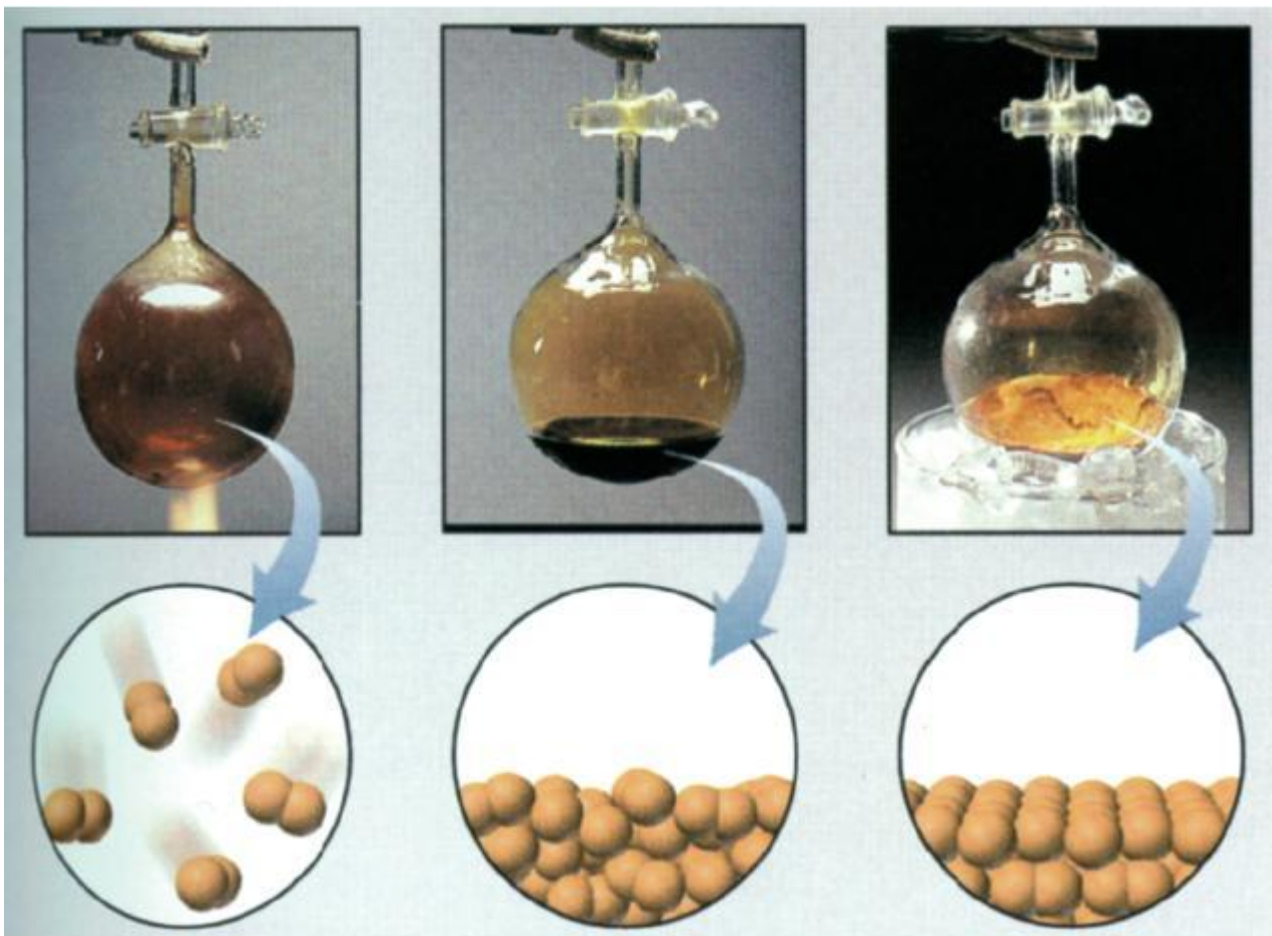
Στην περίπτωση των αερίων θεωρούμε τα μόρια ως συμπαγείς σφαίρες που κινούνται ατάκτως προς όλες τις κατευθύνσεις.

Στα αραιά αέρια, σ' αυτά δηλαδή που οι αποστάσεις μεταξύ των μο-

ρίων θεωρούνται σχετικά μεγάλες, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ασκούνται δυνάμεις μόνο κατά τη διάρκεια των συγκρούσεων μεταξύ τους ή με τα τοιχώματα του δοχείου στο οποίο βρίσκονται. Κατά συνέπεια η ενέργεια που έχουν τα μόρια είναι μόνο κινητική.

Στις περιπτώσεις των πυκνών αερίων καθώς επίσης και στα υγρά, τα μόρια εκτός από κινητική ενέργεια, λόγω της άτακτης κίνησής τους, έχουν και δυναμική. Η δυναμική ενέργεια οφείλεται στις δυνάμεις που ασκούνται διαρκώς μεταξύ τους και όχι μόνο κατά τη διάρκεια των κρούσεων. Στα στερεά δεν υπάρχει αυτή η άτακτη κίνηση των μορίων, αλλά σ' αυτά τα μόρια ταλαντώνονται γύρω από τη θέση ισορροπίας τους.

**Στην εικόνα 2.3.1 έχουν αναπα-
ρασταθεί ένα αέριο, ένα υγρό και
ένα στερεό. Επίσης στην εικόνα
2.3.2 αναπαρίστανται οι αλλαγές
κατάστασης ενός υλικού.**

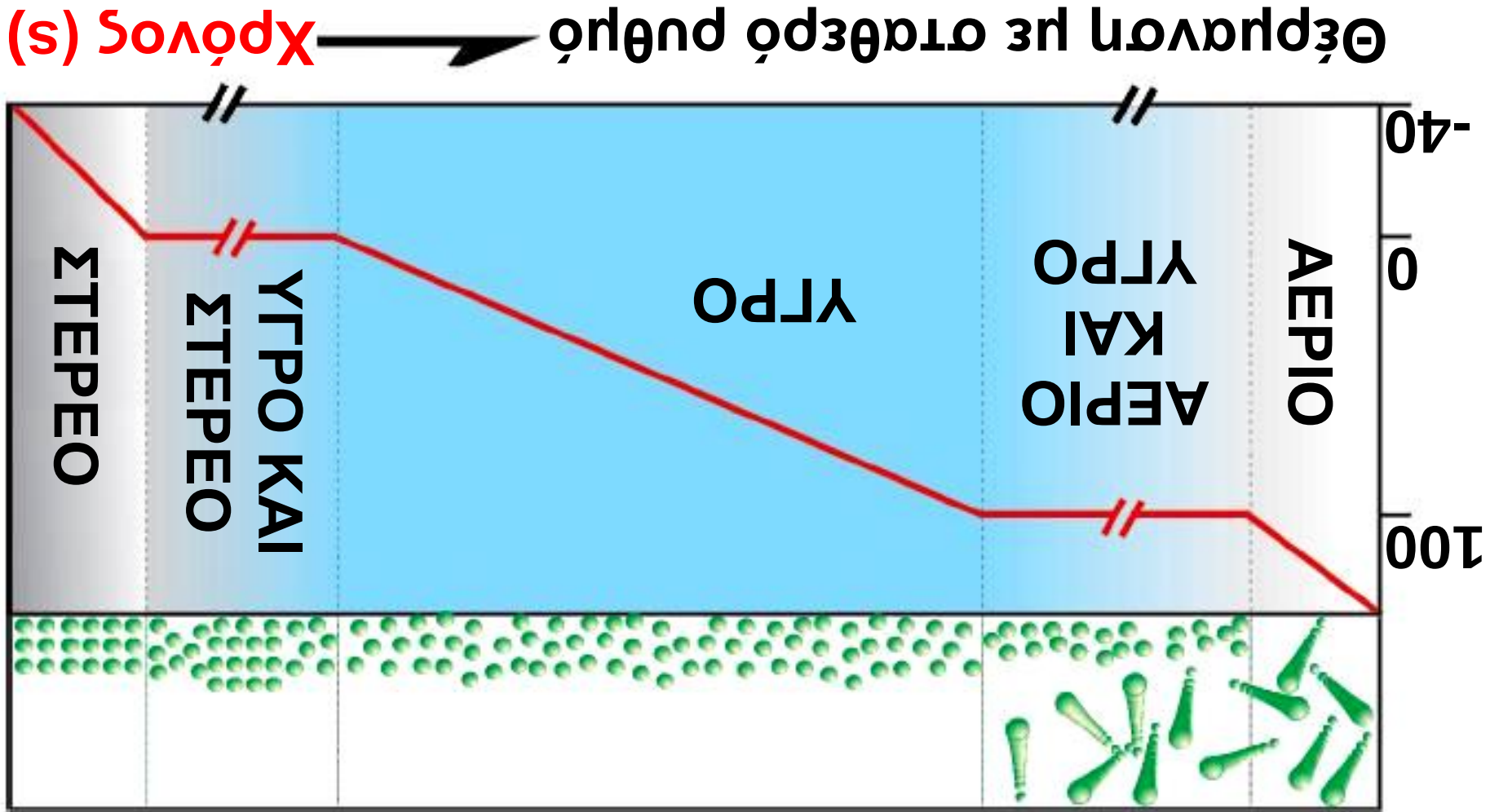


Εικόνα 2.3.1

**Εκτός από τα αέρια και στα υγρά και
στερεά τα μόρια ή τα άτομα κινού-
νται. Στην παραπάνω εικόνα δεν ση-
μειώνεται η κίνηση αυτή.**

Όπως φαίνεται στις εικόνες 2.3.1 και 2.3.2, τα μόρια των σωμάτων αναπαρίστανται με σφαιρίδια, ενώ η μεταξύ τους απόσταση αντιπροσωπεύει το κενό που υπάρχει μεταξύ των μορίων. Η κίνηση των μορίων δείχνεται με βέλη που αντιπροσωπεύουν την ταχύτητα ή με σκιές που δείχνουν τις προηγούμενες θέσεις τους. Πρέπει να τονίσουμε ότι τα χρώματα δεν αντιπροσωπεύουν το χρώμα των μορίων ούτε το μέγεθος των σφαιριδίων, το μέγεθος των μορίων. Πρόκειται για ζωγραφιές του σωματιδιακού προτύπου της ύλης που μας διευκολύνουν να κατανοήσουμε το μικρόκοσμο.

ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ °C



Εικόνα 2.3.2

Περιεχόμενα 6ου τόμου

2.2 Διατήρηση της μηχανικής ενέργειας 7

2.2.1 Η έννοια του έργου.....	10
2.2.2 Έργο βάρους και μεταβολή της κινητικής ενέργειας	22
2.2.3 Η δυναμική ενέργεια	32
2.2.4 Η Μηχανική ενέργεια.....	43
2.2.5 Συντηρητικές (ή διατηρητικές) δυνάμεις	54
2.2.6 Η ισχύς	61
2.2.7 Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας στην οριζόντια βολή	68
2.2.8 Η τριβή και η μηχανική ενέργεια.....	71
Ένθετο: Τι είναι η ενέργεια;.....	77
Περίληψη.....	87

Ερωτήσεις, Ασκήσεις - Προβλήματα.....	91
--	----

2.2 Διατήρηση της ολικής ενέργειας και υποβάθμιση της ενέργειας	123
---	-----

Ας θυμηθούμε ότι	125
------------------------	-----

2.3.1 Η κινητική θεωρία της ύλης και η θερμότητα	138
--	-----

Με απόφαση της Ελληνικής Κυβέρνησης τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου και του Λυκείου τυπώνονται από τον Οργανισμό Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν βιβλιόσημο προς απόδειξη της γνησιότητάς τους. Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δε φέρει βιβλιόσημο, θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7, του Νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946, 108, Α').



***Απαγορεύεται η αναπαραγωγή
οποιουδήποτε τμήματος αυτού του
βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα
(copyright), ή η χρήση του σε
οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή
άδεια του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.***