ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Λύσεις των ασκήσεων
Τεύχος Β΄

Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Φυσική

Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών & Σπουδών Υγείας

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ
«ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

Λύσεις των ασκήσεων

Φυσική Θετικής & Τεχνολογικής κατεύθυνσης

Β′ τάξη

Γενικού Λυκείου

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ: ΑΛΕΚΟΣ ΙΩΑΝΝΟΥ - ΓΙΑΝΝΗΣ ΝΤΑΝΟΣ
ΑΓΓΕΛΟΣ ΠΗΤΤΑΣ - ΣΤΑΥΡΟΣ ΡΑΠΤΗΣ

Ε.Π.Ε.Α.Ε.Κ.

Υποπρόγραμμα 1: ΓΕΝΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Μέτρο 1.1: ΑΝΑΜΟΡΦΩΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενέργεια 1.1α: Προγράμματα - βιβλία

ΕΡΓΟ: ΑΝΑΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΚΑΙ ΕΚΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΜΕ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΜΑΚΕΤΑΣ,
ΠΡΟΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ:
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΕΚΔΟΣΕΩΝ / Ι.Τ.Υ.Ε. «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ**

**ΑΛΕΚΟΣ ΙΩΑΝΝΟΥ - ΓΙΑΝΝΗΣ ΝΤΑΝΟΣ
ΑΓΓΕΛΟΣ ΠΗΤΤΑΣ - ΣΤΑΥΡΟΣ ΡΑΠΤΗΣ**

Λύσεις των ασκήσεων

Φυσική Θετικής & Τεχνολογικής κατεύθυνσης

Β′ τάξη
Γενικού Λυκείου

**ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ
ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»**

1 ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Νόμοι των αερίων

1.1 1-γ 2-α

1.2 α

1.3 1-δ 2-β 3-γ

1.4 γ

1.5 γ

1.6 β, γ

1.7 γ

1.8 β

Κινητική θεωρία

1.9 Μακροσκοπικά, ιδανικό είναι το αέριο που υπακούει στους νόμους των αερίων σε οποιεσδήποτε συνθήκες και αν βρίσκεται, ή το αέριο που υπακούει στην καταστατική εξίσωση σε όλες τις πιέσεις και θερμοκρασίες.

Μικροσκοπικά, ιδανικό είναι το αέριο του οποίου τα μόρια συμπεριφέρονται σαν μικροσκοπικές ελαστικές σφαίρες, δέχονται δυνάμεις μόνο τη στιγμή της κρούσης του με άλλα μόρια ή με τα τοιχώματα του δοχείου και οι κρούσεις τους είναι απολύτως ελαστικές.

1.10 α, δ

1.11 α

1.12 γ

1.13 β

1.14 γ

1.15 Οι ταχύτητες των μορίων στα υγρά ακολουθούν κατανομή που μοιάζει αρκετά με αυτή των Maxwell-Boltzmann για τα αέρια. Αυτό σημαίνει ότι μέσα στο υγρό πάντα υπάρχει ένας αριθμός μορίων που έχουν αρκετά μεγάλες ταχύτητες, που τους επιτρέπουν να “δραπετεύσουν” από τις διαμοριακές έλξεις και να εγκαταλείψουν το υγρό από την ελεύθερη επιφάνειά του.

Καθώς τα πιο γρήγορα μόριά του εγκαταλείπουν το υγρό, η μέση κινητική ενέργεια των μορίων που απομένουν μικραίνει. Σύμφωνα με τη σχέση $\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$ που συνδέει τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων των ιδανικών αερίων με τη θερμοκρασία και, απ’ ό,τι φαίνεται, ισχύει ποιοτικά και για τα υγρά, είναι και θεωρητικά αναμενόμενο να ψύχεται το υγρό.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νόμοι των αερίων - καταστατική εξίσωση

1.16 Η μεταβολή είναι ισόχωρη. Επομένως $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$ άρα $p_2 = 1{,}2\text{atm}$

1.17 Η μεταβολή είναι ισοβαρής. Επομένως: $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$ άρα $V_2 = 0{,}18\text{m}^3$

1.18 Όγκος δωματίου $V = 48\text{m}^3$

Από την καταστατική εξίσωση: $n = \frac{pV}{RT} = 1950\text{mol}$

1.19 Η μεταβολή του αέρα είναι ισόθερμη: $p_1 V = p_2 \frac{V}{3}$ άρα $p_2 = 3\text{atm}$

1.20 $p = \frac{nRT}{V} = 0{,}2\text{N/m}^2$

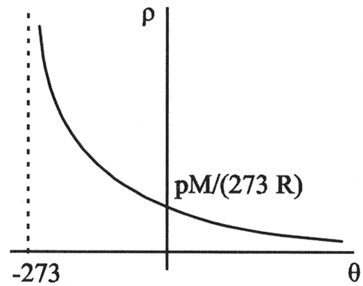
1.21 $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ άρα $p_2 = 8\text{atm}$

1.22 $n = \frac{pV}{RT}$, $N = nN_A = 3{,}182\times10^8$ μόρια

1.23 $p = \frac{\rho}{M} RT$ άρα $\rho = 1{,}1\text{Kg/m}^3$

1.24 Η συνάρτηση είναι $\rho = \frac{pM}{R(273+\theta)}$

Το διάγραμμα της πυκνότητας σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία φαίνεται στο σχήμα 1.1



Σχ. 1.1

1.25 $p = \frac{\rho}{M} RT$

επομένως $M = 2\times10^{-3}\text{Kg/mol}$

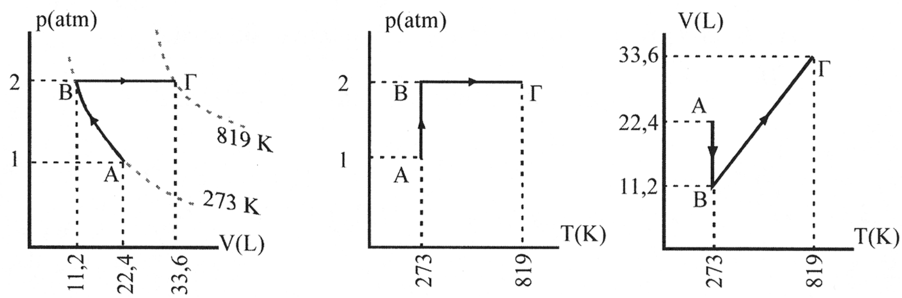
1.26 $V_A = 22{,}4L,\ p_A = 1atm,\ T_A = 273K$

Α→Β: ισόθερμη μεταβολή $T_B = T_A$, $p_B = 2p_A$, $p_A V_A = (2p_A)V_B$ άρα $V_B = 11{,}2L$

Β→Γ: ισοβαρής μεταβολή $p_\Gamma = p_A$, $V_B = 3V_A$

$\frac{V_B}{T_A} = \frac{3V_B}{T_\Gamma}$ άρα $T_\Gamma = 819K$

Επομένως $V_\Gamma = 33{,}6L$ $p_\Gamma = 2\text{atm}$ $T_\Gamma = 819\text{K}$



Σχ. 1.2

Κινητική θεωρία

1.27 $\upsilon_{\text{EN}} = \sqrt{\dfrac{3KT}{m}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{N_A m}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}}$ επομένως

$\upsilon_{\text{EN(He)}} = 1368\text{m/s}$, $\upsilon_{\text{EN(H}_2\text{O)}} = 644{,}8\text{m/s}$

1.28 α) $\bar{\upsilon} = \dfrac{3+5+3\times 8+2\times 12+16+20}{9} = 10{,}2 m/s$

β) $\upsilon_{\text{EN}} = \sqrt{\dfrac{3^2+5^2+3\times 8^2+2\times 12^2+16^2+20^2}{9}} = 11{,}4 m/s$

1.29 $\upsilon_{\text{EN}} = \sqrt{\dfrac{3KT}{m}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{N_A m}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{M}} = 12028 m/s$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1.30 Ο δείκτης Μ αναφέρεται στο μπαλόνι, ο δείκτης Φ στη φιάλη

$N\, n_M = n_\Phi$ επομένως $N \dfrac{P_M V_M}{RT} = \dfrac{P_\Phi V_\Phi}{RT}$ άρα $N = 400$

1.31 Η μεταβολή του αέρα είναι ισοβαρής. Επομένως $\dfrac{V}{T} = \dfrac{V'}{T'}$

Αν Α το εμβαδόν της διατομής του σωλήνα θα είναι

$\dfrac{Ah}{T} = \dfrac{Ah'}{T'}$ άρα $h' = 36\text{cm}$ και h'-$h = 9\text{cm}$

1.32 α) $p_{\alpha\varepsilon\rho\acute{\iota}o\upsilon} = p_{atm} + p_{\varepsilon\mu\beta} = p_{atm} + \dfrac{w}{A} = 1{,}2\times 10^5\,\text{N/m}^2$

β) Η μεταβολή του αερίου είναι ισοβαρής: $\frac{V'}{T'}=\frac{V}{T}$ επομένως

$V' = 0{,}016\text{m}^3$

Η αύξηση του όγκου είναι $V'-V = 0{,}006\text{m}^3$

1.33 Ο αριθμός των mol του αέρα παραμένει σταθερός κατά την ψύξη του αερίου στους $T_2 = 273\text{K}$. Επομένως θα είναι:

$n=\frac{p_{\alpha\tau}V}{RT_1}=\frac{p'V}{RT_2}$ και $p' = 0{,}66\text{atm}$

1.34 $p_1 = p_2$ επομένως $\frac{m_{H_2}}{M_{H_2}}\frac{RT}{V_1}=\frac{m_{O_2}}{M_{O_2}}\frac{RT}{V_2}$

ή $\frac{m_{H_2}}{M_{H_2}}\frac{M_{O_2}}{m_{O_2}}=\frac{V_1}{V_2}=\frac{Al_1}{Al_2}$, όπου A το εμβαδόν της διατομής του εμβόλου.

Είναι επομένως $\frac{m_{H_2}}{M_{H_2}}\frac{M_{O_2}}{m_{O_2}}=\frac{l_1}{l_2}=4$

1.35 Ο συνολικός αριθμός των mol στα δύο δοχεία παραμένει σταθερός, δηλαδή $n_1+n_2=n_1'+n_2'$

επομένως $\frac{p_{\alpha\rho\chi}V_1}{RT}+\frac{p_{\alpha\rho\chi}V_2}{RT}=\frac{p_{\tau\varepsilon\lambda}V_1}{RT_1'}+\frac{p_{\tau\varepsilon\lambda}V_2}{RT_2'}$

από όπου βρίσκουμε $p_{\tau\varepsilon\lambda} = 1{,}26atm$

1.36 Η πίεση του αέρα στην περίπτωση (α) είναι $p_\alpha = p_{\alpha\tau\mu}+\frac{w}{A}$ (1)

και στην περίπτωση (β) $p_\beta = p_{\alpha\tau\mu}-\frac{w}{A}$ (2)

Αν θεωρήσουμε τη μεταβολή του αερίου ισόθερμη, μπορούμε να γράψουμε $p_\alpha V_a = p_\beta V_\beta$ ή $p_\alpha A\, h_a = p_\beta A\, h_\beta$ ή $p_\alpha h_a = p_\beta h_\beta$ (3)

Η (3) λόγω των (1) και (2) δίνει $\left(p_{\alpha\tau\mu}+\frac{w}{A}\right)h_a=\left(p_{\alpha\tau\mu}-\frac{w}{A}\right)h_\beta$ από όπου

βρίσκουμε $w = 20{,}26\text{N}$.

2 ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ισορροπία - αντιστρεπτές μεταβολές - έργο αερίου

2.1 Η πτώση ενός σώματος. Η εκπυρσοκρότηση ενός πυροβόλου.

2.2 Το έργο ενός αερίου είναι θετικό όταν εκτονώνεται και αρνητικό όταν συμπιέζεται.

2.3 β

2.4 Ένα αέριο, που βρίσκεται σε κάποιο δοχείο ασκεί δυνάμεις στα τοιχώματα του δοχείου. Έργο έχουμε μόνο αν μετατοπιστεί το σημείο εφαρμογής μιας δύναμης, δηλαδή όταν μετακινηθεί κάποιο τοίχωμα του δοχείου. Στην περίπτωση που περιγράφεται δεν συμβαίνει αυτό, επομένως το έργο του αερίου είναι μηδέν.

Θερμότητα - εσωτερική ενέργεια

2.5 β, γ, ε

2.6 δ

2.7 α

2.8 β

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

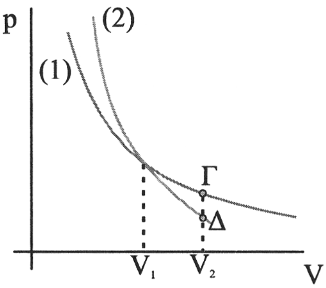
2.9 Σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο, το ποσό θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει ένα θερμοδυναμικό σύστημα είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα 1) της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος και 2) του έργου που παράγει ή δαπανά το σύστημα.

2.10 α

2.11 1-γ, 2-δ, 3-α, 4-στ, 5-ε

2.12 Το έργο ενός αερίου είναι θετικό όταν το αέριο εκτονώνεται. Στην αδιαβατική αντιστρεπτή εκτόνωση το έργο του αερίου είναι ίσο με την ελάττωση της εσωτερικής του ενέργειας. Στην ισόθερμη αντιστρεπτή εκτόνωση το έργο του αερίου είναι ίσο με τη θερμότητα που απορροφά το αέριο.

2.13 Η αδιαβατική εκτόνωση του αερίου από όγκο V_1 σε όγκο V_2 συνεπάγεται μείωση θερμοκρασίας του, δηλαδή οδηγεί στην κατάσταση χαμηλότερης θερμοκρασίας (κατάσταση Δ). Επομένως στην αδιαβατική μεταβολή αντιστοιχεί η καμπύλη (2).

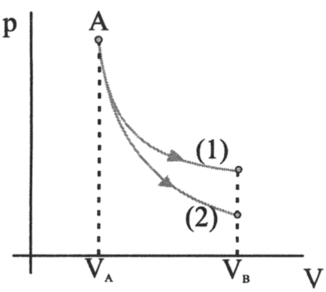


Σχ. 2.1

2.14 1. Επειδή $T_2 > T_1$ $\Delta U_{AB} > 0$
2. $\Delta U_{B\Gamma} < 0$ 3. Επειδή $T_A = T_\Gamma = T_1$
$\Delta U_{A\Gamma} = 0$

2.15 γ

2.16 Στο σχήμα 2.2 η καμπύλη (1) αντιστοιχεί στην ισόθερμη μεταβολή και η (2) στην αδιαβατική. Το έργο του αερίου είναι ίσο με το εμβαδόν από τη γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα *V*. Επειδή το εμβαδόν κάτω από την ισόθερμη είναι μεγαλύτερο $W_{\text{ισόθερμης}} > W_{\text{αδιαβατικής}}$



Σχ. 2.2

2.17 Επειδή $T_A = T_B$ η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι μηδέν, με όποιον από τους δύο τρόπους πραγματοποιηθεί η μεταβολή. Από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε $Q_1 = W_1$ και $Q_2 = W_2$

Το έργο και στις δύο μεταβολές είναι ίσο με εμβαδόν από τη γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V διάγραμμα p-V. Συγκρίνοντας τα δύο εμβαδά συμπεραίνουμε ότι $W_2 > W_1$ και επομένως $Q_2 > Q_1$.

2.18 α) Σε κάθε περίπτωση το έργο είναι ίσο με το εμβαδόν από τη γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V. Επομένως μεγαλύτερο έργο έχουμε κατά τη μεταβολή 1.
β) Επειδή η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση είναι ίδια σε όλες τις περιπτώσεις.
γ) Εφόσον το έργο του αερίου είναι μεγαλύτερο κατά τη μεταβολή 1 και η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ίδια σε κάθε περίπτωση, από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο έπεται ότι στην 1η περίπτωση το αέριο απορροφά μεγαλύτερο ποσό θερμότητας.

2.19 α, β, γ, ε

Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες των αερίων

2.20 Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα εκφράζει το ποσό θερμότητας που πρέπει να προσφερθεί σε ένα mol αερίου ώστε να ανέβει η θερμοκρασία του κατά <u>ένα βαθμό</u>. Στα αέρια, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο και η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα <u>υπό σταθερή πίεση</u>. Η σχέση που συνδέει τις δυο ειδικές γραμμομοριακές θερμότητες είναι: $\underline{C_p = C_V + R}$

2.21 α, γ, δ

2.22 α

2.23 Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα εκφράζει το ποσό της θερμότητας που πρέπει να προσφερθεί σε ένα mol αερίου για να ανυψωθεί η θερμοκρασία του κατά ένα βαθμό.
Στην ισόχωρη θέρμανση ολόκληρο το ποσό θερμότητας που προσφέρεται σε ποσότητα αερίου ίση με ένα mol χρησιμοποιείται για την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας. Στην ισοβαρή θέρμανση από το ποσό της προσφερόμενης θερμότητας ένα μέρος χρησιμοποιείται για την αύξηση της εσωτερικής ενέργειας και ένα

μέρος για την παραγωγή έργου. Η αύξηση της εσωτερικής ενέργειας είναι και στις δύο περιπτώσεις ίδια. Επομένως $Q_p > Q_V$.

2.24 Τα μόρια των ιδανικών αερίων στερούνται δομής. Ένα τέτοιο μόριο έχει τη δυνατότητα να εκτελέσει μόνο μεταφορική κίνηση.
Στην πραγματικότητα τα μόρια των αερίων έχουν δομή και εκτός από τη μεταφορική κίνηση μπορούν να περιστρέφονται και -σε υψηλή θερμοκρασία- να ταλαντώνονται. Όλες αυτές οι κινήσεις συνεισφέρουν στην εσωτερική ενέργεια του αερίου και πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά τον υπολογισμό της.

Δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος - θερμικές μηχανές

2.25 δ

2.26 Κυρίως μέσω καυσαερίων τα οποία αποβάλλονται στο περιβάλλον. Κατά δεύτερο λόγο εξαιτίας της θέρμανσης της μηχανής.

2.27 α

2.28 β, ε, στ, ζ

2.29 Όχι. Πρέπει να λάβουμε υπόψη και το ποσό θερμότητας που αποβάλλει η μηχανή. Το ποσό θερμότητας που δαπανάται για τη λειτουργία της είναι ίσο με το ωφέλιμο έργο συν το ποσό θερμότητας που αποβάλλει η μηχανή στη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας.

2.30 Όχι. Για τη λειτουργία μιας θερμικής μηχανής απαιτούνται δύο δεξαμενές θερμότητας (υψηλής και χαμηλής θερμοκρασίας). Μια θερμική μηχανή που θα χρησιμοποιούσε τη θάλασσα ως δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας θα έπρεπε να αποβάλλει θερμότητα σε κάποιο τμήμα του φυσικού περιβάλλοντος που θα βρισκόταν σε χαμηλότερη θερμοκρασία (δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας). Τέτοια δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας δεν υπάρχει στο φυσικό περιβάλλον.

2.31 δ, ε

2.32 Η απόδοση μιας θερμικής μηχανής δεν μπορεί να είναι <u>μεγαλύτερη</u> από την απόδοση της μηχανής Carnot που λειτουργεί ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες. Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot είναι $1-\dfrac{T_c}{T_h}$

Εντροπία

2.33 α, β, δ

2.34 Α-α, Β-β, Γ-γ

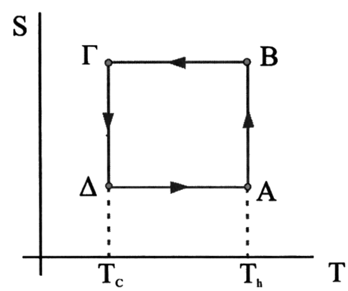
2.35 β, δ

2.36 Δεν αποτελεί εξαίρεση. Η εντροπία τείνει να αυξηθεί στα απομονωμένα θερμοδυναμικά συστήματα. Το ποτήρι με το νερό δεν αποτελεί απομονωμένο σύστημα. Το ψυγείο αφαιρεί θερμότητα από το σύστημα (ποτήρι - νερό) και τη μεταφέρει στο περιβάλλον.

2.37 Στην ισόθερμη ΑΒ ισχύει: $\Delta S_{AB} = nR\ln\dfrac{V_B}{V_A} \succ 0$.
Στην αδιαβατική ΓΑ: $\Delta S_{\Gamma\mathrm{A}} = 0$
Στην κυκλική: $\Delta S_{\mathrm{O}\Lambda} = 0$ επομένως $\Delta S_{\mathrm{AB}} + \Delta S_{\mathrm{B}\Gamma} + \Delta S_{\Gamma\mathrm{A}} = 0$ άρα $\Delta S_{\mathrm{B}\Gamma} = -\Delta S_{\mathrm{AB}} \prec 0$

2.38 1-α, 2-ε, 3-α, 4-δ, 5-β

2.39 ΑΒ: Ισόθερμη εκτόνωση
ΒΓ: Αδιαβατική εκτόνωση
ΓΔ: Ισόθερμη συμπίεση
ΔΑ: Αδιαβατική συμπίεση.



Σχ. 2.3

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Έργο αερίου - πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

2.40 Η μεταβολή του αερίου είναι ισοβαρής. Επομένως

$W = p\left(V_2 - V_1\right)$ = 243,1J

2.41 Η μεταβολή του αερίου είναι ισοβαρής και επομένως

$W = p\Delta V = nR\Delta T$ = 1663J

2.42 Στην ισόθερμη μεταβολή ισχύει $W = nRT\ln\frac{V_2}{V_1} = nRT\ln\frac{p_1}{p_2}$

Επομένως $W = -nRT\ln 2$ = -3458J

2.43 Το έργο είναι θετικό και ίσο με το εμβαδόν από τη γραμμή του διαγράμματος έως τον άξονα V, δηλαδή W = 4600J

2.44 $Q = W = nRT\ln\frac{V_2}{V_1} = p_1V_1\ln 2$ = 702,1J

2.45 Η μεταβολή είναι ισοβαρής. Επομένως

α) $W = p_1\ \Delta V = nR\Delta T = \frac{p_1V_1}{T_1}\left(T_2 - T_1\right)$ = 202,6J

β) $\Delta U = Q - W$ = 506,5J

2.46 Πρόκειται για ισόθερμη συμπίεση. Ισχύει επομένως

$Q = W = nRT\ln\frac{V/2}{V} = -nRT\ln 2$ = -345,8J

2.47 Στην κυκλική μεταβολή $Q = W$ Το έργο υπολογίζεται από το εμβαδόν που περικλείεται από γραμμή στο διάγραμμα p-V. Είναι W = 1500J.

Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες ιδανικού αερίου

2.48 Στην ισόχωρη μεταβολή $Q = nC_V\Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}\Delta pV$ = 1320J

2.49 Στην ισοβαρή μεταβολή ισχύει: $Q = nC_p\Delta T$ (1)

$$C_p = C_V + R = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R \quad (2)$$

η (1) γίνεται από τη (2) $Q = \frac{5}{2}nR\Delta T = \frac{5}{2}p\Delta V = 506,5J$

2.50 $\Delta U = nC_V\Delta T$ (1) $Q = nC_p\Delta T$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2)

$\frac{\Delta U}{Q} = \frac{C_V}{C_p}$ επομένως $\frac{\Delta U}{Q} = \frac{1}{\gamma}$ άρα $\Delta U = 29,64J$

Θερμικές μηχανές - Κύκλος Carnot

2.51 $e = \frac{300MW}{900MW} = 0,333$ ή 33,3%

2.52 $e = \frac{W}{Q_h}$ άρα $Q_h = 800J$ και

$|Q_c| = Q_h - W = 600J$

2.53 Η μέγιστη, θεωρητικά, απόδοση του κινητήρα αντιστοιχεί στην απόδοση μιας μηχανής Carnot που λειτουργεί μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών.

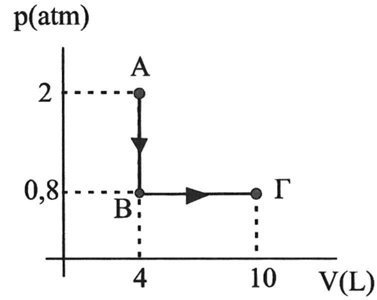
$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 0,87$$

2.54 α) $e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 0,4$

β) $Q_h = W_{AB} = nRT_h \ln\frac{V_B}{V_A} = 14406J \quad W = eQ_h = 5762J$

Εντροπία

2.55 Έστω Α η αρχική κατάσταση, Β η κατάσταση στο τέλος της ισόχωρης μεταβολής και Γ η τελική κατάσταση.



Σχ. 2.4

Η μεταβολή ΑΒ είναι ισόχωρη: $\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_A}{T_A}$ άρα $T_B = 160K$

Η μεταβολή ΒΓ είναι ισοβαρής.

Ισχύει επομένως $\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_\Gamma}{T_\Gamma}$

άρα $T_\Gamma = 400K$

	V	p	T
A	4L	2atm	400K
B	4L	0,8atm	160K
Γ	10L	0,8atm	400K

Τα σημεία Α και Γ βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη. Επομένως ισχύει $\Delta S_{A\Gamma} = \Delta S_{A\Gamma}^{\text{Ισόθερμης}}$ ή

$$\Delta S_{A\Gamma} = nR\ln\frac{V_\Gamma}{V_A} = \frac{p_A V_A}{T_A}\ln 2,5 = 1,86 J/K$$

2.56 $\Delta S_{AB} = nR\ln\frac{V_B}{V_A} = 1,83 J/K \quad \Delta S_{\Gamma A} = 0$

Στην κυκλική μεταβολή ισχύει $\Delta S = 0$, δηλαδή

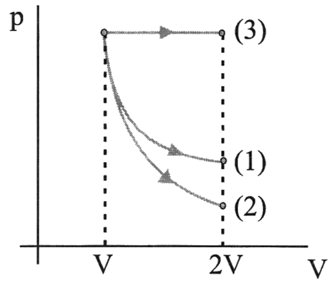
$\Delta S_{AB} + \Delta S_{B\Gamma} + \Delta S_{\Gamma A} = 0$ άρα $\Delta S_{B\Gamma} = -\Delta S_{AB} = -1,83 J/K$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

2.57 α) Η καμπύλη (1) αντιστοιχεί στην ισόθερμη μεταβολή, η (2) στην αδιαβατική και η (3) στην ισοβαρή.

β) i. Σε κάθε περίπτωση το έργο είναι ίσο με το εμβαδόν από τη γραμμή του διαγράμματος ως τον άξονα του όγκου. Επομένως το έργο είναι το μεγαλύτερο στην περίπτωση της ισοβαρούς μεταβολής.

ii. Το ελάχιστο ποσό θερμότητας αντιστοιχεί στην αδιαβατική μεταβολή ($Q_2 = 0$)



Σχ. 2.5

2.58 α) Η κατάσταση Α αντιστοιχεί σε θερμοκρασία $T_A = 273K$ (το αέριο βρίσκεται σε stp).

Για την (ισόχωρη) μεταβολή ΑΒ ισχύει $\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B}$ επομένως

$T_B = 546K$

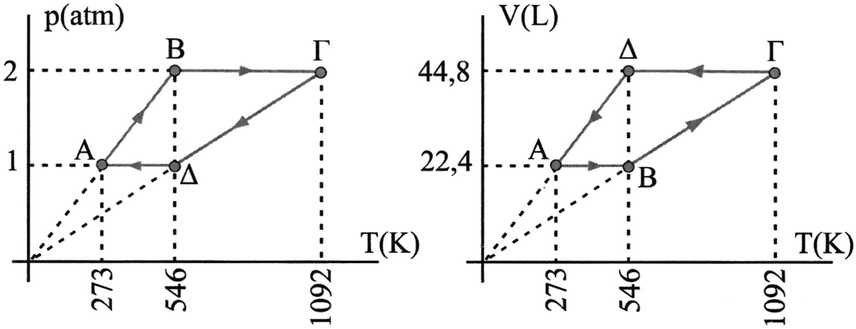
Για την (ισοβαρή) μεταβολή ΒΓ ισχύει $\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_\Gamma}{T_\Gamma}$ επομένως

$T_\Gamma = 1092K$

Τέλος, για την (ισόχωρη) μεταβολή ΓΔ ισχύει $\frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{p_\Delta}{T_\Delta}$ επομένως

$T_\Delta = 546K$

Στο σχήμα 2.6 αποδίδεται η κυκλική μεταβολή σε άξονες p-T και V-T



Σχ. 2.6

β) Το έργο του αερίου είναι ίσο με το εμβαδόν που περικλείεται από την κλειστή γραμμή στο διάγραμμα p-V

$W = 22,4 atm\, L = 2269 J$

2.59 Το αέριο θερμαίνεται με σταθερή πίεση $p_{\alpha\varepsilon\rho} = \frac{W}{A} + p_{\alpha\tau}$ (1)

Αν ο τελικός όγκος του αέριου είναι V′, θα ισχύει $\frac{V'}{T'} = \frac{V}{T}$ ή

$V' = \frac{T'}{T} V$ (2)

Το έργο κατά την ισοβαρή μεταβολή είναι $W = p_{\alpha\varepsilon\rho}\left(V' - V\right)$

από (1) και (2) $W = \left(\frac{W}{A} + p_{\alpha\tau}\right)\left(\frac{T'}{T}V - V\right)$ ή

$W = \left(\frac{W}{A} + p_{\alpha\tau}\right)\frac{\theta' - \theta}{273 + \theta} V$

2.60 α) Η μεταβολή είναι αδιαβατική επομένως ισχύει $p_2 V_2^{\frac{3}{2}} = p_1 V_1^{\frac{3}{2}}$

άρα $V_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{2}{3}} V_1 = 125^{\frac{2}{3}} m^3 = 25 m^3$

Από τις σχέσεις $p_2 V_2 = nRT_2 \quad p_1 V_1 = nRT_1$

Διαιρώντας κατά μέλη βρίσκουμε $\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{T_2}{T_1}$, από όπου $T_2 = 60K$

β) $W = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{1-\gamma} = 2\cdot 10^7\,J$

2.61 Στο αέριο περιέχονται $n = \frac{N}{N_A}$ mol i) Θέρμανση υπό σταθερό όγκο:

$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = 3105,8J \quad W = 0 \quad Q = \Delta U$

ii) Θέρμανση υπό σταθερή πίεση:

ΔU η ίδια $W = p\Delta V = nR\Delta T = 2070,6J \quad Q = W + \Delta U = 5176,4J$

2.62 $e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 0,25$

$e = \frac{W}{Q_h}$ ή $e = \frac{Pt}{Q_h}$ άρα $Q_h = 29,828KWh$

2.63 α) $V_A = \frac{nRT_A}{p_A} = 8L$

Η μεταβολή ΑΒ είναι ισόθερμη, επομένως $T_B = T_A$ και

$p_AV_A = p_BV_B$ από όπου $V_B = 3,2L$

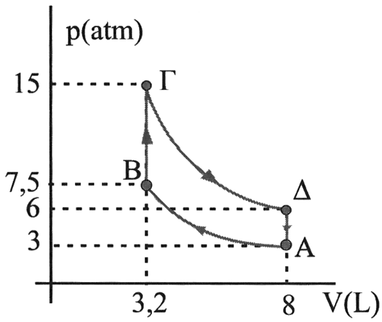
Η μεταβολή ΒΓ είναι ισόχωρη $V_\Gamma = V_\mathrm{B}$ και

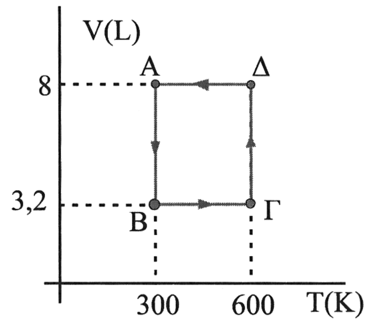
$\frac{p_B}{T_B} = \frac{p_\Gamma}{T_\Gamma}$ από όπου $\mathrm{T}_\Gamma = 600\mathrm{K}$

Η μεταβολή ΓΔ είναι ισόθερμη, επομένως $\mathrm{T}_\Delta = \mathrm{T}_\Gamma$

Τέλος, η ΔΑ είναι ισόχωρη $V_\Delta = V_\mathrm{A}$

	Α	**Β**	**Γ**	**Δ**
p	3atm	7,5atm	1,5atm	6atm
V	8L	3,2L	3,2L	8L
T	300K	300K	600K	600K





Σχ. 2.7

β) $W_{AB} = nRT_A \ln\dfrac{V_B}{V_A} = -2228,27J$, $W_{\mathrm{B}\Gamma} = 0$

$W_{\Gamma\Delta} = nRT_\Gamma \ln\dfrac{V_\Delta}{V_\Gamma} = -4456,55J$, $W_{\Delta\mathrm{A}} = 0$, $W_{o\lambda} = 2228,3J$

γ) $Q_{AB} < 0$, $Q_{\Delta\mathrm{A}} < 0$

$Q_h = Q_{\mathrm{B}\Gamma} + Q_{\Gamma\Delta} = nC_V\left(T_\Gamma - T_\mathrm{B}\right) + W_{\Gamma\Delta} = 8104,31J$

$e = \dfrac{W_{o\lambda}}{Q_h} = 0,275$

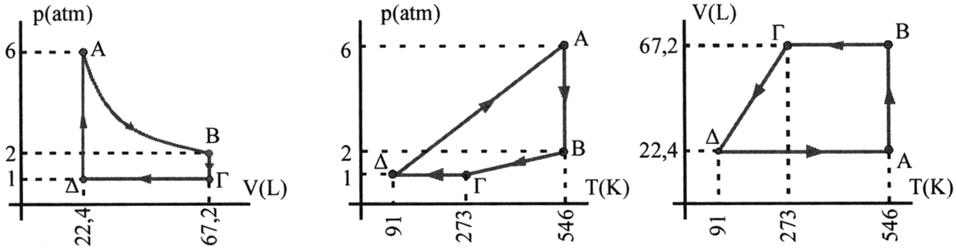
2.64 α) Η μεταβολή ΑΒ είναι ισόθερμη επομένως $p_B V_B = p_A V_A$ από όπου $p_B = 2atm$

Η μεταβολή ΒΓ είναι ισόχωρη και ισχύει $\dfrac{p_\Gamma}{T_\Gamma} = \dfrac{p_\mathrm{B}}{T_\mathrm{B}}$ άρα $p_\Gamma = 1atm$

Τέλος, η ΓΔ είναι ισοβαρής. Από τη σχέση $\dfrac{V_\Delta}{T_\Delta} = \dfrac{V_\Gamma}{T_\Gamma}$ βρίσκουμε

$T_\Delta = 91K$

	A	**B**	**Γ**	**Δ**
p	6atm	2atm	1atm	1atm
V	22,4L	67,2L	67,2L	22,4L
T	546K	546K	273K	91K



Σχ. 2.8

β) $W_{AB} = nRT_A \ln\frac{V_B}{V_A} = 14931{,}84 J$

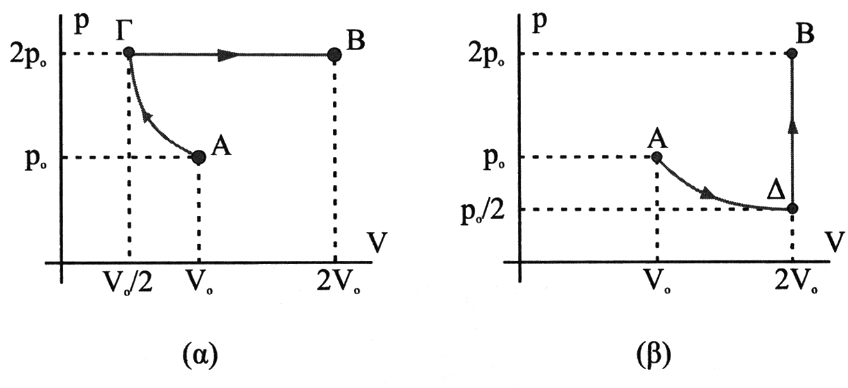
$W_{\mathrm{B\Gamma}} = 0$

$W_{\Delta \mathrm{A}} = 0$

$W_{\Gamma\Delta} = p_\Gamma\left(V_\Delta - V_\Gamma\right) = -4524{,}8 J$

$W_{o\lambda} = W_{\mathrm{AB}} + W_{\mathrm{B\Gamma}} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta\mathrm{A}} = 10407 J$

2.65 α) Έστω Γ η κατάσταση στο τέλος της ισόθερμης μεταβολής. Το αέριο στην κατάσταση αυτή θα έχει πίεση $p_\Gamma = p_\mathrm{B} = 2p_o$ και όγκο $V_\Gamma = \frac{p_A V_A}{p_\Gamma} = \frac{p_o V_o}{2p_o} = \frac{V_o}{2}$ η μεταβολή παριστάνεται στο σχήμα 2.9α



Σχ. 2.9

$$W_{\text{ΑΓ}} = nRT_{\text{Α}} \ln\frac{V_{\Gamma}}{V_{\text{Α}}} = p_o V_o \ln\frac{V_o/2}{V_o} = -p_o V_o \ln 2 = -0{,}6931 p_o V_o$$

$$W_{\text{ΓΒ}} = p_{\Gamma}\left(V_{\text{Β}} - V_{\Gamma}\right) = 2p_o\left(2V_o - \frac{V_o}{2}\right) = 3p_o V_o$$

$$W_{\text{ΟΛ}} = W_{\text{ΑΓ}} + W_{\text{ΓΒ}} = 2{,}3 p_o V_o$$

$$Q_{\text{ΑΓ}} = W_{\text{ΑΓ}}$$

$$Q_{\text{ΒΓ}} = nC_p \Delta T = n\left(C_V + R\right)\Delta T = n\left(\frac{3}{2}+1\right)R\ \Delta T$$

ή $Q_{\text{ΒΓ}} = \dfrac{5}{2} nR\Delta T = \dfrac{5}{2}\left(p_B V_B - p_{\Gamma} V_{\Gamma}\right) = 7{,}5 p_o V_o$

$$Q = Q_{\text{ΑΓ}} + Q_{\text{ΓΒ}} = 6{,}8 p_o V_o$$

β) Έστω Δ η κατάσταση στο τέλος της ισόθερμης μεταβολής. Στην κατάσταση αυτή το αέριο έχει όγκο $V_{\Delta} = 2V_o$

$p_A V_A = p_{\Delta} V_{\Delta}$ ή $p_{\Delta} = \dfrac{p_A V_A}{V_{\Delta}} = \dfrac{p_o}{2}$

Η μεταβολή παριστάνεται στο διάγραμμα του σχήματος 2.9β

$W_{A\Delta} = nRT_A \ln\dfrac{V_{\Delta}}{V_{\text{Α}}} = p_o V_o \ln\dfrac{2V_o}{V_o} \approx 0{,}7 p_o V_o \qquad W_{\Delta\text{Α}} = 0$

$$W_{\text{ΟΛ}} = 0{,}7 p_o V_o$$

$$Q_{\text{ΑΔ}} = W_{\text{ΑΔ}}$$

$$Q_{\Delta\text{Β}} = nC_V \Delta T = \frac{3}{2} nR\Delta T = \frac{3}{2}\left(p_B V_B - p_{\Delta} V_{\Delta}\right) = 4{,}5 p_o V_o$$

$$Q_{\text{ΟΛ}} = 5{,}2 p_o V_o$$

2.66 Η μεταβολή παριστάνεται γραφικά στο διάγραμμα του σχήματος 2.10. Το έργο του αερίου είναι ίσο με το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραμμή του διαγράμματος στο σχήμα 2.10, δηλαδή

$W = 2p2V = 4pV$ (1)

$Q_h = Q_{\text{ΑΒ}} + Q_{\text{ΒΓ}} = nC_V\left(T_B - T_A\right) + nC_p\left(T_{\Gamma} - T_{\text{Β}}\right)$ (2)

Αλλά $C_p = C_V + R$ (3)

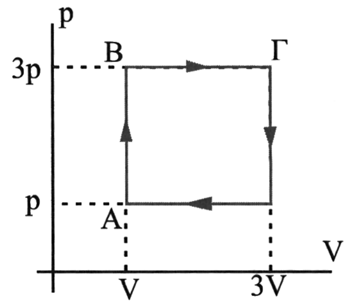
και $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$ ή $\dfrac{C_p}{C_V} = \dfrac{5}{3}$ (4)

Από (3) και (4) προκύπτει $C_V = \dfrac{3}{2}R$

και $C_p = \dfrac{5}{2}R$ (5)

Η (2) γίνεται από τις σχέσεις (5)

$$Q_h = \frac{3}{2}nR\left(T_B - T_A\right) + \frac{5}{2}nR\left(T_\Gamma - T_B\right)$$



Σχ. 2.10

ή

$$Q_h = \frac{3}{2}\left(p_B V_B - p_A V_A\right) + \frac{5}{2}\left(p_\Gamma V_\Gamma - p_B V_B\right) \text{ ή}$$

$$Q_h = \frac{3}{2}V_A\left(p_B - p_A\right) + \frac{5}{2}p_B\left(V_\Gamma - V_B\right)$$

ή $Q_h = \dfrac{3}{2}2pV + \dfrac{5}{2}3p\ 2V = 18pV$ (6)

$e = \dfrac{W}{Q_h}$ και από (1) και (6) $e = \dfrac{4pV}{18pV} = \dfrac{2}{9}$

2.67 Στην αρχική κατάσταση Α του αερίου θα ισχύουν $p_A = 1\text{atm}$, $V_A = 22,4L,\ T_A = 273K$

Έστω Β η κατάσταση στο τέλος της ισοβαρούς μεταβολής.

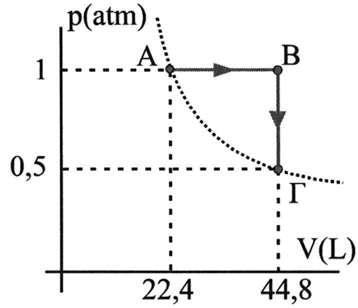
$\dfrac{V_B}{T_B} = \dfrac{V_A}{T_A}$ άρα $T_B = 546K$

Έστω Γ η κατάσταση στο τέλος της ισόχωρης.

$\dfrac{p_\Gamma}{T_\Gamma} = \dfrac{V_B}{T_B}$ άρα $T_\Gamma = 273K$

	Α	**Β**	**Γ**
V	22,4L	44,8L	44,8L
p	1atm	1atm	0,5atm
T	273K	546 K	273K

Η μεταβολή παριστάνεται στο διάγραμμα του σχήματος 2.11



Σχ. 2.11

α) $W = W_{AB} + W_{B\Gamma}$ επειδή

$W_{B\Gamma} = 0$,

$W = W_{AB} = p_A\left(V_B - V_A\right) = 2271J$

β) Επειδή $T_A = T_\Gamma$ $\Delta U_{A\Gamma} = 0$

Από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο

$Q = W = 2271J$

γ) Εφόσον $T_A = T_\Gamma$ οι καταστάσεις Α και Γ βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη, επομένως

$$\Delta S_{A\Gamma} = \Delta S_{A\Gamma}^{\text{Ισόθερμης}} = nR\ln\frac{V_\Gamma}{V_A} = 5,76J/K$$

2.68 Στην αρχική κατάσταση (Α) του αερίου ισχύουν

$p_A = 1\text{atm},\ \ V_A = 22,4L,\ \ T_A = 273K$

Έστω Β η κατάσταση στο τέλος της αδιαβατικής μεταβολής και Γ η τελική κατάσταση του αερίου.

Για την αδιαβατική μεταβολή ΑΒ ισχύει:

$$p_B V_B^{\frac{3}{2}} = p_A V_A^{\frac{3}{2}} \text{ επομένως } V_B = \left(\frac{p_A}{p_B}\right)^{\frac{2}{3}} V_A = 5,6L$$

Ισχύουν επίσης $p_B V_B = nRT_B$ (1) και $p_A V_A = nRT_A$ (2)

Διαιρώντας τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε:

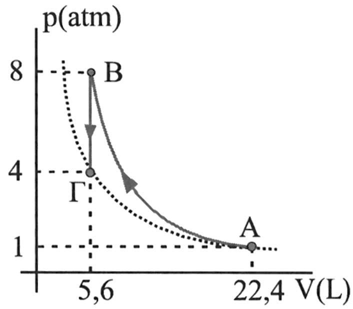
$$T_B = T_A \frac{p_B V_B}{p_A V_A} = 546K$$

Τέλος, για την (ισόχωρη) μεταβολή ΒΓ ισχύει

$\frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{p_B}{T_B}$ από την οποία προκύπτει $T_\Gamma = 273K$

	A	**B**	**Γ**
V	22,4L	5,6L	5,6L
p	1atm	8atm	4atm
T	273K	546K	273K

Η μεταβολή παριστάνεται στο διάγραμμα του σχήματος 2.12



Σχ. 2.12

α) $\Delta U_{AB} = nC_V\left(T_B - T_A\right) = 4539{,}5J$

$\Delta U_{\text{ΒΓ}} = nC_V\left(T_\Gamma - T_B\right) = -4539{,}5J$

$\Delta U_{\text{ΟΛ}} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{B\Gamma} = 0$

β) Η μεταβολή ΑΒ είναι αδιαβατική επομένως $\Delta S_{AB} = 0$

Οι καταστάσεις Α και Γ βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη, αφού $T_A = T_\Gamma$. Επομένως

$$\Delta S_{\text{ΑΓ}} = \Delta S_{\text{ΑΓ}}^{\text{Ισόθερμης}} = nR\ln\frac{V_\Gamma}{V_A} = -11{,}52J/K$$

Αλλά $\Delta S_{\text{ΑΓ}} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{\text{ΒΓ}}$ επομένως $\Delta S_{\text{ΒΓ}} = \Delta S_{\text{ΑΓ}} = -11{,}52J/K$

2.69 Στην ισόθερμη εκτόνωση ΑΒ ισχύει

$p_A V_A = p_B V_B$ επομένως $p_B = 0{,}75\times10^5\,N/m^2$

Για την ισόχωρη ψύξη ΒΓ, που ακολουθεί, ισχύει $\dfrac{p_B}{T_B} = \dfrac{p_\Gamma}{T_\Gamma}$ (1)

Για την αδιαβατική εκτόνωση ΓΑ μπορούμε να γράψουμε

$$p_\Gamma V_\Gamma^\gamma = p_{\text{Α}} V_{\text{Α}}^\gamma \text{ ή } p_\Gamma = p_A\left(\frac{V_A}{V_\Gamma}\right)^\gamma$$

Επειδή $V_\Gamma = V_B$ $p_\Gamma \approx 0{,}3\times10^5\,N/m^2$

Από την (1) προκύπτει ότι $T_\Gamma = 240K$

	A	**B**	**Γ**
V	$0{,}04m^3$	$0{,}16m^3$	$0{,}16m^3$
p	3×10^5 N/m^2	$0{,}75\times10^5$ N/m^2	$0{,}3\times10^5$ N/m^2
T	600K	600K	240K

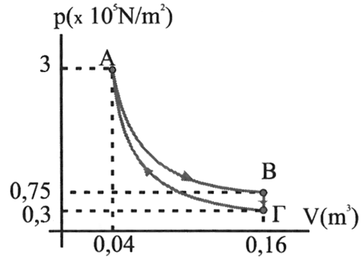
Στο διάγραμμα του σχήματος 2.13 παριστάνεται γραφικά η μεταβολή.

α) $U_A = \dfrac{3}{2}nRT_A$ ή

$$U_A = \frac{3}{2} p_A V_A = 18000J$$

$$U_B = U_A$$

$$U_\Gamma = \frac{3}{2} nRT_\Gamma = \frac{3}{2} p_\Gamma V_\Gamma = 7200J$$



Σχ. 2.13

β) $W_{AB} = nRT_A \ln\frac{V_B}{V_A}$ ή

$$W_{AB} = p_A V_A \ln 4 = 16632J$$

$$W_{B\Gamma} = 0$$

$$W_{\Gamma A} = \frac{p_A V_A - p_\Gamma V_\Gamma}{1-\gamma} = -10800J$$

$$W_{O\Lambda} = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma A} = 5832J$$

γ) $\Delta S_{AB} = nR\ln\frac{V_B}{V_A} = \frac{p_A V_A}{T_A}\ln 4 = 27,72J/K$

$$\Delta S_{\Gamma A} = 0$$

$\Delta S_{O\Lambda} = 0$ επομένως $\Delta S_{AB} + \Delta S_{B\Gamma} + \Delta S_{\Gamma A} = 0$

και $\Delta S_{B\Gamma} = -27,72J/K$

2.70 Η πίεση του αερίου είναι $p = p_{at} + \frac{mg}{A} = 2,013\times10^5 \frac{N}{m^2}$

Η μεταβολή είναι ισοβαρής

α) $W = p\,\Delta V$ (1)

$\Delta U = \frac{3}{2} nR\,\Delta T = \frac{3}{2} p\,\Delta V$ (2) $Q = \Delta U + W$ (3)

Από (1) και (2) η (3) γίνεται: $Q = p\,\Delta V + \frac{3}{2} p\,\Delta V = \frac{5}{2} p\,\Delta V$ (4)

Αν x η μετατόπιση του εμβόλου $\Delta V = Ax$ και από την (4)

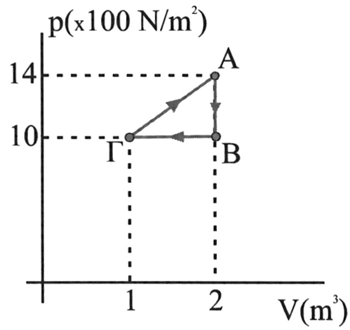
$$x = \frac{2Q}{5pA} \approx 0,1m$$

β) Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (2) και (4) προκύπτει

$\frac{\Delta U}{Q} = \frac{3}{5}$ οπότε $\Delta U = \frac{3}{5}Q = 30J$

2.71 Από τη σχέση $p = 600 + 400V$ για $V_A = 2m^3$ έχουμε $p_A = 1400N/m^2$ και για $V_\Gamma = 1m^3$, $p_\Gamma = 1000N/m^2$

Η μεταβολή παριστάνεται γραφικά στο διάγραμμα του σχήματος 2.14



Σχ. 2.14

α) Το έργο του αερίου δίνεται από το εμβαδόν που περικλείει η γραμμή του διαγράμματος: $W = 200J$ (1)

β) $Q_h = Q_{\Gamma A} = W_{\Gamma A} + \Delta U_{\Gamma A}$ (2)

Το $W_{\Gamma A}$ είναι ίσο με το εμβαδόν από τη γραμμή ΓΑ στο διάγραμμα του σχήματος 2.14 μέχρι τον άξονα *V:* $W_{\Gamma A} = 1200J$

$$\Delta U_{\Gamma A} = \frac{3}{2}nR\left(T_A - T_\Gamma\right) = \frac{3}{2}\left(p_A V_A - p_\Gamma V_\Gamma\right) = 2700J$$

Επομένως από (2) $Q_h = 3900J$ (3)

$$e = \frac{W}{Q_h} = 0,051$$

γ) $Q_{AB} = nC_V\left(T_B - T_A\right) = C_V\left(\frac{p_B V_B}{R} - \frac{p_A V_A}{R}\right) < 0$

Χωρίζουμε τη μεταβολή ΑΒ σε απειροστά μικρές μεταβολές, τόσο μικρές, ώστε σε κάθε μια από αυτές η θερμοκρασία να μπορεί να θεωρηθεί σταθερή.

$$\Delta S_{AB} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + ... = \frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + ...$$

Επειδή οι αριθμητές είναι αρνητικές ποσότητες $\Delta S_{AB} < 0$

Με ανάλογο τρόπο βρίσκουμε ότι $\Delta S_{B\Gamma} < 0$ και $\Delta S_{\Gamma A} > 0$

2.72 Από τη σχέση $p = -\frac{2}{3}\times 10^8 V + 6\times 10^5$

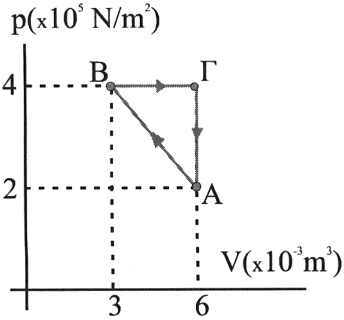
για $V_A = 6\times 10^{-3} m^3$ έχουμε

$p_A = 2\times 10^5 N/m^2$ και για

$V_B = 3\times 10^{-3} m^3$, $p_B = 4\times 10^5 N/m^3$

Η μεταβολή παριστάνεται γραφικά στο διάγραμμα του σχήματος 2.15

α) Το έργο του αερίου, το οποίο είναι ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου (ΑΒΓ), είναι $W = 300J$



Σχ. 2.15

β) $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB}$

Παρατηρούμε ότι ισχύει $p_A V_A = p_B V_B$.

Από αυτό συμπεραίνουμε ότι τα σημεία Α και Β βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη $T_A = T_B$. Επομένως $\Delta U_{AB} = 0$.

Το W_{AB} είναι αρνητικό διότι το αέριο συμπιέζεται, και ίσο κατ' απόλυτη τιμή με το εμβαδόν που οριοθετείται από το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και τον άξονα των V.

Επομένως $Q_{AB} = W_{AB} = -\dfrac{\left(2\times10^5 + 4\times10^5\right)}{2} 3\times10^{-3} = -900J$

$Q_{\text{ΒΓ}} = nC_p\left(T_\Gamma - T_B\right) = n\left(C_V + R\right)\left(T_\Gamma - T_B\right)$ ή

$Q_{\text{ΒΓ}} = n\left(\dfrac{3}{2}+1\right)R\left(T_\Gamma - T_B\right) = \dfrac{5}{2}p_B\left(V_\Gamma - V_B\right) = 3000J$

$Q_{\text{ΓΑ}} = nC_V\left(T_A - T_\Gamma\right) = n\dfrac{3}{2}R\left(T_A - T_\Gamma\right) = \dfrac{3}{2}\left(p_A V_A - p_\Gamma V_\Gamma\right) = -1800J$

γ) Επειδή $T_A = T_B$ $\Delta S_{AB} = \Delta S_{AB}^{\text{Ισόθερμης}} = nR\ln\dfrac{V_B}{V_A} = -1,4J/K$

$\Delta S_{\text{ΟΛ}} = 0$ ή $\Delta S_{\text{ΑΒ}} + \Delta S_{\text{ΒΓ}} + \Delta S_{\text{ΓΑ}} = 0$ άρα

$\Delta S_{\text{ΓΑ}} = -\Delta S_{\text{ΑΒ}} - \Delta S_{\text{ΒΓ}} = -2,1J/K$

3 ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ηλεκτρική ροή - νόμος του Gauss

3.1 α

3.2 Το συνολικό φορτίο που περικλείει η επιφάνεια είναι αρνητικό

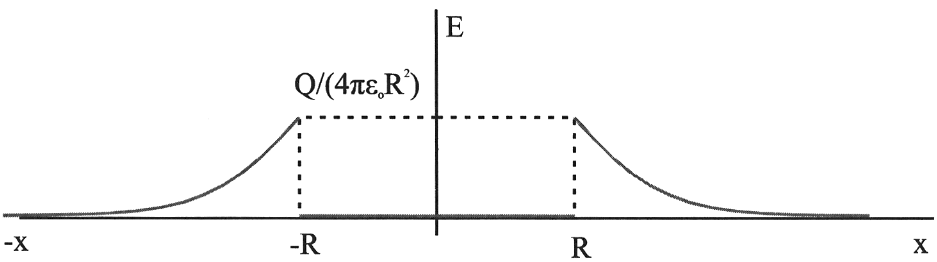
3.3 $\Phi_1 = \dfrac{4Q}{\varepsilon_o}$ $\Phi_2 = \dfrac{4Q}{\varepsilon_o}$ $\Phi_3 = -\dfrac{Q}{\varepsilon_o}$ $\Phi_4 = 0$

3.4 α, δ

3.5 β

3.6 β, γ

3.7



Σχ. 3.1

Δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου - ενέργεια συστήματος σημειακών φορτίων

3.8 β

3.9 Εάν μετακινηθεί ένα σημειακό φορτίο q από το σημείο Α στο σημείο Β, μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι ίσο με το γινόμενο της διαφοράς δυναμικού των δύο σημείων επί το φορτίο που μετακινείται. Το έργο αυτό είναι ανεξάρτητο της διαδρομής που ακολουθεί το φορτίο κατά τη μετακίνησή του από το Α στο Β. Τέτοια πεδία, όπως το ηλεκτρικό, που το έργο τους εξαρτάται από την αρχική και τελική θέση του σώματος που μετακινείται ονομάζονται διατηρητικά.

3.10 δ

3.11 Το δυναμικό του πεδίου σε κάποιο σημείο που δημιουργεί σημειακό φορτίο είναι αντίστροφα ανάλογο με την απόσταση του σημείου από το φορτίο. Επομένως σωστή απάντηση είναι η α.

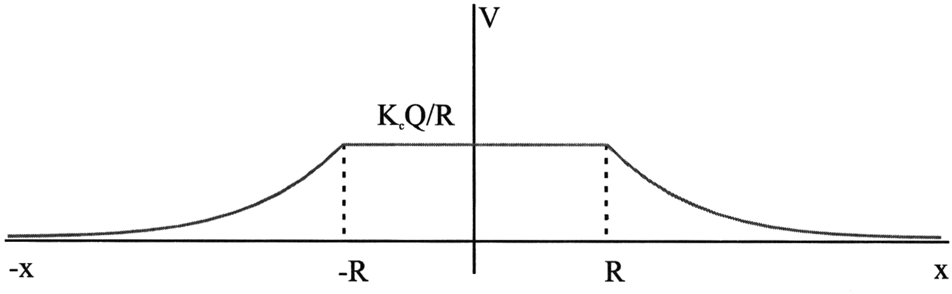
3.12 β

3.13 β

3.14 Κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής τα δυναμικά ελαττώνονται. Το πεδίο ασκεί στο φορτίο δύναμη με φορά αντίθετη από τη φορά των δυναμικών γραμμών. Επομένως το φορτίο θα κινηθεί προς τα μεγαλύτερα δυναμικά, δηλαδή σωστή απάντηση είναι η α.

3.15 Βλέπε στο βιβλίο του μαθητή στο τέλος της σελίδας 91.

3.16



Σχ. 3.2

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

3.17 β

3.18 γ

3.19 γ

3.20 α, ε

3.21 α, β, γ

3.22 1-γ 2-α

3.23 Βλέπε στο βιβλίο του μαθητή σελίδες 101-102.

Πυκνωτής και διηλεκτρικά

3.24 δ

3.25 1-β 2-γ 3-α

3.26 γ

3.27 1-β 2-γ 3-α

3.28 1-β 2-β 3-α

3.29 γ, δ

3.30 Βλέπε στο βιβλίο του μαθητή στη σελίδα 110.

3.31 Αν ένας μονωτής τοποθετηθεί μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο πολύ μεγάλης έντασης είναι πιθανό να καταστραφούν οι μονωτικές του ιδιότητες και να γίνει αγωγός. Η χαρακτηριστική τιμή της έντασης στην οποία αντέχει ένας μονωτής ονομάζεται διηλεκτρική αντοχή και μετριέται σε V/m

3.32 Βλέπε στο βιβλίο του μαθητή στη σελίδα 109.

3.33 Βλέπε στο βιβλίο του μαθητή στη σελίδα 110.

3.34 1-Β 2-Δ 3-Γ 4-Β 5-Α

Πεδίο βαρύτητας της Γης

3.35 Ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ένα σημείο του, ονομάζεται το σταθερό πηλίκο της δύναμης που θα ασκηθεί σε μια μάζα m αν βρεθεί στο σημείο αυτό, προς τη μάζα. Η ένταση είναι διανυσματικό μέγεθος και έχει την ίδια κατεύθυνση με τη δύναμη. Μονάδα έντασης είναι το 1N/Kg ή $1m/s^2$.

3.36 α, β, δ

3.37 Όταν μια μάζα κινείται στο πεδίο βαρύτητας το έργο της δύναμης του πεδίου είναι ανεξάρτητο της διαδρομής που ακολουθεί το σώμα, εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θέση του σώματος. Το πεδίο βαρύτητας, όπως και το ηλεκτρικό πεδίο, είναι πεδίο διατηρητικό. Την ιδιότητα αυτή του πεδίου βαρύτητας την εκμεταλλευόμαστε για να ορίσουμε το μέγεθος δυναμικό. Ονομάζουμε δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο του το σταθερό πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση μιας μάζας m από το σημείο αυτό στο άπειρο προς τη μάζα m.

3.38 Η ελκτική δύναμη που δέχεται από τη Γη ($F = G\dfrac{M_\Gamma m}{r^2}$) αυξάνεται, επομένως θα αυξάνεται και η επιτάχυνσή του $a = F/m$. Σωστή απάντηση είναι η γ.

3.39 α, γ, δ

3.40 α, ε

3.41 $g = \dfrac{g_o R_\Gamma^2}{\left(R_\Gamma + h\right)^2}$ $V = -\dfrac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}$ $\upsilon_\delta = \sqrt{\dfrac{2g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}}$

3.42 Το πεδίο βαρύτητας είναι διατηρητικό. Η Γη στρέφεται γύρω από τον Ήλιο εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που δέχεται, επομένως η μηχανική της ενέργεια διατηρείται.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Ηλεκτρική ροή - νόμος του Gauss

3.43 α) $\Phi = EA\ \sigma\upsilon\nu 0^o = E\pi r^2 = 62,8 Nm^2/C$

β) $\Phi = EA\ \sigma\upsilon\nu 90^o = 0$

γ) $\Phi = EA\ \sigma\upsilon\nu 60^o = \dfrac{E\pi r^2}{2} = 31,4 Nm^2/C$

3.44 $\Phi = \dfrac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o} = 1,13\times 10^6\, Nm^2/C$

3.45 $\Phi = \dfrac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o}$ άρα $Q_{\varepsilon\gamma\kappa} = 17,7\times 10^{-12} C$

3.46 Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την κλειστή επιφάνεια που ορίζεται από τη στεφάνη και το δίχτυ της απόχης είναι μηδέν, γιατί στο εσωτερικό της απόχης δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο.

$\Phi = 0$ ή $\Phi_{δίχ.} + \Phi_{στεφ.} = 0$ άρα

$$\Phi_{δίχ.} = -\Phi_{στεφ.} = -E\pi R^2$$

3.47 Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss την επιφάνεια σφαίρας που έχει κέντρο το κέντρο της Γης και ακτίνα R ελάχιστα μεγαλύτερη από την ακτίνα της Γης ($R \approx R_\Gamma$)

$$\Phi = \frac{Q_{εγκ}}{\varepsilon_o} \text{ ή } -E4\pi R_\Gamma^2 = \frac{Q_{εγκ}}{\varepsilon_o} \text{ άρα } Q_{εγκ} = -455295C$$

3.48 Ο λεπτός σφαιρικός φλοιός, που είναι φορτισμένος, ομοιόμορφα συμπεριφέρεται εξωτερικά σαν όλο του το φορτίο να είναι συγκεντρωμένο στο κέντρο του (σημειακό φορτίο), ενώ στο εσωτερικό του δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο (βλέπε παράδειγμα 3-1 σελίδα 86 στο βιβλίο του μαθητή). Επομένως:

α) $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{Q}{r_1^2} = 1,35\times10^6\, N/C$ β) μηδέν

3.49 Αφού το φορτίο είναι κατανεμημένο ομοιόμορφα σε όλο τον όγκο της σφαίρας το φορτίο ανά μονάδα όγκου είναι $\rho = \dfrac{Q}{V_R}$ όπου V_R ο όγκος της σφαίρας.

Το φορτίο που περικλείεται από σφαίρα ακτίνας r ($r \prec R$) που έχει το ίδιο κέντρο με τη φορτισμένη σφαίρα είναι $q = \rho V_r$ επομένως:

$$q = \frac{Q}{V_R}V_r = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3}Q = \left(\frac{r}{R}\right)^3 Q$$

Εφαρμόζουμε το νόμο του Gauss για τη σφαιρική επιφάνεια ακτίνας *r*:

α) $\Phi_1 = \dfrac{q}{\varepsilon_o} = \dfrac{Q}{\varepsilon_o}\left(\dfrac{r}{R}\right)^3 \approx 10^4\, Nm^2/C$

β) $\Phi_2 = \frac{q}{\varepsilon_o} = \frac{Q}{\varepsilon_o}\left(\frac{r}{R}\right)^3 \approx 29,2 \times 10^4 \, Nm^2 / C$

γ) $\Phi_3 = \frac{q}{\varepsilon_o} = \frac{Q}{\varepsilon_o}\left(\frac{r}{R}\right)^3 \approx 69,4 \times 10^4 \, Nm^2 / C$

δ, ε) Αν η ακτίνα της σφαίρας r είναι μεγαλύτερη της R, το φορτίο που περικλείει η R είναι Q. Από το νόμο του Gauss προκύπτει ότι για κάθε σφαιρική επιφάνεια ακτίνας $r > R$ θα είναι

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_o} = 135 \times 10^4 \, Nm^2 / C$$

3.50 α) $E_1 = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{r_1} = 720 \times 10^3 \, N / C$ (βλέπε παράδειγμα 3.2 στη σελίδα 87 του βιβλίου του μαθητή)

β) $E_2 = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{r_2} = 360 \times 10^3 \, N / C$

Δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου - ενέργεια συστήματος φορτίων

3.51 $V = K_c \frac{Q}{r}$ επομένως $r = K_c \frac{Q}{V} = 6m$

3.52 Έστω Ο το σημείο στο οποίο βρίσκεται το φορτίο.

$$V_A = K_c \frac{Q}{(OA)} = 90V \qquad V_B = K_c \frac{Q}{(OB)} = 180V$$

$$V_A - V_B = -90V$$

3.53 $E = K_c \frac{Q}{r^2}$ (1) $\quad V = K_c \frac{Q}{r}$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) βρίσκουμε $\frac{V}{E} = r = 3m$

και από τη (2) έχουμε: $Q = \dfrac{Vr}{K_c} = 6 \times 10^{-8} C$

3.54 $W_{\mathrm{B\Gamma}} = (V_B - V_\Gamma)q = \left(K_c \dfrac{Q}{r_1} - K_c \dfrac{Q}{r_2}\right)q = K_c Qq\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right) = 13{,}5 \times 10^{-3} J$

3.55 α) Τα φορτία Q_1 και Q_2 δημιουργούν στο σημείο Α πεδία με δυναμικά

$V_1^{\mathrm{A}} = K_c \dfrac{Q_1}{(\mathrm{AB})} = 12000V$ και $V_2^{\mathrm{A}} = K_c \dfrac{Q_1}{(\mathrm{B\Gamma})} = 11250V$ αντίστοιχα

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας $V_A = V_1^A + V_2^A = 23250V$

β) $(\mathrm{B\Gamma}) = \sqrt{(\mathrm{AB})^2 + (\mathrm{A\Gamma})^2} = 5cm$ άρα $(\mathrm{MB}) = (\mathrm{M\Gamma}) = 2{,}5cm$

$V_1^M = K_c \dfrac{Q_1}{(\mathrm{MB})} = 14400V \qquad V_2^M = K_c \dfrac{Q_2}{(\mathrm{M\Gamma})} = 18000V$

$V_M = V_1^M + V_2^M = 32400V$

β) $W_{AM} = (V_A - V_M)q = -183 \times 10^{-8} J$

3.56 Η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι:

$U = K_c \dfrac{q^2}{a} + K_c \dfrac{q^2}{a} + K_c \dfrac{q^2}{a} = 3K_c \dfrac{q^2}{a} = 36 \times 10^{-2} J$

3.57 α) Έστω ότι το σημείο Γ από το οποίο διέρχεται η φορτισμένη σφαίρα απέχει r_2 από το σημείο Α.
Από το θεώρημα έργου ενέργειας για τη σφαίρα m κατά την κίνησή της από το σημείο Β στο Γ προκύπτει

$W = \Delta K$ ή $W = K_B$ ή $(V_B - V_\Gamma)q = \dfrac{1}{2}m\upsilon^2$

ή $\left(K_c \dfrac{Q}{r_1} - K_c \dfrac{Q}{r_2}\right)q = \dfrac{1}{2}m\upsilon^2$ άρα $\upsilon = \sqrt{\dfrac{2K_c Qq}{m}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)}$ (1)

από την οποία βρίσκουμε $\upsilon = \sqrt{6} m/s$
β) Αν το σημείο Γ βρίσκεται σε άπειρη απόσταση από το σημείο Α η (1) παίρνει τη μορφή

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2K_c Qq}{mr_1}} = 2\sqrt{3}m/s$$

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

3.58 Είναι $E = \frac{V_A - V_B}{x}$ (1), αλλά και

$E = \frac{V_B - V_\Gamma}{x}$ (2) Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι

$\frac{V_A - V_B}{x} = \frac{V_B - V_\Gamma}{x}$ ή $V_A - V_B = V_B - V_\Gamma = 5V$

$V_A - V_\Gamma = (V_A - V_B) + (V_B - V_\Gamma) = 10V$

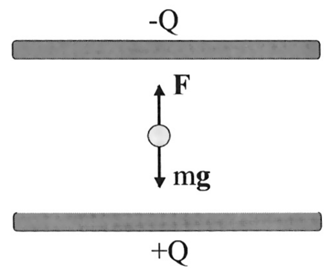
3.59 $V = Ex = 1500V$

3.60 Εφόσον το σωματίδιο ισορροπεί $\Sigma \mathbf{F} = 0$

ή $F = mg$

όμως $F = Eq = \frac{V}{l} q$ επομένως

άρα $V = \frac{mgl}{q} = 400V$



Σχ. 3.3

3.61 Αν θεωρήσουμε ότι η σφαίρα είναι θετικά φορτισμένη θα ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα 3.4

$T_x = T\eta\mu\varphi$, $T_y = T\sigma\upsilon\nu\varphi$

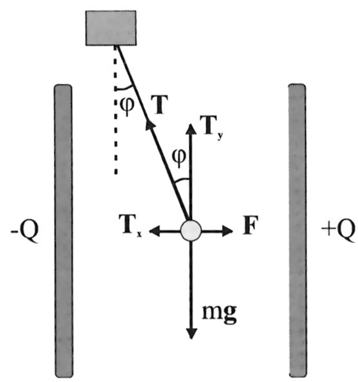
Είναι $\Sigma F_x = 0$ ή $F = T\eta\mu\varphi$ (1)

και $\Sigma F_y = 0$ ή $T\sigma\upsilon\nu\varphi = mg$ (2)

Από την (2) $T = \frac{mg}{\sigma\upsilon\nu\varphi}$ (3)

Η (1) γίνεται από την (3)

$F = \frac{mg}{\sigma\upsilon\nu\varphi}\eta\mu\varphi$ ή $F = mg\varepsilon\varphi\varphi$ (4)



Σχ. 3.4

Επειδή $F = Eq = \frac{V}{d}q$ η (4) γίνεται $\frac{V}{d}q = mg\varepsilon\varphi\varphi$ άρα

$$q = \frac{dmg\varepsilon\varphi\varphi}{V} = 10^{-9}\,C$$

3.62 α) $F = Ee = 1{,}456 \times 10^{-17}\,N$ $\qquad a = \frac{F}{m_e} = 16 \times 10^{12}\,m/s^2$

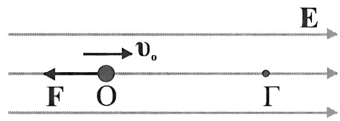
β) Η δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο έχει κατεύθυνση αντίθετη από αυτή των δυναμικών γραμμών. Την ίδια κατεύθυνση, με τη δύναμη, έχει και η επιτάχυνση. Οι σχέσεις που περιγράφουν την κίνηση του ηλεκτρονίου είναι:

I) Αν η αρχική του ταχύτητα είναι ομόρροπη με τις δυναμικές γραμμές

$$\upsilon = \upsilon_o - \alpha t \qquad x = \upsilon_o t - \frac{1}{2}at^2$$

II) Αν είναι αντίρροπη $\upsilon = \upsilon_o + \alpha t \qquad x = \upsilon_o t + \frac{1}{2}at^2$

3.63 Έστω Ο το σημείο από το οποίο βάλλεται το ηλεκτρόνιο τη χρονική στιγμή μηδέν. Στο ηλεκτρόνιο το πεδίο ασκεί δύναμη $F = Ee$ αντίθετης κατεύθυνσης από αυτή των δυναμικών γραμμών. Το σωματίδιο αποκτά επιτάχυνση $a = \frac{F}{m} = \frac{Ee}{m}$



Σχ. 3.5

(1) με φορά ίδια με τη φορά της δύναμης. Οι σχέσεις που περιγράφουν την κίνηση είναι

$$\upsilon = \upsilon_o - \alpha t \ (1) \quad x = \upsilon_o t - \frac{1}{2}at^2 \ (2)$$

Η χρονική στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητά του (στο σημείο Γ) βρίσκεται από τη σχέση (2) για υ = 0 $\quad t_\Gamma = \frac{\upsilon_o}{a} = \frac{m\upsilon_o}{Ee}$

Η χρονική στιγμή κατά την οποία το ηλεκτρόνιο ξαναπερνά από το σημείο Ο βρίσκεται από τη σχέση (2) για x = 0

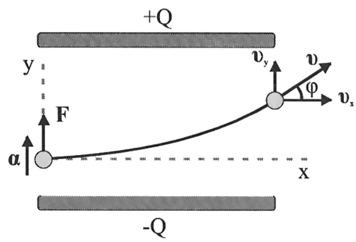
$$t_o = \frac{2\upsilon_o}{a} = \frac{2m\upsilon_o}{Ee}$$

Η ταχύτητα που θα έχει όταν ξαναπεράσει από *το* σημείο Ο βρίσκεται από τη σχέση (1) για $t = t_o$

$\upsilon = -\upsilon_o$

Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι ο χρόνος κίνησης από το Ο στο Γ είναι ίσος με το χρόνο κίνησης από το Γ στο Ο. Επίσης ότι στο Ο το ηλεκτρόνιο επιστρέφει με ταχύτητα ίσου μέτρου.

3.64 Επιλέγουμε ως σύστημα ορθογωνίων αξόνων στους οποίους αναλύουμε την κίνηση τη διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας (άξονας x) και τη διεύθυνση της έντασης (άξονας y).



Σχ. 3.6

Στον άξονα x: $x = \upsilon_o t$ (1)

Στον άξονα y: $a = \dfrac{F}{m_e} = \dfrac{Ee}{m_e}$ (2)

$\upsilon_y = \alpha t$ (3) $y = \dfrac{1}{2}at^2$ (4)

Από την (1) για $x = l$ βρίσκουμε το χρόνο κίνησης του ηλεκτρονίου μέσα στο πεδίο. $t = \dfrac{l}{\upsilon_o}$ (5)

Θέτοντας στην (4) την (5) και τη (2) βρίσκουμε την απόκλιση της δέσμης τη στιγμή της εξόδου από το πεδίο $y = \dfrac{Eel^2}{2m_e\upsilon_o^2}$

Θέτοντας στην (3) την (5) και την (2) βρίσκουμε την ταχύτητα υ_y των ηλεκτρονίων τη στιγμή που εξέρχονται από το πεδίο.

$$\upsilon_y = \frac{Eel}{m_e\upsilon_o}$$

Τα ηλεκτρόνια βγαίνουν από το πεδίο με ταχύτητα μέτρου

$\upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_o^2 + \dfrac{E^2e^2l^2}{m_e^2\upsilon_o^2}}$ που σχηματίζει με τη διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας γωνία για την οποία $\varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_o} = \dfrac{Eel}{m_e\upsilon_o^2}$

Χωρητικότητα - ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή

3.65 $Q = CV = 72pC$

3.66 $C = \varepsilon_o \dfrac{A}{d} = \varepsilon_o \dfrac{\pi r^2}{d}$

$Q = CV = \varepsilon_o \dfrac{\pi r^2}{d} V = 444,6pC$

3.67 $E = \dfrac{V}{d} = 10^4 V/m$

$C = \varepsilon_o \dfrac{A}{d} = 53,1pF$

$Q = CV = 637,2pC$

3.68 Ο πυκνωτής έχει αρχικά χωρητικότητα $C = \varepsilon_o \dfrac{A}{d} = 10\mu F$ και φορτίο $Q = CV = 1000\mu C$

Μετά την απομάκρυνση των οπλισμών του, ο πυκνωτής θα έχει χωρητικότητα

$C' = \varepsilon_o \dfrac{A}{2d} = \dfrac{C}{2} = 5\mu F$ και φορτίο $Q' = C'V = 500\mu C$ (Η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή δε μεταβάλλεται)

3.69 $U = \dfrac{1}{2} CV^2 = 2,5J$

3.70 Έστω Q_1 το φορτίο που αποκτά ο πυκνωτής C_1 όταν φορτιστεί σε τάση V_1 $\qquad Q_1 = C_1 V_1$

Αν Q_1' και Q_2' τα φορτία των πυκνωτών μετά τη σύνδεσή τους και V η κοινή τους τάση $Q_1' = C_1 V$ (1) $Q_2' = C_2 V$ (2)

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης του φορτίου

$Q_1 = Q_1' + Q_2'$ ή $C_1 V_1 = C_1 V + C_2 V$ άρα $V = \dfrac{C_1 V_1}{C_1 + C_2} = 64V$

Από (1) και (2) $Q_1' = 1280\mu C$ και $Q_2' = 320\mu C$

Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που χάνεται με τη σύνδεση των πυκνωτών είναι

$\frac{1}{2}C_1V_1^2 - \left[\frac{1}{2}C_1V^2 + \frac{1}{2}C_2V^2\right] = 12\times10^{-3}J$ Η ενέργεια αυτή έγινε θερμότητα στους αγωγούς σύνδεσης.

Διηλεκτρικά

3.71 $C' = KC = 60\mu F$

3.72 Έστω ότι η αρχική χωρητικότητα, το φορτίο και η τάση του πυκνωτή είναι, αντίστοιχα, C_o, Q_o, V_o. Μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού, το φορτίο του πυκνωτή παραμένει ίδιο ενώ η χωρητικότητα και η τάση του γίνονται *C* και *V* αντίστοιχα. Ισχύουν

$C_o = \frac{Q_o}{V_o}$ (1) και $C = \frac{Q_o}{V}$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκουμε

$$K = \frac{C}{C_o} = \frac{V_o}{V} = 6$$

3.73 Το αρχικό φορτίο του πυκνωτή ήταν $Q = CV = 50\mu C$

Το φορτίο του μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού γίνεται

$$Q' = Q + \Delta Q = 200\mu C$$

Αλλά $Q' = C'V$ ή $Q' = KCV$ άρα $K = \frac{Q'}{CV} = 4$

3.74 Η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι $C = K\varepsilon_o \frac{A}{d}$,

επομένως $\mathrm{A} = \frac{dC}{K\varepsilon_o}$ (1)

Το πεδίο στο εσωτερικό του πυκνωτή έχει ένταση $E = \frac{V}{d}$, επομένως $d = \dfrac{V}{E}$ (2)

Αντικαθιστώντας την (2) στην (1) βρίσκουμε $A = \dfrac{VC}{K\varepsilon_o E} = 0,083m^2$

3.75 Το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή αντιστοιχεί στη μέγιστη τάση μεταξύ των οπλισμών του $V = Ed$

Επομένως $Q = CV = K\varepsilon_o \dfrac{A}{d} Ed$ ή $Q = EK\varepsilon_o A = 169,9nC$

Πεδίο βαρύτητας

3.76 $g = G\dfrac{M_\Gamma}{\left(R_\Gamma + h\right)^2} = \dfrac{g_o R_\Gamma^2}{\left(2R_\Gamma\right)^2} = \dfrac{g_o}{4} = 2,5m/s^2$

$$V = -G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_o R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} = -\frac{g_o R_\Gamma}{2} = -32\times10^6 J/Kg$$

3.77 Έστω ότι το σώμα βάλλεται από το σημείο Α στην επιφάνεια της Γης και φτάνει στο σημείο Γ, σε ύψος h.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος από το σημείο Α στο Γ.

$W = \Delta K$ ή $\left(V_A - V_\Gamma\right)m = -K_A$ ή

$$\left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} + \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}\right)m = -\frac{1}{2}m\upsilon_o^2$$

ή $-\dfrac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma} + \dfrac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h} = -\dfrac{1}{2}\upsilon_o^2$ άρα $h = \dfrac{2g_o R_\Gamma^2}{2g_o R_\Gamma - \upsilon_o^2} - R_\Gamma = 50Km$

3.78 α) Έστω g_Σ η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης

$$g_\Sigma = \frac{GM_\Sigma}{R_\Sigma^2} \qquad g_o = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$$

Διαιρώντας κατά μέλη βρίσκουμε $\frac{g_\Sigma}{g_o} = \frac{M_\Sigma}{M_\Gamma}\left(\frac{R_\Gamma}{R_\Sigma}\right)^2$ επομένως $g_\Sigma = 1,66 m/s^2$

β) η μάζα του σώματος είναι $m = \frac{w_\Gamma}{g_o}$

Το βάρος του στη Σελήνη $w_\Sigma = m g_\Sigma = \frac{w_\Gamma}{g_o} g_\Sigma = 116,2 N$

3.79 Έστω Α το σημείο εκτόξευσης.

Η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη-σώμα διατηρείται επομένως

$K_A + U_A = K_\infty + U_\infty$

Η ελάχιστη ταχύτητα με την οποία πρέπει να εκτοξευτεί το σώμα είναι εκείνη για την οποία φτάνει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα.

Επομένως $K_A + U_A = 0 + 0$ ή $\frac{1}{2} m\upsilon_\delta^2 - G\frac{M_\Gamma m}{R_\Gamma + h} = 0$ ή

$\frac{1}{2}\upsilon_\delta^2 - \frac{g_o R_\Gamma}{R_\Gamma + h} = 0$ άρα $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 g_o R_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$

3.80 Η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια του πλανήτη είναι $\upsilon_\Pi = \sqrt{\frac{2GM_\Pi}{R_\Pi}}$ και από την επιφάνεια της Γης $\upsilon_\Gamma = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}}$

Διαιρώντας τις σχέσεις κατά μέλη $\frac{\upsilon_\Pi}{\upsilon_\Gamma} = \sqrt{\frac{M_\Pi}{M_\Gamma}\frac{R_\Gamma}{R_\Pi}} = \sqrt{\frac{1}{8}\frac{R_\Gamma}{R_\Pi}}$ (1)

$\frac{M_\Gamma}{M_\Pi} = \frac{\rho V_\Gamma}{\rho V_\Pi} = \frac{4/3\,\pi R_\Gamma^3}{4/3\,\pi R_\Pi^3}$ άρα $\frac{R_\Gamma}{R_\Pi} = 2$

οπότε η (1) γίνεται $\frac{\upsilon_\Pi}{\upsilon_\Gamma} = \frac{1}{2}$ και επομένως $\upsilon_\Pi = 5,6 Km/s$

3.81 Έστω υ_o η ταχύτητα του μετεωρίτη όταν βρίσκεται πολύ μακριά από τη Γη (εκτός πεδίου βαρύτητας).

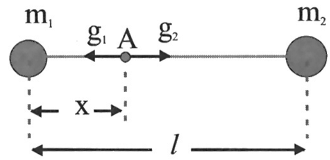
Από το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνησή του από σημείο εκτός του πεδίου βαρύτητας της Γης μέχρι την επιφάνειά της.

$W = \Delta K$ ή $\left(V_{\infty} - V_{\Gamma}\right)m = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2$ ή

$G\frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}} = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_o^2}{2}$ ή $\frac{g_o R_{\Gamma}^2}{R_{\Gamma}} = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_o^2}{2}$ και επομένως

$\upsilon_o = \sqrt{\upsilon^2 - 2g_o R_{\Gamma}} = 14 \times 10^3 m/s$

3.82 Για να είναι μηδέν η ένταση σε κάποιο σημείο πρέπει η ένταση $\mathbf{g}_1$ που δημιουργεί η m_1 να είναι αντίθετη με την ένταση $\mathbf{g}_2$ που δημιουργεί η m_2. Τέτοιο σημείο υπάρχει μόνο μεταξύ των δύο μαζών.



Σχ. 3.7

Έστω Α αυτό το σημείο.

Η ένταση που δημιουργεί στο σημείο Α η μάζα m_1 είναι $g_1 = G\frac{m}{x^2}$

Η ένταση που δημιουργεί στο σημείο Α η μάζα m_2 είναι

$g_2 = G\frac{2m}{(l-x)^2}$

Εφόσον $g_1 = g_2$ $G\frac{m}{x^2} = G\frac{2m}{(l-x)^2}$ ή $\frac{l-x}{x} = \pm\sqrt{2}$

Από όπου $x_1 = l\left(\sqrt{2}-1\right)$ και $x_2 = -l\left(1+\sqrt{2}\right)$

Η αρνητική τιμή του x_2 σημαίνει ότι το σημείο Α βρίσκεται αριστερά του m_1. Η λύση αυτή απορρίπτεται.

Το δυναμικό του πεδίου στο σημείο Α είναι το αλγεβρικό άθροισμα των δυναμικών που δημιουργούν μόνες τους οι μάζες m_1 και m_2.

$V_A = V_1^A + V_2^A = -G\frac{m}{x} - G\frac{2m}{l-x} = -G\frac{m}{l}\left(2\sqrt{2}+3\right)$

3.83 Η ενέργεια του συστήματος των τριών μαζών είναι

$U = -G\frac{m_1 m_2}{\gamma} - G\frac{m_1 m_3}{\beta} - G\frac{m_2 m_3}{\alpha}$

Σύμφωνα με την αρχή της διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που απαιτείται για να απομακρυνθούν οι μάζες αυτές σε άπειρη απόσταση είναι

$$E = E_{συστ}^{τελ} - E_{συστ}^{αρχ} = -U = G\frac{m_1 m_2}{\gamma} + G\frac{m_1 m_3}{\beta} + G\frac{m_2 m_3}{\alpha}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

3.84 Επειδή το φορτίο της σφαίρας είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο το πεδίο έχει ακτινική διεύθυνση και η ένταση έχει το ίδιο μέτρο σε όλα τα σημεία που απέχουν το ίδιο από το κέντρο της σφαίρας.

α) Στο εσωτερικό της σφαίρας. Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss, σφαιρική επιφάνεια ακτίνας r ($r \prec R$) ομόκεντρη με το σφαιρικό αγωγό και εφαρμόζουμε το νόμο του Gauss $\Phi = \frac{Q_{εγκ}}{\varepsilon_o}$ (1)

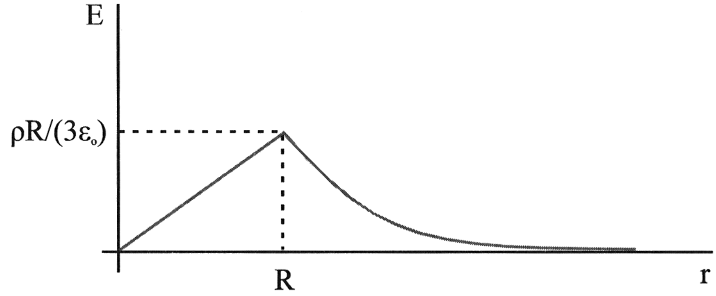
$\Phi = E\ 4\pi r^2$. Εξάλλου $Q_{εγκ} = \rho V = \rho\frac{4}{3}\pi r^3$. Αντικαθιστώντας στην (1) βρίσκουμε $E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_o}$ για $r \to R$ $E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_o}$

β) Στο εξωτερικό της σφαίρας. Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss σφαιρική επιφάνεια ακτίνας r ($r \succ R$) ομόκεντρη με το σφαιρικό αγωγό.

Εφαρμόζοντας το νόμο του Gauss $\Phi = \frac{Q_{εγκ}}{\varepsilon_o}$ (2)

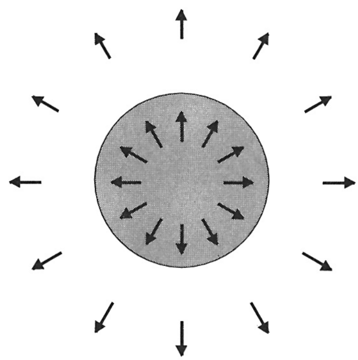
$\Phi = E\ 4\pi r^2$ $\quad$ $Q_{εγκ} = \rho V = \rho\frac{4}{3}\pi R^3$ αντικαθιστώντας στην (2) βρίσκουμε $E = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_o r^2}$ η οποία για $r = R$ δίνει $E = \frac{\rho R}{3\varepsilon_o}$

Το μέτρο της έντασης σε συνάρτηση με την απόσταση r από το κέντρο της σφαίρας παριστάνεται γραφικά στο σχήμα 3.8



Σχ. 3.8

3.85 Επειδή το φορτίο του κυλίνδρου είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο, το πεδίο που δημιουργείται είναι ακτινικό και το μέτρο της έντασης ίδιο σε όλα τα σημεία που απέχουν το ίδιο από τον άξονα του κυλίνδρου. Στο σχήμα 3.9 παριστάνεται το πεδίο σε μια τομή του κυλίνδρου κάθετη στον άξονά του.



Σχ. 3.9

α) Στο εσωτερικό του κυλίνδρου. Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss, κυλινδρική επιφάνεια ακτίνας r ($r \prec R$), ύψους L, ομοαξονική με το φορτισμένο κύλινδρο και εφαρμόζουμε το νόμο του Gauss $\Phi = \dfrac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o}$ (1)

Αλλά $\Phi = \Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦ.}} + \Phi_{\text{ΒΑΣΕΩΝ}} = E\ 2\pi rL + 0$

και $Q_{\varepsilon\gamma\kappa} = \rho V = \rho\ \pi r^2 L$

Αντικαθιστώντας στην (1)

$E = \dfrac{\rho r}{2\varepsilon_o}$ για $r \to R$ $E = \dfrac{\rho r}{2\varepsilon_o}$

β) Στο εξωτερικό του κυλίνδρου. Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss, κυλινδρική επιφάνεια ακτίνας r ($r \geq R$), ύψους L, ομοαξονική με το φορτισμένο κύλινδρο.

Εφαρμόζουμε το νόμο του Gauss $\Phi = \dfrac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o}$ (1)

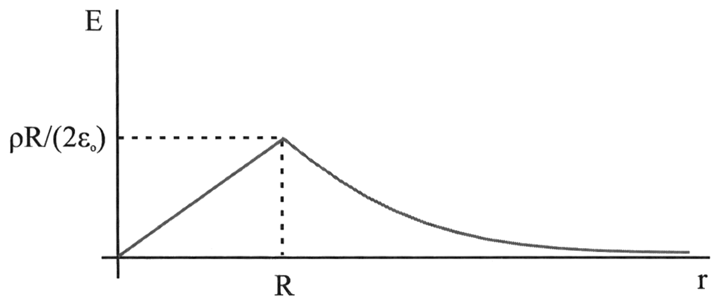
Αλλά $\Phi = \Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦ.}} + \Phi_{\text{ΒΑΣΕΩΝ}} = E\ 2\pi r L + 0$

$Q_{\varepsilon\gamma\kappa} = \rho V = \rho\ \pi R^2 L$

Αντικαθιστώντας στην (1)

$E = \dfrac{\rho R^2}{2r\varepsilon_o}$ για r = R $E = \dfrac{\rho R}{2\varepsilon_o}$

Το μέτρο της έντασης σε συνάρτηση με την απόσταση r από τον άξονα του κυλίνδρου παριστάνεται γραφικά στο διάγραμμα του σχήματος 3.9



Σχ. 3.10

3.86 Στο εσωτερικό φορτισμένου αγωγού το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν (παρατήρηση στη σελίδα 87 στο βιβλίο του μαθητή), επομένως για r_1 = 2cm και r_2 = 8cm έχουμε E = 0.

Για τον υπολογισμό της έντασης στο εξωτερικό του αγωγού επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss, σφαιρική επιφάνεια ακτίνας $r\,(\,r \succ R\,)$ ομόκεντρη με το σφαιρικό αγωγό.

$\Phi = \dfrac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o}$ ή $E\ 4\pi r^2 = \dfrac{Q}{\varepsilon_o}$ ή $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{Q}{r^2}$

Για $r = r_3 \quad E \approx 45 \times 10^2\, N/C$

3.87 Για λόγους συμμετρίας, το πεδίο που δημιουργεί η διάταξη πρέπει να είναι ακτινικό και το μέτρο της έντασης να έχει την ίδια τιμή σε όλα τα σημεία της επιφάνειας που απέχουν το ίδιο από τον ευθύγραμμο αγωγό.

α) Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss μια κυλινδρική επιφάνεια ύψους L, ομοαξονική με το σύρμα και τον κυλινδρικό αγωγό, ακτίνας $r < R$ (όπου R η ακτίνα του κυλινδρικού αγωγού).

Εφαρμόζομε το νόμο του Gauss $\Phi = \dfrac{Q_{εγκ}}{\varepsilon_o}$

Αλλά $\Phi = \Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦ.}} + \Phi_{\text{ΒΑΣΕΩΝ}} = E\ 2\pi r L + 0$ και

$Q_{εγκ} = \lambda L$

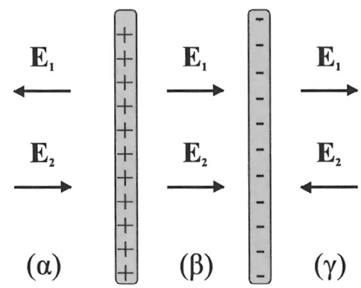
Επομένως $E = \dfrac{\lambda L}{2\pi r L \varepsilon_o} = \dfrac{1}{2\pi\varepsilon_o}\dfrac{\lambda}{r}$

β) Αν η επιφάνεια Gauss έχει ακτίνα $r \geq R$, το φορτίο που θα περικλείει θα είναι $Q_{εγκ} = +\lambda L + (-\lambda L) = 0$ επομένως Φ = 0 και Ε = 0

3.88 Το ηλεκτρικό πεδίο θα υπολογιστεί ως το αποτέλεσμα της επαλληλίας του πεδίου που δημιουργείται από το θετικά φορτισμένο φύλλο και του πεδίου που δημιουργεί το αρνητικά φορτισμένο φύλλο.

Μόνο του το θετικά φορτισμένο φύλλο θα δημιουργούσε γύρω του ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου $E_1 = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}$ (παράδειγμα 3.3 στη σελίδα 88 στο βιβλίο του μαθητή)

Μόνο του το αρνητικά φορτισμένο φύλλο θα δημιουργούσε γύρω του ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου $E_2 = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}$



Σχ. 3.11

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας το πεδίο που δημιουργείται από τα δύο φορτισμένα φύλλα είναι σε κάθε σημείο $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$

Έτσι στην περιοχή (α) και στην περιοχή (γ) (σχήμα 3.11) **E** = 0, ενώ στην περιοχή (β) το πεδίο έχει μέτρο $E = E_1 + E_2 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_o}$

3.89 Από το θεώρημα έργου - ενέργειας βρίσκουμε

$W = \Delta K$, επομένως $Eel = \dfrac{1}{2} m_e \upsilon^2$ και $E = \dfrac{m_e \upsilon^2}{2el} = 3 \times 10^5\, N/C$

3.90 α) Η ελκτική δύναμη Coulomb που δέχεται το ηλεκτρόνιο από τον πυρήνα δρα ως κεντρομόλος: $k\dfrac{e^2}{r^2} = m\dfrac{\upsilon^2}{r}$ ή $k\dfrac{e^2}{r} = m\upsilon^2$ (1)

Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι $K = \dfrac{1}{2}m\upsilon^2$ η οποία γίνεται

από την (1) $K = \dfrac{1}{2}k\dfrac{e^2}{r}$

β) $U = -k\dfrac{e^2}{r}$

γ) $E = K + U = -\dfrac{1}{2}k\dfrac{e^2}{r}$

δ) Το ελάχιστο ποσό ενέργειας που πρέπει να προσφερθεί είναι εκείνο για το οποίο η απόσταση μεταξύ του ηλεκτρονίου και του πυρήνα θα γίνει άπειρη και η κινητική ενέργεια του συστήματος μηδενική. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας

$$E = \Delta E_{\text{ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ}} = 0 - \left(-\frac{1}{2}k\frac{e^2}{r}\right) = \frac{1}{2}k\frac{e^2}{r}$$

3.91 Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του πρωτονίου από την αρνητική ως την θετική πλάκα

$W = \Delta K$ επομένως $\left(V_{(-)} - V_{(+)}\right)e = 0 - \dfrac{1}{2}m\upsilon_o^2$

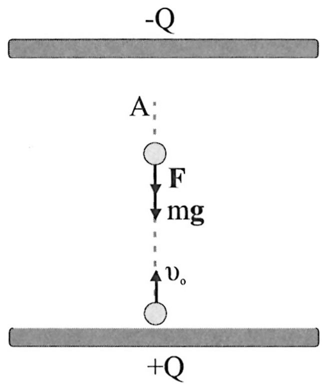
Όπου $V_{(-)}$ και $V_{(+)}$ τα δυναμικά της αρνητικής και της θετικής πλάκας αντίστοιχα και $V = V_{(+)} - V_{(-)}$ η τάση μεταξύ των πλακών. Επομένως

$Ve = \dfrac{1}{2}m\upsilon_o^2$ άρα $V = \dfrac{m\upsilon_o^2}{2e} = 1250V$

3.92 $E = \frac{V}{d} = 10^5 N/C$ Η δύναμη που δέχεται το σφαιρίδιο από το ηλεκτρικό πεδίο είναι $F = E|q| = 10^{-3} N$ και έχει φορά αντίθετη από τη φορά των δυναμικών γραμμών.

Το βάρος του είναι $w = mg = 5 \times 10^{-3} N$ (δεν μπορεί να αγνοηθεί)

Επομένως το σφαιρίδιο κινείται με επιβράδυνση $a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F + w}{m} = 12 m/s^2$



Σχ. 3.12

$\upsilon = \upsilon_o - \alpha t$ για $\upsilon = 0$ βρίσκουμε το χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει στο σημείο Α στο οποίο στιγμιαία μηδενίζεται η ταχύτητά του. $t_A = \frac{\upsilon_o}{a}$

Η απόσταση y του σημείου Α από το σημείο βολής:

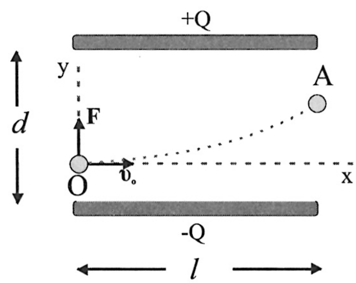
$y = \upsilon_o t_A - \frac{1}{2} a t_A^2 = 3cm$

Η ελάχιστη απόσταση του σφαιριδίου από τον αρνητικό οπλισμό είναι:

$d - y = 1cm$

3.93 Αναλύουμε την κίνηση του ηλεκτρονίου στους άξονες x (διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας) και y (διεύθυνση των δυναμικών γραμμών).

Στον άξονα x η κίνηση του ηλεκτρονίου είναι ευθύγραμμη ομαλή, επομένως ο χρόνος κίνησής τους μέσα στο πεδίο είναι $t_{ΟΑ} = \frac{l}{\upsilon_o}$ (1)



Σχ. 3.13

Στον άξονα y τα ηλεκτρόνια έχουν επιτάχυνση

$a = \frac{F}{m} = \frac{Ee}{m} = \frac{Ve}{dm}$ (2)

Η απόκλιση της δέσμης κατά την έξοδό της από το πεδίο δίνεται από τη σχέση

$y = \frac{1}{2}at_{ΟΛ}^2$ η οποία γίνεται από τις (1) και (2) $y = \frac{1}{2}\frac{Ve}{m}\frac{l^2}{\upsilon_o^2} = 12,6mm$

Αν Ο το σημείο εισόδου της δέσμης στο πεδίο και Α το σημείο εξόδου

$E = \frac{V_A - V_O}{y}$ ή $\frac{V}{d} = \frac{V_A - V_O}{y}$ άρα $V_A - V_O = y\frac{V}{d} = 50,4V$

3.94 α) Έστω Α το σημείο της επιφάνειας της σφαίρας από το οποίο ξέφυγε το ηλεκτρόνιο και Γ το σημείο της τροχιάς του που απέχει απόσταση r από το κέντρο της σφαίρας.

Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου ενέργειας κατά την κίνηση του ηλεκτρονίου από σημείο Α στο Γ.

$W = \Delta K$ επομένως $\left(V_A - V_Γ\right)\left(-e\right) = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2$ ή

$\left(K_c\frac{Q}{R} - K_c\frac{Q}{r}\right)\left(-e\right) = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2$ άρα

$$\upsilon = \sqrt{\frac{-2K_cQe}{m_e}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)} = 2,66\times10^6 m/s$$

β) Το ηλεκτρόνιο επιταχύνεται εξαιτίας της απωστικής δύναμης που δέχεται από τη φορτισμένη σφαίρα. Θα πάψει να επιταχύνεται όταν θα βρίσκεται πολύ μακριά από τη σφαίρα (σε άπειρη απόσταση). Τότε θα έχει αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητα.

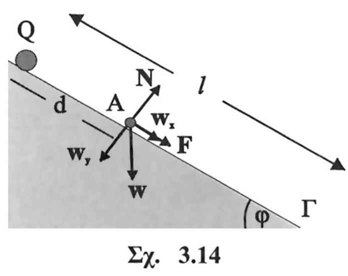
Το θεώρημα - έργου ενέργειας δίνει για την κίνηση του ηλεκτρονίου από το σημείο Α στο έως το άπειρο.

$W = \Delta K$ επομένως $V_A\left(-e\right) = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2$ ή $-K_c\frac{Q}{R}e = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2$

ή $\upsilon = \sqrt{\frac{-2K_cQe}{m_eR}} = 3,26\times10^6 m/s$

3.95 Έστω Α το σημείο από το οποίο αφέθηκε το σωματίδιο Σ και Γ το σημείο της βάσης του πλαγίου επιπέδου από το οποίο θα περάσει.

Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου ενέργειας κατά την κίνηση του σωματιδίου από το Α στο Γ



Σχ. 3.14

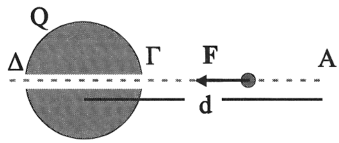
$W=\Delta K$ επομένως

$$mg\eta\mu\varphi(l-d)+(V_A-V_\Gamma)q=\frac{1}{2}m\upsilon^2$$

ή $mg\eta\mu\varphi(l-d)+K_cQq\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{l}\right)=\frac{1}{2}m\upsilon^2$ άρα

$$\upsilon=\sqrt{2g\eta\mu\varphi(l-d)+\frac{2K_cQq}{m}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{l}\right)}=9,6m/s$$

3.96 Έστω Α το σημείο από το οποίο αφήνεται το σημειακό φορτίο και Γ το ένα άκρο της οπής του σφαιρικού αγωγού.



Σχ. 3.15

Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου ενέργειας κατά τη μετακίνηση του σημειακού φορτίου από το σημείο Α στο Γ.

$W=\Delta K$ επομένως $(V_A-V_\Gamma)q=\frac{1}{2}m\upsilon^2$ ή

$K_cQq\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{R}\right)=\frac{1}{2}m\upsilon^2$ άρα $\upsilon=\sqrt{\frac{2K_cQq}{m}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{R}\right)}=13,8m/s$

Στο εσωτερικό του σφαιρικού αγωγού δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Έτσι η κίνηση του σημειακού φορτίου, μέσα στην οπή, είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Το σωματίδιο βγαίνει από την οπή μετά από χρόνο $t=\frac{2R}{\upsilon}=14,4ms$

3.97 Η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών διατηρείται:

$\mathbf{p}_{APX.}=\mathbf{p}_{META}$ επομένως $0=m\upsilon_1-2m\upsilon_2$ άρα $\upsilon_1=2\upsilon_2$ (1)

Η μηχανική ενέργεια των δύο σφαιρών διατηρείται:

$K_{\text{ΑΡΧ.}}+U_{\text{ΑΡΧ.}}=K_{\text{ΜΕΤΑ}}+U_{\text{ΜΕΤΑ}}$ ή

$$0+K_C\frac{q^2}{l}=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2+\frac{1}{2}2m\upsilon_2^2+K_C\frac{q^2}{2l} \quad (2)$$

η (2) γίνεται από την (1)

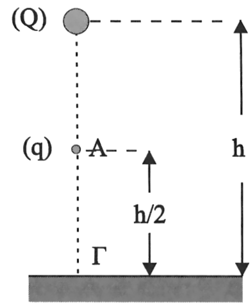
$$K_C\frac{q^2}{l}=\frac{1}{2}m4\upsilon_2^2+\frac{1}{2}2m\upsilon_2^2+K_C\frac{q^2}{2l} \quad \text{άρα } \upsilon_2=q\sqrt{\frac{K_C}{6lm}}$$

και από την (1) έχουμε $\upsilon_2=2q\sqrt{\frac{K_C}{6lm}}$

3.98 α) Έστω ότι η σφαίρα είναι αφόρτιστη και κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους της.
Εφαρμόζομε το θεώρημα έργου ενέργειας κατά την κίνησή της από το σημείο Α στο Γ.

$W=\Delta K$ επομένως $mg\frac{h}{2}=\frac{1}{2}m\upsilon^2$

άρα $\upsilon=\sqrt{gh}=6m/s$



Σχ. 3.16

Η ταχύτητα αυτή είναι μικρότερη από την ταχύτητα της σφαίρας. Επομένως η σφαίρα είναι φορτισμένη ομόσημα με το φορτίο Q.
β) Έστω q το φορτίο που φέρει η σφαίρα. Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνησή της από το σημείο Α στο Γ.

$W_w+W_F=\Delta K$ επομένως $mg\frac{h}{2}+\left(V_A-V_\Gamma\right)q=\frac{1}{2}m\upsilon^2$ ή

$$mg\frac{h}{2}+\left(K_C\frac{Q}{h/2}-K_C\frac{Q}{h}\right)q=\frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$q=\frac{mh\left(\upsilon^2-gh\right)}{2K_CQ}=0,8\times10^{-6}C$$

3.99 $AB=\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2+h^2}=50cm$

Τα δυναμικά του πεδίου που δημιουργούν τα φορτία Q_1 και Q_2 στα σημεία Α και Μ είναι:

$$V_A=V_1^A+V_2^A=K_C\frac{Q_1}{AB}+K_C\frac{Q_2}{A\Gamma} \qquad V_A=18\times10^4V$$

$$V_M=V_1^M+V_2^M=K_C\frac{Q_1}{BM}+K_C\frac{Q_2}{\Gamma M} \qquad V_M=30\times10^4V$$

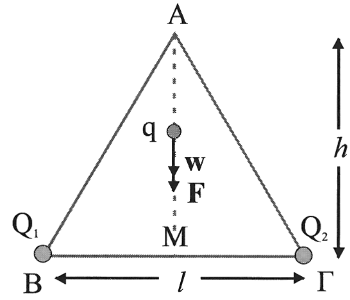
Από το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνηση του q από το σημείο A στο M

$W_w + W_F = \Delta K$

επομένως

$mgh + (V_A - V_M)q = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ άρα

$\upsilon = \sqrt{\frac{2mgh + 2(V_A - V_M)q}{m}} = 4,2m/s$

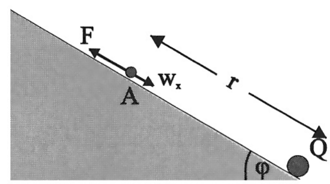


Σχ. 3.17

3.100 Η δύναμη

$F = K_C \frac{Qq}{r^2} = 2,25 \times 10^{-3} N$

που ασκείται στο φορτισμένο σώμα, στην αρχική του θέση A, είναι μεγαλύτερη της συνιστώσας του βάρους $w_x = mg\ \eta\mu\varphi = 0,25 \times 10^{-3} N$



Σχ. 3.18

Επομένως το σώμα, όταν αφεθεί στο σημείο A θα κινηθεί στο πλάγιο επίπεδο με κατεύθυνση προς τα πάνω.

α) Έστω Γ το σημείο στο οποίο θα μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του και x η απόστασή του από το Q.

Από το θεώρημα - έργου ενέργειας κατά την κίνηση του m από το A στο Γ παίρνουμε

$W_F + W_{wx} = \Delta K$ και επομένως $(V_A - V_\Gamma)q - mg\eta\mu\varphi(x - r) = 0$ ή $K_C Qq\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{x}\right) - mg\eta\mu\varphi(x - r) = 0$. Μετά τις αντικαταστάσεις παίρνουμε $x^2 - 1,3x + 0,36 = 0$ από όπου προκύπτει $x = 0,9m$ (η άλλη λύση της εξίσωσης είναι $x = 0,4m$, που αντιστοιχεί στην αρχική θέση του σώματος)

β) Το φορτισμένο σώμα κινείται με επιτάχυνση μέχρι τη στιγμή κατά την οποία η συνισταμένη των δυνάμεων που δέχεται γίνει ίση με μηδέν. Έστω ότι αυτό συμβαίνει στο σημείο Δ που απέχει από το Q απόσταση d.

$F = w_x$ ή $K_C \frac{Qq}{d^2} = mg\eta\mu\varphi$ άρα $d = 0,6m$

Στη θέση αυτή αντιστοιχεί η μέγιστη τιμή της ταχύτητας.
Από το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνηση του m από το Α στο Δ παίρνουμε

$W_F + W_w = \Delta K$ επομένως $(V_A - V_\Delta)q - mg\eta\mu\varphi(d-r) = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ ή

$K_c Qq\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{d}\right) - mg\eta\mu\varphi(d-r) = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ άρα

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2K_c Qq}{m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{d}\right) - 2mg\eta\mu\varphi(d-r)} = 1m/s$$

3.101 α) $V = V_A - V_B = 100V$
β) Επειδή ο οπλισμός Α διατηρεί το φορτίο του, εξ επαγωγής, το διατηρεί και ο Β.
γ) Εφόσον το φορτίο του πυκνωτή δε μεταβάλλεται η τάση του θα παραμείνει 100V. Ο γειωμένος οπλισμός αποκτάει το δυναμικό της Γης δηλαδή $V_B = 0$ άρα $V_A = 100V$.

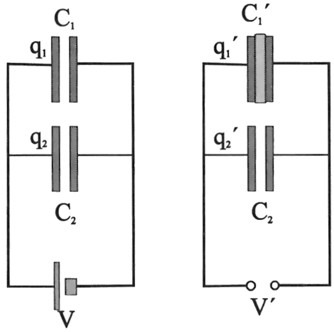
3.102 Το φορτίο του πυκνωτή είναι $Q = CV$
Επομένως το μέγιστο φορτίο αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή της τάσης μεταξύ των οπλισμών του $V = \frac{E}{d}$
Οι τιμές του μέγιστου φορτίου για το γυαλί και τον αέρα είναι αντίστοιχα

$Q_\gamma = K\varepsilon_o \frac{A}{d}\frac{E_\gamma}{d}$ και $Q_\alpha = \varepsilon_o \frac{A}{d}\frac{E_\alpha}{d}$

από τις οποίες βρίσκουμε $\frac{Q_\gamma}{Q_\alpha} = \frac{KE_\gamma}{E_a}$ ή $Q_\gamma = KQ_a \frac{E_\gamma}{E_a} = 46,7\mu C$

3.103 α) $q_1 = C_1 V = 120\mu C$ και

$q_2 = C_2 V = 120\mu C$



Σχ. 3.19

β) Με την εισαγωγή του διηλεκτρικού η χωρητικότητα του πυκνωτή C_1 γίνεται

$C_1' = KC_1 = 20\mu F$

Αν q_1', q_2' τα νέα φορτία που αποκτούν οι πυκνωτές και V' η κοινή τάση τους

$q_1' = C_1'V'$ (1) και

$q_2' = C_2'V'$ (2)

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης του φορτίου $q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$ Η σχέση αυτή, αν λάβουμε υπόψη τις (1) και (2), γίνεται $q_1 + q_2 = \left(C_1' + C_2\right)V'$ από όπου βρίσκουμε $V' = 10V$

Επομένως οι πυκνωτές έχουν φορτία $q_1' = 200\mu F$ και $q_2' = 40\mu F$

3.104 α) Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του διαστημικού οχήματος από το σημείο Α (που βρίσκεται σε ύψος h) μέχρι το σημείο Γ (που βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης)

$W_w = \Delta K$ επομένως $\left(V_A - V_\Gamma\right)m = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_o^2$ ή

$$-G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} + G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma} = \frac{1}{2}\upsilon^2 - \frac{1}{2}\upsilon_o^2 \quad ή$$

$$-\frac{g_o R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} + \frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma} = \frac{1}{2}\upsilon^2 - \frac{1}{2}\upsilon_o^2$$

άρα $\upsilon = \sqrt{g_o R_\Gamma + \upsilon_o^2} = 8\sqrt{2}\times 10^3 m/s$

β) Από το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του διαστημικού οχήματος από το σημείο Α μέχρι το σημείο Γ βρίσκουμε

$W_F + W_w = \Delta K$, επομένως $-Fh + \left(V_A - V_\Gamma\right)m = -\frac{1}{2}m\upsilon_o^2$ ή

$$-Fh + \left(-G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} + G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}\right)m = -\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 \quad ή$$

$$-Fh+\frac{g_oR_\Gamma m}{2}=-\frac{1}{2}m\upsilon_o^2 \text{ και } F=\frac{m\left(\upsilon_o^2+g_oR_\Gamma\right)}{2R_\Gamma}=8\times10^4 N$$

3.105 α) Η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη-σταθμός διατηρείται, δηλαδή $U_1+K_1=U_2+K_2$

επομένως $-G\frac{M_\Gamma m}{r_1}+\frac{1}{2}m\upsilon_1^2=-G\frac{M_\Gamma m}{r_2}+\frac{1}{2}m\upsilon_2^2$

ή $-\frac{g_oR_\Gamma^2}{r_1}+\frac{\upsilon_1^2}{2}=-\frac{g_oR_\Gamma^2}{r_2}+\frac{\upsilon_2^2}{2}$ άρα

$$\upsilon_2=\sqrt{2g_oR_\Gamma^2\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)+\upsilon_1^2}=6,16\times10^3 m/s$$

β) Η ενέργεια E που πρέπει να προσφερθεί στη συσκευή ώστε να φτάσει στο άπειρο χωρίς κινητική ενέργεια, θα βρεθεί από την αρχή διατήρησης της ενέργειας.
$E_{ΑΡΧ}+E=E_{ΤΕΛ}$ (1) όπου $E_{ΑΡΧ}$, $E_{ΤΕΛ}$ η αρχική και τελική ενέργεια του συστήματος συσκευής - Γη. Επειδή κατά την περιφορά της συσκευής γύρω από τη Γη η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται, η $E_{ΑΡΧ}$ είναι ίδια για όλα τα σημεία της τροχιάς.
Σύμφωνα με την (1)

$$-G\frac{M_\Gamma m}{r_1}+\frac{1}{2}m\upsilon_1^2+E=0 \text{ ή } E=\frac{g_oR_\Gamma^2 m}{r_1}-\frac{m\upsilon_1^2}{2}=3,7\times10^9 J$$

3.106 Η κίνηση του οχήματος μέχρι το ύψος h στο οποίο αποκτάει την ταχύτητα διαφυγής είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

$\upsilon_\delta=\alpha t$ και $h=\frac{1}{2}at^2$ άρα $h=\frac{\upsilon_\delta^2}{2\alpha}$ (1)

$$\upsilon_\delta=\sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma+h}}=\sqrt{\frac{2g_oR_\Gamma^2}{R_\Gamma+h}} \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας τη (2) στην (1) έχουμε $h=\frac{g_oR_\Gamma^2}{a\left(R_\Gamma+h\right)}$ ή

$h^2+64\times10^5h-128\times10^{11}=0$ από όπου βρίσκουμε $h=1,6\times10^6 m$

3.107 Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του σώματος από την επιφάνεια της Γης (σημείο Γ) μέχρι το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος x και στο οποίο το σώμα αποκτάει την ταχύτητα διαφυγής.

$W_F + W_w = \Delta K$ επομένως $Fx + \left(V_\Gamma - V_A\right)m = \frac{1}{2}m\upsilon_\delta^2$ ή

$$Fx + \left(-G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma} + G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + x}\right)m = \frac{1}{2}m\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + x} \text{ ή}$$

$$Fx + \left(-\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma} + \frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + x}\right)m = m\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + x} \text{ ή } Fx - g_o R_\Gamma m = 0$$

άρα $x = \frac{g_o R_\Gamma m}{F} = 3,2\times10^6\, m$

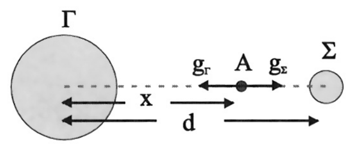
β) Από το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του σώματος από την επιφάνεια της Γης μέχρι το άπειρο, βρίσκουμε

$W_F + W_w = \Delta K$ επομένως $Fh + V_\Gamma m = \frac{1}{2}m\upsilon^2$

ή $Fh - \frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma}m = \frac{1}{2}m\upsilon^2$

άρα $\upsilon = \sqrt{\frac{2\left(Fh - g_o R_\Gamma m\right)}{m}} = 5,06\times10^3\, m/s$

3.108 Έστω ότι η ένταση του πεδίου βαρύτητας είναι μηδέν στο σημείο Α που απέχει από το κέντρο της Γης απόσταση x. Στο σημείο αυτό:



Σχ. 3.20

$g_\Gamma = g_\Sigma$ επομένως

$$G\frac{M_\Gamma}{x^2} = G\frac{M_\Sigma}{\left(d - x\right)^2} \text{ ή}$$

$$\frac{x}{d - x} = \pm\sqrt{\frac{M_\Gamma}{M_\Sigma}} = \pm 9$$

Από $\frac{x}{d - x} = 9$ ή $\frac{x}{60R_\Gamma - x} = 9$ έχουμε $x = 54R_\Gamma$

Από $\dfrac{x}{d-x}=-9$ ή $\dfrac{x}{60R_\Gamma - x}=-9$ έχουμε $x=67,5R_\Gamma$. Η λύση αυτή απορρίπτεται γιατί το σημείο αυτό βρίσκεται πέρα από τη Σελήνη και στα σημεία αυτά οι εντάσεις που οφείλονται στη Γη και τη Σελήνη είναι ομόρροπες.

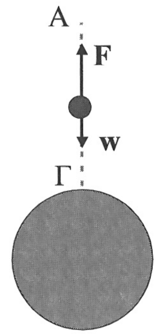
3.109 Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνηση του οχήματος από την επιφάνεια της Γης (σημείο Γ) μέχρι το ύψος h (σημείο Α).

$W_F + W_w = \Delta K$ (1)

Όμως $W_F = -2W_w$, επομένως η (1) γίνεται $-W_w = \Delta K$ ή

$$-\left(V_\Gamma - V_A\right)m = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ ή}$$

$$G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma} - G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2}\upsilon^2 \text{ ή}$$



Σχ. 3.21

$$\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma} - \frac{g_o R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} = \frac{1}{2}\upsilon^2 \text{ από όπου } \upsilon = \sqrt{g_o R_\Gamma} = 8\times 10^3\, m/s$$

3.110 α) Κατά την κυκλική κίνηση του δορυφόρου η δύναμη της βαρύτητας λειτουργεί ως κεντρομόλος $G\dfrac{M_\Gamma m}{\left(R_\Gamma + h\right)^2} = m\dfrac{\upsilon^2}{R_\Gamma + h}$

επομένως η ταχύτητα του δορυφόρου είναι $\upsilon = \sqrt{\dfrac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$

Η μεταβολή στην κινητική ενέργεια του δορυφόρου κατά την αλλαγή της τροχιάς του είναι

$$\Delta K = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{GM_\Gamma}{16R_\Gamma/9} - \frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}\right) \text{ ή}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m\left(\frac{9g_o R_\Gamma^2}{16R_\Gamma} - \frac{g_o R_\Gamma^2}{2R_\Gamma}\right) = \frac{1}{32}mg_o R_\Gamma = 2\times 10^8\, J$$

β) Κατά την αλλαγή της τροχιάς, η βαρυτική δύναμη παράγει έργο

$$W_w=\left(V_2-V_1\right)m=\left(-\frac{GM_\Gamma}{16R_\Gamma/9}+\frac{GM_\Gamma}{2R_\Gamma}\right)m=4\times10^8 J$$

Σύμφωνα με το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνηση του δορυφόρου από την αρχική στην τελική τροχιά

$W_w-W_A=\Delta K$ ή $W_w-As=\Delta K$ άρα $s=10^9 m$

3.111 α) Κατά την περιφορά του διαστημικού οχήματος γύρω από τη Σελήνη η δύναμη της βαρύτητας λειτουργεί ως κεντρομόλος

$$G\frac{M_\Sigma\left(M+m\right)}{\left(R+h\right)^2}=\left(M+m\right)\frac{\upsilon^2}{R+h}$$

επομένως η ταχύτητα του διαστημικού οχήματος και της σεληνακάτου είναι

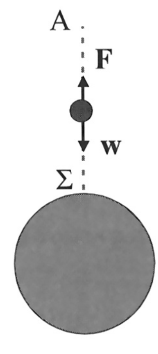
$$\upsilon=\sqrt{\frac{GM_\Sigma}{R+h}}=\sqrt{\frac{20g_oR^2}{21R}}=\sqrt{\frac{20g_oR}{21}}\ (1)$$

Κατά την απελευθέρωση της σεληνακάτου η ορμή του συστήματος όχημα - σεληνάκατος διατηρείται:

$\mathbf{p}_{\text{ΠΡΙΝ}}=\mathbf{p}_{\text{ΜΕΤΑ}}$ επομένως $\left(M+m\right)\upsilon=Mv$ όπου v η ταχύτητα του διαστημικού οχήματος αμέσως μετά την απελευθέρωση της σεληνακάτου.

Λαμβάνοντας υπόψη και την (1) έχουμε $v=\dfrac{M+m}{M}\sqrt{\dfrac{20g_oR}{21}}=1900m/s$

β) Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου - ενέργειας από το σημείο στο οποίο ελευθερώθηκε η σεληνάκατος (σημείο Α) μέχρι την επιφάνεια της Σελήνης (σημείο Σ):



Σχ. 3.22

$$W_F+W_w=\Delta K$$

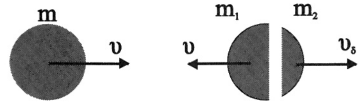
επομένως $W_F+\left(V_A-V_\Sigma\right)m=0$ ή

$$W_F+\left(-G\frac{M_\Sigma}{R+h}+G\frac{M_\Sigma}{R_\Sigma}\right)m=0 \text{ ή}$$

$$W_F+\left(-\frac{g_oR^2}{21R}+\frac{g_oR^2}{R}\right)m=0$$

άρα $W_F=-\dfrac{g_oR}{21}m=-192\times10^6 J$

3.112 Κατά την κυκλική κίνηση ενός δορυφόρου η δύναμη της βαρύτητας λειτουργεί ως κεντρομόλος



Σχ. 3.23

$$G\frac{M_\Gamma m}{\left(R_\Gamma + h\right)^2} = m\frac{\upsilon^2}{R_\Gamma + h}$$

επομένως η ταχύτητα ενός δορυφόρου είναι $\upsilon = \sqrt{\dfrac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$

Η ταχύτητα διαφυγής στο ύψος h είναι: $\upsilon_\delta = \sqrt{\dfrac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \upsilon\sqrt{2}$

Κατά την έκρηξη, η ορμή διατηρείται: $\mathbf{p}_{\text{ΑΜΕΣΩΣ ΠΡΙΝ}} = \mathbf{p}_{\text{ΑΜΕΣΩΣ ΜΕΤΑ}}$

Επομένως $m\upsilon = -m_1\upsilon + m_2\upsilon_\delta$ ή $m\upsilon = -m_1\upsilon + m_2\sqrt{2}\upsilon$ ή

$m = -m_1 + m_2\sqrt{2}$ (1)

Όμως $m = m_1 + m_2$ (2)

Από το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) βρίσκουμε

$m_1 = m\left(3 - 2\sqrt{2}\right)$ και $m_2 = 2m\left(\sqrt{2} - 1\right)$

3.113 α) Οι πλανήτες περιστρέφονται περί το κέντρο μάζας τους με την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

Μεταξύ των πλανητών ασκείται δύναμη $F = G\dfrac{m_1 m_2}{l^2}$. Η δύναμη αυτή λειτουργεί ως κεντρομόλος σε κάθε πλανήτη. Επομένως για τον πλανήτη μάζας m_1 ισχύει:

$G\dfrac{m_1 m_2}{l^2} = m_1\dfrac{\upsilon_1^2}{r_1}$ ή $G\dfrac{m_2}{l^2} = \dfrac{\omega^2 r_1^2}{r_1}$ ή $G\dfrac{m_2}{l^2} = \omega^2 r_1$ (1)

και για τον πλανήτη μάζας m_2: $G\dfrac{m_1}{l^2} = \omega^2 r_2$ (2)

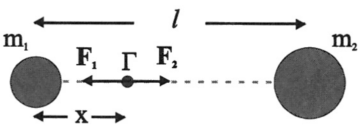
Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε $\dfrac{m_2}{m_1} = \dfrac{r_1}{r_2}$ ή $\dfrac{r_1}{r_2} = 4$ (3)

$r_1 + r_2 = l$ (4)

Από το σύστημα των εξισώσεων (3) και (4) βρίσκουμε:

$r_1 = 42{,}69 \times 10^6\, m$ και $r_2 = 10{,}67 \times 10^6\, m$

β) Το βλήμα αρκεί να φτάσει μέχρι το σημείο Γ στο οποίο οι ελκτικές δυνάμεις που δέχεται από τους δύο πλανήτες είναι αντίθετες.



Σχ. 3.24

$$G\frac{m_1 m}{x^2} = G\frac{m_2 m}{\left(l-x\right)^2} \quad \text{ή}$$

$$\left(\frac{l-x}{x}\right)^2 = 4 \qquad \text{άρα } x = \frac{l}{3} = \frac{40R_1}{3}$$

Αν Α το σημείο εκτόξευσης στην επιφάνεια του πρώτου πλανήτη

$$V_A = -G\frac{m_1}{R_1} - G\frac{m_2}{39R_1} = -\frac{43}{39}\frac{Gm_1}{R_1} \quad (5)$$

$$V_\Gamma = -G\frac{m_1}{40R_1/3} - G\frac{m_2}{40R_1 - 40R_1/3} = -\frac{18}{80}\frac{Gm_1}{R_1} \quad (6)$$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του βλήματος από το σημείο Α ως το σημείο Γ έχουμε:

$W_w = \Delta K$ επομένως $\left(V_A - V_\Gamma\right)m = 0 - \frac{1}{2}m\upsilon^2$

Αντικαθιστώντας τα δυναμικά από τις σχέσεις (5) και (6) βρίσκουμε $\upsilon = 1025,8m/s$

4 ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ο νόμος των Biot και Savart

4.1 Ο νόμος των Biot και Savart δίνει το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ένα στοιχειώδες τμήμα ρευματοφόρου αγωγού. Για να υπολογίσουμε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ολόκληρος ο αγωγός σε κάποιο σημείο, πρέπει να χωρίσουμε τον αγωγό σε στοιχειώδη τμήματα και στη συνέχεια να αθροίσουμε τη συνεισφορά όλων των τμημάτων στα οποία χωρίσαμε τον αγωγό.

4.2 δ

4.3 δ

4.4 Χωρίζουμε τον αγωγό σε πολύ μικρά τμήματα Δl_1, Δl_2, Δl_3... Τα τμήματα αυτά δημιουργούν στο κέντρο του ημικυκλικού αγωγού μαγνητικό πεδίο $\Delta \mathbf{B}_1$, $\Delta \mathbf{B}_2$, $\Delta \mathbf{B}_3$... που έχουν όλα την ίδια διεύθυνση και φορά, επομένως:

$$B = \Delta B_1 + \Delta B_2 + ... = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\left(\Delta l_1 + \Delta l_2 + ...\right)}{r^2} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\pi r}{r^2}$$

άρα $B = \frac{\mu_o}{4}\frac{I}{r}$

Ο νόμος του Ampere

4.5 Σύμφωνα με το νόμο του Ampere το άθροισμα των γινομένων κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι ίσο με $\mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$. Ο νόμος του Ampere δίνει τη δυνατότητα να υπολογίζουμε εύκολα το μαγνητικό πεδίο σε διατάξεις που παρουσιάζουν συμμετρία.

4.6 γ, δ

4.7 Α-α Β-δ

4.8 Η συμμετρία της διάταξης επιβάλλει το μέτρο του μαγνητικού πεδίου να είναι ίδιο σε όλα τα σημεία που ισαπέχουν από τους δύο αγωγούς. Για την εφαρμογή του νόμου του Ampere επιλέγουμε μια κλειστή διαδρομή που έχει κέντρο πάνω στους αγωγούς και επίπεδο κάθετο σε αυτούς.

$\Sigma B \, \Delta l \, \sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$ επειδή $I_{\varepsilon\gamma\kappa} = 0$ $B = 0$

4.9 1-Β 2-Γ 3-Α

4.10 δ

4.11 β

4.12 Σύμφωνα με το νόμο του Gauss για το μαγνητισμό, η μαγνητική ροή που διέρχεται από οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια είναι μηδέν.

4.13 Αν υπήρχαν μαγνητικά μονόπολα θα δημιουργούσαν γύρω τους ακτινικό μαγνητικό πεδίο. Η μαγνητική ροή που θα διερχόταν από μια κλειστή επιφάνεια που θα περιέκλειε ένα τέτοιο μονόπολο δεν θα ήταν μηδέν. Όμως, σύμφωνα με το νόμο του Gauss για το μαγνητισμό, η μαγνητική ροή που διέρχεται από κάθε κλειστή επιφάνεια είναι μηδέν.

Δύναμη σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο

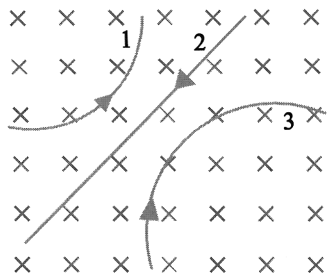
4.14 Σωστή η β. Το ηλεκτρικό πεδίο ασκεί δύναμη σε κάθε φορτισμένο σώμα. Το μαγνητικό πεδίο μόνο στα κινούμενα ηλεκτρικά φορτία.

4.15 δ

4.16 α, γ

4.17 Όχι, γιατί μπορεί να υπάρχει μαγνητικό πεδίο και το ηλεκτρόνιο να κινείται παράλληλα με τις δυναμικές γραμμές του.

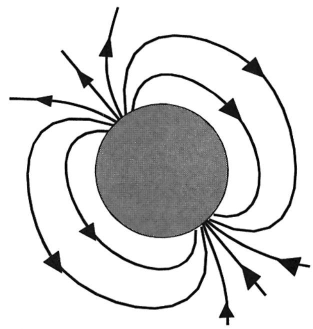
4.18 Στο σχήμα 4.1 η τροχιά 1 αντιστοιχεί σε θετικά φορτισμένο σωματίδιο. Η 2 σε ηλεκτρικά ουδέτερο και η 3 σε αρνητικά φορτισμένο.



Σχ. 4.1

4.19 α) Ευθύγραμμη ομαλή. β) Ομαλή κυκλική.

4.20 Τα φορτισμένα σωματίδια που κατευθύνονται προς τους πόλους δεν εκτρέπονται από την πορεία τους γιατί το μαγνητικό πεδίο της Γης είναι, στην περιοχή αυτή, παράλληλο με την ταχύτητά τους.
Αντίθετα, τα φορτισμένα σωματίδια που κατευθύνονται προς άλλα σημεία της Γης, συναντούν το μαγνητικό της πεδίο με γωνία διαφορετική από 0° ή 180° και εκτρέπονται από αυτό. Επειδή το μαγνητικό πεδίο της Γης έχει τη μορφή μαγνητικής φιάλης, πολλά εγκλωβίζονται από αυτό και κινούνται διαρκώς από τον έναν πόλο στον άλλο.


Σχ. 4.2

4.21 Ο μαγνήτης εκτρέπει τη δέσμη ηλεκτρονίων που φτάνουν στην οθόνη της τηλεόρασης.

4.22 Η δύναμη Lorenz έχει την κατεύθυνση
α) Του θετικού ημιάξονα Oz.
β) Του αρνητικού ημιάξονα Ox′.
γ) Το σωματίδιο κινείται παράλληλα στις δυναμικές γραμμές, επομένως $F = 0$

4.23 Α-β Β-α

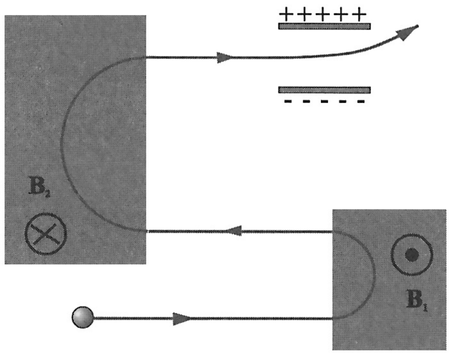
4.24 α) Το πρωτόνιο. β) Το πρωτόνιο κινείται αριστερόστροφα, το ηλεκτρόνιο δεξιόστροφα.

Σημείωση: Το σχήμα δεν είναι ρεαλιστικό. Η ακτίνα περιστροφής του πρωτονίου είναι πολύ μεγαλύτερη από την ακτίνα περιστροφής του ηλεκτρονίου.

4.25 γ, δ

4.26 Α: Θετικό. Β: $\upsilon_1 = -\upsilon_o$ Γ: $t_1 = t_2$ $R_1 < R_2$

4.27 α) Από την εκτροπή που υφίσταται όταν διέρχεται από τον πυκνωτή συμπεραίνουμε πως το φορτίο του είναι αρνητικό.
β) Σχήμα 4.3
γ) Το $\mathbf{B}_1$ γιατί σε αυτό η ακτίνα περιστροφής είναι μικρότερη.
δ) Η περίοδος περιστροφής είναι αντίστροφα ανάλογη του μαγνητικού πεδίου. Εφόσον το φορτισμένο σωματίδιο διαγράφει ημικύκλιο σε κάθε μαγνητικό πεδίο, περισσότερο χρόνο παραμένει στο πιο ασθενές πεδίο, το $\mathbf{B}_2$.



Σχ. 4.3

4.28 Βλέπε βιβλίο του μαθητή σελίδα 158.

4.29 Ο φασματογράφος μάζας είναι μια διάταξη που μετράει το πηλίκο <u>της μάζας</u> προς <u>το φορτίο</u> ενός ιόντος. Χρησιμοποιείται για τη μέτρηση και το διαχωρισμό <u>των ισοτόπων</u>.

4.30 Βλέπε βιβλίο του μαθητή σελίδα 161-162.

4.31 Βλέπε βιβλίο του μαθητή σελίδα 160.

Δύναμη Laplace - μαγνητική δύναμη ανάμεσα σε παράλληλους αγωγούς

4.32 α) Από την εκτροπή μιας μαγνητική βελόνας. β) Από την εκτροπή δέσμης φορτισμένων σωματιδίων. γ) Από την εκτροπή ρευματοφόρου αγωγού.

4.33 Πρέπει να είναι κάθετο στη διεύθυνση του πεδίου.

4.34 Ευθύγραμμος αγωγός, που διαρρέεται από ρεύμα, βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Η δύναμη που δέχεται ο αγωγός είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από τον αγωγό και τη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου και η φορά της δίνεται από τον κανόνα των τριών δακτύλων του δεξιού χεριού.

4.35 Δύο παράλληλοι αγωγοί πολύ μεγάλου μήκους που διαρρέονται από ομόρροπα ρεύματα, έλκονται, ενώ αν διαρρέονται από αντίρροπα ρεύματα απωθούνται. Η δύναμη που ασκεί ο ένας αγωγός σε μήκος l του άλλου είναι ανάλογη των ρευμάτων που διαρρέουν τους αγωγούς του μήκους l και αντίστροφα ανάλογη της μεταξύ τους απόστασης.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

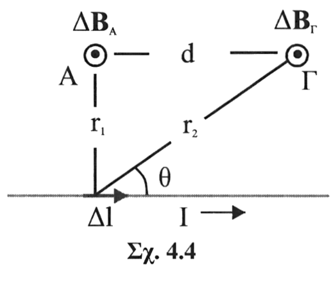
Ο νόμος των Biot και Savart

4.36 $$\Delta B_A = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l}{r_1^2}\eta\mu 90^o = 0,22\times 10^{-5}T$$

$$\Delta B_\Gamma = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l}{r_2^2}\eta\mu\theta = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l}{r_2^2}\frac{r_1}{r_2} \text{ ή}$$

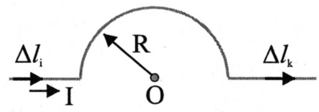
$$\Delta B_\Gamma = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l\, r_1}{r_2^3} \text{ άρα}$$

$$\Delta B_\Gamma = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l\, r_1}{\left(\sqrt{r_1^2+d^2}\right)^3} = 0,048\times 10^{-5}T$$



Σχ. 4.4

4.37 Χωρίζουμε τα ευθύγραμμα τμήματα του αγωγού σε πολύ μικρά τμήματα. Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το τμήμα Δl_i στο σημείο Ο (σχήμα 4.5) έχει μέτρο:



Σχ. 4.5

$$\Delta B_i = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l_i}{r^2}\eta\mu 0 = 0$$

Το στοιχειώδες τμήμα Δl_k : $\Delta B_k = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\Delta l_k}{r^2}\eta\mu 180^o = 0$

Επομένως τα ευθύγραμμα τμήματα δεν δημιουργούν μαγνητικό πεδίο στο σημείο Ο.
Το ημικυκλικό τμήμα του αγωγού δημιουργεί στο σημείο Ο μαγνητικό πεδίο μέτρου

$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\pi I}{R} = \frac{\mu_o I}{4R}$ (βλέπε ερώτηση 4.4)

Το πεδίο αυτό είναι κάθετο στο επίπεδο της σελίδας με κατεύθυνση από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

4.38 Τα ευθύγραμμα τμήματα του αγωγού δε δημιουργούν μαγνητικό πεδίο στο σημείο Ο (βλέπε προηγούμενη άσκηση).
Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το ημικυκλικό τμήμα ακτίνας α, στο σημείο Ο έχει μέτρο

$B_1 = \frac{\mu_o I}{4a}$ διεύθυνση κάθετη στη σελίδα και φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη (βλέπε ερώτηση 4.4).
Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το ημικυκλικό τμήμα ακτίνας β, στο σημείο Ο έχει μέτρο

$B_2 = \frac{\mu_o I}{4\beta}$ διεύθυνση κάθετη στη σελίδα και φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_o I}{4}\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}\right) = \frac{\mu_o I}{4}\frac{\beta - \alpha}{\alpha\beta}$$

Νόμος Ampere - μαγνητική ροή - νόμος του Gauss στο μαγνητισμό

4.39 Στη διαδρομή S_1:

$$\sum B\ \Delta l\ \sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} = \mu_o\left(-I_1 - I_5 + I_2 + I_4\right) = 0$$

Στη διαδρομή S_2:

$$\sum B\ \Delta l\ \sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} = \mu_o\left(I_1 + I_3 - I_2\right) = \mu_o I$$

Επομένως : $\sum B\ \Delta l\ \sigma\upsilon\nu\theta = 4\pi\times 10^{-6}\,Tm$

Στη διαδρομή S_3:

$$\sum B\ \Delta l\ \sigma\upsilon\nu\theta = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} = \mu_o\left(-I_1 + I_4\right) = 0$$

4.40 $B = \mu_o I \dfrac{N}{l}$

$$\Phi = BA = \mu_o I \frac{N}{l}\pi\left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 = 16\pi^2\times 10^{-7}\,Wb$$

Δύναμη που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο

4.41 $R = \dfrac{m\upsilon}{Be} = 2{,}84\times 10^{-6}\,m$

$$T = \frac{2\pi m}{Be} = 17{,}86\times 10^{-10}\,s$$

4.42 $R = \dfrac{m\upsilon}{Bq}$ ή $R = \dfrac{p}{Bq}$ άρα $p = BqR = 1{,}28\times 10^{-19}\,Kg\ m/s$

4.43 $R = \dfrac{m_p\upsilon}{Bq}$ άρα $B = \dfrac{m_p\upsilon}{Rq} = 15{,}6\times 10^{-9}\,T$

4.44 $R_a = \dfrac{m_a\upsilon_a}{Bq_a}$ (1) $R_p = \dfrac{m_p\upsilon_p}{Be}$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2)

$$\frac{R_a}{R_p} = \frac{m_a}{m_p}\frac{\upsilon_a}{\upsilon_p}\frac{e}{q_a} = 4\frac{\upsilon_a}{\upsilon_p}\frac{e}{2e} = 2\frac{\upsilon_a}{\upsilon_p} \quad (3)$$

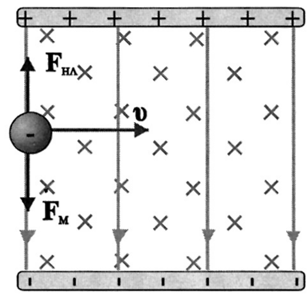
Αλλά $K_a = K_p$ και επομένως $\frac{1}{2}m_a\upsilon_a^2 = \frac{1}{2}m_p\upsilon_p^2$

ή $\left(\frac{\upsilon_a}{\upsilon_p}\right)^2 = \frac{m_p}{m_a} = \frac{1}{4}$

άρα $\frac{\upsilon_a}{\upsilon_p} = \frac{1}{2}$ οπότε η (3) δίνει:

$\frac{R_a}{R_p} = 1$ άρα $R_a = R_p = 10cm$

4.45 $F_{\text{ΗΛ}} = F_{\text{Μ}}$ επομένως $Eq = Bq\upsilon$ άρα $E = B\upsilon = 4V/m$ (Σχήμα 4.6)



Σχ. 4.6

4.46 Πρέπει $R \le D$ επομένως $\frac{m_e\upsilon}{Be} \le D$

ή $B \ge \frac{m_e\upsilon}{De}$

άρα $B_{\min} = \frac{m_e\upsilon}{De}$ (1)

$K = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2$ άρα $\upsilon = \sqrt{\frac{2K}{m_e}}$ (2)

Η (1) γίνεται από τη (2) $B_{\min} = \sqrt{\frac{2m_eK}{e^2D^2}}$

4.47 Αναλύουμε την ταχύτητα του ηλεκτρονίου σε συνιστώσες μια κάθετη και μια παράλληλη προς τις δυναμικές γραμμές. Η παράλληλη συνιστώσα της ταχύτητας έχει μέτρο $\upsilon\ \sigma\upsilon\nu\varphi$

Το βήμα της έλικας είναι $\beta = \upsilon\ \sigma\upsilon\nu\varphi\ T = \upsilon\ \sigma\upsilon\nu\varphi \frac{2\pi m_e}{Be}$ (1)

$K = \frac{1}{2}m_e\upsilon^2$ άρα $\upsilon = \sqrt{\frac{2K}{m_e}}$

οπότε η (1) γίνεται $\beta = \sqrt{2Km_e}\ \sigma\upsilon\nu\varphi \frac{2\pi}{Be} = 9,4cm$

4.48 Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του πρωτονίου μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο.

$W = \Delta K$ επομένως $Ve = \frac{1}{2} m_p \upsilon^2$ ή $\upsilon = \sqrt{\frac{2Ve}{m_p}}$

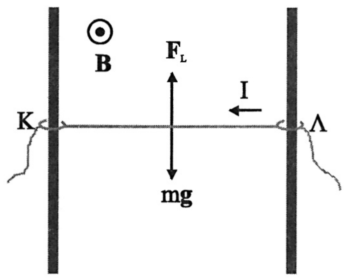
Επομένως θα διαγράψει τροχιά ακτίνας

$$R = \frac{m_p \upsilon}{Be} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Vm_p}{e}} = 0,316m$$

Δύναμη Laplace

4.49 α) $F_L = BIl = 3,84N$ β) $F_L = BIl \ \eta\mu 30 = 1,92N$

4.50 α) Για να ισορροπεί ο αγωγός η F_L πρέπει να είναι αντίθετη του βάρους, επομένως το μαγνητικό πεδίο να έχει τη φορά που φαίνεται στο σχήμα 4.7



Σχ. 4.7

$F_L = mg$ ή $BIl = mg$

άρα $B = \frac{mg}{Il} = 8 \times 10^{-2} T$

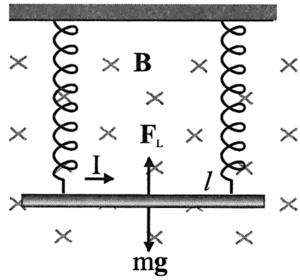
β) $mg - F_L = ma$

ή $BIl = m(g-a)$

άρα $B = \frac{m(g-a)}{Il} = 6,4 \times 10^{-2} T$

4.51 $F_L = mg$

ή $BIl = mg$, άρα $I = \frac{mg}{Bl} = 0,5A$



Σχ. 4.8

Δυνάμεις μεταξύ παράλληλων ρευμάτων

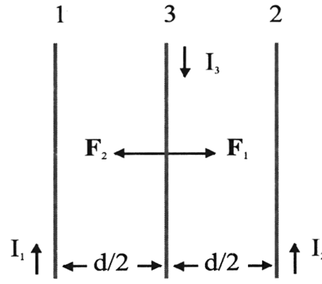
4.52 Αν F_1 η δύναμη που ασκεί ο αγωγός 1 σε μήκος l του αγωγού 3 θα είναι

$$\frac{F_1}{l}=\frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1 I_3}{d/2}$$

Αντίστοιχα αν F_2 η δύναμη που ασκεί ο αγωγός 2 σε μήκος l του αγωγού 3 θα είναι $\frac{F_2}{l}=\frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_2 I_3}{d/2}$

Επομένως η δύναμη που δέχεται ο αγωγός 3 ανά μονάδα μήκους είναι:

$$\frac{F_2}{l}-\frac{F_1}{l}=\frac{\mu_o}{\pi}\frac{I_3}{d}\left(I_2-I_1\right)=10^{-3}\,N/m$$



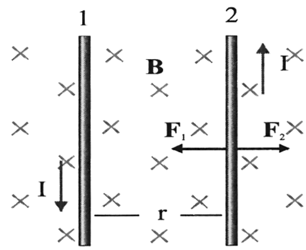
Σχ. 4.9

4.53 Ένα τμήμα του αγωγού 2, μήκους l, δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη $F_1=BIl$ και από τον αγωγό 1 απωστική δύναμη $F_2=\frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I^2}{r}l$

Για να ισορροπεί ο αγωγός 2 πρέπει

$F_2=F_1$ επομένως $\frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I^2}{r}l=BIl$

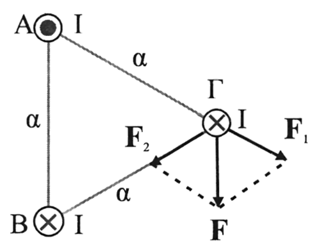
Άρα $r=\frac{\mu_o I}{2\pi B}=4cm$



Σχ. 4.10

4.54 Ο αγωγός που βρίσκεται στο Α ασκεί απωστική δύναμη στον αγωγό που βρίσκεται στο Γ. Η δύναμη αυτή, ανά μονάδα μήκους, είναι:

$$\frac{F_1}{l}=\frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I^2}{a}$$



Σχ. 4.11

Ο αγωγός που βρίσκεται στο Β ασκεί ελκτική δύναμη στον αγωγό που βρίσκεται στο Γ. Η δύναμη αυτή, ανά μονάδα μήκους, είναι:

$$\frac{F_2}{l} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I^2}{a}$$

Η συνολική δύναμη ανά μονάδα μήκους (F/l) που δέχεται ο αγωγός στο Γ, είναι:

$$\frac{F}{l} = \sqrt{\left(\frac{F_1}{l}\right)^2 + \left(\frac{F_2}{l}\right)^2 + 2\frac{F_1 F_2}{l^2}\sigma\upsilon\nu 120^o}$$

Επειδή $\frac{F_1}{l} = \frac{F_2}{l}$

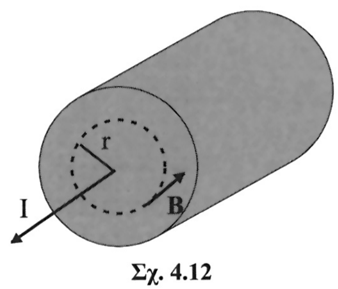
$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I^2}{a} = 166,7\times 10^{-5}\, N/m$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

4.55 Από το νόμο των Biot και Savart προκύπτει ότι το μαγνητικό πεδίο σε κάθε σημείο, μέσα ή έξω από τον αγωγό, έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από το σημείο και τον άξονα του αγωγού. Λόγω συμμετρίας της διάταξης το μαγνητικό πεδίο πρέπει να έχει το ίδιο μέτρο σε όλα τα σημεία που ισαπέχουν από τον άξονα του αγωγού,
α) Έστω κυκλική επιφάνεια ακτίνας r (r < R) που είναι κάθετη στον άξονα του αγωγού και έχει το κέντρο της πάνω στον άξονα.
Το ρεύμα I′ που διέρχεται από την επιφάνεια αυτή είναι ανάλογη του εμβαδού της, επομένως:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \text{ άρα } I' = I\left(\frac{r}{R}\right)^2$$

Εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere κατά μήκος κλειστής κυκλικής διαδρομής ακτίνας r (r < R) που το κέντρο της βρίσκεται πάνω στον άξονα του αγωγού και το επίπεδό της είναι κάθετο σε αυτόν.



Σχ. 4.12

$$\Sigma B\, dl\ \sigma\upsilon\nu 0 = \mu_o I'$$

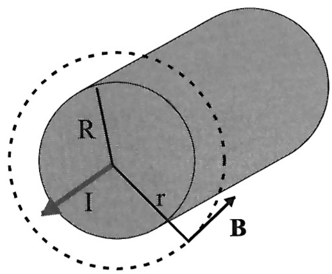
ή $B\ \Sigma\ dl = \mu_o I\left(\dfrac{r}{R}\right)^2$

ή $B\ 2\pi r = \mu_o I\left(\dfrac{r}{R}\right)^2$

άρα $B = \dfrac{\mu_o I}{4\pi R^2} r$ (1)

Θέτοντας στην (1) όπου $r = r_1$ βρίσκουμε $B = 2{,}5\times10^{-5}T$

β) Εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere κατά μήκος κλειστής κυκλικής διαδρομής ακτίνας r (r > R) που το κέντρο της βρίσκεται πάνω στον άξονα του αγωγού και το επίπεδό της είναι κάθετο σε αυτόν.



Σχ. 4.13

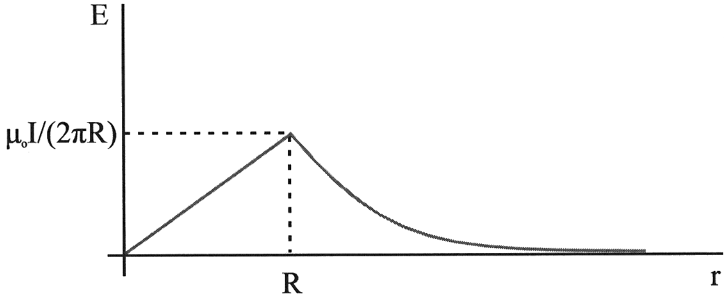
$\Sigma B\ dl\ \sigma\upsilon\nu 0 = \mu_o I$

ή $B\ \Sigma\ dl = \mu_o I$ ή $B\ 2\pi r = \mu_o I$

άρα $B = \dfrac{\mu_o I}{2\pi r}$ (2)

Θέτοντας στην (2) όπου $r = r_2$ βρίσκουμε $B = 2\times10^{-5}T$

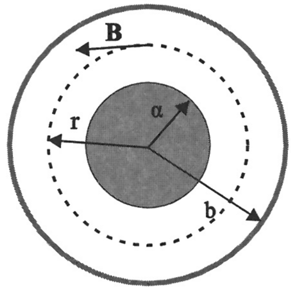
γ) Η γραφική παράσταση του μέτρου του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο αγωγός, σε συνάρτηση με την απόσταση r από τον άξονά του, σύμφωνα με τις σχέσεις (1) και (2) είναι:



Σχ. 4.14

4.56 Από το νόμο των Biot και Savart προκύπτει ότι το μαγνητικό πεδίο σε κάθε σημείο, έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από το σημείο και τον άξονα των αγωγών. Λόγω συμμετρίας της διάταξης το μαγνητικό πεδίο πρέπει να έχει το ίδιο μέτρο σε όλα τα σημεία που ισαπέχουν από τον άξονα του αγωγού.

α) Εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere κατά μήκος κλειστής κυκλικής διαδρομής ακτίνας r (a < r < b) που έχει το κέντρο της πάνω στον άξονα των αγωγών και το επίπεδό της είναι κάθετο σε αυτόν.



Σχ. 4.15

$\Sigma B\ dl\ \sigma\upsilon\nu 0 = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$

ή $B\ \Sigma\ dl = \mu_o I_1$ ή $B\ 2\pi r = \mu_o I_1$

άρα $B = \dfrac{\mu_o}{2\pi}\dfrac{I_1}{r}$

β) Εφαρμόζουμε το νόμο του Ampere κατά μήκος κλειστής κυκλικής διαδρομής ακτίνας r (r > b) που το κέντρο της βρίσκεται πάνω στον άξονα των αγωγών και το επίπεδό της είναι κάθετο σε αυτόν.

$\Sigma B\ dl\ \sigma\upsilon\nu 0 = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa}$ ή $B\ 2\pi r = \mu_o \left|I_1 - I_2\right|$

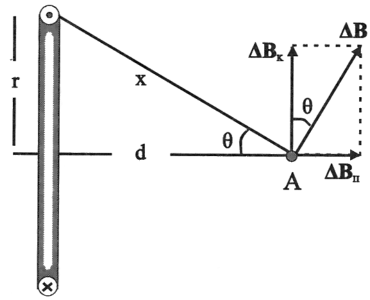
άρα $B = \dfrac{\mu_o}{2\pi}\dfrac{\left|I_1 - I_2\right|}{r}$

Στην ειδική περίπτωση που $I_1 = I_2 = I$, στο χώρο μεταξύ των αγωγών θα είναι $B = \dfrac{\mu_o}{2\pi}\dfrac{I}{r}$ ενώ έξω από το σύστημα των δύο αγωγών θα είναι $B = 0$.

4.57 Χωρίζουμε τον αγωγό σε πολύ μικρά τμήματα μήκους Δl το καθένα. Ένα τέτοιο τμήμα του αγωγού δημιουργεί στο σημείο Α μαγνητικό πεδίο μέτρου

$$\Delta B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\ \Delta l}{x^2}\eta\mu 90 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\ \Delta l}{x^2}$$

Αναλύουμε το $\Delta\mathbf{B}$ σε δύο συνιστώσες από τις οποίες η μια ($\Delta\mathbf{B}_K$) είναι κάθετη στην απόσταση d και η άλλη ($\Delta\mathbf{B}_\Pi$) παράλληλη σ' αυτή.



Σχ. 4.16

$$\Delta B_\Pi = \Delta B\ \eta\mu\theta$$

Το ίδιο κάνουμε και με όλα τα άλλα τμήματα στα οποία χωρίσαμε τον κυκλικό αγωγό.
Το αντιδιαμετρικό του Δl δημιουργεί στο Α μαγνητικό πεδίο του οποίου η συνιστώσα $\Delta\mathbf{B}_K{}'$ είναι αντίθετη με τη $\Delta\mathbf{B}_K$.
Έτσι, το πεδίο που δημιουργεί ο αγωγός στο Α έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδό του και μέτρο

$$B = \Sigma\ \Delta B_\Pi = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{x^2}\eta\mu\theta\ \ \Sigma\Delta l = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{x^2}\frac{r}{x}2\pi r \text{ ή}$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2}\frac{r^2}{x^3} = \frac{\mu_o I}{2}\frac{r^2}{\left(\sqrt{r^2+d^2}\right)^3} = 0,452\times 10^{-4}\,T$$

4.58 Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση ενός ιόντος μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο

$W = \Delta K$ επομένως $Vq = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ (1)

Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του ιόντος μέσα στο μαγνητικό πεδίο

είναι $R = \frac{m\upsilon}{Bq}$ άρα $\upsilon = \frac{RBq}{m}$

Αντικαθιστώντας στην (1) $Vq = \frac{1}{2}m\left(\frac{RBq}{m}\right)^2$

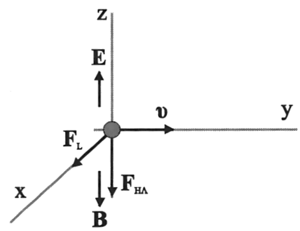
άρα $m = \frac{R^2B^2q}{2V}$ ή $m = \frac{x^2B^2q}{8V} = 3,368\times 10^{-25}\,Kg$

4.59 Αναλύουμε την ταχύτητα του ηλεκτρονίου σε μια κάθετη και μια παράλληλη συνιστώσα ως προς τις δυναμικές γραμμές. Η παράλληλη συνιστώσα της ταχύτητας έχει μέτρο $\upsilon\ \sigma\upsilon\nu\varphi$

Το βήμα της έλικας είναι $\beta = \upsilon\ \sigma\upsilon\nu\varphi\ T = \upsilon\ \sigma\upsilon\nu\varphi \dfrac{2\pi m_e}{Be}$

Ο αριθμός Ν των περιστροφών που θα κάνει το ηλεκτρόνιο μέχρι να διατρέξει απόσταση x είναι: $N = \dfrac{x}{\beta} = \dfrac{xBe}{\upsilon\ \sigma\upsilon\nu\varphi\ 2\pi m} \approx 5600$

4.60 Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στο ηλεκτρόνιο δύναμη F_L (σχήμα 4.17). Με την επίδραση μόνο αυτής της δύναμης το σωματίδιο θα εκτελούσε ομαλή κυκλική κίνηση.



Σχ. 4.17

Το ηλεκτρικό πεδίο ασκεί στο ηλεκτρόνιο δύναμη $F_{ΗΛ}$ (σχήμα 4.17). Η δύναμη αυτή προκαλεί στο ηλεκτρόνιο σταθερή επιτάχυνση στην κατεύθυνση Oz′. Με την επίδραση μόνο αυτής της δύναμης το ηλεκτρόνιο θα εκτελούσε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην κατεύθυνση Oz′. Από τη σύνθεση των δύο κινήσεων προκύπτει ελικοειδής κίνηση στην οποία το βήμα της έλικας διαρκώς αυξάνεται.

4.61 Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του ιόντος μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο. Για το ιόν μάζας m_1 ισχύει

$W = \Delta K$ ή $Vq = \dfrac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2$ (1)

Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του ιόντος μέσα στο μαγνητικό πεδίο είναι $R_1 = \dfrac{m_1 \upsilon_1}{Bq}$ άρα $\upsilon_1 = \dfrac{R_1 Bq}{m_1}$

Αντικαθιστώντας στην (1) $Vq = \dfrac{1}{2} m_1 \left(\dfrac{R_1 Bq}{m_1} \right)^2$ άρα $R_1 = \sqrt{\dfrac{2Vm_1}{B^2 q}}$

Αντίστοιχα, για το ιόν μάζας m_2, ισχύει $R_2 = \sqrt{\dfrac{2Vm_2}{B^2 q}}$

Η απόσταση των δύο ιόντων στη φωτογραφική πλάκα είναι:

$$d = 2\left(R_1 - R_2\right) = 2\sqrt{\frac{2V}{B^2 q}}\left(\sqrt{m_1} - \sqrt{m_2}\right) = 8 \times 10^{-3}\, m$$

4.62 Η φορά του ρεύματος φαίνεται στο σχήμα 4.18

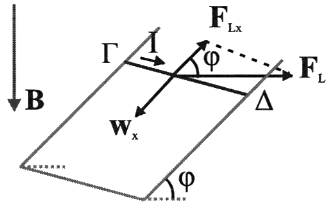
Ο αγωγός δέχεται από το μαγνητικό πεδίο οριζόντια δύναμη $F_L = BIl$

Για να ισορροπεί ο αγωγός πρέπει:

$w_x = F_{Lx}$ ή

$mg\ \eta\mu\varphi = BIl\ \sigma\upsilon\nu\varphi$

άρα $I = \dfrac{mg}{Bl}\varepsilon\varphi\varphi = \sqrt{3}A$

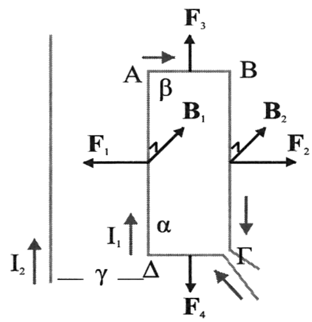


Σχ. 4.18

4.63 Ο ευθύγραμμος αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα I_2 δημιουργεί στην περιοχή που βρίσκεται ο αγωγός ΑΔ μαγνητικό πεδίο $B_1 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_2}{\gamma}$. Η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου φαίνεται στο σχήμα 4.19

Ο αγωγός ΑΔ δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη $F_1 = B_1 I_1 a = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_1 I_2 a}{\gamma}$.

Η φορά της δύναμης φαίνεται στο σχήμα.



Σχ. 4.19

Ο ευθύγραμμος αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα I_2 δημιουργεί στην περιοχή που βρίσκεται ο αγωγός ΒΓ μαγνητικό πεδίο $B_2 = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_2}{\gamma+\beta}$.

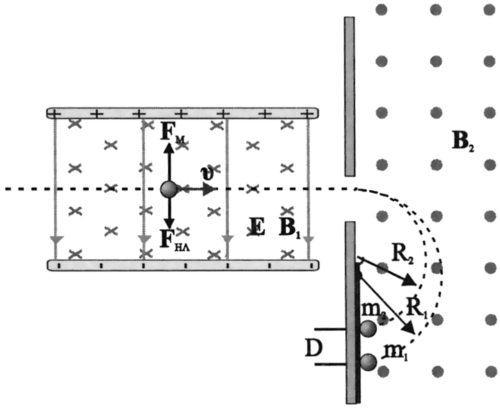
Στον αγωγό ΒΓ το μαγνητικό πεδίο ασκεί δύναμη $F_2 = B_2 I_1 a = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{2I_1 I_2 a}{\gamma+\beta}$.

Η φορά του μαγνητικού πεδίου και της δύναμης φαίνονται στο σχήμα. Το μαγνητικό πεδίο στην περιοχή που βρίσκονται οι αγωγοί ΑΒ και ΓΔ είναι ανομοιογενές. Στους αγωγούς αυτούς το μαγνητικό πεδίο ασκεί δυνάμεις F_3 και F_4 που έχουν το ίδιο μέτρο και είναι αντίρροπες.

Η συνολική δύναμη που ασκείται στο πλαίσιο είναι:

$$F = F_1 - F_2 = \frac{\mu_o}{2\pi} I_1 I_2 \frac{a\beta}{\gamma(\beta+\gamma)}$$

4.64 α) Σχήμα 4.20



Σχ. 4.20

β) Δεν αποκλίνουν τα ιόντα στα οποία

$F_{ΗΛ} = F_{Μ}$ επομένως $Ee = B_1 e\upsilon$, άρα $\upsilon = \dfrac{E}{B_1}$ (1)

γ) Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που θα διαγράψει ένα ιόν όταν εισέλθει σε μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}_2$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές είναι $R = \dfrac{m\,\upsilon}{Be}$

Η σχέση αυτή γίνεται, από την (1), $R = \dfrac{m\,E}{B_1 B_2 e}$

Εφόσον στη φωτογραφική πλάκα δημιουργούνται δύο στίγματα, οι μάζες των ιόντων διαφέρουν, άρα τα ιόντα χλωρίου αποτελούνται από δύο ισότοπα.

δ) Έστω m_1 και m_2 οι μάζες των δύο ισοτόπων. Η απόσταση d των δύο στιγμάτων στη φωτογραφική πλάκα είναι:

$$d = 2R_1 - 2R_2 = \frac{2E}{B_1 B_2 e}\left(m_1 - m_2\right)$$

άρα $\Delta m = \dfrac{dB_1 B_2 e}{2E} = 3,2 \times 10^{-27}\,Kg$

Τα δύο ισότοπα διαφέρουν κατά $N = \dfrac{\Delta m}{m_n} = 2$ νετρόνια.

5 ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Νόμος της επαγωγής

5.1 α) Πρέπει να είναι κάθετος στο μαγνητικό πεδίο, τότε $\Phi = BA$.

β) Να είναι παράλληλος στο μαγνητικό πεδίο ($\Phi = 0$).

5.2 Όταν πλησιάζουμε ένα ραβδόμορφο μαγνήτη σε ένα πηνίο, έτσι ώστε οι άξονές τους να συμπίπτουν, μεταβάλλεται <u>η μαγνητική ροή</u> που διέρχεται από τις σπείρες του πηνίου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργηθεί στο πηνίο <u>ηλεκτρεγερτική δύναμη</u>. Το φαινόμενο ονομάζεται <u>ηλεκτρομαγνητική επαγωγή</u>.

5.3 1ος) Με στροφή του πλαισίου περί άξονα που βρίσκεται στο επίπεδό του και είναι κάθετος στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.

2ος) Με μεταβολή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον ηλεκτρομαγνήτη.

5.4 γ

5.5 Το εμβαδόν εκφράζει τη μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από την επιφάνεια του κυκλώματος.

5.6 δ

5.7 Στην 3 και την 6.

5.8 β

Το φαινόμενο της επαγωγής σε κινούμενο αγωγό

5.9 Οφείλεται στη δύναμη Lorentz που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού.

5.10 Η τάση από επαγωγή στα άκρα του αγωγού είναι:

$V = BL\upsilon$ ή $V = BLgt$

Επομένως το διάγραμμα β παριστάνει την τάση στα άκρα του αγωγού σε συνάρτηση με το χρόνο.

5.11 Ο αγωγός ΑΒ βρίσκεται στο μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο ακίνητος ευθύγραμμος αγωγός.

Έστω ότι τη στιγμή μηδέν η απόσταση του αγωγού ΑΒ από τον ακίνητο αγωγό είναι d. Τη στιγμή t η απόστασή του θα είναι $d + x = d + \upsilon t$.

Το μαγνητικό πεδίο στην περιοχή που βρίσκεται ο αγωγός ΑΒ έχει μέτρο $B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{d+x} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{d+\upsilon t}$ και είναι κάθετο σε αυτόν.

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στον αγωγό ΑΒ είναι:

$$E_{\text{ΕΠ}} = B(AB)\upsilon = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I(AB)\upsilon}{d+\upsilon t}$$

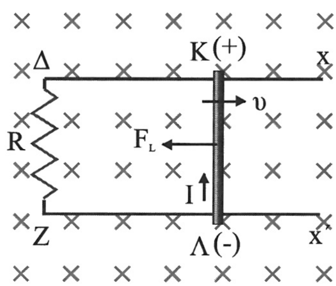
Το διάγραμμα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης στον αγωγό ΑΒ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι το δ.

5.12 α, γ, δ

5.13 Τη στιγμή μηδέν, όταν αρχίζει να κινείται ο αγωγός ΚΛ, δημιουργείται σε αυτόν ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{ΕΠ}} = BL\upsilon$. Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα $I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{BL\upsilon}{R}$ και το μαγνητικό πεδίο του ασκεί δύναμη $F_L = BIL$.

Ο αγωγός κινείται με επιβράδυνση

$$a = \frac{F_L}{m} = \frac{BIL}{m} = \frac{B^2L^2\upsilon}{mR}$$



Σχ. 5.1

Η επιβράδυνση του αγωγού εξαρτάται κάθε στιγμή από την ταχύτητά του, επομένως δεν έχει σταθερό μέτρο.

Σωστή απάντηση είναι η δ.

Ο κανόνας του Lenz

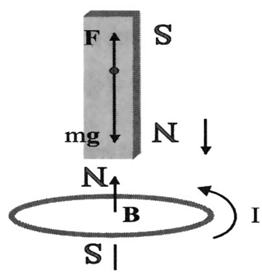
5.14 Ο κανόνας του Lenz είναι συνέπεια μιας γενικότερης αρχής της φυσικής, της αρχής διατήρησης της ενέργειας. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, το ρεύμα που δημιουργείται εξ αιτίας του φαινομένου της επαγωγής έχει τέτοια φορά ώστε να αντιτίθεται στην αιτία που το προκάλεσε.

5.15 Όταν πλησιάζουμε το βόρειο πόλο του μαγνήτη, στο δακτύλιο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το ρεύμα στο δακτύλιο έχει τέτοια φορά ώστε να δημιουργεί απέναντι από το μαγνήτη που πλησιάζει, βόρειο μαγνητικό πόλο. Δακτύλιος και μαγνήτης απωθούνται, με αποτέλεσμα ο δακτύλιος να εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας του.

Αν ο δακτύλιος φέρει κάποια εγκοπή, παρόλο που δημιουργείται σε αυτόν ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή, ο δακτύλιος δε διαρρέεται από ρεύμα και επομένως παραμένει στην αρχική του.

Σημείωση: Όσα είπαμε ισχύουν με την προϋπόθεση ότι ο δακτύλιος αποτελείται από υλικό που δεν το έλκει ο μαγνήτης, π.χ. αλουμίνιο.

5.16 Όταν ο μαγνήτης πλησιάζει το δακτύλιο, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται από αυτόν. Αυτό συνεπάγεται επαγωγικό ρεύμα, που σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, έχει τέτοια φορά ώστε να τείνει να αναιρεί την αιτία που το προκάλεσε, να εμποδίζει δηλαδή το μαγνήτη να πλησιάζει.



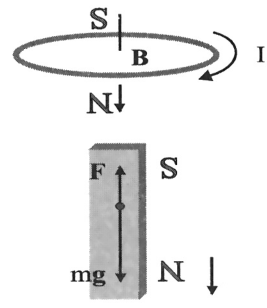
Σχ. 5.2α

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο μαγνήτη, που πλησιάζει, είναι το βάρος του και η απωστική δύναμη που δέχεται από το δακτύλιο (σχ. 5.2α). Η επιτάχυνσή του είναι: $a = \frac{mg - F}{m} < g$

Όταν ο μαγνήτης βρίσκεται μακριά από το δακτύλιο $F \to 0$ άρα $a \to g$, όσο πλησιάζει αυξάνεται η δύναμη F και επομένως ελαττώνεται η επιτάχυνσή του.

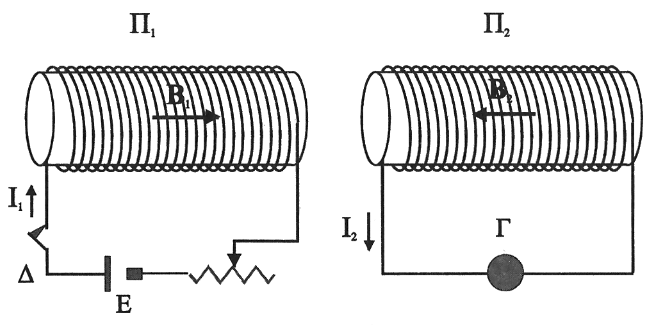
Όταν ο μαγνήτης απομακρύνεται από το δακτύλιο, το ρεύμα από επαγωγή που δημιουργείται σε αυτόν, έχει τέτοια φορά ώστε απέναντι από το νότιο πόλο του μαγνήτη να δημιουργεί βόρειο μαγνητικό πόλο (σχ. 5.2β). Η επιτάχυνση του μαγνήτη είναι: $a = \frac{mg - F}{m} < g$

Όσο ο μαγνήτης απομακρύνεται, μειώνεται η αλληλεπίδρασή του με το δακτύλιο. Σε μεγάλη απόσταση $F \to 0$ οπότε $a \to g$.



Σχ. 5.2β

5.17 Με το κλείσιμο του διακόπτη στο πηνίο $Π_1$ δημιουργείται μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}_1$ η φορά του οποίου φαίνεται στο σχήμα 5.3
Στο πηνίο $Π_2$ λόγω της μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από τις σπείρες του δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη και το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα. Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz το ρεύμα στο $Π_2$ έχει τέτοια φορά ώστε να δημιουργεί μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}_2$ αντίρροπο από το μαγνητικό πεδίο του $Π_1$. Η φορά του ρεύματος στο πηνίο $Π_2$ φαίνεται στο σχήμα 5.3



Σχ. 5.3

5.18 Εφόσον το μαγνητικό πεδίο αυξάνεται το ρεύμα από επαγωγή στο δακτύλιο έχει τέτοια φορά ώστε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί να είναι αντίρροπο με το πεδίο που το προκάλεσε. Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο δακτύλιος έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, άρα το μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο μέσα στο οποίο βρίσκεται έχει την αντίθετη φορά.

Εναλλασσόμενη τάση - εναλλασσόμενο ρεύμα

5.19 Στο φαινόμενο της επαγωγής.

5.20 β

5.21 α, β, δ.

5.22 Στη διάρκεια μιας περιόδου το ρεύμα παίρνει δύο φορές τη μέγιστη τιμή του. Στη διάρκεια ενός δευτερολέπτου εκατό φορές. Το μάτι δεν μπορεί να παρακολουθήσει τόσο γρήγορες μεταβολές. Εξάλλου η θερμοκρασία του σύρματος της λάμπας, που καθορίζει και την ένταση της ακτινοβολίας, διατηρείται πρακτικά σταθερή.

5.23 γ

5.24 α

5.25 Μια ηλεκτρογεννήτρια μετατρέπει τη μηχανική ενέργεια σε ηλεκτρική ενέργεια, ενώ ο ηλεκτρικός κινητήρας μετατρέπει την ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική ενέργεια.

5.26 Η μετατροπή της εναλλασσόμενης τάσης σε συνεχή γίνεται με το συνδυασμό δύο διατάξεων, του ανορθωτή και του εξομαλυντή. Ο εξομαλυντής αποτελείται από αντιστάτη και πυκνωτή συνδεδεμένα παράλληλα.

Αμοιβαία επαγωγή - αυτεπαγωγή

5.27 α

5.28 γ, δ.

5.29 δ

5.30 $L = \mu\mu_o \frac{N^2}{l} A$, $N = \frac{d}{2\pi R}$, $A = \pi R^2$

επομένως $L = \mu\mu_o \dfrac{d^2}{4\pi^2 R^2 l}\pi R^2 = \mu\mu_o \dfrac{d^2}{4\pi l}$

Εάν το μήκος του πηνίου παραμένει ίδιο, όπως και να το κατασκευάσουμε, ο συντελεστής αυτεπαγωγής θα είναι ο ίδιος.
Σωστή απάντηση είναι η γ.

5.31 γ, στ

5.32 α) $U = \dfrac{1}{2}Li^2$ επομένως η ενέργεια είναι μεγαλύτερη τη στιγμή t_1, στην οποία το ρεύμα έχει μεγαλύτερη ένταση.
β) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος δίνεται κάθε στιγμή από την κλίση της γραμμής στο διάγραμμα i-t. Η κλίση είναι μεγαλύτερη τη στιγμή t_1 επομένως τότε είναι μεγαλύτερη και η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή.

5.33 1-β, 2-δ, 3-α, 4-γ, 5-γ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νόμος της επαγωγής

5.34 α) $E_{ΕΠ} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \dfrac{|0 - BA|}{\Delta t} = 2V$

β) $E_{ΕΠ} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \dfrac{|2BA - BA|}{\Delta t} = 2V$

γ) $E_{ΕΠ} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \dfrac{|BA\sigma\upsilon\nu 180^o - BA|}{\Delta t} = 4V$

δ) $E_{ΕΠ} = \dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \dfrac{|BA\sigma\upsilon\nu 90^o - BA|}{\Delta t} = 2V$

5.35 $$E_{ΕΠ} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{A\,\Delta B}{\Delta t} = \pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = 0,2\times10^{-2}V$$

$$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R} = 10^{-3}A \qquad P = I^2R = 2\times10^{-6}W$$

5.36 Στο χρονικό διάστημα $0-2\times10^{-1}s$ είναι

$$E_1 = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = 2V \quad I_1 = \frac{E_1}{R} = 0,2A$$

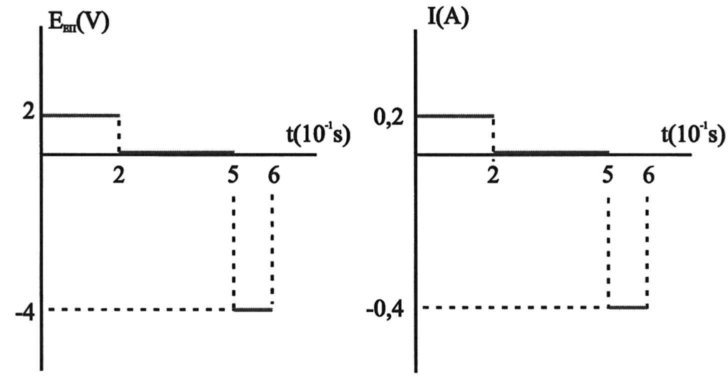
Στο διάστημα $2\times10^{-1}s-5\times10^{-1}s$ είναι

$$E_2 = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = 0 \text{ και } I_2 = \frac{E_2}{R} = 0$$

Τέλος στο διάστημα $5\times10^{-1}s-6\times10^{-1}s$ θα είναι

$$E_3 = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = 4V \text{ και } I_3 = \frac{E_3}{R} = 0,4A$$

Επειδή σ' αυτό το χρονικό διάστημα η μαγνητική ροή μειώνεται, η ηλεκτρεγερτική δύναμη που δημιουργείται έχει αντίθετη πολικότητα από την αρχική. Επομένως και το ηλεκτρικό ρεύμα σ' αυτό το χρονικό διάστημα έχει αντίθετη φορά από την αρχική.



Σχ. 5.4

5.37 $E_{ΕΠ} = N\dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$

$I = \dfrac{E_{ΕΠ}}{R+R_Γ}$ ή $I = N\dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t\left(R+R_Γ\right)}$ ή $\dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = N\dfrac{|\Delta\Phi|}{\Delta t\left(R+R_Γ\right)}$

ή $\Delta Q = N\dfrac{|\Delta\Phi|}{R+R_Γ}$ ή $\Delta Q = N\dfrac{|0-BA|}{R+R_Γ}$ ή $\Delta Q = N\dfrac{B\pi r^2}{R+R_Γ}$

άρα $B = \dfrac{\Delta Q\left(R+R_Γ\right)}{N\pi r^2} = 10,22\times10^{-2}T$

5.38 Όταν το σωληνοειδές διαρρέεται από ρεύμα I, στο εσωτερικό του δημιουργείται ομογενές μαγνητικό πεδίο $B = \mu_o In$ (1). Όταν μηδενιστεί το ρεύμα μηδενίζεται και το μαγνητικό πεδίο.
Η ηλεκτρεγερτική δύναμη που επάγεται στο κυκλικό πλαίσιο είναι:

$$E_{ΕΠ} = N\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{|0-BA|}{\Delta t} = N\frac{B\pi d^2}{4\Delta t}$$

Λαμβάνοντας υπόψη την (1) βρίσκουμε

$$E_{ΕΠ} = N\frac{\mu_o In\pi d^2}{4\Delta t} = 0,16V$$

Το φαινόμενο της επαγωγής σε κινούμενο αγωγό

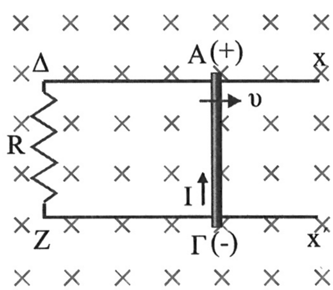
5.39 Στον αγωγό ΑΓ δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ΕΠ} = Bl\upsilon = 20V$, η πολικότητα της οποίας φαίνεται στο σχήμα 5.5

α) Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι

$$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R+R_1} = 2A$$

β) $V_{ΑΓ} = E_{ΕΠ} - IR_1 = 10V$

γ) $Q = I^2Rt = 6\times10^3 J$



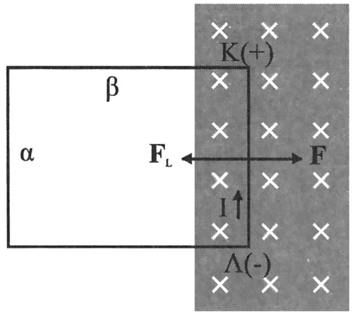
Σχ. 5.5

5.40 Στην πλευρά ΚΛ του πλαισίου δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ΕΠ} = Bαυ$, η πολικότητα της οποίας φαίνεται στο σχήμα 5.6

Το πλαίσιο διαρρέεται από ρεύμα $I = \frac{E_{ΕΠ}}{R}$

Στο πλαίσιο ασκείται από το πεδίο δύναμη $F_L = BIα$ (σχ. 5.6). Για να κινείται με σταθερή ταχύτητα πρέπει να του ασκήσουμε δύναμη F, αντίθετη με την F_L.

$$F = F_L = BIα = \frac{B^2 a^2 υ}{R} = 0,24N$$



Σχ. 5.6

5.41 Στον αγωγό ΘΚ δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή. $E_{ΕΠ} = B(ΘΚ)υ$ (σχ. 5.7)

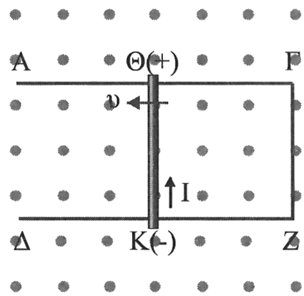
Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R_{ΟΛ}}$$

$$V_{ΓΖ} = IR_{ΓΖ} = \frac{B(ΘΚ)υ}{R_{ΟΛ}} R_{ΓΖ}$$

Όταν ο αγωγός ΚΘ βρίσκεται στη θέση για την οποία ΘΓ = ΓΖ η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι: $R_{ΟΛ} = 3R_{ΓΖ}$

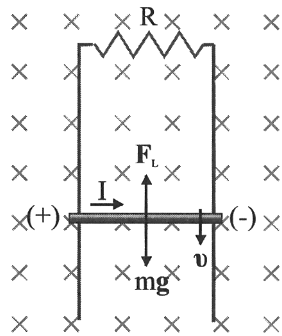
Άρα $V_{ΓΖ} = IR_{ΓΖ} = \frac{B(ΘΚ)υ}{3} = 1,6V$



Σχ. 5.7

5.42 α) Τη στιγμή μηδέν ο αγωγός αφήνεται ελεύθερος και αρχίζει να κινείται με την επίδραση του βάρους του.

Έστω ότι, τη στιγμή t ο αγωγός θα έχει ταχύτητα υ. Στον αγωγό, εκείνη τη στιγμή η ηλεκτρεγερτική δύναμη είναι $E_{ΕΠ} = Blυ$ (η πολικότητά της



Σχ. 5.8

φαίνεται στο σχήμα 5.8). Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι $I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{Bl\upsilon}{R}$

Στον αγωγό εκτός από το βάρος του ασκείται και δύναμη $F_L = BIl = \frac{B^2l^2\upsilon}{R}$. Έτσι, η επιτάχυνση του αγωγού είναι $a = \frac{mg - F_L}{m}$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $mg - F_L = 0$ ή $mg = \frac{B^2l^2\upsilon}{R}$

Η ταχύτητα του αγωγού εκείνη τη στιγμή θα πάρει τη μέγιστη τιμή της $\upsilon_{ορ} = \frac{mgR}{B^2l^2} = 2,5m/s$

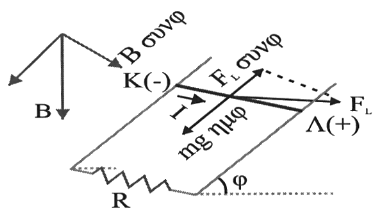
β) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η αρχική δυναμική ενέργεια του αγωγού θα μετατραπεί σε κινητική ενέργεια και σε θερμότητα στο κύκλωμα:

$mgh = \frac{1}{2}m\upsilon_{ορ}^2 + Q$ άρα $Q = 3,875J$

5.43 α) Τη στιγμή μηδέν, που ο αγωγός αφήνεται ελεύθερος, αρχίζει να κινείται με την επίδραση της $mg\eta\mu\varphi$, συνιστώσας του βάρους του.

Έστω ότι τη στιγμή t, ο αγωγός θα έχει ταχύτητα υ.

Αναλύουμε το **B** σε δύο συνιστώσες, μια κάθετη και μια παράλληλη στην κίνηση του αγωγού.



Σχ. 5.9

Στον αγωγό δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{\text{ΕΠ}} = B\ \sigma\upsilon\nu\varphi\ l\upsilon$ (η πολικότητά της φαίνεται στο σχήμα). Το ρεύμα που τον διαρρέει είναι

$$I = \frac{E_{\text{ΕΠ}}}{R} = \frac{B\ \sigma\upsilon\nu\varphi\ l\upsilon}{R} \qquad (1)$$

Επειδή ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα, δέχεται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη

$F_L = BIl$ (σχ. 5.9). Ο αγωγός κινείται με επιτάχυνση:

$a = \dfrac{mg\eta\mu\varphi - F_L \sigma\upsilon\nu\varphi}{m}$, δηλαδή

θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $mg\eta\mu\varphi - F_L \sigma\upsilon\nu\varphi = 0$ ή $mg\eta\mu\varphi - BIl\sigma\upsilon\nu\varphi = 0$

Η σχέση αυτή γίνεται αν λάβουμε υπόψη την (1)

$$mg\eta\mu\varphi = \frac{B^2 l^2 \upsilon\, \sigma\upsilon\nu^2\varphi}{R}$$

Η ταχύτητά του τότε θα έχει τη μέγιστη τιμή της

$$\upsilon_{o\rho} = \frac{mgR\eta\mu\varphi}{B^2 l^2 \sigma\upsilon\nu^2\varphi} = 0{,}667 m/s$$

β) Η δύναμη Laplace τότε θα είναι

$$F_L = BIl = \frac{B^2\ \sigma\upsilon\nu\varphi\ l^2\ \upsilon_{o\rho}}{R} = 0{,}058N$$

Το φαινόμενο της επαγωγής σε στρεφόμενο αγωγό

5.44 Στο τμήμα ΟΓ της ράβδου δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη:

$$E_{\text{ΟΓ}} = \frac{1}{2}B\omega\left(\text{ΟΓ}\right)^2 = V_\Gamma - V_O \quad (1)$$

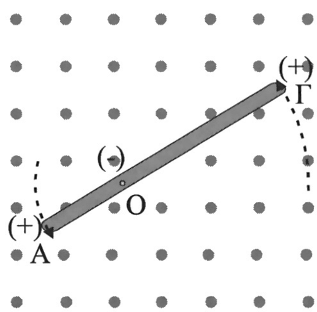
Στο τμήμα ΟΑ δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη:

$$E_{\text{ΟΑ}} = \frac{1}{2}B\omega\left(\text{ΟΑ}\right)^2 = V_\text{Α} - V_O \quad (2)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2) έχουμε:

$$V_\Gamma - V_\text{Α} = E_{\text{ΟΑ}} = \frac{1}{2}B\omega\left[\left(\text{ΟΓ}\right)^2 - \left(\text{ΟΑ}\right)^2\right]$$

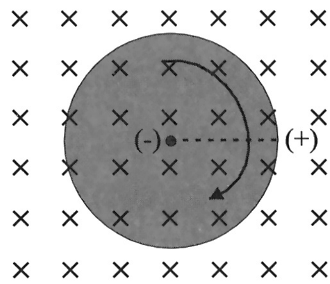
άρα $V_\Gamma - V_\text{Α} = 1V$



Σχ. 5.10

5.45 $V = E_{ΕΠ} = \frac{1}{2}B\omega r^2$ άρα

$B = \frac{2V}{\omega r^2} = 0,8T$



Σχ. 5.11

Εναλλασσόμενη τάση - εναλλασσόμενο ρεύμα

5.46 $V_o = N\omega BA$ $V_{ΕΝ} = \frac{V_o}{\sqrt{2}} \approx 220V$

$I_o = \frac{V_o}{R+R_1} = 2\sqrt{2}A$

5.47 $V_o = N\omega BA = N2\pi fBA = 18,84V$

5.48 $P_Σ = V_Σ I_Σ = \frac{V_Σ^2}{R}$ $P_{ΕΝΑΛ} = V_{ΕΝ}I_{ΕΝ} = \frac{V_{ΕΝ}^2}{2R}$

Εφόσον $P_Σ = P_{ΕΝΑΛ}$ $\frac{V_Σ^2}{R} = \frac{V_{ΕΝ}^2}{2R}$ ή $V_{ΕΝ} = V_Σ\sqrt{2}$

ή $\frac{V_o}{\sqrt{2}} = V_Σ\sqrt{2}$ άρα $V_o = 200V$

5.49 $Q = I_{EN}^2 Rt$ $I_{ΕΝ} = \frac{V_{ΕΝ}}{R} = \frac{V_o}{R\sqrt{2}} = 2A$

επομένως $Q = 1,2\times 10^4 J$

5.50 α) $p = \upsilon i = V_o I_o \eta\mu^2 314t_1$ (1)

όμως $P = V_{ΕΝ}I_{ΕΝ}$ ή $P = \frac{V_o I_o}{2}$ άρα $V_o I_o = 2P$

οπότε η (1) γίνεται:

$$p = 2P\ \eta\mu^2 314t_1 = 2P\ \eta\mu^2\left(0,5\times 3,14\right) = 2P\ \eta\mu^2\frac{\pi}{2} = 200W$$

β) $P = V_{\text{EN}} I_{\text{EN}} = \dfrac{V_o I_{EN}}{\sqrt{2}}$ άρα $V_o = \dfrac{P\sqrt{2}}{I_{EN}}$

$\upsilon = V_o\ \eta\mu 314t_2$ ή

$$\upsilon = \frac{P\sqrt{2}}{I_{EN}}\eta\mu\left(0,25\times 3,14\right) = \frac{P\sqrt{2}}{I_{EN}}\eta\mu\frac{\pi}{4} = 250V$$

5.51 $\quad P = V_{\text{EN}} I_{\text{EN}} = \dfrac{V_o I_o}{2} = \dfrac{V_o^2}{2R} = 160W$

Αμοιβαία επαγωγή

5.52 $\quad E_{\text{ΕΠ}} = M\dfrac{di}{dt} = 10V$

5.53 $\quad M = N\mu_o nA = 0,8\pi\times 10^{-4} H$

$$E_{\text{ΕΠ}} = M\frac{di}{dt} = 0,8\pi\times 10^{-4} V$$

Αυτεπαγωγή

5.54 $\quad E_{\alpha\upsilon\tau} = L\dfrac{di}{dt} = \mu_o\dfrac{N^2}{l}A\dfrac{di}{dt} = 6\pi\times 10^{-3} V$

5.55 Έστω ότι, όταν το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα I από κάθε σπείρα του διέρχεται μαγνητική ροή Φ. Αν το ρεύμα μηδενιστεί σε χρόνο Δt στο πηνίο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη η μέση τιμή της οποίας είναι:

$E_{\text{ΕΠ}} = -N\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ή $E_{\text{ΕΠ}} = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ άρα $N\Delta\Phi = L\ \Delta I$

ή $N\left(0-\Phi\right) = L\left(0-I\right)$ άρα $L = \dfrac{N\Phi}{I} = 0,08H$

5.56 $I = \frac{E}{R} = 3A \qquad U = \frac{1}{2}LI^2 = 0,027J$

5.57 α) $I_o = \frac{E}{R} = 2,4A$

β) $E_{αυτ} = iR = 10V$

$E_{αυτ} = -L\frac{di}{dt}$ άρα $\frac{di}{dt} = -\frac{E_{αυτ}}{L} = -500A/s$

γ) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που είχε αποθηκευτεί στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου θα μετατραπεί σε θερμότητα στον αντιστάτη.

$Q = \frac{1}{2}LI_o^2 = 0,058J$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

5.58 $E_{ΕΠ} = N\frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$,

$I = \frac{E_{ΕΠ}}{R}$ ή $I = N\frac{|\Delta\Phi|}{R\ \Delta t}$ ή $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = N\frac{|\Delta\Phi|}{R\ \Delta t}$

ή $\Delta Q = N\frac{|BA\sigma\upsilon\nu 180 - BA\sigma\upsilon\nu 0|}{R} = N\frac{2BA}{R}$

ή $\Delta Q = N\frac{2B\pi r^2}{\rho\frac{l}{s}}$ ή $\Delta Q = N\frac{2B\pi r^2}{\rho\frac{N2\pi r}{s}}$

ή $\Delta Q = \frac{Bsr}{\rho} = 10^{-3}C$

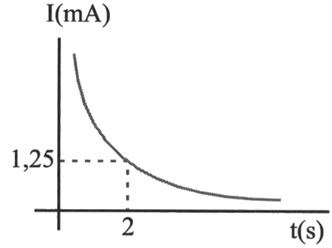
5.59 α) Έστω ότι, τη στιγμή t, ο αγωγός που κινείται απέχει από τον άλλο αγωγό χρωμονικελίνης απόσταση x. Στον αγωγό που κινείται επάγεται ηλεκτρεγερτική δύναμη: $E_{ΕΠ} = Bl\upsilon$

Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι $I = \frac{E_{ΕΠ}}{R}$ ή $I = \frac{Bl\upsilon}{2xR^*}$ ή $I = \frac{Bl\upsilon}{2\upsilon tR^*}$

ή $I = \dfrac{Bl}{2R^* t}$ άρα $I = \dfrac{2,5\times 10^{-3}}{t}$ (SI)

β) $I = 1,25mA$

γ) Η γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος με το χρόνο φαίνεται στο σχήμα 5.12



Σχ. 5.12

5.60 α) Τη στιγμή μηδέν στον αγωγό ΣΣ′ ασκείται η δύναμη F και ο αγωγός αρχίζει να επιταχύνεται.

Έστω ότι τη στιγμή t, ο αγωγός έχει ταχύτητα υ.

Στον αγωγό αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ΕΠ} = Blυ$ (1)

(η φορά της φαίνεται στο σχήμα 5.13)

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

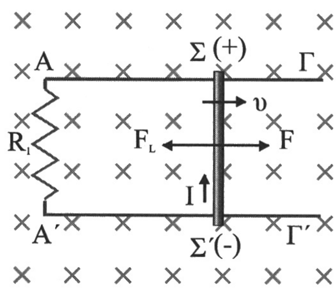
$I = \dfrac{E_{ΕΠ}}{R+R_1}$ ή $I = \dfrac{BLυ}{R+R_1}$ (2)

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό δύναμη

$F_L = BIL = \dfrac{B^2L^2υ}{R+R_1}$

Η επιτάχυνσή του είναι $a = \dfrac{F-F_L}{m}$

Ο αγωγός θα αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητά του όταν $\sum \mathbf{F} = 0$ δηλαδή



Σχ. 5.13

όταν $F = F_L$ ή $F = \dfrac{B^2L^2υ_{ορ}}{R+R_1}$

επομένως $υ_{ορ} = \dfrac{F\left(R+R_1\right)}{B^2L^2} = 15m/s$

Τότε από (1) $E_{ΕΠ} = 3V$ και από (2) $I = 5A$

Επομένως $V_{ΣΣ'} = E_{ΕΠ} - IR = 0,5V$

β$_1$) Όταν $υ = 7,5m/s$ $\qquad F_L = \dfrac{B^2L^2υ}{R+R_1} = 0,5N$

$$\frac{d\upsilon}{dt} = a = -\frac{F_L}{m} = -5m/s^2$$

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται η κινητική ενέργεια του αγωγού είναι ίσος με το ρυθμό με τον οποίο παράγεται θερμότητα στο κύκλωμα.

$$-\frac{dK}{dt} = P_\Theta = I^2\left(R + R_1\right)$$

ή $$\frac{dK}{dt} = -\left(\frac{BL\upsilon}{R + R_1}\right)^2 \left(R + R_1\right) = -3,75W$$

β$_2$) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας η κινητική ενέργεια που είχε ο αγωγός τη στιγμή που έπαψε να ασκείται η δύναμη F, έγινε θερμότητα.

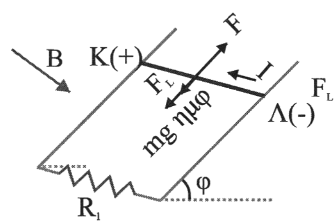
$$Q = K = \frac{1}{2}m\upsilon_{o\rho}^2 = 11,25J$$

5.61 α) Η επιτάχυνση του αγωγού τη στιγμή μηδέν (όταν του ασκείται η δύναμη F) είναι $a = \frac{F - mg\eta\mu\varphi}{m}$

Έστω ότι τη στιγμή t ο αγωγός ΚΛ έχει ταχύτητα υ. Στον αγωγό αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{E\Pi} = Bl\upsilon$ (1)

Το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{E\Pi}}{R + R_1} = \frac{Bl\upsilon}{R + R_1} \qquad (2)$$



Σχ. 5.14

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό δύναμη $F_L = BIl = \frac{B^2l^2\upsilon}{R + R_1}$.

Η επιτάχυνσή του είναι $a = \frac{F - mg\eta\mu\varphi - F_L}{m}$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $F - mg\eta\mu\varphi - F_L = 0$ ή

$$F - mg\eta\mu\varphi - \frac{B^2l^2\upsilon}{R + R_1} = 0$$

Η ταχύτητα του αγωγού εκείνη τη στιγμή θα πάρει τη μέγιστη τιμή της

$$\upsilon_{o\rho} = \frac{(F - mg\eta\mu\varphi)(R + R_1)}{B^2 l^2} = 8m/s$$

β) Φαίνεται από τη σχέση (1) ότι όταν ο αγωγός αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα $E_{E\Pi} = 4V$ και από τη (2) $I = 20A$

$$V_{K\Lambda} = E_{E\Pi} - IR_2 = 2V$$

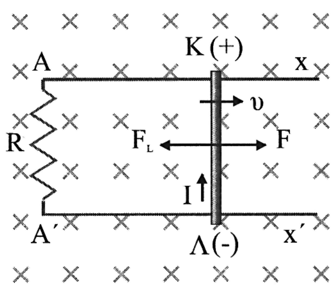
γ) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που μεταφέρθηκε στον αγωγό ΚΛ μέσω του έργου της δύναμης F θα είναι ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας που απέκτησε ο αγωγός και της θερμότητας που παράχθηκε στο κύκλωμα.

$$W_F = \frac{1}{2}m\upsilon_{o\rho}^2 + mgh + Q \text{ άρα } Q = Fd - \frac{1}{2}m\upsilon_{o\rho}^2 - mgd\,\eta\mu\phi = 68J$$

5.62 α) Έστω ότι τη στιγμή t ο αγωγός ΚΛ έχει ταχύτητα υ. Στον αγωγό ΚΛ αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{E\Pi} = Bl\upsilon$ (1) και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα

$$I = \frac{E_{E\Pi}}{R} = \frac{Bl\upsilon}{R} \quad (2)$$

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό ΚΛ δύναμη $F_L = BIl = \frac{B^2 l^2 \upsilon}{R}$



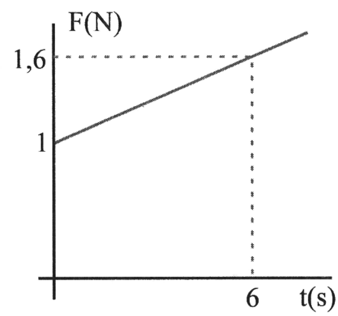
Σχ. 5.15

$$F - F_L = ma \text{ ή } F = ma + \frac{B^2 l^2 \upsilon}{R} \text{ ή}$$

$$F = ma + \frac{B^2 l^2 at}{R}$$

ή $F = 1 + 0{,}1t$ (3)

Στο σχήμα 5.16 παριστάνεται η F σε συνάρτηση με το χρόνο.



Σχ. 5.16

β) Τη στιγμή t = 6s ο αγωγός έχει ταχύτητα $\upsilon = at = 12m/s$

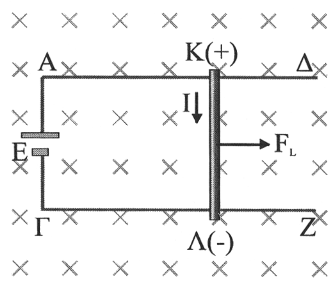
Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που προσφέρεται στο κύκλωμα μέσω του έργου της δύναμης F μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια στον αγωγό και σε θερμότητα λόγω φαινομένου Joule.

$W_F = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + Q$ άρα $Q = 14,4J$

γ) Από (2) $I = 1,2A$ και από (3) $F = 1,6N$. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης F είναι ίσος με το άθροισμα του ρυθμού με τον οποίο αυξάνεται η κινητική ενέργεια του αγωγού και του ρυθμού με τον οποίο παράγεται θερμότητα στο κύκλωμα.

$P_F = \frac{dK}{dt} + P_\Theta$ άρα $\frac{dK}{dt} = F\upsilon - I^2R = 12W$

5.63 Τη στιγμή t = 0 που αφήνεται ελεύθερος ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα $I = \frac{E}{R}$ και επιταχύνεται με την επίδραση της δύναμης Laplace $F_L = BIl$ που του ασκεί το μαγνητικό πεδίο.



Σχ. 5.17

Τη στιγμή t, ο αγωγός έχει αποκτήσει ταχύτητα υ. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στον αγωγό ΚΛ είναι $E_{ΕΠ} = Bl\upsilon$ και το ρεύμα στο κύκλωμα

$I = \frac{E - E_{ΕΠ}}{R} = \frac{E - Bl\upsilon}{R}$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι να μηδενιστεί η F_L. Αυτό θα συμβεί όταν μηδενιστεί η ένταση του ρεύματος, δηλαδή όταν $E - Bl\upsilon = 0$
Η ταχύτητα, εκείνη τη στιγμή, θα πάρει τη μέγιστη τιμή της

$\upsilon_{ορ} = \frac{E}{Bl} = 12m/s$

5.64 Τη στιγμή μηδέν που κλείνει ο διακόπτης ο αγωγός ΚΛ διαρρέεται από ρεύμα $I = \frac{E}{R} = 1,2A$. Τη στιγμή εκείνη στον αγωγό ασκούνται: το βάρος του $mg = 1N$ και η $F_L = BIl = 1,2N$ (σχ. 5.18). Έτσι, ο αγωγός κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση $a = \frac{F_L - mg}{m}$

Τη στιγμή t, ο αγωγός ΚΛ θα έχει ταχύτητα υ και θα έχει εμφανιστεί σ' αυτόν ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ΕΠ} = Bl\upsilon$.

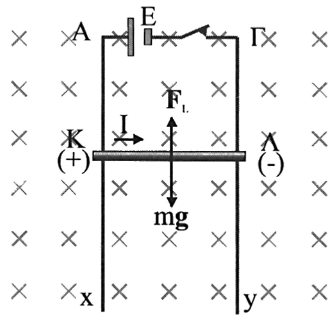
Το κύκλωμα τότε διαρρέεται από ρεύμα $I = \dfrac{E - E_{ΕΠ}}{R} = \dfrac{E - Bl\upsilon}{R}$.

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που

$F_L - mg = 0$ ή $BIl = mg$ ή

$$B\frac{E - Bl\upsilon}{R}l = mg.$$

ή $BEl - B^2l^2\upsilon = mgR$.



Σχ. 5.18

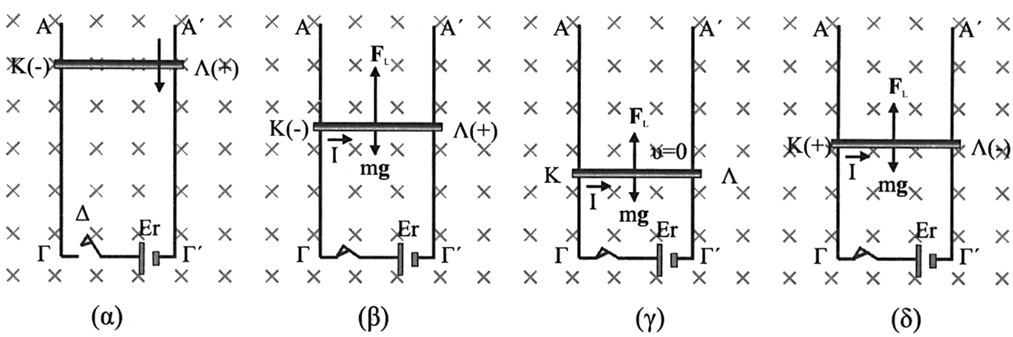
Η ταχύτητα, εκείνη τη στιγμή, θα πάρει τη μέγιστη τιμή της

$$\upsilon_{ορ} = \frac{BEl - mgR}{B^2l^2} = 4m/s$$

5.65 α) Η ταχύτητα του αγωγού τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης βρίσκεται με την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της μηχανικής ενέργειας

$mgh = \dfrac{1}{2}m\upsilon^2$ άρα $\upsilon = \sqrt{2gh} = 4m/s$

Τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης, στον αγωγό έχει εμφανιστεί ηλεκτρεγερτική δύναμη $E_{ΕΠ} = Bl\upsilon$ και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα $I = \dfrac{E + E_{ΕΠ}}{R + r} = \dfrac{E + Bl\upsilon}{R + r} = 4A$



Σχ. 5.19

Οι δυνάμεις που ασκούνται τότε στον αγωγό, είναι $mg = 2N$ και $F_L = BIl = 4N$. Η επιτάχυνση του αγωγού είναι $a = \dfrac{F_L - mg}{m} = 10m/s^2$ και έχει κατεύθυνση προς τα πάνω (σχ. 5.19β).

β) Η κίνηση του αγωγού είναι επιβραδυνόμενη. Καθώς ο αγωγός κινείται προς τα κάτω το ρεύμα μειώνεται, το ίδιο συμβαίνει και με τη δύναμη Laplace. Η μικρότερη τιμή της F_L αντιστοιχεί στη μικρότερη τιμή του ρεύματος $I = \dfrac{E}{R+r} = 3A$ που επιτυγχάνεται όταν η ταχύτητα του αγωγού μηδενιστεί. Επειδή η μικρότερη τιμή της F_L είναι $F_L = 3N > mg$, ο αγωγός θα κινηθεί προς τα κάτω μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.
Στη θέση αυτή είναι $I = 3A$ και $V_{ΚΛ} = IR = 9V$ (σχ. 5.19γ)

γ) Μετά το μηδενισμό της ταχύτητάς του ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση $a = \dfrac{F_L - mg}{m}$. Η πολικότητα της ηλεκτρεγερτικής δύναμης αντιστρέφεται (σχ. 5.19δ) και το ρεύμα στο κύκλωμα είναι $I = \dfrac{E - E_{ΕΠ}}{R+r} = \dfrac{E - Bl\upsilon}{R+r}$

Ο αγωγός θα επιταχύνεται μέχρι τη στιγμή που $F_L - mg = 0$ ή

$BIl = mg$ ή $B\dfrac{E - Bl\upsilon}{R+r}l = mg$

ή $BEl - B^2l^2\upsilon = mg\left(R+r\right)$

Τη στιγμή εκείνη ο αγωγός αποκτάει τη μέγιστη ταχύτητα

$$\upsilon_{ορ} = \frac{BEl - mg\left(R+r\right)}{B^2l^2} = 4m/s$$

5.66 α) $E_{αυτ} = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} = -0,05V$

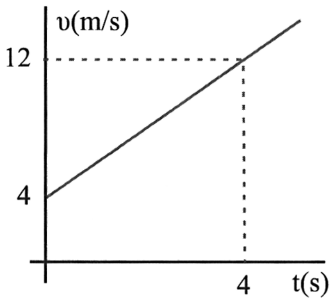
β) Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι:

$I = \dfrac{E_{\text{ΕΠ}} + E_{\alpha\upsilon\tau}}{R}$ ή $E_{\text{ΕΠ}} = IR + E_{\alpha\upsilon\tau}$ ή

$Bl\upsilon = \left(2t+3\right)R + E_{\alpha\upsilon\tau}$

άρα $\upsilon = 2t + 4$ (SI)

Η γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο σχήμα 5.20



Σχ. 5.20

γ) Όπως φαίνεται από το διάγραμμα υ-t του σχήματος 5.20 η κίνηση του αγωγού είναι ομαλά επιταχυνόμενη.

$\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t_2 - t_1} = 2m/s^2$

δ) $I = 2t + 3$ (SI) για $t = 4s$ $I = 11A$

$F_L = BIl = 0,55N$ $\quad F - F_L = ma$ επομένως $\quad F = 0,85N$

$\dfrac{dW_F}{dt} = P_F = F\upsilon = 10,2W$

5.67 Η είσοδος του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο διαρκεί $t = \dfrac{l}{\upsilon} = 5s$.

Κατά την είσοδο του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο:

$\Phi = B\,\Delta A = Blx = Bl\upsilon t$

Τη στιγμή $t = 0$ $\Phi = 0$ και τη στιγμή $t = 5s$ $\Phi = 2,5\times10^{-2}Wb$

Στην πλευρά ΚΛ του πλαισίου αναπτύσσεται ηλεκτρεγερτική δύναμη:

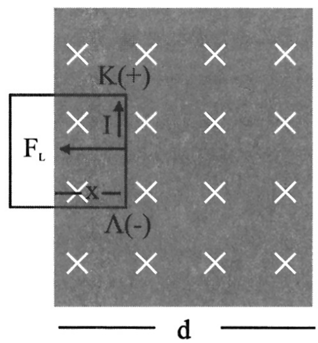
$E_{\text{ΚΛ}} = Bl\upsilon = 5\times10^{-3}V$

Το ρεύμα στο πλαίσιο είναι:

$I = \dfrac{E}{R_{\text{ΟΛ}}} = \dfrac{E}{4lR^*} = 5\times10^{-3}A$

$V_{\text{ΚΛ}} = E_{\text{ΚΛ}} - IR_{\text{ΚΛ}} = E - IlR^* = 3,75\times10^{-3}V$

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό ΚΛ δύναμη $F_L = BIl = 0,5\times10^{-3}N$



Σχ. 5.21

Το πλαίσιο παραμένει ολόκληρο στο μαγνητικό πεδίο για χρόνο

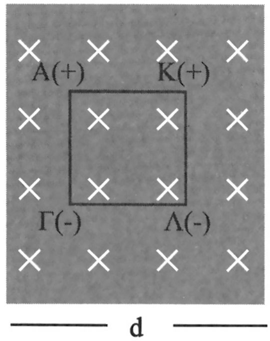
$$\Delta t = \frac{d-l}{\upsilon} = 3s$$

<u>Κατά την παραμονή του μέσα στο μαγνητικό πεδίο:</u>

$$\Phi = B\ \Delta A = Bl^2 = 2{,}5 \times 10^{-2} Wb$$

Ηλεκτρεγερτική δύναμη δημιουργείται στο τμήμα ΚΛ και ΑΓ του αγωγού

$$E_{ΚΛ} = Bl\upsilon \quad E_{ΑΓ} = Bl\upsilon$$



Σχ. 5.22

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στο πλαίσιο είναι: $E = E_{ΚΛ} - E_{ΑΓ} = 0$

Το ρεύμα στο πλαίσιο είναι: $I = \frac{E}{R_{ΟΛ}} = 0$

$$V_{ΚΛ} = E_{ΚΛ} = Bl\upsilon = 5 \times 10^{-3} V$$

Εφόσον το πλαίσιο δεν διαρρέεται από ρεύμα το μαγνητικό πεδίο δεν του ασκεί δύναμη.

Η έξοδος διαρκεί χρόνο $\Delta t = \frac{l}{\upsilon} = 5s$.

<u>Κατά την έξοδό του από το μαγνητικό πεδίο:</u>

$$\Phi = B\ \Delta A = Bl(l-x) = Bl(l - \upsilon\ \Delta t)$$

$$\Phi = Bl^2 - Bl\upsilon\ \Delta t$$

Για $\Delta t = 0 \quad \Phi = 2{,}5 \times 10^{-2} Wb$

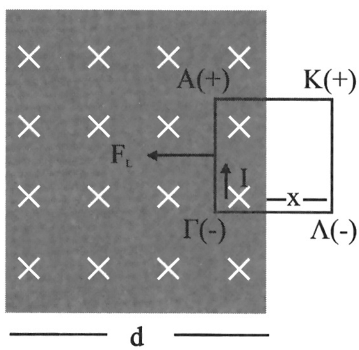
για $\Delta t = 5s \quad \Phi = 0$

Ηλεκτρεγερτική δύναμη αναπτύσσεται στην πλευρά ΑΓ του πλαισίου. Το ρεύμα που διαρρέει τώρα το πλαίσιο έχει φορά αντίθετη από τη φορά που είχε κατά την είσοδο του πλαισίου στο πεδίο. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη στο πλαίσιο είναι:

$$E = -E_{ΑΓ} = -Bl\upsilon = -5 \times 10^{-3} V$$

Το ρεύμα στο πλαίσιο είναι:

$$I = \frac{E}{R_{ΟΛ}} = \frac{E}{4lR^*} = -5 \times 10^{-3} A$$

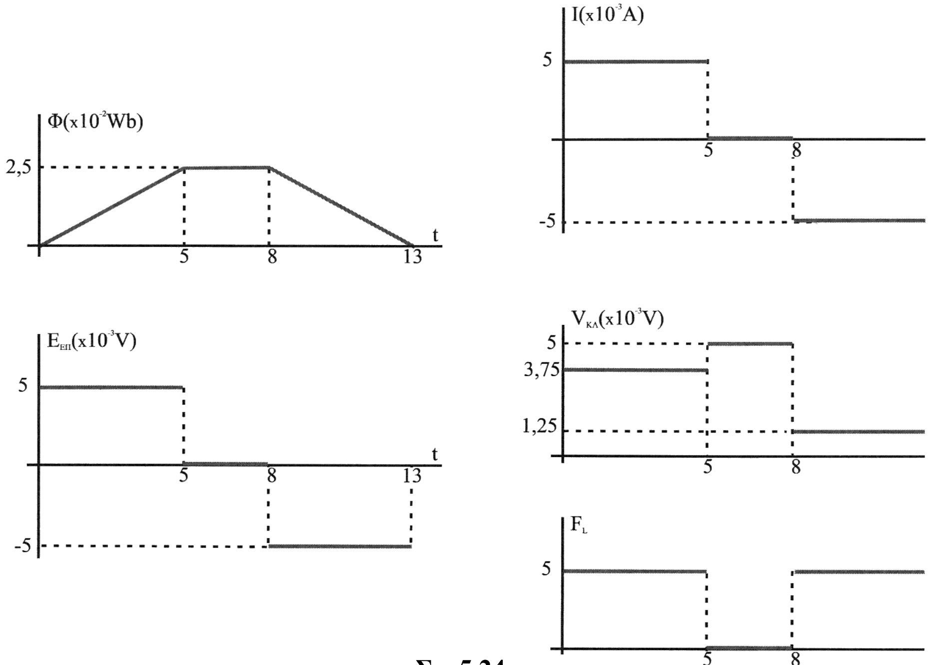


Σχ. 5.23

$$V_{\text{ΚΛ}} = IR_{\text{ΚΛ}} = IlR^* = 1{,}25 \times 10^{-3} V$$

Το μαγνητικό πεδίο ασκεί στον αγωγό ΑΓ δύναμη

$$F_L = BIl = 0{,}5 \times 10^{-3} N$$



Σχ. 5.24

5.68 α) $I = \dfrac{E}{R+r} = 4A$

β) $E_{\alpha\upsilon\tau} = -L\dfrac{di}{dt} = -3V$

γ) $I = \dfrac{E + E_{\alpha\upsilon\tau}}{R+r} = 3{,}7A \quad U = \dfrac{1}{2}Li^2 = 3{,}42J$

δ) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας ο ρυθμός με τον οποίο η πηγή δίνει ενέργεια στο κύκλωμα είναι ίσος με το άθροισμα του ρυθμού με τον οποίο παράγεται θερμότητα στις αντιστάσεις του κυκλώματος και του ρυθμού με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου.

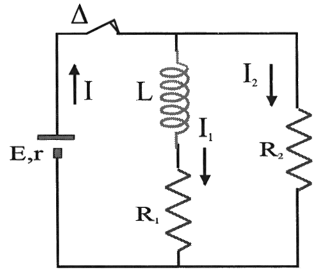
$$EI = I^2\left(R+r\right)+\frac{dU}{dt} \text{ επομένως } \frac{dU}{dt}=11{,}1W$$

5.69 α) Τη στιγμή που κλείνει ο διακόπτης το πηνίο, δεν διαρρέεται από ρεύμα ($I_1 = 0$).

Επομένως $I = I_2 = \frac{E}{R_2} = 2A$

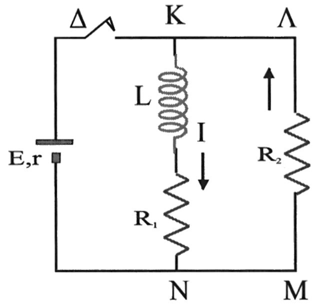
Όταν αποκατασταθούν οι τελικές τιμές στο κύκλωμα τότε $E_{αυτ} = 0$. Οι αντιστάτες R_1 και R_2 έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους ίση με την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής

$I_1 = \frac{E}{R_1} = 4A$



Σχ. 5.25

$I_2 = \frac{E}{R_2} = 2A$ και η πηγή διαρρέεται από ρεύμα $I = I_1 + I_2 = 6A$



Σχ. 5.25

β) Με το άνοιγμα του διακόπτη, στο πηνίο δημιουργείται ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που προκαλεί ρεύμα στο πηνίο της ίδιας φοράς με αυτό που το διέρρεε πριν ανοίξει ο διακόπτης.

Το επαγωγικό ρεύμα διαρρέει το βρόχο ΚΛΜΝ

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που είχε αποθηκευτεί στο πηνίο, πριν το άνοιγμα του διακόπτη, θα μετατραπεί σε θερμότητα στις αντιστάσεις.

$\frac{1}{2}LI_1^2 = Q = 1{,}6J$

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ISBN 978-960-06-2426-7
Κωδικός βιβλίου: 0-22-0173

ΙΤΥΕ
"ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ"
ινστιτουτο
τεχνολογιας
υπολογιστων & εκδοσεων

(01) 000000 0 22 0173 3