ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Όλγα Κασσώτη   Πέτρος Κλιάπης   Θωμάς Οικονόμου

Στ΄ Δημοτικού

Βιβλίο Δασκάλου

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ
«ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

Μαθηματικά Στ΄ Δημοτικού

Βιβλίο Εκπαιδευτικού

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ	**Όλγα Κασσώτη,** Εκπαιδευτικός **Πέτρος Κλιάπης,** Εκπαιδευτικός **Θωμάς Οικονόμου,** Εκπαιδευτικός
ΚΡΙΤΕΣ-ΑΞΙΟΛΟΓΗΤΕΣ	**Δέσποινα Πόταρη,** Καθηγήτρια του Πανεπιστημίου Πατρών **Δέσποινα Αγγελοπούλου,** Σχολική Σύμβουλος **Κώστας Βρυώνης,** Εκπαιδευτικός
ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ	**Ανδρέας Κατσαούνης,** Σκιτσογράφος - Εικονογράφος
ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ	**Ευφροσύνη Ξιξή,** Φιλόλογος
ΥΠΕΥΘΥΝΟΙ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΥΓΓΡΑΦΗ	**Γεώργιος Τύπας,** Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΥΠΟΕΡΓΟΥ	**Αθανάσιος Σκούρας,** Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου
ΕΞΩΦΥΛΛΟ	**Νικόλαος Ναυρίδης,** Εικαστικός Καλλιτέχνης
ΠΡΟΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ	**ACCESS Γραφικές Τέχνες Α.Ε.**

Στη συγγραφή του δεύτερου μέρους (1/3) έλαβε μέρος και ο
Κώστας Ζιώγας, Εκπαιδευτικός

Γ΄ Κ.Π.Σ. / **ΕΠΕΑΕΚ ΙΙ** / **Ενέργεια 2.2.1** / Κατηγορία Πράξεων 2.2.1.α:
«Αναμόρφωση των προγραμμάτων σπουδών και συγγραφή νέων εκπαιδευτικών πακέτων»

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
Μιχάλης Αγ. Παπαδόπουλος
Ομότιμος Καθηγητής του Α.Π.Θ
Πρόεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Πράξη με τίτλο:

«Συγγραφή νέων βιβλίων και παραγωγή υποστηρικτικού εκπαιδευτικού υλικού με βάση το ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ για το Δημοτικό και το Νηπιαγωγείο»

Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου
Γεώργιος Τύπας
Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Αναπληρωτής Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου
Γεώργιος Οικονόμου
Μόν. Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Έργο συγχρηματοδοτούμενο 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και 25% από εθνικούς πόρους.

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
Π Α Ι Δ Α Γ Ω Γ Ι Κ Ο   Ι Ν Σ Τ Ι Τ Ο Υ Τ Ο

Πέτρος Κλιάπης   Όλγα Κασσώτη   Θωμάς Οικονόμου

ΑΝΑΔΟΧΟΣ ΣΥΓΓΡΑΦΗΣ: ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΓΡΑΜΜΑΤΑ

Μαθηματικά Στ΄ Δημοτικού

Βιβλίο Εκπαιδευτικού

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑ

Πρόλογος

Αγαπητέ συνάδελφε / συναδέλφισσα,

Ξεφυλλίζοντας το σχολικό βιβλίο των Μαθηματικών της Στ΄ Δημοτικού θα διαπιστώσατε ασφαλώς, ότι διαφέρει σημαντικά από τα σχολικά βιβλία που χρησιμοποιούσαμε μέχρι τώρα. Οι διαφορές αυτές είναι αποτέλεσμα συγκεκριμένων επιλογών σχετικά με το ρόλο και τη χρήση του σχολικού βιβλίου, στο πλαίσιο της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Θα συμφωνήσετε μαζί μας ότι μέχρι τώρα όλα τα σχολικά βιβλία Μαθηματικών του Δημοτικού Σχολείου είχαν έναν εξαιρετικά περιορισμένο ρόλο. Ήταν επιστημονικά βιβλία Μαθηματικών, μεταφρασμένα σε γλώσσα «μαθητή», δηλαδή απλουστευμένα και διατυπωμένα κατά τέτοιο τρόπο ώστε να ανταποκρίνονται στο αντιληπτικό επίπεδο των μαθητών αυτής της ηλικίας. Αποτελούσαν την «εγκυκλοπαίδεια» για τη μαθηματική γνώση της συγκεκριμένης τάξης. Ο μαθητής θα έβρισκε, με τη βοήθεια του δασκάλου του, μέσα στο βιβλίο το νέο θέμα που έπρεπε να διδαχτεί στην τάξη, θα το επαναλάμβανε διαβάζοντας, στο πλαίσιο της προσπάθειάς του να εμβαθύνει και να εμπεδώσει τις γνώσεις και θα έλυνε τις ασκήσεις. Όπως είναι επόμενο, τα σχολικά βιβλία ανταποκρίνονταν με συνέπεια στο ρόλο για τον οποίο προορίζονταν.

Χωρίς να θέλουμε να παραγνωρίσουμε τη σημασία και τη χρησιμότητα των προηγούμενων σχολικών βιβλίων στη διδασκαλία των Μαθηματικών του Δημοτικού, θεωρούμε ότι μια παρόμοια αντίληψη είναι πολύ περιοριστική για ένα σύγχρονο διδακτικό βιβλίο.

Το σημερινό διδακτικό βιβλίο δεν αρκεί να είναι το βοήθημα με το οποίο ο μαθητής θα εμπεδώσει τη μαθηματική γνώση, αλλά πρέπει να είναι ταυτόχρονα το εργαλείο μέσα από το οποίο ο μαθητής θα κατακτήσει αυτή τη γνώση χρησιμοποιώντας το διαρκώς στο πλαίσιο της διδακτικής πράξης. Κατά συνέπεια, στόχος μας δεν είναι να ακυρώσουμε τις παραδοσιακά ισχύουσες αντιλήψεις για το ρόλο του σχολικού βιβλίου ως σημείου αναφοράς και υποστήριξης του μαθητή, αλλά να τις διευρύνουμε προς την κατεύθυνση των σύγχρονων αντιλήψεων για τη διδασκαλία των Μαθηματικών και το ρόλο του σχολικού βιβλίου.

Όπως θα διαπιστώσετε, στο βιβλίο που κρατάτε οι διδακτικές κατευθύνσεις που υπάρχουν για κάθε ενότητα έχουν γενικό χαρακτήρα. Αποφύγαμε συστηματικά να εγκλωβίσουμε τον δάσκαλο σε ένα αναλυτικό διάγραμμα που θα περιόριζε την αυτονομία του.

Ο δάσκαλος σχεδιάζει ο ίδιος τη ροή του μαθήματός του παίρνοντας υπόψη του όσα επισημαίνονται σε κάθε ενότητα γενικά και κατά κεφάλαιο ειδικά. Εξάλλου η εμπειρία μας δείχνει ότι αναλυτικά και ογκώδη βοηθήματα για τον δάσκαλο είναι ιδιαίτερα δύσχρηστα και αναποτελεσματικά.

Αγαπητέ συνάδελφε / συναδέλφισσα,

Πιστεύουμε ότι το βιβλίο αυτό μπορεί να γίνει το πανί στο πλοιάριο της μάθησης ώστε μέσα από το ταξίδι οι μαθητές να ανακαλύψουν τον κόσμο των Μαθηματικών και να αγαπήσουν κάποιες από τις όψεις του. Χρειάζεται όμως πλοηγός, οδηγός με φαντασία και διάθεση, που να ξανακάνει κι αυτός το ταξίδι με τους μαθητές του.

Αυτός είστε εσείς!

Θεσσαλονίκη 2005

Οι συγγραφείς

37. Παίρνοντας αποφάσεις (Λύνω προβλήματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά)
38. Η απλή μέθοδος των τριών (Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά)
39. Είναι απλό όταν ξέρω τις τρεις τιμές! (Απλή μέθοδος των τριών στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά)
40. Συγκρίνω (πο)σωστά % (Εκτιμώ το ποσοστό)
41. Παίζοντας με τα ποσοστά (Βρίσκω το ποσοστό)
42. Ποσοστά της αλλαγής (Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την τελική τιμή)
43. Από πού έρχομαι; (Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την αρχική τιμή)
44. Για να μη λέμε πολλά ... (Λύνω προβλήματα με ποσοστά: βρίσκω το ποσοστό στα %)

Κριτήριο αξιολόγησης για τη θεματική ενότητα 3

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 4 ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Γράμμα προς τους γονείς

45. Αξίζει όσο χίλιες λέξεις... (Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα ή εικονόγραμμα)
46. Η ώρα των αποφάσεων (Ταξινομώ δεδομένα – εξάγω συμπεράσματα)
47. Το πήρες το μήνυμα; (Άλλοι τύποι γραφημάτων)
48. Ο Προκρούστης των αριθμών (Βρίσκω το μέσο όρο)

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 5 ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ - ΜΟΤΙΒΑ

Γράμμα προς τους γονείς

49. Πόσο μακριά είπες; (Μετρώ το μήκος)
50. Μπορώ να τα σηκώσω; (Μετρώ και λογαριάζω βάρη)
51. Σταμάτα μια στιγμή! (Μετρώ το χρόνο)
52. Όσο – όσο... (Μετρώ την αξία με χρήματα)
53. Ωραίο σχέδιο! (Γεωμετρικά μοτίβα)
54. Τι είναι αυτό που μας ενώνει; (Αριθμητικά μοτίβα)
55. Πόσο μεγάλωσες! (Σύνθετα μοτίβα)

Κριτήριο αξιολόγησης για τις θεματικές ενότητες 4 και 5

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 6 ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Γράμμα προς τους γονείς

56. Τα σχήματα του κόσμου! (Γεωμετρικά σχήματα – Πολύγωνα)
57. Μεγάλη α..γωνία στη γωνία (Γωνίες)
58. Συνάντηση κορυφής! (Σχεδιάζω γωνίες)
59. Έχω μεγάλα σχέδια! (Μεγεθύνω - μικραίνω σχήματα)
60. Αντανακλάσεις (Αξονική συμμετρία)
61. Καλύπτω, βάφω, σκεπάζω (Μετρώ επιφάνειες)
62. Πλαγιάζω αλλά δεν αλλάζω! (Βρίσκω το εμβαδό παραλληλογράμμου)
63. Αδυνάτισα! Μισός έμεινα (Βρίσκω το εμβαδό τριγώνου)
64. Το εμβαδό του τραπεζίου;; (Βρίσκω το εμβαδό τραπεζίου)
65. Κόβω κύκλους! (Βρίσκω το εμβαδό κυκλικού δίσκου)
66. Να το κάνω πακέτο; (Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο: έδρες και αναπτύγματα)
67. Συναρμολογώντας κομμάτια (Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο: ακμές και κορυφές)
68. Να το τυλίξω; (Κύλινδρος)
69. Γέμισε; Χωράω κι εγώ; (Όγκος – Χωρητικότητα)
70. Κύβοι και κιβώτια (Όγκος κύβου και ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου)
71. Τύπος συντηρητικός! (Όγκος κυλίνδρου)

Κριτήριο αξιολόγησης για τη θεματική ενότητα 6

Ανάλυση της δομής και της διδακτικής προσέγγισης του βιβλίου των Μαθηματικών της Στ′ τάξης

Α. Γενικά

Η διδασκαλία των Μαθηματικών στην Στ΄ Δημοτικού στοχεύει στην επανάληψη και την εμπέδωση γνώσεων που έχουν αποκτηθεί σε προηγούμενες τάξεις καθώς επίσης στη συστηματοποίηση και στη διεύρυνσή τους. Οι μαθητές επαναλαμβάνουν και γενικεύουν τις υπάρχουσες γνώσεις τους και προετοιμάζονται για την ανάπτυξη νέων μαθηματικών γνώσεων. Η γενίκευση αυτή αφορά μια συστηματοποίηση και μια πρώτη τυποποίηση των αριθμών και των πράξεων καθώς και ένα πέρασμα από μια «πρακτική» σε μια περισσότερο μαθηματική αντίληψη των εννοιών.

Στο βαθμό όμως στον οποίο τα Μαθηματικά αποκτούν μια περισσότερο θεωρητική υπόσταση είναι σκόπιμο να συνδεθεί ο ρόλος τους τόσο με την εμπειρία των μαθητών όσο και με τις άλλες επιστήμες. Με άλλα λόγια, είναι σημαντικό να αποδειχθεί και να τεκμηριωθεί η αναγκαιότητα, η σημασία και ο ρόλος των Μαθηματικών στη συνείδηση των μαθητών, ώστε να καλλιεργηθεί μια θετική στάση απέναντί τους που θα συμβάλει στην επιτυχή αντιμετώπισή τους τόσο σε αυτή την τάξη όσο και στις τάξεις του γυμνασίου.

Παράλληλα δεν πρέπει να παραμεληθεί ο ρόλος των Μαθηματικών στην ανάπτυξη της συγκροτημένης σκέψης και την καλλιέργεια του κριτικού πνεύματος και της δημιουργικότητας των μαθητών, γεγονός που προϋποθέτει εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις και αντίστοιχο σχολικό βιβλίο. Οι εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις σε συνάρτηση με το σχολικό βιβλίο αναλύονται στη συνέχεια.

Β. Ο μαθητής σε μια σύγχρονη τάξη μαθηματικών

Με το βιβλίο των Μαθηματικών της Στ′ Δημοτικού επιχειρείται ο επαναπροσδιορισμός ορισμένων δεδομένων της παραδοσιακής διδακτικής και η προσαρμογή της σχολικής εργασίας σε νεώτερες και καλύτερα τεκμηριωμένες διδακτικές αντιλήψεις. **Στην παραδοσιακή διδακτική η μαθηματική γνώση προσφέρεται έτοιμη στο μαθητή, ο οποίος απλώς καλείται να την κατανοήσει και να την απομνημονεύσει**. Τα σύγχρονα ευρήματα της έρευνας για τη μαθηματική εκπαίδευση οδηγούν σε μια τάξη Μαθηματικών που χαρακτηρίζεται από δύο στοιχεία:

Ο μαθητής **δεν αντιμετωπίζεται ως αποδέκτης μαθηματικών πληροφοριών** που του προσφέρονται από τον δάσκαλο με τη μορφή αφήγησης ή ερωταπόκρισης αλλά *κατασκευάζει δυναμικά* τη μαθηματική γνώση μέσα από *κατάλληλα διαμορφωμένες μαθηματικές καταστάσεις και δραστηριότητες*.

Ο μαθητής **καλείται να διαμορφώσει τη δική του προσέγγιση στη μαθηματική γνώση** στο μέτρο του εφικτού -και με την υποστήριξη πάντα του δασκάλου- μέσα από την προσωπική δραστηριοποίηση και την οργάνωση των εμπειριών του.

Η σύγχρονη τάξη των Μαθηματικών θέλει το μαθητή να:

- αναλαμβάνει **πρωτοβουλία**
- ερευνά
- **ανταλλάσσει γνώμες** με τους συμμαθητές του
- συζητά πιθανούς τρόπους αντιμετώπισής των προβλημάτων
- δοκιμάζει ιδέες
- **ελέγχει τα συμπεράσματά του** και να τα τεκμηριώνει προσπαθώντας να αποδείξει την ορθότητά τους τόσο στο δάσκαλό του όσο και στους συμμαθητές του.

Το βιβλίο οργανώνει την τάξη και το μαθητή προς αυτή την κατεύθυνση ως εξής:

Στο **πρώτο μέρος** κάθε κεφαλαίου προτείνονται *δραστηριότητες* τις οποίες καλείται ο μαθητής να διαπραγματευτεί ατομικά ή συνεργατικά για να προσεγγίσει τη νέα γνώση. Καθώς ο μαθητής κατασκευάζει -ως ένα βαθμό- τη μαθηματική γνώση, μπορεί να την κατανοήσει καλύτερα και να τη χρησιμοποιήσει ευκολότερα σε ένα ευρύ πεδίο εφαρμογών. Σημειώνεται ότι η οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης δεν μπορεί να είναι το αποτέλεσμα μιας μοναδικής δραστηριότητας, αλλά το αποτέλεσμα ποικιλίας δραστηριοτήτων που θα την παρουσιάσουν με περισσότερους τρόπους.

Είναι αυτονόητο ότι, η επιτυχής αντιμετώπιση των δραστηριοτήτων από μέρους του μαθητή, δεν σημαίνει κατ' ανάγκη ότι ο μαθητής έχει κατακτήσει και τη ζητούμενη μαθηματική γνώση.

Η μαθηματική γνώση για να είναι ολοκληρωμένη, **πρέπει να συστηματοποιηθεί** αποκτώντας τα τυπικά χαρακτηριστικά της, προσαρμοσμένα στο αντιληπτικό επίπεδο του μαθητή της έκτης τάξης.

Γι΄ αυτό:

Στο **δεύτερο μέρος**, η γνώση αυτή οργανώνεται και παρουσιάζεται με «*επίσημο*» τρόπο σε *ειδικό πλαίσιο και συνοδεύεται από παραδείγματα.* Στην παρουσίαση αυτή αποφεύγεται η πολύ αυστηρή παράθεση ορισμών και θεωρημάτων, αλλά επιδιώκεται η μαθηματική ακρίβεια, προκειμένου να μην οδηγηθούν οι μαθητές σε λάθη και παρανοήσεις.

Στο **τρίτο μέρος** παρουσιάζονται εφαρμογές της νέας γνώσης με τη μορφή υποδειγματικά λυμένων προβλημάτων. Έτσι ο μαθητής διαπιστώνει την εμπλοκή της νέας γνώσης σε καθημερινές καταστάσεις και βεβαιώνεται για την αναγκαιότητά της.

Η διάκριση των *δραστηριοτήτων, των παραδειγμάτων και των εφαρμογών* από τη μαθηματική γνώση τόσο μέσα στο βιβλίο όσο και από τον ίδιο τον δάσκαλο βοηθά το μαθητή να διαχωρίσει το μαθηματικά ουσιώδες από το πεδίο χρήσης και εφαρμογής του.

Τέλος, ο μαθητής ανακεφαλαιώνει την ενότητα και τους βασικούς μαθηματικούς όρους του κεφαλαίου μέσα από τις ***«Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση»***.

Αυτή η διδακτική πρακτική ανταποκρίνεται σε ένα διπλό στόχο:

- Ο μαθητής κατακτά τη μαθηματική γνώση με τρόπο **αποτελεσματικότερο** και **μονιμότερο** (αντιμετωπίζοντας δραστηριότητες που οδηγούν στη συγκεκριμένη μαθηματική γνώση).
- Καλλιεργείται η ικανότητά του μαθητή να λύνει πραγματικά προβλήματα και να αντιμετωπίζει καταστάσεις, ικανότητα που χωρίς καμιά αμφιβολία είναι χρήσιμη στη σχολική αλλά και στην εξωσχολική ζωή του.

Εξάλλου, τόσο η συστηματική επαφή του μαθητή με το μεγάλο αγαθό του ανθρώπινου πολιτισμού που λέγεται Μαθηματική Επιστήμη όσο και η καλλιέργεια της ικανότητάς του να αντιμετωπίζει προβληματικές καταστάσεις (όχι μόνο με τη στενή μαθηματική έννοια) εντάσσονται στους βασικούς σκοπούς που οφείλει να ικανοποιεί η διδασκαλία των Μαθηματικών στο πλαίσιο ενός σύγχρονου εκπαιδευτικού συστήματος.

Γ. Ο δάσκαλος σε μια σύγχρονη τάξη μαθηματικών

Το πρώτο μέλημα του δασκάλου στο μάθημα των Μαθηματικών είναι η ενθάρρυνση των μαθητών να δραστηριοποιηθούν προκειμένου να αντιμετωπίσουν τις καταστάσεις και τα προβλήματα που τους προτείνονται. Ωστόσο, *το πέρασμα από την ασαφή και περιορισμένη μαθηματική γνώση, που κατέκτησε ο μαθητής αντιμετωπίζοντας τις δραστηριότητες, στη συστηματική και γενικευμένη μαθηματική γνώση που ζητείται από αυτόν, η «επισημοποίηση» δηλαδή της γνώσης που αναδείχτηκε μέσα από τη λύση των προβλημάτων, είναι το κρισιμότερο σημείο στην εργασία του δασκάλου.* Τα πορίσματα της δραστηριότητας των μαθητών πρέπει να ολοκληρωθούν μέσα από συνεχή διάλογο στην τάξη και να μετασχηματιστούν σε μαθηματικά συμπεράσματα, σε μαθηματική «θεωρία». Έτσι προκύπτει ένας νέος ρόλος για τον δάσκαλο της τάξης, σημαντικά διαφοροποιημένος από τον παραδοσιακό ρόλο. Στο σύγχρονο τρόπο διδασκαλίας το ενδιαφέρον επικεντρώνεται στην **ανατροπή του παθητικού χαρακτήρα που επιφυλάσσει στο μαθητή η παραδοσιακή διδασκαλία.** Σύμφωνα με αυτήν την αντίληψη είναι απαραίτητο να μεταβληθεί και ο ρόλος του δασκάλου μέσα στην τάξη. Ο δάσκαλος **δεν είναι πια ο αποκλειστικός φορέας της γνώσης** αλλά ο **οργανωτής του πλαισίου** μέσα στο οποίο θα αναπτυχθεί η ερευνητική δραστηριότητα των μαθητών. Συμβουλεύει τους μαθητές, απαντά στις απορίες τους και τους εμψυχώνει σε κάθε στάδιο της πορείας τους προς τη γνώση.

Δ. Το νέο βιβλίο στη διαδικασία μάθησης των μαθηματικών

Μια συνοπτική περιγραφή της διδακτικής πράξης μέσα από την οπτική γωνία που διαμορφώνεται σύμφωνα με τα προηγούμενα και το νέο ρόλο που καλείται να διαδραματίσει το σχολικό βιβλίο.

Ξεκινώντας το νέο μάθημα οι μαθητές, με την υπόδειξη του δασκάλου, ανοίγουν τα βιβλία τους και, αφού ρίξουν μια σύντομη ματιά στους *στόχους* που αναγράφονται στην αρχή κάθε ενότητας (οι οποίοι μπορούν να συζητηθούν στην τάξη, όποτε το κρίνει σκόπιμο ο δάσκαλος), προχωρούν στην αντιμετώπιση των δραστηριοτήτων που περιλαμβάνονται στο βιβλίο. Η αντιμετώπιση των δραστηριοτήτων γίνεται **απαραίτητα από τους ίδιους τους μαθητές** (επάνω στο βιβλίο), χωρίς να παραλείπεται η ενθάρρυνση των αδύνατων μαθητών για συμμετοχή. **Κάθε άλλη πρακτική θα ανέτρεπε τη λογική του βιβλίου**. Ο δάσκαλος κινείται στην τάξη, παρακολουθεί τη δραστηριότητα των μαθητών, κάνει υποδείξεις, βοηθά, απαντά σε ερωτήσεις, ενισχύει τους μαθητές και συντονίζει τη δραστηριότητά τους στα περιθώρια του διαθέσιμου χρόνου, ώστε να περιορίζονται κατά το δυνατό οι απώλειες. Οι μαθητές, αντιμετωπίζοντας τις δραστηριότητες, συζητούν μεταξύ τους, ανταλλάσσουν απόψεις και αλληλοβοηθούνται. Μια σύγχρονη τάξη που εργάζεται δεν μπορεί - και δεν επιτρέπεται - να είναι σιωπηλή. Ασφαλώς οι παρεμβάσεις του δασκάλου είναι απαραίτητες, με στόχο να συγκρατηθεί ο πιθανός θόρυβος σε λογικά όρια.

Αφού ολοκληρωθεί η αντιμετώπιση των δραστηριοτήτων, τα συμπεράσματα των μαθητών **παρουσιάζονται** και **συζητούνται** στην τάξη. Ο χρόνος που θα διατεθεί γι΄ αυτό το στάδιο του μαθήματος αφήνεται στην κρίση του δασκάλου, δεδομένου ότι είναι συνάρτηση του βαθμού δυσκολίας που αντιμετώπισαν οι μαθητές. Με την ολοκλήρωση όλων των δραστηριοτήτων ο δάσκαλος πρέπει να επισημάνει τη νέα μαθηματική γνώση *«ενοποιώντας»* τις απόψεις και τα συμπεράσματα των μαθητών, *«ανακεφαλαιώνοντας» και «επισημοποιώντας»* τις γνώσεις που αποκτήθηκαν. Αυτή η συστηματοποιημένη μαθηματική γνώση στο βιβλίο είναι σαφώς διακριτή σε ειδική έγχρωμη στήλη και συνοδεύεται από αντίστοιχα παραδείγματα, με στόχο να διευκολύνει το μαθητή στη διάκριση του ουσιώδους από το επουσιώδες, στη διάκριση αυτού που *«είναι Μαθηματικά» (γαλάζιο πλαίσιο)* από αυτό που *«αναφέρεται στα Μαθηματικά» (πορτοκαλί πλαίσιο)*, διάκριση που συνήθως είναι δύσκολη για το μαθητή. Εξάλλου με αυτόν τον τρόπο ο μαθητής γνωρίζει με σαφήνεια τι είναι αυτό που πρέπει να επαναλάβει και να «κάνει κτήμα» του, δουλεύοντας και στο σπίτι μετά το μάθημα.

Η ολοκλήρωση του μαθήματος προϋποθέτει τη μελέτη των δύο *υποδειγματικά λυμένων* προβλημάτων εφαρμογής της νέας γνώσης. Ο δάσκαλος φροντίζει ώστε οι μαθητές να κατανοήσουν τη μεθοδολογία που ακολουθείται στη λύση προβλημάτων της καθημερινής ζωής που είναι σχετικές με τη νέα γνώση.

Στη συνέχεια οι μαθητές αντιμετωπίζουν τις *«Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση»*. Σκοπός αυτών των ερωτήσεων είναι η ανάδειξη των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών της μαθηματικής γνώσης που αποκτήθηκε, των δυσκολιών που πιθανόν περικλείει, των ορίων εφαρμογής και χρήσης της. Μερικές από αυτές αποτελούν αφορμή για συζητήσεις και δίνουν επεκτάσεις της γνώσης που διδάχθηκε. Συγχρόνως βοηθούν το μαθητή να αντιληφθεί σε ποιο βαθμό κατανόησε τη νέα γνώση και πόση προσπάθεια πρέπει να καταβάλλει ακόμη.

Τέλος ρίχνουν ακόμη μια σύντομη ματιά στους *στόχους* που αναγράφονται στην αρχή κάθε μαθήματος Προκειμένου να διαπιστώσουν αν τους έχουν κατακτήσει όλους.

Οι «Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση» είναι σκόπιμο να αντιμετωπίζονται στη σχολική τάξη. Ωστόσο, κάποιες από αυτές μπορούν να συμπεριλαμβάνονται στην «κατ' οίκον» εργασία του μαθητή, όταν το επιβάλλουν τα στενά χρονικά περιθώρια της διδακτικής ώρας.

Η **εμπέδωση** και **επέκταση** της νέας γνώσης γίνεται μέσα από τις ασκήσεις, τα προβλήματα και τη «Δραστηριότητα με προεκτάσεις» στο τετράδιο εργασιών. Ο δάσκαλος καλείται να συνεκτιμήσει το βαθμό στον οποίο οι μαθητές κατανόησαν το συγκεκριμένο μάθημα, τις δυνατότητες των παιδιών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις ειδικές συνθήκες της τάξης και να κρίνει ποιες από τις ασκήσεις και τα προβλήματα χρειάζεται να αντιμετωπιστούν στην τάξη, ή να δοθούν για «κατ' οίκον» εργασία στους μαθητές.

Περιγραφή της δομής των βιβλίων.

Με βάση την πιο πάνω αντίληψη για τη δόμηση της γνώσης, τα βιβλία για το μάθημα των μαθηματικών της Στ΄ τάξης έχουν την εξής δομή:

1) Βιβλίο του Μαθητή

- **Στόχοι:** Παρουσιάζεται η στοχοθεσία του μαθησιακού περιεχομένου
- **Δραστηριότητες:** Μελέτη καταστάσεων από το περιβάλλον και τα ενδιαφέροντα του παιδιού της ηλικίας αυτής, ώστε μέσα από προβληματισμό να οδηγηθεί στην αναγκαιότητα της συγκεκριμένης γνώσης. Οι απαντήσεις και στις δύο δραστηριότητες είναι κρυμμένες πίσω από τα δεδομένα, έτσι ώστε οι μαθητές έπειτα από προσεκτική μελέτη να οδηγούνται εύκολα στη σωστή απάντηση.
- **Γαλάζιο πλαίσιο: «Μαθηματικός πίνακας» για κανόνες και μαθηματικές έννοιες**. Εδώ γίνεται η συστηματοποίηση και έκφραση της μαθηματικής γνώσης που «αναδύθηκε» μέσα από τις δραστηριότητες της πρώτης σελίδας του μαθήματος. Η μαθηματική γνώση διατυπώνεται με ακρίβεια, σαφήνεια, αλλά ταυτόχρονα με απλά λόγια και δίνεται στο χώρο αυτό με τη μορφή κανόνα.
- **Πορτοκαλί πλαίσιο: Μέθοδοι εργασίας, τεχνικές και συμπεράσματα**. Στο χώρο αυτό παρουσιάζονται τα συμπεράσματα του κεφαλαίου καθώς και μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων και ασκήσεων.
- **Εφαρμογές:** Εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών ή συναφών προβληματικών καταστάσεων και υπόδειξη στρατηγικών επίλυσης και εφαρμογής του κανόνα ή επίδειξη χρήσης με τεχνικές που δεν μπορεί να ανακαλύψει μόνος του ο μαθητής.
- **Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση:** Σύντομη περίληψη των εννοιών του κεφαλαίου με τη μορφή εκφράσεων του τύπου «Σωστό – Λάθος».

2) Τετράδιο Εργασιών

- **Ασκήσεις και προβλήματα:** Ασκήσεις εμπέδωσης, εργασίες και προβλήματα για ατομική και ομαδική εργασία.
- **Δραστηριότητα με προεκτάσεις:** Σε κάθε κεφάλαιο γίνεται εφαρμογή της νέας γνώσης σε πραγματικά προβλήματα (μη κατασκευασμένα) στα οποία, μέσα από ομαδική αντιμετώπιση και συνεργατικές δραστηριότητες, εξετάζονται θέματα, ζητήματα και προβλήματα που αντλούνται από διαφορετικούς τομείς των επιστημών και της καθημερινής ζωής. Δραστηριότητες αυτού του τύπου μπορούν να γίνουν αφορμή για διερεύνηση και περαιτέρω επέκταση της γνώσης, ώστε οι μαθητές να κατανοήσουν σε βάθος το θέμα που εξετάζουν και να προσεγγίσουν τη γνώση με βιωματικό τρόπο στα πλαίσια της πραγματικότητας που τους περιβάλλει (μέθοδος project). Έτσι, *η γνώση αποκτά νόημα και ενδιαφέρον*, επειδή εξετάζεται διαθεματικά στο πλαίσιο της μελέτης αυθεντικών καταστάσεων. Οι «Δραστηριότητες με προεκτάσεις» περιλαμβάνουν:

I. **Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση:** Δίνονται θέματα ή ερωτήσεις για περαιτέρω διερεύνηση ή επέκταση σε άλλες γνωστικές περιοχές.

II. **Θέμα για μικρή έρευνα:** Δίνονται θέματα σχετικά με τη ζωή τα ενδιαφέροντα των παιδιών και τις τοπικές συνθήκες που μπορούν να ερευνηθούν σε σύντομο χρονικό διάστημα (π.χ. ένα απόγευμα ή το Σαββατοκύριακο) ώστε να τα παρουσιάσουν στην τάξη στο επόμενο μάθημα.

Επισημαίνεται και πάλι πως ανάλογα με τις δυνατότητες των παιδιών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις ειδικές συνθήκες της τάξης, ο δάσκαλος μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να ασχοληθούν ή να αγνοήσουν τα θέματα για συζήτηση που η δραστηριότητα περιλαμβάνει.

3) Βιβλίο Εκπαιδευτικού

Στο βιβλίο του εκπαιδευτικού γίνεται βήμα προς βήμα ανάλυση των δραστηριοτήτων που παρουσιάζονται στο βιβλίο του μαθητή, ενώ παράλληλα παρουσιάζονται ο τρόπος επίλυσης και η λύση στις ασκήσεις και τα προβλήματα του τετραδίου εργασιών. Δεν δίνονται διευκρινήσεις στις περιπτώσεις στις οποίες δεν υπάρχει δυσκολία ή ο τρόπος επίλυσης είναι απλός.

Στην αρχή κάθε θεματικής ενότητας υπάρχει ένα **γράμμα προς τους γονείς** το οποίο πρέπει να φωτοτυπηθεί και να μοιραστεί στους γονείς, ώστε να ενημερωθούν για τα περιεχόμενα του βιβλίου και τον τρόπο εργασίας.

Κάθε θεματική ενότητα περιλαμβάνει επίσης μια σελίδα όπου παρουσιάζονται το **θεωρητικό μέρος**, οι προβληματισμοί και κάποια σημαντικά ερευνητικά δεδομένα για τη συγκεκριμένη θεματική ενότητα.

Για κάθε κεφάλαιο παρουσιάζονται και αναλύονται τα εξής:

- **Οι επιμέρους στόχοι:** Η στοχοθεσία του μαθησιακού περιεχομένου για το μαθητή στο συγκεκριμένο κεφάλαιο.
- **Ο μαθητής αναμένεται:** Με την κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης ο μαθητής πρέπει να αποκτήσει συγκεκριμένες μαθηματικές δεξιότητες και τεχνικές επίλυσης προβλημάτων.
- **Δυσκολίες του κεφαλαίου:** Στο σημείο αυτό παραθέτουμε δυσκολίες που ο μαθητής ή ο δάσκαλος ενδέχεται να συναντήσουν στο συγκεκριμένο κεφάλαιο.
- *Με πλάγια γράμματα δίνονται τεχνικές για την αντιμετώπιση των δυσκολιών που παρατηρήθηκαν και επισημαίνονται κύρια σημεία που πρέπει να προσεχθούν στη διδασκαλία του συγκεκριμένου μαθήματος.*
- **Δραστηριότητες – Εκπλήξεις:** (προαιρετικές δραστηριότητες) – Προσπαθώντας να αποφύγουμε τη μονοτονία αλλά και να τονίσουμε κάποιες έννοιες, διαδικασίες ή τεχνικές, δίνουμε, σε όποιο κεφάλαιο προσφέρεται, ιδέες στο δάσκαλο για απλές δραστηριότητες–εκπλήξεις. Οι δραστηριότητες αυτές εξάπτουν την περιέργεια και αποτελούν αφόρμηση για το συγκεκριμένο κεφάλαιο και τη μαθηματική γνώση. Ο τρόπος αυτός στοχεύει μέσα από «έξυπνες» διαδικασίες να λειτουργήσει σαν αφόρμηση, να προκαλέσει τη σκέψη του παιδιού, να κεντρίσει το ενδιαφέρον του, να προκαλέσει συζήτηση και να φέρει τους μαθητές σε μια κατάσταση που θα θέλουν να ασχοληθούν με το νέο γνωστικό αντικείμενο γιατί έτσι θα πάρουν απαντήσεις στα ερωτήματα που δημιουργήθηκαν από τη δραστηριότητα-έκπληξη.
- **Ιστορικά σημειώματα:** Σε ορισμένες δραστηριότητες με προεκτάσεις χρειάζεται να δοθούν ιστορικά στοιχεία και πληροφορίες στο δάσκαλο, ώστε να έχει πλήρη εικόνα του θέματος το οποίο πραγματεύεται η δραστηριότητα. Αυτή η επιπλέον πληροφορία δίνεται στο «ιστορικό σημείωμα» και όπου απαιτείται παρατίθεται η σχετική βιβλιογραφία.
- **Προαπαιτούμενα επόμενου μαθήματος:** Περιγράφεται το υλικό που θα χρειαστεί να ετοιμάσουν τα παιδιά ή ο δάσκαλος για το επόμενο μάθημα (όπου χρειάζεται).
- **Τεχνολογία:** Προτεινόμενοι τρόποι χρήσης του ηλεκτρονικού υπολογιστή για κατασκευή πινάκων, διαγραμμάτων και γενικότερα για εμπλουτισμό σε όποιο μάθημα προσφέρεται, καθώς επίσης προτεινόμενα κεφάλαια από το συνοδευτικό λογισμικό για τα μαθηματικά της έκτης τάξης. Περισσότερα παραδείγματα και υλικό για το κάθε μάθημα δίνονται στην *ιστοσελίδα υποστήριξης του μαθήματος*. http://users.sch.gr/kliapis

Ε. Η οργάνωση μιας σύγχρονης τάξης Μαθηματικών

Είναι φανερό ότι η μεθόδευση της διδακτικής πράξης με τον τρόπο που προτείνεται δεν είναι πραγματοποιήσιμη σε συνθήκες αποκλειστικά «μετωπικής» διδασκαλίας. Γενικά η «μετωπική» διδασκαλία, όπου ο δάσκαλος απευθύνεται στο σύνολο των μαθητών της τάξης, ευνοεί τη «μετάδοση πληροφοριών» από τον δάσκαλο και όχι την προσωπική έρευνα και δραστηριότητα των μαθητών και, κατά συνέπεια, την κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης από αυτούς.

Η οργάνωση της διδασκαλίας που προτείνεται και αντιστοιχεί στο περιεχόμενο του συγκεκριμένου σχολικού βιβλίου περιλαμβάνει μια συνεχή εναλλαγή ατομικής, ομαδικής και «μετωπικής» εργασίας στην τάξη, ώστε τα τρία κλασικά μοντέλα οργάνωσης της σχολικής τάξης να εναλλάσσονται διαρκώς ανάλογα με το συγκεκριμένο αντικείμενο αλλά και με το στάδιο στο οποίο βρίσκεται το μάθημα κάθε χρονική στιγμή. Συγκεκριμένα:

- Στο πρώτο στάδιο, όπου οι μαθητές αντιμετωπίζουν τις δραστηριότητες προτείνεται η εναλλαγή ατομικής και ομαδικής εργασίας. Άλλες δραστηριότητες είναι σκόπιμο να αντιμετωπιστούν ατομικά και άλλες σε μικρές ομάδες *(αυτό υποδεικνύεται και στην εκφώνηση: γράψε ή γράψτε).*

  Γενικά εκτιμάται ότι δραστηριότητες που παρουσιάζουν δυσκολία για τους μαθητές ή δραστηριότητες των οποίων η αντιμετώπισή βασίζεται (ή στοχεύει) στη συζήτηση και ανταλλαγή απόψεων είναι προτιμότερο να αντιμετωπίζονται σε μικρές ομάδες, ενώ δραστηριότητες απλούστερες ή άλλες που απαιτούν κάποιο σχέδιο είναι προτιμότερο να αντιμετωπίζονται ατομικά. Η επιλογή ανήκει στο δάσκαλο, ο οποίος οφείλει να συνεκτιμήσει όσα προαναφέρθηκαν.
- Αντίθετα, στο δεύτερο στάδιο, κατά το οποίο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα από την εργασία των μαθητών και ολοκληρώνεται το μάθημα με την «επισημοποίηση» των μαθηματικών γνώσεων είναι σκόπιμο να προτιμηθεί η «μετωπική» εργασία.

Είναι απαραίτητο να διευκρινιστεί ότι στην περίπτωση της ατομικής εργασίας ο μαθητής ***δεν εργάζεται σε συνθήκες απομόνωσης*** και μπορεί, αν το θεωρεί σκόπιμο, να ανταλλάξει απόψεις με το συμμαθητή του ή και να συνεργαστούν. Επίσης στην περίπτωση της ομαδικής εργασίας είναι προτιμότερο να επιλέγονται απλοί τρόποι ομαδοποίησης των μαθητών. Η ατομική και η ομαδική οργάνωση της τάξης επιτρέπουν την ενεργοποίηση των μαθητών καθώς και την προσαρμογή του μαθήματος στο ρυθμό και τις δυνατότητές τους σε πολύ μεγαλύτερο βαθμό από ότι το «μετωπικό» μάθημα. Επίσης η συνεχής εναλλαγή ατομικού, ομαδικού και «μετωπικού» μαθήματος περιορίζει τον κίνδυνο της μονοτονίας, που οφείλεται στην τυποποιημένη εφαρμογή ενός μοναδικού τρόπου οργάνωσης της σχολικής εργασίας και αυξάνει το ενδιαφέρον των μαθητών για το μάθημα.

ΣΤ. Η αξιολόγηση σε μια σύγχρονη τάξη Μαθηματικών

Για να αποδώσει ο προτεινόμενος τρόπος εργασίας, είναι απαραίτητο να μην αισθάνεται ο μαθητής ότι βρίσκεται κάτω από συνεχή έλεγχο. Αυτό προϋποθέτει τη δημιουργία κλίματος όπου οι πιθανές αποτυχίες στις δραστηριότητες που αναπτύσσονται στην τάξη δεν φοβίζουν το μαθητή για βαθμολογικές συνέπειες καθώς επιβραβεύεται το ενδιαφέρον και η προσπάθεια που καταβάλλει. Αυτή η αντιμετώπιση **πρέπει να γίνει σαφής στους μαθητές**. Παράλληλα, είναι σκόπιμο να διαφοροποιηθεί ο παραδοσιακός τρόπος αντιμετώπισης των ασκήσεων που ανατίθενται στους μαθητές για το σπίτι. Η λύση τους στην τάξη είναι καλύτερο να γίνεται από μαθητές που απέτυχαν, αφού βεβαιωθούν ότι αξιολογείται κυρίως η προσπάθειά τους και όχι το αποτέλεσμα.

Γενικά, η αξιολόγηση των μαθητών γίνεται σε δύο επίπεδα. Σε καθημερινή βάση γίνεται η «Διαμορφωτική» ή «Σταδιακή Αξιολόγηση», η οποία εφαρμόζεται κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, μέσα από τις «Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση», έχει κυρίως πληροφοριακό χαρακτήρα και βοηθά το δάσκαλο να ελέγξει κατά πόσο κάθε μαθητής έχει κατακτήσει τους εκπαιδευτικούς στόχους στο συγκεκριμένο μάθημα. Σε ένα δεύτερο επίπεδο, στο τέλος κάθε ενότητας, μέσα από τα «Κριτήρια αξιολόγησης» γίνεται η «Τελική» ή «Συνολική Αξιολόγηση», η οποία είναι περισσότερο ανακεφαλαιωτική και ανατροφοδοτική διαδικασία, που αποσκοπεί στο να εκτιμηθεί ο βαθμός επίτευξης των διδακτικών και παιδαγωγικών στόχων, σε σχέση με τους προκαθορισμένους στόχους της ενότητας. Τα συμπεράσματα και από τα δύο επίπεδα αξιολόγησης θα είναι χρήσιμα τόσο για την αξιολόγηση των μαθητών όσο και για την αξιολόγηση της διδασκαλίας αλλά και του σχολικού βιβλίου γενικότερα.

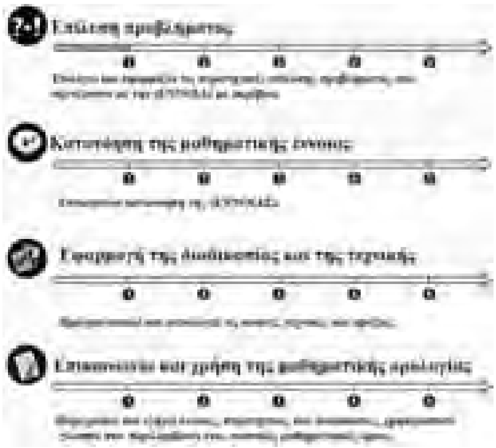
Άτυπες μέθοδοι αξιολόγησης

Κάθε μέρα, οι μαθητές μέσω των ερωτήσεων που θέτουν ή των απαντήσεων που δίνουν, παρέχουν πολλές πληροφορίες στο δάσκαλό τους σχετικά με το βαθμό κατανόησης της μαθηματικής έννοιας του μαθήματος και την απόκτηση των δεξιοτήτων που απαιτούνται. Επίσης η παρατήρηση της εργασίας της κάθε ομάδας, την ώρα που οι ομάδες εργάζονται είναι ένας αποτελεσματικός τρόπος για να παρακολουθήσει ο δάσκαλος την πρόοδο των μαθητών. Η άτυπη αξιολόγηση βρίσκεται σε εξέλιξη σε καθημερινή βάση καθώς ο δάσκαλος αξιολογεί συνεχώς την πορεία της διδασκαλίας και τους μαθητές κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας όταν αυτοί ρωτούν ή απαντούν στις ερωτήσεις του και σύμφωνα με τις απαντήσεις των μαθητών του διαμορφώνει την πορεία της διδασκαλίας του.

Συγκεκριμένες ερωτήσεις για άτυπη αξιολόγηση όπου ο δάσκαλος συλλέγει πληροφορίες για το τι μαθαίνει κάθε μαθητής υπάρχουν σε κάθε μάθημα στο Βιβλίο του Μαθητή, είναι «οι ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση».

Φάκελοι εργασιών των μαθητών (portfolios)

Όλα αυτά τα δεδομένα χάνονται εάν δεν υπάρχει κάποια συνειδητή προσπάθεια να καταγραφούν και να κρατηθούν σε αρχείο. Οι δάσκαλοι χρειάζονται ποικίλους τρόπους καταγραφής και αρχειοθέτησης της αξιολόγησης ώστε με συστηματικό τρόπο να μπορέσουν να μελετήσουν τις αλλαγές που συντελούνται σε κάθε μαθητή αλλά και στην τάξη ολόκληρη. Η καταγραφή μπορεί να γίνει ηλεκτρονικά, ή να κρατά ο δάσκαλος ένα φάκελο με τις επιδόσεις, τις εργασίες και τους βαθμούς του κάθε μαθητή.



Εικόνα 1 Παράδειγμα καταγραφής

Οι φάκελοι εργασιών των μαθητών (portfolios) αποτελούν εργαλεία που μπορούν να βοηθήσουν στη μελέτη του πολύπλοκου αρχείου της αξιολόγησης του μαθητή καθώς:

- συγκεντρώνονται τα αποτελέσματα της αξιολόγησης και οι εργασίες του κάθε μαθητή για μια χρονική περίοδο,
- μπορεί να περιέχει υλικό που κατασκεύασε ο μαθητής ή φωτογραφίες που καταγράφουν τις δραστηριότητες και τα προγράμματα στα οποία συμμετείχε,

ο φάκελος αξιολογείται συνολικά τόσο στη διάρκεια όσο και στο τέλος του έτους.

Τυπικές μέθοδοι αξιολόγησης

Αντίθετα με τις άτυπες, οι τυπικές μορφές αξιολόγησης έχουν σαν στόχο να μετρήσουν την επίδοση των μαθητών σε δραστηριότητες που απαιτούν μαθηματική σκέψη και στην αναζήτηση ενός αποτελέσματος. Οι τυπικές μορφές αξιολόγησης θέτουν ως προϋπόθεση οι μαθητές να διατυπώνουν προβλήματα, να βρίσκουν διάφορες λύσεις και να ερμηνεύουν τα αποτελέσματα. Για την τυπική μορφή της αξιολόγησης χρησιμοποιούνται τα εξής:

Ερωτήσεις, ασκήσεις και προβλήματα οι οποίες υπάρχουν στο «Τετράδιο Εργασιών» και στα «Κριτήρια αξιολόγησης»:

- Χρησιμοποιούνται για να ελέγξουν τις γνώσεις των μαθητών για κάποιες έννοιες και κάποιες από τις δεξιότητές τους,
- περιλαμβάνουν περισσότερες από μια μαθηματική έννοια.

Ανοιχτές ερωτήσεις (στα «Κριτήρια αξιολόγησης») οι οποίες:

- δίνουν στο μαθητή την ευκαιρία να σκεφτεί μόνος του και να εκφράσει τις ιδέες που είναι σύμφωνες με τη μαθηματική σκέψη του,

- οδηγούν το μαθητή να κατασκευάσει τις απαντήσεις του αντί να επιλέγει μια έτοιμη απάντηση,
- σε αντίθεση με τις ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, επιτρέπουν στο μαθητή να καταδείξει το πόσο έχει κατανοήσει ένα πρόβλημα,
- ενθαρρύνουν το μαθητή να λύσει τα προβλήματα με διάφορους τρόπους, υπενθυμίζοντας στο δάσκαλο να χρησιμοποιεί ποικίλες μεθόδους για να πλησιάσει τις μαθηματικές έννοιες και
- διαμορφώνουν ένα σημαντικό συστατικό για μια επιτυχημένη διδασκαλία: το να είναι ανοιχτή στις διαφορετικές απαντήσεις και στη συζήτηση.

Σύντομες έρευνες (στο «Τετράδιο Εργασιών»):

- δίνονται στους μαθητές χωριστά ή κατά ομάδες για 60΄ έως 90΄,
- αξιολογούνται οι δεξιότητες συνεργασίας και η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών,
- αξιολογείται η ικανότητα των μαθητών να σχεδιάσουν και να εφαρμόσουν μια πολύπλοκη στρατηγική που θα τους οδηγήσει στη λύση,
- οι μαθητές εργάζονται πάνω στους στόχους ανεξάρτητα, γράφουν τις απαντήσεις στις ερωτήσεις, και τις ανακοινώνουν.

Σχέδια εργασίας (που είναι δυνατόν να προκύψουν από τις «Δραστηριότητες με Προεκτάσεις») που περιέχονται στο «Τετράδιο Εργασιών»

- βάζουν τους μαθητές σε μια πραγματική κατάσταση επίλυσης προβλήματος
- απαιτούν από αυτούς να χρησιμοποιήσουν όλους τους διαθέσιμους πόρους και τα εργαλεία, συμπεριλαμβανομένων των υπολογιστών.

Όπως γίνεται φανερό από τα παραπάνω, το κριτήριο αξιολόγησης όχι μόνο δεν είναι το μόνο εργαλείο για την αξιολόγηση της εκπαιδευτικής διαδικασίας, αλλά κάποιες από τις γνώσεις και δεξιότητες που αποκτούνται στο μάθημα των μαθηματικών, δεν είναι δυνατό να «αξιολογηθούν» με το κριτήριο αξιολόγησης (όπως αναφέρθηκε για τις σύντομες έρευνες και τα σχέδια εργασίας).

Θα θέλαμε ακόμη να τονίσουμε, ότι στο κάθε κριτήριο αξιολόγησης έγινε προσπάθεια να περιληφθεί μια ποικιλία ασκήσεων που να καλύπτει τις έννοιες που διδάχθηκαν, δίνοντας ταυτόχρονα στον συνάδελφο την ευελιξία να επιλέξει πόσες και ποιες από τις ασκήσεις θα επιλέξει για την τάξη του ή ακόμη και για κάθε μαθητή ξεχωριστά.

Ζ. Παραπομπές – Ιστοσελίδα υποστήριξης

Η ηλεκτρονική διεύθυνση της ιστοσελίδας υποστήριξης του βιβλίου είναι: http://users.sch.gr/kliapis

Η ιστοσελίδα περιέχει προτάσεις για εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις και δραστηριότητες, δυσκολίες για κάθε κεφάλαιο, υλικό για περισσότερη διερεύνηση, παραδείγματα και εφαρμογές της νέας γνώσης σε άλλες γνωστικές περιοχές, κ.λπ.

Η. Τα περιεχόμενα του διδακτικού πακέτου

Το νέο διδακτικό πακέτο των Μαθηματικών της Στ΄ Δημοτικού αποτελείται από τα εξής:

- βιβλίο του μαθητή
- τέσσερα τετράδια εργασιών
- βιβλβίο εκπαιδευτικού
- εκπαιδευτικό λογισμικό για τις Ε΄ και Στ΄ τάξεις

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 1η:
ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

Περιεχόμενα

Θεωρητικό μέρος

Όπως φαίνεται στα περιεχόμενα, η ενότητα αυτή σκοπεύει στην επανάληψη και επέκταση των γνώσεων, κυρίως από το χώρο της «παραδοσιακής αριθμητικής», που έχουν κατακτήσει οι μαθητές στις προηγούμενες τάξεις. Ωστόσο, οι σχετικές έρευνες (Lumb, 1987; Φιλίππου, 1991; Τζεκάκη & Δεληγιωργάκος, 2000; Anghileri, Beishuizen & Putten, 2002; Steele & Johanning, 2004) συγκλίνουν στα εξής συμπεράσματα:

- Η κατανόηση των τεσσάρων πράξεων εξελίσσεται με αργούς ρυθμούς και για πολλά παιδιά επιτυγχάνεται κατά τη φοίτησή τους στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Οι μαθητές συναντούν δυσκολίες στην εκτέλεση των πράξεων, κυρίως εξαιτίας της αδυναμίας τους να κατανοήσουν σημαντικές έννοιες που αφορούν την αξία των ψηφίων (Shuard, 1986).
- Η επίλυση προβλημάτων από τους μαθητές του δημοτικού σχολείου παρουσιάζει σημαντικές δυσκολίες, καθώς οι μαθητές δυσκολεύονται στην αναγνώριση των πράξεων που χρειάζονται για την επίλυση ενός προβλήματος. Οι δυσκολίες συχνά οφείλονται σε γλωσσικούς, εννοιολογικούς και σημασιολογικούς παράγοντες (Οικονόμου, Σακονίδης, & Τζεκάκη, 2000). Οι προσπάθειες των μαθητών για την επίλυση ενός προβλήματος «στο χαρτί» πολλές φορές δεν συνάδουν με τη διαισθητική κατανόηση του προβλήματος (Fischbein, Deri, Nello & Marino, 1985; Anghileri & Beishuizen, 1998) και οδηγούν σε μηχανική εκτέλεση, η οποία είναι επιρρεπής σε λάθη (Brown & Van Lehn, 1980).

Στους δεκαδικούς αριθμούς, τους οποίους πολλοί μαθητές θεωρούν ως μια ιδιαίτερη κατηγορία αριθμών, οι περισσότερες έρευνες καταγράφουν χαμηλές επιδόσεις και εντοπίζουν μεγάλες δυσκολίες στην κατανόηση και το χειρισμό των αρχών που διέπουν την αξία των ψηφίων στο δεκαδικό σύστημα. Στη διδασκαλία των δεκαδικών αριθμών στο σχολείο δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στη σύνδεση του συμβολισμού τους με αυτόν των κλασμάτων, η διδασκαλία των οποίων έχει προηγηθεί π.χ. ο αριθμός 3,25 ερμηνεύεται ως $3 \bullet 1, \frac{2}{10}$ και $\frac{5}{100}$ (Οικονόμου et al., 2000). Ακόμη, πολλοί μαθητές δυσκολεύονται να «μεταφράσουν» τους δεκαδικούς αριθμούς σε κλάσματα. Τέλος, σε ό,τι αφορά τις πράξεις με δεκαδικούς αριθμούς, οι σχετικές έρευνες δείχνουν ότι συχνά οι μαθητές χειρίζονται τους δεκαδικούς αριθμούς ως φυσικούς, αγνοώντας την παρουσία της υποδιαστολής.

Οι ιδιαίτερα χαμηλές επιδόσεις στα κλάσματα που εντοπίζουν οι έρευνες αποδίδονται κυρίως στην έλλειψη κατανόησης της έννοιας του κλάσματος, της ισοδυναμίας κλασμάτων και της σημασίας των πράξεων με κλάσματα. Ιδιαίτερα σε ό,τι αφορά τις πράξεις με κλάσματα, οι χαμηλές επιδόσεις των παιδιών στην πρόσθεση και την αφαίρεση κλασμάτων ερμηνεύονται ως αποτέλεσμα της δυσκολίας τους να κατανοήσουν την έννοια της ισοδυναμίας κλασμάτων αλλά και τη σκοπιμότητά της, η οποία ενθαρρύνει τη μηχανική εκτέλεση της σχετικής διαδικασίας (Οικονόμου et al., 2000).

Τα πορίσματα της σύγχρονης έρευνας για τη μαθηματική εκπαίδευση αναγνωρίζουν ως θεμελιώδη πτυχή στη μάθηση των γραπτών υπολογισμών τη μετάβαση από τις «αρχικές άτυπες στρατηγικές του μαθητή σε υψηλότερου επιπέδου επίσημες στρατηγικές». Η μετάβαση αυτή γίνεται σταδιακά με την υποστήριξη του εκπαιδευτικού και των συμμαθητών και περιλαμβάνει «δυνατότητες επιλογής της προσφορότερης στρατηγικής» μέσα από συζήτηση με ολόκληρη την τάξη (Beishuizen, 2001).

Η μάθηση που προκύπτει μέσα από τέτοιες διαδικασίες είναι αποτελεσματικότερη, καθώς οι γραπτές μέθοδοι «χτίζουν» επάνω στη διαισθητική κατανόηση από τους μαθητές των στρατηγικών και των διαδικασιών που απαιτούνται για την εύρεση της λύσης. Οι άτυπες μέθοδοι λύσης μπορεί αρχικά να είναι ανεπαρκείς, αλλά η αλληλεπίδραση με τους συμμαθητές και η καταγραφή τους «σε χαρτί» οδηγεί στην οικοδόμηση επαρκέστερων και περισσότερο δομημένων μεθόδων, με αποτέλεσμα οι μαθητές να εμφανίζουν καλύτερες επιδόσεις σε σύγκριση με τις επιδόσεις που εμφανίζονται από την εφαρμογή μιας τυποποιημένης διαδικασίας επίλυσης (Schurter, 2002; Pugalee, 2004). Ακόμη, η εφαρμογή των διδαγμένων μεθόδων σε νέα προβλήματα κινδυνεύει να γίνει μηχανιστική και περιοριστική για τη σκέψη των μαθητών, όταν η σύνδεση μεταξύ της διδαγμένης διαδικασίας και των εννοιών που οι μαθητές αναγνωρίζουν δεν είναι σαφής (Anghileri et al., 2002).

Με βάση λοιπόν τα σύγχρονα ευρήματα για τη διδασκαλία και τη μάθηση διαμορφώνεται η σύγχρονη τάξη των Μαθηματικών πάνω σε δύο προϋποθέσεις.

Συγκεκριμένα ο μαθητής δεν αντιμετωπίζεται ως αποδέκτης μαθηματικών πληροφοριών που του προσφέρονται από τον δάσκαλο με τη μορφή αφήγησης ή ερωταπόκρισης αλλά κατασκευάζει δυναμικά τη μαθηματική γνώση. Έτσι, καλείται να διαμορφώσει μια δική του μαθηματική συμπεριφορά μέσα από την οργάνωση της προσωπικής δραστηριοποίησης και των εμπειριών του. Η θεωρία οικοδόμησης της γνώσης (κονστρουκτιβισμός) είναι μια γνωστική θεωρία που συνεισφέρει προς την κατεύθυνση αυτή (Bartolini Bussi & Bazzini, 2003; Goldin, 2003).

Παράλληλα, έχει γίνει σαφές ότι η μαθηματική γνώση αναδεικνύεται μέσα από κατάλληλα διαμορφωμένες διδακτικές καταστάσεις, οι οποίες σχεδιάζονται για κάθε έννοια. Την άποψη αυτή συμπληρώνει η έννοια του «εννοιολογικού πεδίου», στη βάση της οποίας μια μαθηματική γνώση δεν μπορεί να οικοδομηθεί μέσα από μία ή μερικές δραστηριότητες αλλά μέσα από ένα σύνολο καταστάσεων και προβλημάτων στα οποία η έννοια λειτουργεί και παίρνει το νόημά της (Freudenthal, 1991; Streefland, 1993).

Τέλος, η οργάνωση της μαθηματικής γνώσης στη βάση κατάλληλων διδακτικών καταστάσεων επιτρέπει στους μαθητές να δραστηριοποιούνται, να λύνουν προβλήματα, να διαχειρίζονται δεδομένα. Η δραστηριοποίηση αυτή αναδεικνύει διαδικασίες διατύπωσης, αναπαράστασης και συμβολισμού, ενώ δίνει ευκαιρίες για την ανάπτυξη συλλογιστικών ικανοτήτων με τη διατύπωση υποθέσεων και με επιβεβαιωτικές ή αποδεικτικές διαδικασίες.

Αγαπητοί γονείς και κηδεμόνες,

Μαζί με την έναρξη της νέας σχολικής χρονιάς ξεκινάμε και μια προσπάθεια ενημέρωσής σας για το μάθημα των Μαθηματικών της Στ΄ τάξης.

Όπως θα παρατηρήσατε, το φετινό βιβλίο των Μαθηματικών είναι χωρισμένο σε 6 μεγάλες θεματικές ενότητες. Πριν από τη διδασκαλία κάθε ενότητας θα λαμβάνετε μια επιστολή σχετικά με την ύλη που περιλαμβάνει κάθε ενότητα. Με αυτή την επιστολή θα σας παρουσιάσουμε τον τρόπο εργασίας και τα περιεχόμενα της πρώτης θεματικής ενότητας.

Τρόπος εργασίας γενικά

Κάθε μάθημα ξεκινά με δραστηριότητες, οι οποίες οδηγούν τους μαθητές βήμα προς βήμα στην ανακάλυψη της μαθηματικής έννοιας. Είναι σημαντικό αυτή η ανακάλυψη να γίνεται **από το μαθητή στην τάξη,** όπου το παιδί εργάζεται σε κλίμα συνεργατικό μαζί με τους συμμαθητές του.

Το βιβλίο είναι δομημένο με τέτοιο τρόπο, ώστε να υποβοηθούνται οι μαθητές να **ανακοινώνουν τις στρατηγικές επίλυσης και το συλλογισμό τους,** κάτι που μας ενδιαφέρει εξίσου με τη λύση ενός προβλήματος.

Μπορείτε να κάνετε πολλά πράγματα και στο σπίτι για να βοηθήσετε το παιδί σας να πετύχει στα Μαθηματικά. Για παράδειγμα:

1. Βοηθήστε το παιδί σας στην προσπάθειά του να είναι οργανωμένο και ελέγξτε το αν κάνει την εργασία του σε τακτική βάση.
2. Ελέγξτε αν κατάλαβε το μάθημα στο τμήμα που περιέχει τους *στόχους* και τις *ερωτήσεις για αυτοέλεγχο.* Ζητήστε από το παιδί σας να σας εξηγήσει τους *νέους όρους* του μαθήματος ή τη λύση ενός προβλήματος.
3. Αντί να προσπαθήσετε εσείς να εξηγήσετε στο παιδί σας αυτό που διδάχθηκε στην τάξη, ζητήστε από εκείνο να εξηγήσει σε εσάς αυτά που κατάλαβε και αυτά που ίσως δεν κατάλαβε τόσο καλά. Η προσπάθεια να εξηγήσει θα το βοηθήσει στην κατανόηση.
4. Ενθαρρύνετε το παιδί σας. Βασικός στόχος όλων μας είναι να βοηθήσουμε τα παιδιά να τα «καταφέρουν» στα Μαθηματικά του Δημοτικού και να ενισχύσουμε την αυτοπεποίθησή τους για να περάσουν χωρίς δυσκολίες στα Μαθηματικά του Γυμνασίου.

Τι θα μάθουμε σε αυτή την ενότητα

Η πρώτη ενότητα, που είναι και η μεγαλύτερη σε χρονική διάρκεια, είναι η ενότητα **ΑΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ** και είναι χωρισμένη σε δύο μέρη. Το πρώτο αποτελεί μια γενική επανάληψη της αριθμητικής που το παιδί διδάχθηκε στις προηγούμενες τάξεις. Στο δεύτερο μέρος ασχολούμαστε με τους διαιρέτες και τα πολλαπλάσια των αριθμών. Σε αυτή τη φάση το παιδί θα μάθει πώς να βρίσκει το Ε.Κ.Π. και το Μ.Κ.Δ. Ακόμη θα μάθει τι είναι οι δυνάμεις και πώς να γράφει έναν αριθμό με τη βοήθεια δυνάμεων ή να τον αναλύει σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

Σημείωση: Η ανακεφαλαίωση που περιλαμβάνεται στο τέλος κάθε ενότητας είναι εξαιρετικά χρήσιμη ώστε να έχετε μια συνοπτική και πλήρη εικόνα της ενότητας αυτής.

Με εκτίμηση,
... δ............... του παιδιού σας

Κεφάλαιο 1ο Φυσικοί αριθμοί

Καλημέρα, φίλε μου Αριθμέ

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να διαβάζει και να γράφει φυσικούς αριθμούς.*
- *Να κατανοεί την αρχή της διαδοχής στην ακολουθία των φυσικών αριθμών.*
- *Να μαθαίνει την αξία των ψηφίων ενός φυσικού αριθμού.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να διακρίνει την αξία κάθε ψηφίου ενός ακέραιου αριθμού.*
- *Να χρησιμοποιεί τους κανόνες γραφής των φυσικών αριθμών.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Μία δυσκολία που ενδέχεται να αντιμετωπίσουν τα παιδιά σε αυτό το κεφάλαιο σχετίζεται με τη θέση του ψηφίου στον αριθμό. Τα παιδιά δυσκολεύονται πολλές φορές να καταλάβουν ότι, αν μετακινήσουμε ένα ψηφίο κατά μία θέση αριστερά, το προβιβάζουμε κατά μία τάξη (γίνεται δηλαδή 10 φορές μεγαλύτερο), ενώ αν το μετακινήσουμε κατά μία θέση δεξιά το υποβιβάζουμε κατά μία τάξη (γίνεται δηλαδή 10 φορές μικρότερο).

Δραστηριότητα 1η

Δεν παρουσιάζει δυσκολίες. Προτρέπουμε τους μαθητές να εργαστούν στον πίνακα μεθοδικά και να συμπληρώσουν τις ομάδες των αριθμών με βάση τα στοιχεία του πίνακα. Η συζήτηση για την αξία των αριθμών κατά τη διεξαγωγή συμπερασμάτων θα μπορούσε να επεκταθεί πέρα από τον πίνακα στην αριθμοδότηση των σπιτιών, τις συναλλαγές και σε άλλα ζητήματα καθημερινής φύσεως.

Δραστηριότητα 2η

Τα παιδιά πρέπει να τοποθετήσουν στην αριθμογραμμή το γράμμα που αντιστοιχεί στο ιστορικό γεγονός και να βάλουν σε κύκλο ή να περικλείσουν σε αγκύλες τη διάρκεια του πολέμου.

Κανόνας και παραδείγματα

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες.

Εφαρμογές 1η & 2η

Τα παιδιά πρέπει να ακολουθήσουν το σκεπτικό των εφαρμογών βήμα προς βήμα. Ένας τρόπος να ελέγξουμε εύκολα αν έγιναν κατανοητές είναι να ζητήσουμε από τους μαθητές να σκεφτούν τι αριθμός θα προκύψει αν από τον αριθμό της εφαρμογής 1 παραλείψουμε τα μηδενικά. Εξηγούμε στους μαθητές ότι ο αριθμός γίνεται κατά 2 τάξεις μικρότερος και εκφράζει δεκάδες χιλιάδες, ενώ προηγουμένως εξέφραζε εκατομμύρια.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Οι ερωτήσεις αυτές είναι το εργαλείο με το οποίο ο μαθητής θα αυτο - αξιολογηθεί, θα αξιολογήσει το συμμαθητή του, ενώ μέσα από αυτές ο δάσκαλος θα αντλήσει τις πληροφορίες για την επίτευξη ή μη των στόχων του μαθήματος. Στη συγκεκριμένη περίπτωση θα διαπιστώσει αν οι μαθητές κατάλαβαν τη βασική έννοια του κεφαλαίου: τους φυσικούς αριθμούς.

Παραπομπές: http://users.sch.gr/kliapis

Η ηλεκτρονική διεύθυνση της ιστοσελίδας υποστήριξης του βιβλίου η οποία περιέχει πληροφορίες για τον δάσκαλο, για τους μαθητές αλλά και για τους γονείς σε ό,τι αφορά προτάσεις για εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις και δραστηριότητες, δυσκολίες που παρατηρήθηκαν στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, υλικό για περισσότερη διερεύνηση, παραδείγματα και εφαρμογές της νέας γνώσης σε άλλες γνωστικές περιοχές κ.λπ.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 2η

Το πλήθος των αριθμών που σχηματίζονται με τη χρήση τριών ψηφίων, χρησιμοποιώντας μία φορά κάθε ψηφίο, είναι 6.

Άσκηση 3η

Στο «σταυράριθμο» τα παιδιά πρέπει να γράφουν τα αποτελέσματα των πράξεων των αριθμών που δίνονται οριζόντια ή κάθετα.

Για να αποκτήσει η δραστηριότητα περισσότερο ενδιαφέρον, κάποιοι αριθμοί είναι κρυμμένοι πίσω από λέξεις (π.χ. ημέρες της εβδομάδας = 7, η πρώτη Ολυμπιάδα = 1896, οι ώρες του Γενάρη 31 • 24 = 744 κ.λπ.).

	1	2	3	4	5
Α	2	1	5	3	2
Β	3	0	6	0	
Γ		7	7	7	7
Δ	1	2	8		4
Ε	9		9	8	4

Πρόβλημα 1ο

Το βιβλίο του Ευγένιου Τριβιζά «Τα 88 Ντολμαδάκια» έχει 162 σελίδες.

Πρόβλημα 2ο

Ο απλούστερος τρόπος για να απαντήσουν οι μαθητές στην ερώτηση ποιοι δεν είχαν τη δυνατότητα να γνωριστούν προσωπικά, είναι η κατασκευή μιας ιστορικής γραμμής επάνω στην οποία θα σημειωθούν (με διαφορετικό χρώμα ίσως) οι χρονολογίες γέννησης και θανάτου για κάθε επιστήμονα.

Το πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί και με το νου (χωρίς αριθμογραμμή ή πράξεις). Ενθαρρύνουμε λοιπόν τον ιδιαίτερο τρόπο σκέψης κάθε παιδιού.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Ιστορικές επέτειοι»*

Προτείνεται η δημιουργία ομάδων που θα αποτελούνται από 2 ως 4 παιδιά η καθεμία. Η εκτέλεση της δραστηριότητας θα γίνει σε δύο φάσεις.

Στην πρώτη φάση ενθαρρύνουμε τους μαθητές να προχωρήσουν στην αρχική εκτίμηση και συζήτηση της δραστηριότητας στην ομάδα τους, στην επεξεργασία των μαθηματικών δεδομένων και στην οργάνωση αυτών των στοιχείων στην αριθμογραμμή ή σε πίνακα. Στη δεύτερη φάση τα παιδιά παρουσιάζουν και «διασταυρώνουν» τα αποτελέσματα της ομάδας τους με τα αποτελέσματα των άλλων ομάδων στην τάξη και επιχειρούν συνδέσεις με άλλες γνωστικές περιοχές. Ο ρόλος του δασκάλου είναι συντονιστικός στη διαδικασία και επιτρέπεται μέσα στο πλαίσιο του χρόνου να επεκταθούν περισσότερο, να ανατρέξουν σε άλλες πηγές ή, αν εκδηλωθεί ενδιαφέρον, να αναλάβουν την παρουσίαση μιας μικρής έρευνας–μελέτης του θέματος αργότερα.

Τεχνολογία

Εφόσον υπάρχουν οι δυνατότητες και ο χρόνος επαρκεί, για επέκταση, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον ηλεκτρονικό υπολογιστή και το συνοδευτικό λογισμικό των Μαθηματικών στο κεφάλαιο «Φυσικοί αριθμοί - Μεγάλοι φυσικοί αριθμοί - Ποιος είναι ο αριθμός;».

Κεφάλαιο 2ο Δεκαδικοί αριθμοί

Αριθμοί με... συνοδεία

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να διαβάζει και να γράφει δεκαδικούς αριθμούς.*
- *Να μαθαίνει την αξία των ψηφίων ενός δεκαδικού αριθμού.*
- *Να κατανοεί τις ιδιότητες των δεκαδικών αριθμών.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να διακρίνει την αξία κάθε ψηφίου ενός δεκαδικού αριθμού.*
- *Να χρησιμοποιεί τους κανόνες γραφής και τις ιδιότητες των δεκαδικών αριθμών.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Όπως συμβαίνει στους φυσικούς αριθμούς, έτσι και στους δεκαδικούς αριθμούς δυσκολία παρουσιάζει για τους μαθητές η κατανόηση της «αξίας των τάξεων». Τα παιδιά δυσκολεύονται συχνά να καταλάβουν ότι ένα ψηφίο, αν μετακινηθεί κατά μία θέση αριστερά, (προβιβάζεται κατά μία τάξη), γίνεται 10 φορές μεγαλύτερο, ενώ αν μετακινηθεί κατά μία θέση δεξιά (υποβιβάζεται μία τάξη) γίνεται 10 φορές μικρότερο.

Ένα ακόμα σημείο που δυσκολεύει τους μαθητές είναι η θέση του μηδενός στο τέλος των αριθμών. Αυτό συμβαίνει επειδή στους φυσικούς αριθμούς η προσθήκη ενός μηδενικού στο τέλος του αριθμού αυξάνει την αξία του κατά 10 φορές, ενώ αντίθετα στους δεκαδικούς αριθμούς η προσθήκη μηδενικών μετά την υποδιαστολή δεν αλλάζει την αξία τους.

Επιπλέον, η σύγκριση φυσικών και δεκαδικών αριθμών πολλές φορές δυσκολεύει τα παιδιά. Για παράδειγμα, η σύγκριση του 1,23 με το 12 ενδέχεται να οδηγήσει τους μαθητές σε λάθος, καθώς η εμπειρία τους από τους φυσικούς αριθμούς τα οδηγεί στο εσφαλμένο συμπέρασμα ότι «ο αριθμός με τα περισσότερα ψηφία είναι ο μεγαλύτερος».

Τέλος, πρέπει να τονίσουμε στους μαθητές ότι οι δεκαδικοί αριθμοί δεν είναι κάποιο άλλο, ξεχωριστό σύνολο αριθμών, αλλά ένας τρόπος με τον οποίο γράφονται οι ρητοί αριθμοί.

Δραστηριότητα 1η

Συνιστάται να ξεκινήσουμε εξηγώντας την αναγκαιότητα χρήσης των δεκαδικών αριθμών. Ζητάμε από τους μαθητές να αναφέρουν παραδείγματα στα οποία χρησιμοποιούνται αποκλειστικά δεκαδικοί αριθμοί (κόστος, χρονομέτρηση αγώνων, ετικέτες προϊόντων με θερμιδική αξία κ.λπ.).

Στη δραστηριότητα τα παιδιά χρησιμοποίησαν φυσικούς αριθμούς 1, 2, 3, 4 για να καταγράψουν τις μετρήσεις τους. Δεν θα μπορούσαν όμως μόνο με τους φυσικούς αριθμούς να εκφράσουν όλες τις μετρήσεις, καθώς οι μονάδες που χρησιμοποιούμε για μετρήσεις είναι άλλοτε πολύ μεγάλες (χιλιόμετρα, τόνοι) και άλλοτε πολύ μικρές (γραμμάριο, εκατοστό κ.λπ.). Εξηγούμε στους μαθητές ότι μπορούμε στις μετρήσεις να εκφραστούμε είτε με δεκαδικό αριθμό είτε με ακέραιο, ανάλογα με τη μονάδα μέτρησης που χρησιμοποιούμε (π.χ. 1,48 μέτρα ή 148 εκατοστά).

Δραστηριότητα 2η

Υπενθυμίζουμε στους μαθητές ότι, όταν διαβάζουμε δεκαδικούς αριθμούς, χρησιμοποιούμε τη λέξη «κόμμα» μόνο στην περίπτωση κατά την οποία δεν εκφράζουμε την υποδιαίρεση της μονάδας μέτρησης που βρίσκεται μετά την υποδιαστολή. Για παράδειγμα, τον αριθμό 84,065 κιλά μπορούμε να διαβάσουμε ως «ογδόντα τέσσερα *κόμμα* μηδέν εξήντα πέντε κιλά», ή ως «ογδόντα τέσσερα κιλά και εξήντα πέντε γραμμάρια» (χωρίς το κόμμα).

Κανόνας και εφαρμογές - Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 2ο

Πουλήθηκαν 25 ημερολόγια επί 3,2 € το καθένα, άρα εισέπραξαν 80 €.

Άρα, εφόσον έχει 80 € σε χαρτονομίσματα, δεν έχασε τα ψιλά.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Μέγεθος και αξία χαρτονομισμάτων»*

*Ανάλογα με τις ειδικές συνθήκες της τάξης, οι **δραστηριότητες με προεκτάσεις** μπορούν να δίνονται στους μαθητές να τις επεξεργάζονται συνεργατικά. Έτσι, θα μπορούσαν, για παράδειγμα, να δημιουργηθούν ομάδες που θα αποτελούνται από 2 ως 4 παιδιά η καθεμία ώστε, οι μαθητές, κατά την επεξεργασία της δραστηριότητας, να συζητούν μεταξύ τους, να ανταλλάσσουν απόψεις και να αλληλοβοηθούνται. Ο θόρυβος βέβαια είναι πιθανό να αποτελέσει μια επιπλέον δυσκολία. Ωστόσο, μία σύγχρονη τάξη που εργάζεται δεν μπορεί να είναι σιωπηλή αλλά με τις παρεμβάσεις του δασκάλου θα συγκρατηθεί ο πιθανός θόρυβος σε λογικά και κόσμια όρια.*

Για τη συγκεκριμένη δραστηριότητα προτείνεται η δημιουργία ομάδων που θα αποτελούνται από 2 ως 4 παιδιά η καθεμία. Δεν θα εξηγήσουμε στους μαθητές την έννοια του γραφήματος, απλά το παρουσιάζουμε ως αποτύπωση στο χαρτί κάποιων στοιχείων (το μήκος και το πλάτος των χαρτονομισμάτων). Η έμφαση πρέπει να δοθεί στο θέμα για συζήτηση, το οποίο και πρέπει να συνδεθεί με άλλες γνωστικές περιοχές (π.χ. Ιστορία, Θρησκευτικά κ.λπ.).

Οι έννοιες «παραχαράσσω», «πνευματικά δικαιώματα», «σήμα κατατεθέν» είναι λίγο–πολύ γνωστές στα παιδιά, καθώς τις ακούν όταν γίνεται λόγος για μουσικά προϊόντα και επώνυμα είδη (π.χ. ρούχα).

Ενθαρρύνουμε τους μαθητές να προχωρήσουν αρχικά σε μια πρώτη εκτίμηση και συζήτηση της δραστηριότητας στην ομάδα τους και στη συνέχεια στην ανακοίνωση και την ανοιχτή συζήτηση στην τάξη ανάμεσα στις ομάδες. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι συντονιστικός και παραινετικός στη δραστηριότητα. Ερωτήσεις του τύπου «Τι θα συνέβαινε, αν...» βοηθούν να προχωρήσουμε σε γενικεύσεις και συσχετίσεις της γνώσης με παράλληλη ενεργοποίηση των μαθητών, ώστε «αυτά που μαθαίνουν να έχουν νόημα» και να συνδέονται με οικεία πλαίσια και προηγούμενες γνώσεις με τρόπο φυσικό και αβίαστο.

Τεχνολογία

Εφόσον υπάρχουν οι σχετικές δυνατότητες, ως επέκταση μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον ηλεκτρονικό υπολογιστή και το συνοδευτικό λογισμικό των Μαθηματικών στο κεφάλαιο «Δεκαδικοί αριθμοί – δεκαδικοί αριθμοί με δύο δεκαδικά».

Κεφάλαιο 3ο Μετατροπή δεκαδικών σε κλάσματα και αντίστροφα

Οι αριθμοί αλλάζουν εμφάνιση

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να κατανοήσει την ανάγκη μετατροπής των αριθμών από τη μία μορφή στην άλλη.*
- *Να μετατρέπει τους δεκαδικούς αριθμούς σε κλάσματα.*
- *Να μετατρέπει τα δεκαδικά κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να χρησιμοποιεί τους κανόνες γραφής και τις ιδιότητες φυσικών και δεκαδικών αριθμών.*
- *Να περνά από έναν δεκαδικό αριθμό σε κλάσμα και αντίστροφα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η διαδικασία μετατροπής δεκαδικού αριθμού σε κλάσμα και δεκαδικού κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό μπορεί να παρουσιάσει δυσκολίες κυρίως στην εφαρμογή της τεχνικής μετατροπής από τη μία μορφή στην άλλη.

Δραστηριότητα 1η

Συνιστάται να ξεκινήσουμε εξηγώντας τον τρόπο απεικόνισης των χιλιομέτρων στο μετρητή του αυτοκινήτου. Συγκεκριμένα διευκρινίζουμε ότι το δεκαδικό ψηφίο εμφανίζεται με χρώμα. Αφού τα παιδιά καταλάβουν τον τρόπο με τον οποίο διαβάζονται τα χιλιόμετρα, ανακαλύπτουν ότι υπάρχει δυσκολία στην πρόσθεση δεκαδικού και κλασματικού αριθμού. Πρέπει ο ένας από τους αριθμούς να μετατραπεί στη μορφή του άλλου, ώστε να είναι δυνατόν να γίνει η πρόσθεση.

Δραστηριότητα 2η

Ζητάμε από τους μαθητές να χρωματίσουν μέχρι τη γραμμή στο δοχείο του σχήματος όπου θα φτάσει η στάθμη της σοκολάτας. Με βάση αυτό παρακινούμε τους μαθητές να σκεφτούν πού θα έφθανε η στάθμη αν η σοκολάτα ήταν 0,4 ή 0,6 του κιλού κ.λπ. Αντίστροφα, αν η σοκολάτα ήταν μέχρι το κλάσμα $\frac{8}{10}$, παρακινούνται να σκεφτούν πόσο θα ήταν το βάρος της εκφρασμένο με δεκαδικό αριθμό και γενικεύοντας καταλήγουν σε έναν κανόνα για τη μετατροπή δεκαδικών αριθμών σε κλάσματα και αντίστροφα. Είναι λογικό να δυσκολεύονται τα παιδιά στη διατύπωση κανόνα. Ο δάσκαλος, από την πλευρά του, δεν υπαγορεύει τον κανόνα, απλά επιβραβεύει τις ιδέες και τις προτάσεις τους που κινούνται προς τη σωστή κατεύθυνση.

Κανόνας και εφαρμογές

Στο σημείο αυτό προσφέρονται συστηματοποιημένη η μαθηματική γνώση και οι κανόνες της μετατροπής. Ζητούμε από τους μαθητές να διαβάσουν με προσοχή τον κανόνα. Βεβαιωνόμαστε ότι κατάλαβαν τον κανόνα όταν διαπιστώσουμε ότι είναι σε θέση να μας εξηγήσουν το παράδειγμα. Στη συνέχεια προχωράμε στην ανάλυση κάθε εφαρμογής.

***Σημείωση**: Ο κανόνας δεν ισχύει για τους περιοδικούς αριθμούς π.χ 0,3333333333… (για παράδειγμα το 1/3 που παίρνουμε από το κομπιουτεράκι)*

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες.

Παραπομπές: http://users.sch.gr/kliapis

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

Γραφή δεκαδικών κλασμάτων με τη μορφή δεκαδικού αριθμού: Δεν παρουσιάζει δυσκολίες, εφόσον τα παιδιά έχουν καταλάβει τον κανόνα μετατροπής.

Άσκηση 2η

Γραφή δεκαδικών αριθμών με τη μορφή δεκαδικών κλασμάτων: Δεν παρουσιάζει δυσκολίες, εφόσον τα παιδιά έχουν καταλάβει τον κανόνα μετατροπής.

Πρόβλημα 1ο

Δεν παρουσιάζει δυσκολίες.

Πρόβλημα 2ο

Μετατρέπουμε το κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό: $\frac{6}{10} = 0{,}6$. Προσθέτουμε και τον άλλο δεκαδικό αριθμό και έχουμε 0,6 + 0,75 = 1,35 κιλά. Άρα θα τους φτάσει το 1,5 κιλό που έχουν στη διάθεσή τους.

Πρόβλημα 3ο

Εξηγούμε στους μαθητές ότι μιλάμε για σχολικό χαρτζιλίκι (5 ημέρες) και όχι για ολόκληρη την εβδομάδα. Μετατρέπουμε το κλάσμα σε δεκαδικό $\frac{15}{100} = 0{,}15 \cdot 5 = 0{,}75$ €

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Αστική συγκοινωνία»*

Προτείνεται η δημιουργία ομάδων που θα αποτελούνται από 2 ως 4 παιδιά η καθεμία. Εξηγούμε στους μαθητές τις διαδρομές που φαίνονται στο χάρτη, το σημαιάκι (1) εκκίνησης της διαδρομής, το σημαιάκι (2) που δηλώνει το σταυροδρόμι (όπου η διαδρομή θα είναι κοινή) και το σημαιάκι (3) που είναι το αεροδρόμιο (όπου θα φτάσουμε ακολουθώντας δύο διαφορετικές διαδρομές).

Στην πρώτη φάση (εργασία εντός των ομάδων) τα παιδιά θα προχωρήσουν σε επεξεργασία της δραστηριότητας στην ομάδα τους, θα υπολογίσουν τις αποστάσεις, θα εντοπίσουν και θα συζητήσουν για άλλους παράγοντες που πρέπει να ληφθούν υπόψη (μορφολογία εδάφους, αριθμός κατοίκων που θα εξυπηρετούνται στα χωριά κ.λπ.). Στη δεύτερη φάση οι ομάδες προχωρούν στην ανακοίνωση και την υποστήριξη των πορισμάτων τους. Ακολουθούν επέκταση σε άλλες γνωστικές περιοχές και ανοιχτή συζήτηση στην τάξη ανάμεσα σε όλα τα παιδιά, αναφορά σε άλλες πηγές και στη συγκοινωνία της περιοχής τους, γενικεύσεις, ιστορικές αναδρομές, αναφορές στην τοπική ιστορία ή ακόμη και προετοιμασία μίας μικρής έρευνας-μελέτης του θέματος αργότερα.

Τεχνολογία

Εφόσον υπάρχουν οι σχετικές δυνατότητες, ως επέκταση μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον ηλεκτρονικό υπολογιστή και το συνοδευτικό λογισμικό των Μαθηματικών στο κεφάλαιο «Δεκαδικοί αριθμοί – Εκατοστά».

Κεφάλαιο 4ο Σύγκριση φυσικών ή δεκαδικών αριθμών

Οι αριθμοί αναμετριούνται

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να συγκρίνει φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς.*
- *Να χρησιμοποιεί τα σύμβολα > και <.*
- *Να διατάσσει τους φυσικούς και τους δεκαδικούς αριθμούς κατά αύξουσα ή φθίνουσα σειρά.*
- *Να παριστάνει τους αριθμούς με σημεία πάνω σε μία ευθεία.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να παρεμβάλλει έναν αριθμό ανάμεσα σε δύο άλλους.*
- *Να χρησιμοποιεί την αριθμογραμμή.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η αδυναμία αυστηρής τήρησης αύξουσας ή φθίνουσας σειράς σε μια διαδοχή αριθμών αποτελεί χαρακτηριστικό παράδειγμα των δυσκολιών του κεφαλαίου αυτού. Οι δυσκολίες είναι ιδιαίτερα εμφανείς στην περίπτωση των δεκαδικών αριθμών.

Δραστηριότητα 1η

Ο δάσκαλος διαβάζει με προσοχή τους κανόνες, ώστε τα παιδιά να αντιληφθούν τη λογική του παιχνιδιού. Αφού τα παιδιά καταλάβουν τον τρόπο με τον οποίο παίζεται το παιχνίδι, ανακαλύπτουν ότι πρέπει να μπορούν «με μία ματιά» να αποφασίσουν ποιο χαρακτηριστικό από την κάρτα τους είναι πιθανό να είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο χαρακτηριστικό της κάρτας του αντιπάλου. Η επιτυχία στο παιχνίδι εξαρτάται από την ικανότητα κάθε παίκτη να συγκρίνει τους αριθμούς που υπάρχουν στην κάρτα του και να εκτιμά ποιος θα είναι μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο του αντιπάλου.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές καλούνται να παρατηρήσουν ότι η εικόνα του χάρτη μάς οδηγεί σε εσφαλμένα συμπεράσματα για την απόσταση ανάμεσα στα λιμάνια, επειδή κάποια λιμάνια δεν βρίσκονται το ένα απέναντι στο άλλο αλλά σε διαμετρικά αντίθετες πλευρές των νησιών. Τα παιδιά δεν θα το αντιληφθούν αμέσως γιατί, ενώ «φαίνονται» κάποια νησιά πιο κοντά, στην πραγματικότητα οι αποστάσεις «λένε το αντίθετο». Οι γραμμές που φαίνονται στο χάρτη δείχνουν κάποιες από τις γραμμές της ακτοπλοϊκής συγκοινωνίας ανάμεσα στα νησιά.

Κανόνας και εφαρμογή 1η

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Κρίνεται καλό να επισημανθεί ο σωστός τρόπος διάταξης των αριθμών: από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο ή αντίστροφα. Ζητούμε από τους μαθητές να διαβάσουν με προσοχή τον κανόνα. Βεβαιωνόμαστε ότι κατάλαβαν τον κανόνα όταν διαπιστώσουμε ότι είναι σε θέση να μας εξηγήσουν το παράδειγμα. Στη συνέχεια προχωράμε στην ανάλυση κάθε εφαρμογής.

Εφαρμογή 2η

Μπορεί να επιλυθεί και διαφορετικά: το Β απέχει από το μηδέν 6 μονάδες, ενώ το ζητούμενο σημείο (μέσον) απέχει 2 μονάδες λιγότερες. Άρα 6 – 2 = 4.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

α) 1000, β) 99999, γ) 7, 8, 9, 10, 11 (μέτρηση θερμοκρασίας σημαίνει ακέραιο αριθμό).

Άσκηση 2η

Λύση

165,7	<	165,75
21.121	<	21.212
10,99	<	10,999

9,935	>	9,93
30.010	>	30.009
401,01	<	401,04

0,096	<	0,099
11.111	>	9.999
1.099	<	1.100

Άσκηση 3η

Βοηθούμε τους μαθητές να αντιληφθούν τους αριθμούς που συμπληρώνουν τις αριθμογραμμές. Για παράδειγμα, στην πρώτη αριθμογραμμή ανάμεσα στο 7 και το 8 υπάρχουν οι αριθμοί: 7,1 - 7,2 - 7,3 - 7,4 - 7,5 - 7,6,... 8.

Στη δεύτερη αριθμογραμμή ανάμεσα στο 0,1 και το 0,2 υπάρχουν οι αριθμοί:

0,11 - 0,12 - 0,13 - 0,14 - 0,15,... 0,2.

Αριθμογραμμή 1: Α = 10, Β = 8,2, Γ = 6,4, Δ = 12,8.

Αριθμογραμμή 2: Α = 0,39, Β = 0,22, Γ = 6,4, Δ = 0,68.

Πρόβλημα 1ο

Δεν παρουσιάζει δυσκολίες. Όλοι οι δυνατοί συνδυασμοί είναι αποδεκτοί.

Πρόβλημα 2ο

Α. Όλα μαζί τα μέλη της οικογένειας ζυγίζουν 85 + 62 + 40 + 31 = 218 κιλά. Δεν μπορούν να ανέβουν όλοι μαζί, καθώς 218 > 200.

Β. Οι πέντε φίλοι του αγοριού ζυγίζουν 38 + 37 + 40 + 42 + 41 = 198 κιλά. Μπορούν, λοιπόν, να ανέβουν όλοι μαζί, καθώς 198 < 200.

Δεν μπορούν να κατέβουν μαζί με το αγόρι, καθώς 198 + 40 = 238 κιλά (238 > 200).

Οι δύο ένοικοι ζυγίζουν 98 + 79 = 177 κιλά. Αν μπει και το κορίτσι, το συνολικό βάρος θα είναι 177 + 31 = 208 κιλά. Δεν είναι δυνατόν να ανεβεί μαζί τους, καθώς 208 > 200.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Ο πληθυσμός της Ελλάδας»*

Προτείνεται η δημιουργία ομάδων που θα αποτελούνται από 2 ως 4 παιδιά η καθεμία. Η εκτέλεση θα γίνει σε 2 φάσεις. Στην πρώτη φάση οι ομάδες αντλούν πληροφορίες από τον πίνακα, τις οποίες επεξεργάζονται. Στη δεύτερη φάση οι ομάδες προχωρούν στην ανακοίνωση των πορισμάτων τους, γίνεται επέκταση και σύνδεση με άλλες γνωστικές περιοχές καθώς και ανοιχτή συζήτηση στην τάξη ανάμεσα σε όλα τα παιδιά. Οι ομάδες προσπαθούν να ερμηνεύσουν την παρούσα κατάσταση και να κάνουν προβλέψεις με βάση τα υπάρχοντα στοιχεία για τον πληθυσμό έπειτα από 10 χρόνια. Μέσα στο πλαίσιο του χρόνου μπορούν να επεκταθούν, να ανατρέξουν σε άλλες πηγές, να κάνουν ιστορικές αναδρομές ή να παρουσιάσουν μία μικρή έρευνα - μελέτη του θέματος αργότερα.

Προαπαιτούμενα επόμενου μαθήματος

Συγκέντρωση πληροφοριών για τη θερμιδική αξία τροφίμων: Ζητούμε από τους μαθητές να κόψουν ετικέτες από συσκευασίες τροφίμων που δείχνουν τη θερμιδική αξία και να τις φέρουν στο επόμενο μάθημα προκειμένου να τις χρησιμοποιήσουν στη διαθεματική δραστηριότητα του επόμενου μαθήματος.

Κεφάλαιο 5ο Πρόσθεση και αφαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών

Προσθέσεις και αφαιρέσεις

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να προσθέτει και να αφαιρεί φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς.*
- *Να χρησιμοποιεί τις ιδιότητες της πρόσθεσης και της αφαίρεσης.*
- *Να αναγνωρίζει ότι η αφαίρεση είναι αντίθετη πράξη της πρόσθεσης.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να κάνει ακριβείς υπολογισμούς με πρόσθεση και αφαίρεση.*
- *Να συμπληρώνει ημιτελείς πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η συνειδητοποίηση της σημασίας των ιδιοτήτων των πράξεων στους υπολογισμούς. Συγκεκριμένα τα παιδιά δυσκολεύονται να αντιληφθούν ότι οι ιδιότητες της πρόσθεσης μας βοηθούν να υπολογίζουμε πιο γρήγορα αθροίσματα με πολλούς αριθμούς.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από το παιχνίδι με τα ντόμινο τα παιδιά θα οδηγηθούν στα εξής συμπεράσματα:

- *Αν αλλάξουμε τη σειρά των προσθετέων, δεν αλλάζει το αποτέλεσμα της πρόσθεσης (αντιμεταθετική ιδιότητα).*
- *Αν σε έναν αριθμό προσθέσουμε το μηδέν, ο αριθμός δεν αλλάζει (ουδέτερο στοιχείο).*
- *Σε μία πρόσθεση πολλών αριθμών προσθέτουμε πρώτα τους δύο και μετά στο άθροισμά τους τον τρίτο κ.ο.κ. Αν αλλάξουμε τα ζευγάρια των προσθετέων, το αποτέλεσμα της πρόσθεσης δεν αλλάζει (προσεταιριστική ιδιότητα).*

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα ανακαλύψουν με τη βοήθεια των αντίστροφων ενεργειών από τα παραδείγματα ότι οι πράξεις «πρόσθεση» και «αφαίρεση» εξουδετερώνουν η μία την άλλη, καθώς 26 – 8 = 18 και 18 + 8 = 26. Έτσι καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι η αφαίρεση είναι πράξη αντίστροφη της πρόσθεσης.

Κανόνας *(γαλάζιο πλαίσιο)* και συμπεράσματα *(πορτοκαλί πλαίσιο)*

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Ζητούμε από τους μαθητές να διαβάσουν με προσοχή τον κανόνα. Βεβαιωνόμαστε ότι κατάλαβαν τον κανόνα όταν διαπιστώσουμε ότι μπορούν να μας εξηγήσουν το παράδειγμα κάθε ιδιότητας. Στη συνέχεια εξηγούμε στους μαθητές τη χρησιμότητα των ιδιοτήτων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης στον υπολογισμό αθροισμάτων (ή διαφορών) με πολλούς αριθμούς.

Εφαρμογές 1η και 2η

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Μέσα από την ανάλυση κάθε εφαρμογής τα παιδιά «βλέπουν» τη λειτουργία των ιδιοτήτων που διδάχτηκαν.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες.

Τεχνολογία

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον ηλεκτρονικό υπολογιστή και το συνοδευτικό λογισμικό στο κεφάλαιο «Φυσικοί αριθμοί – Πρόσθεση μεγάλων αριθμών».

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

α) 199,18	**β)** 31,585	**γ)** 94,877	**δ)** 13,11	**ε)** 0,102	**στ)** 200	**ζ)** 37,21	**η)** 91162,4

Άσκηση 2η

Η άσκηση μπορεί να παρουσιάσει δυσκολίες για τα παιδιά. Συνιστάται η χρήση ενός ή δύο παραδειγμάτων ώστε τα παιδιά να αντιληφθούν τη στρατηγική που θα ακολουθήσουν για να φτάσουν στη λύση.

Λύση

α) 0	**β)** –	**γ)** 5	**δ)** 131,14	**ε)** 90,04	**στ)** 350 + 130 = 480	**ζ)** 13,2 + 2,6 = 15,8

Άσκηση 3η

10	3	8
5	7	9
6	11	4

18	11	16
13	15	17
14	19	12

25	30	44
52	33	14
22	36	41

2,7	2	2,5
2,2	2,4	2,6
2,3	2,8	2,1

145	330	71
108	182	256
293	34	219

Πρόβλημα 1ο

Λύση: Από το γενικό σύνολο (416) αφαιρούμε τον αριθμό των ανδρών και των παιδιών (304) και βρίσκουμε τον αριθμό των γυναικών: 416 – 304 = 112 γυναίκες.

Από το σύνολο των γυναικών και των παιδιών (333) αφαιρούμε τον αριθμό των γυναικών και βρίσκουμε τον αριθμό των παιδιών: 333 – 112 = 221 παιδιά.

Τέλος, από το σύνολο των ανδρών και των παιδιών (304) αφαιρούμε τον αριθμό των παιδιών και βρίσκουμε τον αριθμό των ανδρών: 304 – 221 = 83 άνδρες.

Πρόβλημα 2ο

Λύση: Τα 325 γραμμάρια είναι 0,325 κιλά. Ξόδεψε 1,45 + 0,325 = 1,775 κιλά ζάχαρης. Έχουμε: 2,5 – 1,775 = 0,725 κιλά. Άρα της έμειναν 0,725 κιλά ζάχαρης.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις *«Θερμίδες: τα καύσιμα του σώματος»*

Προτείνεται η δημιουργία ομάδων που θα αποτελούνται από 2 ως 4 παιδιά η καθεμία. Η εκτέλεση ολοκληρώνεται σε 3 φάσεις. Στην πρώτη φάση οι ομάδες αντλούν πληροφορίες από τους δύο πίνακες και από τις ετικέτες με τη διατροφική αξία τροφών που έχουν φέρει από το σπίτι τους. Στη δεύτερη φάση αποφασίζουν με βάση τη διατροφική πυραμίδα για το είδος των τροφών που πρέπει να καταναλωθούν από το παιδί σε μία ημέρα και φτιάχνουν πίνακα ή πίνακες με το πρωινό, το κολατσιό, το γεύμα, το απογευματινό και το βραδινό φαγητό. Στην τελευταία φάση οι ομάδες προχωρούν στην ανακοίνωση των πορισμάτων τους, γίνεται επέκταση και σύνδεση με άλλες γνωστικές περιοχές καθώς και ανοιχτή συζήτηση στην τάξη ανάμεσα σε όλα τα παιδιά.

Οι ομάδες προσπαθούν να ερμηνεύσουν τις σύγχρονες διατροφικές συνήθειες, να τις συγκρίνουν με διατροφικές συνήθειες του παρελθόντος και να κάνουν προβλέψεις για το μέλλον. Πιθανά ερωτήματα μπορεί να είναι τα εξής: «Θα είναι η διατροφή η ίδια σε 10 ή 20 χρόνια;», «Γιατί επικράτησε το *γρήγορο φαγητό*;». Το θέμα προσφέρεται για σύνδεση με άλλες γνωστικές περιοχές όπως είναι, για παράδειγμα, η Μελέτη Περιβάλλοντος (διατροφή, συνήθειες), η Γεωγραφία (τόποι και φυτά που ευδοκιμούν σ' αυτούς), η Ιστορία (διατροφικές συνήθειες του παρελθόντος) και η Φυσική Αγωγή (διατροφή των αθλητών). Μέσα στο πλαίσιο του χρόνου μπορούν να επεκταθούν περισσότερο, να ανατρέξουν σε άλλες πηγές (ΥΠΕΠΘ – ΠΙ *Βλέπω το σημερινό κόσμο*, ΟΕΔΒ 2002, σελ. 54), να διαμορφώσουν ατομικό εβδομαδιαίο διατροφικό πρόγραμμα κ.λπ.

Κεφάλαιο 6ο Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών αριθμών

Οι αριθμοί αναπαράγονται

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να πολλαπλασιάζει φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς.*
- *Να χρησιμοποιεί τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού.*
- *Να διαπιστώνει την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού.*
- *Να πολλαπλασιάζει με το 10, το 100, το 1000, … και με το 0,1, το 0,01, το 0,001, ...*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να κάνει ακριβείς υπολογισμούς με τη χρήση του πολλαπλασιασμού.*
- *Να συμπληρώνει ημιτελείς πράξεις και να διορθώνει λανθασμένους αλγόριθμους.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η χρήση του πίνακα διπλής εισόδου είναι πιθανό να δυσκολέψει τους μαθητές. Δυσκολίες παρατηρήθηκαν επίσης στην κατανόηση από τους μαθητές πως όταν πολλαπλασιάζουμε έναν αριθμό με επί 0,1 0,01 κ.λπ. ο αριθμός μικραίνει αντί να μεγαλώσει.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τον πίνακα του Πυθαγόρα για τον πολλαπλασιασμό τα παιδιά θα οδηγηθούν στα ακόλουθα συμπεράσματα:

- Στον πολλαπλασιασμό, αν αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων, δεν αλλάζει το γινόμενο (αντιμεταθετική ιδιότητα).
- Αν πολλαπλασιάσουμε έναν αριθμό με το μηδέν, ο αριθμός γίνεται μηδέν.
- Αν πολλαπλασιάσουμε έναν αριθμό με το ένα, ο αριθμός δεν αλλάζει (το 1 είναι ουδέτερο στοιχείο στον πολλαπλασιασμό).

Δραστηριότητα 2η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα οδηγηθούν στην ανάγκη να πολλαπλασιάσουν τον αριθμό 5 με άθροισμα προσθετέων (45,8 + 52). Δύο είναι οι πιθανοί τρόποι για να γίνει αυτό: να βρουν το άθροισμα και να κάνουν τον πολλαπλασιασμό (5 · 97,8) = 489 ή να πολλαπλασιάσουν τον αριθμό με κάθε προσθετέο και να προσθέσουν τα επιμέρους γινόμενα. (5 · 45,8) + (5 · 52) = 229 + 260 = 489.

Με τον τρόπο αυτό καταλήγουν στο ακόλουθο συμπέρασμα:

Για να πολλαπλασιάσουμε έναν αριθμό με άθροισμα δύο ή περισσότερων προσθετέων, μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό με κάθε προσθετέο και να προσθέσουμε τα επιμέρους γινόμενα (**επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού** ως προς την **πρόσθεση**).

Κανόνας και εφαρμογές

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Σε ότι αφορά τον κανόνα εξηγούμε στους μαθητές τη χρησιμότητα των ιδιοτήτων του πολλαπλασιασμού. Για το σκοπό αυτό πέρα από τις εφαρμογές του βιβλίου, επεκτεινόμαστε και σε παραδείγματα δικά μας ή από το Τετράδιο Εργασιών. Μια εφαρμογή των ιδιοτήτων του πολλαπλασιασμού εντοπίζεται στην εκτέλεση πολλαπλασιασμών με το νου. Μπορούμε να ασκήσουμε τους μαθητές σε τέτοιους νοερούς πολλαπλασιασμούς προκειμένου να κατακτήσουν τις ιδιότητες μέσα από τη χρήση τους.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

9,75 • **10** = 97,5	8,75 • 1.000 = **8.750**	978,87 • 0,1 = **97,887**
4,75 • 100 = **475**	0,97 • 10 = **9,7**	965,89 • **0,01** = 9,6589
6,97 • **1000** = 6.970	8,7 • **0,1** = 0,87	678,5 • 0,001 = **0,6785**

Άσκηση 2η

15 • (3 + 2) = (15 • 3) + (15 • 2) = 45 + 30 = 75	15 • (3 + 0,2) = (15 • 3) + (15 • 0,2) = 45 + 3 = 48
15 • (0,3 + 0,2) = (15 • 0,3) + (15 • 0,2) = 4,5 + 3 = 7,5	1,5 • (3 + 2) = (1,5 • 3) + (1,5 • 2) = 4,5 + 3 = 7,5
10 • (2,3 + 3,2) = (10 • 2,3) + (10 • 3,2) = 23 + 32 = 55	0,15 • (3 + 2) = (0,15 • 3) + (0,15 • 2) = 0,45 + 0,30 = 0,75

Άσκηση 3η

X	10	5	3	**4**	8	6	2	**7**	9
2				8					
8	80	40							
4					32	24			36
6								42	
5			15				10		

X	2	6	9	**4**	5	3	8	**7**	10
5	10		45						50
3						9		21	30
9	18	54		36			72		
0									0
7					35				

Εξηγούμε στους μαθητές την έννοια του «πίνακα διπλής εισόδου», πως δηλαδή ξεκινούμε και βρίσκουμε τον αριθμό που λείπει οριζόντια και κάθετα.

Άσκηση 4η

Υπενθυμίζουμε στα παιδιά πως ο πολλαπλασιασμός στους δεκαδικούς αριθμούς γίνεται όπως και στους φυσικούς. Στο γινόμενο τα δεκαδικά ψηφία είναι τόσα, όσα ήταν συνολικά τα δεκαδικά ψηφία σε όλους τους παράγοντες.

4,2 • 8,5 = 35,7	58,3 • 97 = 5.655,1	49,8 • 6,38 = 317,724
0,42 • 850 = 357	5,83 • 0,97 = 5,6551	4980 • 63800 = 317.724.000

Πρόβλημα 1ο

Λύση: Κερδίζει 0,05 • 60 = 3 € το λεπτό, 3 • 60 = 180 € την ώρα, 180 • 24 = 4.320 € την ημέρα, 4.320 • 30 = 129.600 € το μήνα, 129.600 • 12 = 1.555.200 € το χρόνο.

Πρόβλημα 2ο

Λύση: Όλα τα κιβώτια περιέχουν 4 • 25 = 100 χυμούς. Από κάθε κιβώτιο εισπράττει 100 • 0,35 = 35 €. Σε πέντε ημέρες θα εισπράξει 35 • 5 = 175 €.

Πρόβλημα 3ο

Λύση: Σε ένα λεπτό αδειάζουν και οι δύο αγωγοί μαζί 119,8 + 192,7 = 312,5   312,5 • 80 = 25.000 λ.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Νοικιάζω αυτοκίνητο»

	Τιμή εβδομάδας	**Χρέωση για 600 χιλ.**	**Υπέρβαση εβδομάδας**
Εβδομαδιαία χρέωση 1	299 €	– –	299 €
Εβδομαδιαία χρέωση 2	199 €	120 €	199 €
Ημερήσια χρέωση 1	350 €	– –	50 € την ημέρα
Ημερήσια χρέωση 2	280 €	60 €	40 € την ημέρα

Με βάση τα στοιχεία του πίνακα θα απαντήσουν στις ερωτήσεις.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο «Φυσικοί αριθμοί – Οριζόντιος πολλαπλασιασμός».

Κεφάλαιο 7ο Διαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών

Δίκαιη μοιρασιά!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να διαιρεί φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς.*
- *Να μελετά τη διαίρεση ενός αριθμού με το 1 ή με τον εαυτό του.*
- *Να διαπιστώσει ότι η τέλεια διαίρεση είναι αντίστροφη πράξη του πολλαπλασιασμού.*
- *Να διαιρεί με το 10, το 100, το 1000, … και με το 0,1, το 0,01, το 0,001, ...*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να κάνει ακριβείς υπολογισμούς χρησιμοποιώντας τη διαίρεση.*
- *Να συμπληρώνει ημιτελείς πράξεις και να διορθώνει λανθασμένους αλγόριθμους.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η διαίρεση με διαιρετέο ή διαιρέτη δεκαδικό ενδέχεται να δυσκολέψει τους μαθητές.

Δραστηριότητα-Έκπληξη (*προαιρετική*) Χωρισμός της πλάκας του ρολογιού σε 2 και 3 μέρη

Προκειμένου να τονιστεί η σημασία των υπολογισμών με ακρίβεια στην καθημερινή ζωή, αυτό το μάθημα προσφέρεται για μία ευχάριστη δραστηριότητα – σπαζοκεφαλιά.

Υλικά: *Ένα σκίτσο ρολογιού στον πίνακα από τον δάσκαλο.*

Εκτέλεση: *ζητάμε από τους μαθητές να μεταφέρουν στο πρόχειρό τους το αντίστοιχο σκίτσο και στη συνέχεια:*

α. Να χωρίσουν το σκίτσο του ρολογιού με μία ευθεία γραμμή σε δύο μέρη, ώστε το άθροισμα των αριθμών στο ένα μισό να είναι ίσο με το άθροισμα στο άλλο μισό.

β. Να χωρίσουν την πλάκα του ρολογιού με δύο ευθείες γραμμές σε τρία μέρη, έτσι ώστε τα αθροίσματα των αριθμών στα τρία μέρη να είναι ίσα μεταξύ τους.

Για να λύσουν το πρόβλημα τα παιδιά πρέπει να αθροίσουν όλους τους αριθμούς του ρολογιού και να διαιρέσουν με το 2 στην πρώτη περίπτωση και με το 3 στη δεύτερη

(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78) 78 : 2 = 39 ή 78 : 3 = 26.

Στη συνέχεια αναζητούν τους αριθμούς που θα δώσουν το άθροισμα αυτό.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα οδηγηθούν στα εξής συμπεράσματα:

- *Για να διαιρέσουμε έναν αριθμό με ένα άθροισμα μπορούμε να διαιρέσουμε τον αριθμό με κάθε προσθετέο και να προσθέσουμε τα επιμέρους πηλίκα (επιμεριστική ιδιότητα ως προς την πρόσθεση).*
- *Κάθε αριθμός που διαιρείται με το 1 δίνει πηλίκο τον εαυτό του.*
- *Κάθε αριθμός, αν διαιρεθεί με τον εαυτό του, δίνει πηλίκο το 1.*
- *Σε κάθε διαίρεση αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε και τους δύο όρους με τον ίδιο αριθμό, το πηλίκο δεν αλλάζει.*

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη συγκεκριμένη δραστηριότητα τα παιδιά θα διακρίνουν ότι:

- *Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι πράξεις αντίστροφες.*
- *Το 0, με όποιον αριθμό και αν διαιρεθεί, δίνει πηλίκο ίσο με 0.*

- *Κανένας αριθμός δεν μπορεί να διαιρεθεί με το 0. (Αν υποθέσουμε ότι 6 : 0 μας έδινε έναν αριθμό α, τότε θα έπρεπε και α • 0 = 6).*

Δραστηριότητα 3η

Καθώς η ατελής διαίρεση δεν προκύπτει από τις υπάρχουσες δραστηριότητες, θα μπορούσε στη δραστηριότητα 1 τα βιβλία να γίνουν 125 ώστε η διαίρεση να είναι ατελής.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Εξηγούμε στους μαθητές τους όρους **Δ** = «Διαιρετέος», **δ** = «διαιρέτης», **π** = «πηλίκο».

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

(22 + 30) : 2 = 26	148 : 1000 = 0,148	0,25 : 0,1 = 2,5
(80 + 160) : 8 = 30	0,99 : 10 = 0,099	17 : 0,001 = 17.000
0 : 3 = 0	3,05 : 100 = 0,0305	5.000 : 50 = 100

Άσκηση 2η

124 = 12 • 10 + 4   63 = 7 • 9 + 0   450 = 2 • 225 + 0   100 = 8 • 12 + 4

Πρόβλημα 1ο

Το ένα άγραφο CD κοστίζει 4,50 : 25 = 0,18 €. Η μία ετικέτα κοστίζει 0,55 : 5 = 0,11 €. Η μία θήκη κοστίζει 4,20 : 10 = 0,42 €. Άρα, κάθε CD κοστίζει 0,18 + 0,11 + 0,42 = 0,71 €.

Πρόβλημα 2ο

Οι τρεις υπολογιστές κοστίζουν 710 • 3 = 2130 €. Προσθέτουμε και το κόστος του εκτυπωτή: 2130 + 60 = 2190 €. Άρα κάθε δόση θα είναι 2190 : 8 = 273,75 €.

Διαθεματική δραστηριότητα: *«Η γέφυρα του Γκαρ (Gard)»*

Για την επεξεργασία αυτής της δραστηριότητας καλό είναι τα παιδιά να χωριστούν σε ομάδες. Η εκτέλεση προτείνεται να γίνει σε 3 φάσεις. Στην πρώτη φάση οι ομάδες αντλούν τις πληροφορίες που χρειάζονται από το κείμενο (στο κείμενο υπάρχει ένα πλήθος πληροφοριών και αριθμών που δεν θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσουν), τις οποίες στη συνέχεια καταγράφουν και επεξεργάζονται. Στη δεύτερη φάση οι ομάδες προχωρούν στην ανακοίνωση των πορισμάτων τους, τα συγκρίνουν με τα αποτελέσματα των άλλων ομάδων και συζητούν για τις φυσικές παραμέτρους του έργου. Στην τελευταία φάση γίνεται συζήτηση γύρω από τις οικονομικές και κοινωνικές παραμέτρους του έργου καθώς και επέκταση – σύνδεση με άλλες γνωστικές περιοχές. Ακολουθεί ανοιχτή συζήτηση στην τάξη ανάμεσα σε όλα τα παιδιά αναφορικά με τα θέματα που προσφέρονται ή άλλα που μπορούν να βρουν τα παιδιά. Οι ομάδες προσπαθούν να ερμηνεύσουν την ανάγκη κατασκευής ενός τόσο δαπανηρού έργου και να το συγκρίνουν με αντίστοιχα σύγχρονα έργα (π.χ. η εκτροπή του Αχελώου). Μέσα στο πλαίσιο του χρόνου μπορούν να επεκταθούν περαιτέρω, να ανατρέξουν στην «Ιστοσελίδα υποστήριξης του βιβλίου» ή σε άλλες πηγές, να επιχειρήσουν ιστορικές αναδρομές, ακόμη και να παρουσιάσουν μία μικρή έρευνα – μελέτη του θέματος αργότερα.

Λύσεις:

- Ύψος 22 + 20 + 7 = 49 μ. Η κλίση (υπολογίζεται με διαίρεση) 12 : 50 = 0,24 μ. ανά χμ.
- Παροχή 430 • 60 • 60 • 24 = 37.152.000 λίτρα 37.152.000 : 150 = 247.680 άνθρωποι.
- Αναγνωρίζοντας την ιστορική σημασία του έργου, η Ε.Ε. το αποτύπωσε στο χαρτονόμισμα των 5 € και η ΟΥΝΕΣΚΟ το συμπεριέλαβε στον κατάλογο «Παγκόσμιας Πολιτιστικής Κληρονομιάς» το 1985.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο «Φυσικοί αριθμοί – Διαίρεση».

Κεφάλαιο 8ο Πράξεις με μεικτές αριθμητικές παραστάσεις

Μαθαίνω τη γλώσσα των αριθμών

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να διαπιστώνει την ανάγκη της προτεραιότητας σε μία σειρά από πράξεις.*
- *Να μαθαίνει τη σειρά των πράξεων για την επίλυση μίας αριθμητικής παράστασης.*
- *Να υπολογίζει αριθμητικές παραστάσεις.*
- *Να σχηματίζει αριθμητικές παραστάσεις για τη λύση προβλημάτων.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να εκτελεί πράξεις με μεικτές αριθμητικές παραστάσεις φυσικών και δεκαδικών αριθμών.*
- *Να σχηματίζει νέες ή να συμπληρώνει ημιτελείς αριθμητικές παραστάσεις.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η σύνταξη μιας αριθμητικής παράστασης ενός προβλήματος μπορεί να δυσκολέψει τους μαθητές.

Δραστηριότητα Έκπληξη *(προαιρετική)*

Το πέρασμα *στην απέναντι όχθη.*

Για να τονιστεί η σημασία της σωστής σειράς στην εκτέλεση των πράξεων στις αριθμητικές παραστάσεις το μάθημα προσφέρεται για μια ευχάριστη δραστηριότητα – σπαζοκεφαλιά.

Υλικά: *Εκφώνηση από τον δάσκαλο.*

Ένας βαρκάρης θέλει να περάσει στην απέναντι όχθη έναν λύκο (ΛΥ), ένα πρόβατο (ΠΡ) και ένα δέμα χόρτου (ΧΟ). Η βάρκα του μπορεί να χωρέσει μόνο έναν επιβάτη. Με ποια σειρά πρέπει να τα περάσει απέναντι, ώστε το πρόβατο να μη φάει το χόρτο και ο λύκος να μη φάει το πρόβατο;

Εκτέλεση: *Ζητάμε από τους μαθητές να προσπαθήσουν στο πρόχειρό τους να βρουν τη σειρά με την οποία ο βαρκάρης κουβαλά κάθε ζώο απέναντι (μόνο η σωστή σειρά θα μας οδηγήσει στο επιθυμητό αποτέλεσμα)*

Λύση: *1) Περνά το πρόβατο, επιστρέφει (μόνος). 2) Περνά το λύκο, επιστρέφει με το πρόβατο. 3) Περνά το χόρτο, επιστρέφει (μόνος.) 4) Περνά το πρόβατο.*

Δραστηριότητα 1η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα διακρίνουν ότι αν οι πράξεις δεν γίνουν με τη σωστή σειρά, το αποτέλεσμα δεν είναι σωστό.

Δεν αρκεί να κάνουμε τη μία μετά την άλλη τις πράξεις στον υπολογιστή τσέπης προκειμένου να βρούμε το σωστό αποτέλεσμα, αλλά πρέπει να ακολουθήσουμε μια ορισμένη σειρά. Η σειρά είναι: πρώτα οι πολλαπλασιασμοί και μετά οι προσθέσεις.

Δραστηριότητα 2η

Μέσα από την ενασχόληση με τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα διακρίνουν ότι οι πράξεις εκτελούνται από τα αριστερά προς τα δεξιά με μία ορισμένη σειρά: Πρώτα οι πολλαπλασιασμοί και μετά η αφαίρεση.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

3 • (5 + 4) • 6 = 3 • 9 • 6 = 162	5,6 • 4 + (6,7 – 0,7) • 9 – 7 • (8,2 + 1,8) = = 5,6 • 4 + 6 • 9 – 7 • 10 = = 22,4 + 54 – 70 = 76,4 – 70 = 6,4	839 – 319 + 200 : 20 • 15 = = 839 – 319 + 10 • 15 = = 520 + 150 = 670
6 : 6 + 7 • 3 – 4 • 4 = = 1 + 21 – 16 = 6	6 • (2 + 15) – 12 : 4 + 6 • 2 + 15 = = 6 • 17 – 3 + 12 + 15 = = 102 – 3 + 27 = 126	2 + 2 • 3 – 2 : 2 • (4 – 3) + 1 = = 2 + 2 • 3 – 2 : 2 • 1 + 1 = = 2 + 6 – 1 + 1 = 8

Άσκηση 2η

45,7 • (56 + 44) = = 45,7 • 100 = 4.570	(675 – 120) : 15 = = 555 : 15 = 37	25,4 • (4,5 – 2,5) = = 25,4 • 2 = 50,8
45,7 • 56 + 45,7 • 44 = = 2.559,2 + 2.010,8 = 4.570	675 : 15 – 120:15 = = 45 – 8 = 37	25,4 • 4,5 – 25,4 • 2,5 = = 114,3 – 63,5 = 50,8

Άσκηση 3η

3 – (2 – 1) = 2 (4,5 + 5,5) • 10 = 100 42 : (4 + 3) • 2 = 12

Πρόβλημα 1ο

Σοκολάτα: (4 + 5) • (18 + 7) *+ 25* = 9 • 25 + 25 = 225 + 25 = 250 γρ.
Βανίλια: 100 : 25 : 4 = 4 : 4 = 1 γρ.
Βούτυρο: 15 – 3 • 2 – 1 = 15 – 6 – 1 = 8 κουταλιές
Αβγά: 58 – 6 • 9 = 58 – 54 = 4
Ζάχαρη: 6 • 2 : (2 + 4) = 12 : 6 = 2 κούπες
Κρέμα : 28 • (20 – 10) – 55 = 28 • 10 – 55 = 280 – 55 = 225 γρ.

Πρόβλημα 2ο

(2 • 4,60 + 2 • 3,90 + 1,30 + 3 • 0,90 + 4 • 1,25) : 4 = (9,20 + 7,80 + 1,30 + 2,70 + 5) : 4 = 26 : 4 = 6,50

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Νερό: Το πιο πολύτιμο αγαθό»*

Ανάλογα με τις δυνατότητες των μαθητών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις τοπικές συνθήκες μπορούμε να τους ζητήσουμε είτε να αναλάβουν είτε να αγνοήσουν τη δραστηριότητα αυτή.

Η μικρή έρευνα ωστόσο θα δώσει την ευκαιρία στους μαθητές να συνδέσουν τη δραστηριότητα με τον τόπο τους και να εξετάσουν τα στοιχεία για την κατανάλωση του νερού όπως παρέχονται από την εταιρεία ύδρευσης ή, αν κατοικούν σε μικρότερο δήμο ή δημοτικό διαμέρισμα, να βρουν με τη βοήθεια του υπεύθυνου ύδρευσης πληροφορίες για τη χωρητικότητα της δεξαμενής ύδρευσης της περιοχής τους, για τις κατοικίες που υδροδοτούνται από αυτήν και την ποσότητα του νερού που διανέμεται από το δίκτυο καθημερινά.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο «Πράξεις με χαλασμένο υπολογιστή».

Κεφάλαιο 9ο Λύνω σύνθετα προβλήματα των 4 πράξεων

Μιλώ τη γλώσσα των αριθμών

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να λύνει ένα πρόβλημα ακολουθώντας μία σειρά από βήματα.*
- *Να λύνει σύνθετα προβλήματα εφαρμόζοντας τις ιδιότητες και τις τεχνικές των τεσσάρων πράξεων.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να ξεχωρίζει τα γνωστά και τα άγνωστα στοιχεία ενός προβλήματος.*
- *Να καταστρώνει ένα σχέδιο λύσης και να αποφασίζει ποιες πράξεις θα κάνει για να λύσει το πρόβλημα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η κατάστρωση μίας στρατηγικής επίλυσης για ένα πρόβλημα.

Η μετατροπή της ταχύτητας «χιλιόμετρα την ώρα» σε μέτρα το δευτερόλεπτο.

Στο κεφάλαιο αυτό επιχειρείται μια πρώτη συστηματική προσέγγιση του προβλήματος, κατ΄ ανάγκη συνοπτικά. Στην πραγματικότητα η επίλυση προβλημάτων καλύπτει το σύνολο του σχολικού βιβλίου, δεδομένου του ότι οι δραστηριότητες που απευθύνονται στους μαθητές σε κάθε ενότητα αποτελούν στην ουσία προβλήματα που πρέπει να λυθούν. Βέβαια, η επίλυση των προβλημάτων δεν είναι μια διαδικασία που διδάσκεται. Είναι ικανότητα που αποκτάται με την εξάσκηση και την ενασχόληση με πολλά και διαφορετικά προβλήματα. Ωστόσο η ενότητα αυτή παρέχει τη δυνατότητα στους μαθητές να ασχοληθούν πιο συστηματικά με μερικά προβλήματα και να αποκτήσουν εμπειρία σε διαδικασίες λύσης.

Η μέθοδος επίλυσης του προβλήματος καλό θα είναι να μην παρουσιάζεται ως μια απόλυτη τεχνική. Καθώς τα βήματα για την επίλυση είναι από τη φύση τους πολύπλοκα θα μπορούσαμε να βοηθήσουμε στην κατανόηση τους ενθαρρύνοντας τόσο την καταγραφή των δεδομένων και των ζητούμενων για το πρόβλημα, όσο και το να εξηγήσουν το πρόβλημα ο ένας στον άλλο.

Δραστηριότητα

Μέσα από τη συγκεκριμένη δραστηριότητα τα παιδιά πρέπει να συστηματοποιήσουν μια στρατηγική στην προσέγγιση, την κατανόηση, την επίλυση και τον έλεγχο της λύσης του προβλήματος. Τα βήματα που θα ακολουθήσουν είναι τα εξής:

- Αναγνώριση των γνωστών στοιχείων (δεδομένων) και των άγνωστων στοιχείων (ζητούμενων).
- Εύρεση του τρόπου με τον οποίο σχετίζονται τα δεδομένα με τα ζητούμενα.
- Επιλογή των πράξεων που θα τους οδηγήσουν σταδιακά στο αποτέλεσμα.
- Κατάστρωση ενός σχεδίου λύσης και εκτέλεση των πράξεων.
- Διατύπωση της απάντησης στην ερώτηση του προβλήματος και έλεγχος της απάντησης με βάση τη λογική (είναι το μαθηματικό αποτέλεσμα αναμενόμενο;).

Συμπεράσματα (πορτοκαλί πλαίσιο)

Παρουσιάζονται συγκεντρωμένα και συστηματοποιημένα τα 4 βήματα που ακολουθούμε στη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων.

Εφαρμογή

Οι μαθητές με βάση τη συστηματική προσέγγιση (τα βήματα) που ήδη έμαθαν και εφάρμοσαν στην πρώτη και τη δεύτερη δραστηριότητα, ακολουθούν τις διαδικασίες επίλυσης βήμα προς βήμα και *εξηγούν τον τρόπο λύσης σε κάποιον άλλο.*

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 1ο

Χρωστά στον δεύτερο όσα του περισσεύουν, αφού ξεπληρώσει τον πρώτο και 1,70 € ακόμη: 2,30 + 1,70 = 4 €. Αυτό είναι το ποσό που επίσης όφειλε και έδωσε στον πρώτο.

Άρα είχε 4 + 2,30 = 6,30 €.

Πρόβλημα 2ο

Οι μινιατούρες κοστίζουν συνολικά 3 • 3,6 = 10,80 €. Έχει 8 €. Συνεπώς του λείπουν 10,80 – 8 = 2,80 € και για να τα συγκεντρώσει χρειάζεται 2,80 : 0,20 = 14 ημέρες.

Πρόβλημα 3ο

Ο Δημήτρης πήρε από τον Θωμά 10 + 8 = 18 κάρτες. Ο Θωμάς πήρε από τον Κωνσταντίνο 18 • 2 = 36. Ο Κωνσταντίνος είχε 36 • 2 = 72 κάρτες.

Πρόβλημα 4ο

Αν αγοράσουν με δόσεις θα πληρώσουν 24 · 230 = 5.520 € για τις δόσεις συν την προκαταβολή 5.520 + 1000 = 6.520 €. Άρα θα πληρώσουν περισσότερα 6.520 – 5.800 € = 720 €

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Η μεγαλύτερη κρεμαστή γέφυρα του κόσμου»*

Η δραστηριότητα μπορεί να γίνει κατά ομάδες ή ατομικά. Τα παιδιά αντλούν τις πληροφορίες που χρειάζονται από το κείμενο, τις οποίες στη συνέχεια καταγράφουν και επεξεργάζονται. Στη συνέχεια προχωρούν στην ανακοίνωση των πορισμάτων τους, τα συγκρίνουν με τα αποτελέσματα των άλλων και ανταλλάσσουν απόψεις σχετικά με τις φυσικές παραμέτρους του έργου. Στη συνέχεια γίνεται συζήτηση για τις οικονομικές και κοινωνικές παραμέτρους του έργου καθώς και επέκταση – σύνδεση με άλλες γνωστικές περιοχές (Γεωγραφία, Ιστορία. Τα παιδιά προσπαθούν να ερμηνεύσουν την ανάγκη κατασκευής ενός τόσο δαπανηρού έργου καθώς και να το συγκρίνουν με άλλα σύγχρονα έργα (π.χ. Αεροδρόμιο Αθηνών, Εγνατία Οδός, Μετρό, εκτροπή του Αχελώου).

Το γεγονός ότι η διάσταση του έργου υπερβαίνει τα στενά τοπικά όρια αποδεικνύεται από το ότι έχει ενταχθεί από το 1994 στα Διευρωπαϊκά Δίκτυα Μεταφορών (Σύνοδος Κέρκυρας) και στα δεκατέσσερα ευρωπαϊκά έργα πρώτης προτεραιότητας (Σύνοδος Έσσεν). Ωστόσο και η περιοχή γύρω από το έργο αναμένεται να αποκομίσει πολλά οφέλη από την κατασκευή του. Έτσι η αύξηση των θέσεων εργασίας, η επιμόρφωση του ανθρώπινου δυναμικού της περιοχής, η βελτίωση της ανταγωνιστικότητας των παραγωγικών μονάδων της περιοχής, η διεύρυνση της ενδοχώρας της Πάτρας προς βορρά και αντίστροφα η ενσωμάτωση των περιοχών βόρεια του Πατραϊκού στην ενδοχώρα καθώς και η ανακήρυξη της πόλης της Πάτρας σε μητρόπολη της Δυτικής Ελλάδας αποτελούν μερικές από τις θετικές επιπτώσεις του έργου στην ανάπτυξη της περιοχής. Η Γέφυρα ονομάστηκε *"Γέφυρα Χαρίλαου Τρικούπη"* προς τιμή του μεγάλου Έλληνα πολιτικού, καθώς ήταν ο πρώτος πολιτικός που είχε την ιδέα της κατασκευής γέφυρας στο στενό.

Απαντήσεις:

Μήκος γέφυρας: 3 • 560 + 2 • 305 + (378 + 252) = 1680 + 610 + 630 = 2.920 μέτρα.

Ταχύτητα αυτοκινήτου: 36.000 : (60 • 60) = 10 μ./δλ., 2920:10 = 292 δευτερόλεπτα.

588.000.000 : 20 = 29.400.000 € το χρόνο, 29.400.000 : 4.000.000 = 7,35 € για κάθε αυτοκίνητο

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. «Μελετώ θέματα – Κυκλοφοριακή αγωγή».

Κεφάλαιο 10ο Η χρήση του υπολογιστή τσέπης

Ένα μηχάνημα που μιλάει μαθηματικά μαζί μου

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να μάθει τη χρήση του υπολογιστή τσέπης.*
- *Να διακρίνει σε ποιες περιπτώσεις πρέπει να χρησιμοποιήσει τον υπολογιστή τσέπης.*
- *Να λύνει προβλήματα με τη βοήθεια του υπολογιστή τσέπης.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να χρησιμοποιεί τον υπολογιστή τσέπης για την εκτέλεση πράξεων και την επαλήθευση αποτελεσμάτων.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η χρήση των πλήκτρων μνήμης του υπολογιστή.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα προσεγγίσουν τον υπολογιστή τσέπης με συστηματικό τρόπο, θα αναγνωρίσουν τα πλήκτρα των 4 πράξεων, το κόμμα και το πλήκτρο C (clear) που «καθαρίζει» την οθόνη (όχι όμως τη μνήμη). Κάνοντας τους υπολογισμούς θα διαπιστώσουν ότι, όπου το ψηφίο 0 δεν χρειάζεται, ο υπολογιστής το απορρίπτει, μόλις πατήσουμε το πλήκτρο της πράξης που θέλουμε να κάνουμε με τον αριθμό (π.χ. 952,90 ή 0,80).

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δραστηριότητα τα παιδιά θα διακρίνουν ότι ο υπολογιστής τσέπης δεν αποτελεί «πανάκεια» για τα μαθηματικά και τους υπολογισμούς που οι μαθηματικές δραστηριότητες συνεπάγονται. Πολλές φορές με το νου ή το χέρι κάνουμε τις πράξεις πιο εύκολα και πιο γρήγορα από ότι με τον υπολογιστή. Αν, για παράδειγμα, ένα παιδί ξέρει πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 2, είναι πολύ πιο εύκολο να απαντήσει αμέσως βλέποντας τον αριθμό παρά κάνοντας τις πράξεις.

Εφαρμογή 1η

Μέσα από την εφαρμογή αυτή τα παιδιά θα αντιληφθούν γιατί στο 8ο μάθημα στη δεύτερη δραστηριότητα «...το αποτέλεσμα με τον υπολογιστή ήταν λάθος». Με τον τρόπο αυτό το παιδί αντιλαμβάνεται την έννοια της «μνήμης άθροισης» *(...σαν μία κανάτα που της προσθέτουμε ποτήρια με νερό και στο τέλος βλέπω πόσο γεμάτη είναι...).*

Σημείωση: Ο τρόπος που προτείνεται για να υπολογίσουμε την αριθμητική παράσταση δεν είναι ο μοναδικός (και ούτε φυσικά ο καλύτερος). Αυτό καλό είναι να τονιστεί στους μαθητές και να τους παροτρύνουμε να βρουν και άλλους τρόπους υπολογισμού. Για παράδειγμα, η ερώτηση «θα μπορούσες να υπολογίσεις την παράσταση χρησιμοποιώντας όσο πιο λίγες φορές τη μνήμη;» θα έβαζε το μαθητή να σκεφτεί εναλλακτικούς τρόπους υπολογισμού για τη συγκεκριμένη αριθμητική παράσταση.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

Με την επίλυση της πρώτης άσκησης βεβαιωνόμαστε ότι τα παιδιά κατάλαβαν τη λειτουργία των πλήκτρων της αθροιστικής μνήμης: Εισαγωγή **M+**, καθαρισμός (άδειασμα) της μνήμης **Mc** και εμφάνιση του περιεχομένου **MR**.

Άσκηση 2η

Μέσα από την άσκηση αυτή ελέγχουμε αν τα παιδιά έχουν κατακτήσει πλήρως την έννοια της «αξίας θέσης» των ψηφίων ενός αριθμού (μονάδες, δεκάδες κ.λπ.). Έτσι για τις μονάδες προσθέτουμε (ή αφαιρούμε) μία μονάδα, για τις εκατοντάδες προσθέτουμε (ή αφαιρούμε) μία εκατοντάδα κ.ο.κ.

α) 3.7̲89 + 200 = 3.9̲89 **β)** 56̲.000 – 5.000 = 51̲.000 **γ)** 23,55̲ – 0,50 = 23,0̲5

δ) 9.999̲ – 9 = 9.990̲ **ε)** 0,24̲ + 0,01 = 0,25̲ **στ)** 1.0̲00.000 + 200.000 = 1.2̲00.000

Άσκηση 3η

Πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις με το 10, 100, 1000

α) 103 • 10 = 1.030, **β)** 9,45 • 10 = 94,5 5.620 : 100 = 56,2. Για να επανέλθουν οι αριθμοί στην αρχική αξία τους κάνουμε την αντίστροφη πράξη 1.030 : 10 = 103 κ.ο.κ.

Πρόβλημα 1ο

Διαιρούμε με το 30 και έχουμε 75.168.720 : 30 = 2.505.624 χιλιόμετρα την ημέρα.

Πρόβλημα 2ο

Σε ένα χρόνο κάθε οικογένεια ξόδεψε συνολικά 16.598,04 €. Αυτό επιμερίζεται ανά μήνα ως εξής: 16.598,04 :12 = 1.383,17 € το μήνα.

Πρόβλημα 3ο

Η επιχείρηση πληρώνει για κάθε υπάλληλο 4,5 • 8 • 20 = 720 € το μήνα και 720 • 12 = 8640 € το χρόνο. Συνεπώς για 8 υπαλλήλους πληρώνει 8 • 720 = 5.760 € το μήνα και 5.760 • 12 = 69.120 € το χρόνο. Στα 5 καταστήματα πληρώνει: 5.760 • 5 = 28.800 το μήνα ή 28.800 • 12 = 345.600 € το χρόνο.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Γιατί οι ζωντανοί οργανισμοί κοιμούνται;»*

Πρόκειται για μία απλή όσο και ευχάριστη δραστηριότητα που ενδείκνυται για επίλυση με τη βοήθεια του υπολογιστή τσέπης. Η εκτέλεση των πράξεων μπορεί να γίνει ατομικά, ενώ η συζήτηση για τη χρησιμότητα του ύπνου και ο ρόλος της ανάπαυσης στη ζωή μας μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο ομαδικής διερεύνησης. Η μικρή έρευνα θα δώσει την ευκαιρία στους μαθητές να συνδέσουν τη δραστηριότητα με το μάθημα της μελέτης του περιβάλλοντος, να εξετάσουν τα στοιχεία για την ανάπαυση των ζώων, αλά και να κάνουν συγκρίσεις, γενικεύσεις και επεκτάσεις.

Ανάλογα με τις δυνατότητες των μαθητών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις ειδικές συνθήκες της τάξης, ο δάσκαλος μπορεί να τους ζητήσει να αγνοήσουν τα θέματα για συζήτηση και τη μικρή έρευνα.

Κεφάλαιο 11ο Στρογγυλοποίηση φυσικών και δεκαδικών αριθμών

Πρόχειροι λογαριασμοί

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να κατανοεί τους κανόνες της στρογγυλοποίησης.*
- *Να στρογγυλοποιεί φυσικούς και δεκαδικούς αριθμούς.*
- *Να εκτιμά το αποτέλεσμα μίας πράξης κατά προσέγγιση.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να στρογγυλοποιεί με ευκολία και να χειρίζεται στρογγυλοποιημένους αριθμούς.*
- *Να χρησιμοποιεί τον προσεγγιστικό υπολογισμό για να εκτιμήσει ένα αποτέλεσμα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η στρογγυλοποίηση του ψηφίου 5.

Δραστηριότητα-έκπληξη *(προαιρετική)* «*Η πάπια που διασχίζει το δρόμο*»

Για να βοηθήσουμε τους μαθητές να καταλάβουν τη στρογγυλοποίηση διηγούμαστε μία ευχάριστη ιστοριούλα.

Υλικά: Σκίτσο ενός δρόμου με πεζοδρόμια εκατέρωθεν και διακεκομμένη γραμμή στη μέση.

Εκτέλεση: Αφήγηση της ιστορίας και ερωτήσεις στα παιδιά.

Δυο πάπιες θέλουν να περάσουν το δρόμο. Η πρώτη ελέγχει προσεκτικά δεξιά – αριστερά και ξεκινάει. Πριν φτάσει στη μέση του δρόμου βλέπει ένα φορτηγό να έρχεται. Τι θα κάνει η πάπια;

(Τα παιδιά θα μας πουν: «Θα γυρίσει πίσω». «Είναι πιο κοντά από το να πάει απέναντι»).

Ελέγχει ξανά προσεκτικά δεξιά – αριστερά και ξεκινάει. Αφού περάσει τη μέση του δρόμου βλέπει ένα φορτηγό να έρχεται. Τι θα κάνει η πάπια;

(Τα παιδιά θα μας πουν: «Θα πάει απέναντι». «είναι πιο κοντά από το να γυρίσει πίσω»).

Η δεύτερη πάπια ελέγχει προσεκτικά δεξιά αριστερά και ξεκινάει. Μόλις φτάνει στη μέση του δρόμου, (στην άσπρη γραμμή) βλέπει ένα φορτηγό να έρχεται. Τι θα κάνει η πάπια;

(Θα πάει απέναντι. Η απόσταση εμπρός ή πίσω είναι ίδια, αλλά εκεί ήθελε να πάει έτσι κι αλλιώς!).

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι συχνά, για πρακτικούς λόγους, στη θέση ενός αριθμού χρησιμοποιούμε έναν άλλο, λίγο μικρότερο ή λίγο μεγαλύτερο, κυρίως για να διευκολυνθούμε στους λογαριασμούς αλλά και στην έκφραση κάποιων αριθμητικών δεδομένων.

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα διακρίνουν ότι στρογγυλοποιούμε τους αριθμούς στα δέκατα, στα εκατοστά, στις δεκάδες, στις εκατοντάδες ή όπου εξυπηρετεί ώστε να εκφραζόμαστε με οικονομία ψηφίων, χωρίς όμως να παραποιούμε την πραγματικότητα.

Ορισμός και τεχνική της στρογγυλοποίησης *(πορτοκαλί πλαίσιο)*

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Αν χρειάζεται να ελέγξουμε την κατανόηση της τεχνικής της στρογγυλοποίησης, ζητάμε από τους μαθητές να μας εξηγήσουν τα παραδείγματα.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

Στρογγυλοποιούμε τα εξής: Υψόμετρο 2.920 μ., βάρος 250 τόνοι, απόσταση 630 χλμ.

Άσκηση 2η

2.678.000	2.332.000	1.859.000	557.000

Άσκηση 3η

12,03 μ.	1,66 μ.	1.385,15 μ.	
0,91 μ.	9,01 μ.	26,24 μ.	
6.700 χλμ.	6.600 χλμ.	6.500 χλμ.	6.400 χλμ.

Πρόβλημα 1ο

Λύση: 50 : 4 = 12,50 € περίπου.

Πρόβλημα 2ο

Λύση: 4 • 80 = 320 μ. σύρμα περίπου.

Πρόβλημα 3ο

Λύση: 900 : 9 = 100 € περίπου.

Διαθεματική δραστηριότητα: *«Ο πληθυσμός της Γης»*

(Υπολογίζοντας με στρογγυλοποιημένους αριθμούς στο δισεκατομμύριο!)

Προτείνεται η δημιουργία ομάδων που θα αποτελούνται από 2 ως 4 παιδιά η καθεμία. Η εκτέλεση πραγματοποιείται σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι ομάδες αντλούν πληροφορίες από το κείμενο, τις οποίες στη συνέχεια επεξεργάζονται. Στη δεύτερη φάση οι ομάδες προχωρούν στην ανακοίνωση των πορισμάτων τους, γίνεται επέκταση, σύνδεση με άλλες γνωστικές περιοχές και ανοιχτή συζήτηση στην τάξη ανάμεσα σε όλα τα παιδιά.

Η σπουδαιότητα της εν λόγω δραστηριότητας επικεντρώνεται στα θέματα για συζήτηση.

Οι ομάδες αναζητούν τις αιτίες, ενώ παράλληλα προσπαθούν τόσο να ερμηνεύσουν την παρούσα κατάσταση όσο και να κάνουν προβλέψεις με βάση τα υπάρχοντα στοιχεία για τη διαμόρφωση του πληθυσμού έπειτα από 50 χρόνια. Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να αποτελέσει την αφορμή για πιο ολοκληρωμένη μελέτη από ομάδα παιδιών, (ίσως και κατά τη διάρκεια του σαββατοκύριακου) ώστε να ανατρέξουν σε άλλες πηγές, να επιχειρήσουν ιστορικές αναδρομές και να παρουσιάσουν την επόμενη εβδομάδα τα στοιχεία της μελέτης τους ως μία μικρή έρευνα του θέματος.

Κεφάλαιο 12ο Διαιρέτες ενός αριθμού – Μ.Κ.Δ. αριθμών

Μπαίνεις μόνο αν χωράς ακριβώς

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να μάθει τι είναι ο διαιρέτης ενός φυσικού αριθμού.*
- *Να βρίσκει τους διαιρέτες ενός αριθμού.*
- *Να εντοπίζει τους κοινούς διαιρέτες δύο ή περισσότερων αριθμών και να βρίσκει τον μεγαλύτερο.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να βρίσκει το Μ.Κ.Δ. δύο ή περισσοτέρων αριθμών και να λύνει προβλήματα με διαιρέτες και Μ.Κ.Δ.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η κατανόηση της έννοιας του διαιρέτη είναι μια δυσκολία που αντιμετωπίζουν πολλά παιδιά της ηλικίας αυτής. Επίσης η εφαρμογή του Μ.Κ.Δ. σε καθημερινά προβλήματα συνήθως δυσκολεύει τους μαθητές.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα αναζητήσουν τους διαιρέτες του αριθμού 35 και θα καταλήξουν στις απαντήσεις 5, 7και 35 (εφόσον ζητάμε «συσκευασίες», η απάντηση 1 αποκλείεται). Ζητάμε από τους μαθητές να μας εξηγήσουν γιατί δεν μπορούμε να τα χωρίσουμε σε διαφορετικό αριθμό συσκευασιών. Επίσης ζητάμε να μας εξηγήσουν τι σημαίνει η φράση «ένας αριθμός διαιρεί ακριβώς έναν άλλο».

Κάθε παιδί θα ξεκινήσει με έναν διαιρέτη (πιθανώς το 35) και με την τελευταία ερώτηση θα επανεξετάσει τη δραστηριότητα για πιθανές διαφορετικές απαντήσεις. Παροτρύνουμε τους μαθητές να εξετάσουν όλες τις πιθανές περιπτώσεις.

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μέσα από το μοίρασμα των γλυκών σε κουτιά οδηγούνται στην εύρεση των διαιρετών κάθε αριθμού. Για τον αριθμό 40, για παράδειγμα, μοιράζουμε τα γλυκά σε 2 κουτιά (από 20 τρουφάκια σε κάθε κουτί) σε 4 κουτιά (από 10 σε κάθε κουτί). Η διαδικασία συνεχίζεται με την εύρεση των διαιρετών για τους αριθμούς 48 και 32. Στη συνέχεια τα παιδιά παρατηρούν ότι υπάρχουν κάποιοι αριθμοί κουτιών «κοινοί» (ίδιοι σε όλες τις γραμμές). Οι αριθμοί αυτοί, οι οποίοι είναι κοινοί διαιρέτες των αριθμών 40, 48 και 32, δηλώνουν ότι τα κουτιά περιέχουν γλυκά και από τα 3 είδη. Ο μεγαλύτερος από αυτούς τους αριθμούς είναι ο Μ.Κ.Δ. των αριθμών 40, 48 και 32.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Ασκήσεις 1η 2η 3η

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες.

Πρόβλημα 1ο

Βρίσκουμε τους διαιρέτες του 225 (μέχρι το 30): 1, 3, 5, 9, 15, 25. Άρα θα βάλουμε 25 σε κάθε σελίδα.

Πρόβλημα 2ο

Διαιρέτες του 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.
Διαιρέτες του 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45.
Διαιρέτες του 50: 1, 2, 5, 10, 25, 50.
Κοινοί διαιρέτες: 1, 5 Μ.Κ.Δ. = 5.

Πρόβλημα 3ο

Διαιρέτες του 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.
Διαιρέτες του 120: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60, 120.
Διαιρέτες του 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.
Κοινοί διαιρέτες: 1, 2, 4, 5, 10, 20 Μ.Κ.Δ. = 20.
Θα έχει 60 : 20 = 3 υψίφωνους, 120 : 20 = 6 μέσους και 40 : 20 = 2 βαθύφωνους.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Βοήθεια σε σεισμοπαθείς»

*Υπενθυμίζουμε ότι ανάλογα με τις ειδικές συνθήκες της τάξης, οι **δραστηριότητες με προεκτάσεις** μπορούν να δίνονται στους μαθητές να τις επεξεργάζονται συνεργατικά. Έτσι, θα μπορούσαν, για παράδειγμα, να δημιουργηθούν ομάδες που θα αποτελούνται από 2 ως 4 παιδιά η καθεμία ώστε, οι μαθητές, κατά την επεξεργασία της δραστηριότητας, να συζητούν μεταξύ τους, να ανταλλάσσουν απόψεις και να αλληλοβοηθούνται. Ο θόρυβος βέβαια είναι πιθανό να αποτελέσει μια επιπλέον δυσκολία. Ωστόσο, μία σύγχρονη τάξη που εργάζεται δεν μπορεί να είναι σιωπηλή αλλά με τις παρεμβάσεις του δασκάλου θα συγκρατηθεί ο πιθανός θόρυβος σε λογικά και κόσμια όρια.*

Η εκτέλεση της δραστηριότητας θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι ομάδες αντλούν πληροφορίες από το κείμενο, τις επεξεργάζονται και λύνουν το πρόβλημα που τίθεται. Στη δεύτερη φάση οι ομάδες προχωρούν στην ανακοίνωση των πορισμάτων τους, γίνεται επέκταση, σύνδεση με άλλες γνωστικές περιοχές και ανοιχτή συζήτηση στην τάξη στην οποία συμμετέχουν όλα τα παιδιά. Η δραστηριότητα μπορεί να λειτουργήσει ως αφορμή για μια πιο ολοκληρωμένη μελέτη κατά τη διάρκεια του σαββατοκύριακου από μία ομάδα παιδιών ώστε να ανατρέξουν σε άλλες πηγές, να κάνουν ιστορικές αναδρομές και να παρουσιάσουν την επόμενη εβδομάδα τα στοιχεία της μελέτης τους ως μία μικρή έρευνα του θέματος.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο «Δημιουργώ – Μέγιστος κοινός Διαιρέτης».

Κεφάλαιο 13ο Κριτήρια διαιρετότητας

Μάντεψε το μυστικό κανόνα μου

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να διακρίνει ποιοι αριθμοί διαιρούνται με το 2, το 3, το 5 το 9, το 10 ή το 25.*
- *Να ανακαλύπτει κριτήρια για να ξεχωρίζει αν ένας αριθμός διαιρείται με το 2, το 3, το 4, το 5, το 9, το 10 ή το 25.*
- *Να λύνει προβλήματα χρησιμοποιώντας τα κριτήρια διαιρετότητας.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- Να διακρίνει, χρησιμοποιώντας τους κανόνες διαιρετότητας, αν ένας αριθμός διαιρείται με τους αριθμούς 2, 3, 4, 5, 9, 10 και 25 καθώς και να λύνει σχετικά προβλήματα.

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Δεν παρατηρήθηκαν δυσκολίες, ωστόσο η εύρεση του κανόνα διαιρετότητας για το 3 είναι κάπως δύσκολη.

Είναι απαραίτητο με την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων και των εφαρμογών να συζητηθεί γιατί ισχύουν οι κανόνες, πώς καταλήξαμε σε αυτούς και σε τι μας εξυπηρετούν. Με τον τρόπο αυτόν αποφεύγουμε τον κίνδυνο να θεωρηθούν οι κανόνες «μαγικοί» και βάζουμε τους μαθητές σε διαδικασία αναζήτησης τόσο της χρηστικότητας των κανόνων όσο και της ανάγκης για εύρεση «σύντομης οδού» που θα μας οδηγεί στη λύση.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή οδηγούμε τους μαθητές στην κατανόηση των κριτηρίων διαιρετότητας για τους αριθμούς 2, 3 και 5. Στην πορεία, ενώ θα διατυπώνουν σχετικά εύκολα τον κανόνα για τους αριθμούς 2 και 5, θα ανακαλύψουν ότι για τον αριθμό 3 τα πράγματα είναι περισσότερο περίπλοκα. Μπορούμε να βοηθήσουμε τους μαθητές να ξεπεράσουν τη δυσκολία και να ανακαλύψουν τον κανόνα εκφωνώντας ή γράφοντας στον πίνακα μερικούς τριψήφιους αριθμούς διαιρετούς με το 3 (π.χ. 111, 102, 222), ώστε να οδηγηθούν εύκολα στην άθροιση των ψηφίων των αριθμών αυτών.

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά γρήγορα θα διακρίνουν ότι, ενώ ο αριθμός 108 διαιρείται με το 4, το άθροισμα των ψηφίων του δεν διαιρείται με το 4. Έτσι ο κανόνας δεν μπορεί να διατυπωθεί όπως στην προηγούμενη δραστηριότητα. Συνεχίζοντας με τα πολλαπλάσια του αριθμού 104 θα αντιληφθούν πως τα δύο τελευταία ψηφία τους είναι διαιρετά με το 4 και έτσι θα καταλήξουν στον κανόνα.

Κριτήρια διαιρετότητας *(πορτοκαλί πλαίσιο)*

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Παρουσιάζεται συστηματοποιημένη η γνώση που μόλις κατέκτησαν τα παιδιά για τα κριτήρια διαιρετότητας ή έχουν αποκτήσει από προηγούμενες τάξεις.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 1ο

Το 153 διαιρείται με τους αριθμούς 1, 3, 9, 17, 51 και 153. Είναι όμως όλες οι δυνατές απαντήσεις ρεαλιστικές; Μήπως τελικά μόνο η παράταξη των μαθητών σε 3άδες και σε 9άδες είναι η ρεαλιστική απάντηση;

Πρόβλημα 2ο

Αν αθροίσουμε τα ψηφία του αριθμού 355, (3 + 5 + 5 = 13), προκύπτει ο αριθμός 13, ο οποίος δεν διαιρείται με το 3.

Πρόβλημα 3ο

Εξετάζουμε τους αριθμούς από το 0 ως το 39 σύμφωνα με τα κριτήρια του προβλήματος:

- Μονοψήφιοι που διαιρούνται με το 3 είναι οι αριθμοί 3, 6 και 9, από τους οποίους μόνο ο 6 διαιρείται με το 2. Άρα ο πρώτος αριθμός είναι το 6.
- Διψήφιοι που διαιρούνται με το 5 είναι οι αριθμοί 10, 15, 20, 25, 30 και 35, από τους οποίους μόνο ο αριθμός 30 διαιρείται με το 2 και το 3.

Άρα ο δεύτερος αριθμός είναι το 30.

- Διψήφιοι που διαιρούνται με το 9 είναι οι αριθμοί 18, 27 και 36, από τους οποίους μόνο ο 36 διαιρείται με το 4. Άρα ο τρίτος αριθμός είναι το 36.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Κατασκευή αφίσας με τα κριτήρια διαιρετότητας»*

Με αφορμή τα κριτήρια διαιρετότητας δίνεται στους μαθητές μία δραστηριότητα εικαστικής απόδοσης των μαθηματικών. Είναι σημαντικό να εργαστούν τα παιδιά ομαδικά και να επεξεργαστούν το κριτήριο διαιρετότητας που επέλεξαν εκφράζοντας ελεύθερα τις εικαστικές απόψεις τους. Με τον τρόπο αυτό θα συνδεθούν τα μαθηματικά με τα μαθήματα των εικαστικών, ώστε μέσα από τη χρήση απλών υλικών και στοιχείων αισθητικής το συγκεκριμένο θέμα να αποτελέσει την εικαστική πρόταση της ομάδας για το κριτήριο αυτό.

Σαν προέκταση της δραστηριότητας αυτής θα μπορούσε κάθε ομάδα να διατυπώσει ένα δικό της πρόβλημα για την περίπτωση που εξετάζει ή να παρουσιάσει ένα παράδειγμα αριθμών που να ικανοποιούν ή να μην ικανοποιούν τα κριτήρια.

Κεφάλαιο 14ο Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί

Είμαστε και οι πρώτοι!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να γνωρίσει τους πρώτους και σύνθετους αριθμούς.*
- *Να μάθει τι είναι το «κόσκινο του Ερατοσθένη».*
- *Να διακρίνει αν ένας αριθμός είναι πρώτος ή σύνθετος με τα κριτήρια διαιρετότητας.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να ξεχωρίζει τους πρώτους από τους σύνθετους αριθμούς.*
- *Να γράφει έναν σύνθετο αριθμό με τη μορφή γινομένου δύο ή περισσότερων πρώτων αριθμών.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Το πρόβλημα των πρώτων αριθμών είναι ακόμα άλυτο. Δεν είναι εύκολο να γνωρίζουμε αν είναι πρώτοι οι πολύ μεγάλοι αριθμοί. Ακόμα και με τη χρήση της τεχνολογίας δεν είναι πάντοτε εφικτό (βλέπε και στην ιστοσελίδα υποστήριξης σχετικές διευθύνσεις).

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα αναζητήσουν αριθμούς από το 1 μέχρι το 30 που να μην εμπίπτουν στα κριτήρια διαιρετότητας που έμαθαν. Συγκεκριμένα οι αριθμοί που ψάχνουν πρέπει να μη διαιρούνται με τους αριθμούς 2, 3, 4 και 5. Αφού γράψουν τους αριθμούς από το 1 ως το 30, διαγράφουν αυτούς που εμπίπτουν στα κριτήρια. Έτσι απομένουν οι αριθμοί 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23 και 29 οι οποίοι έχουν διαιρέτες το 1 και τον εαυτό τους.

Δραστηριότητα 2η

Το «κόσκινο του Ερατοσθένη» είναι μία ευχάριστη και εύκολη δραστηριότητα μέσα από την οποία τα παιδιά εξασκούνται στη χρήση των κριτηρίων διαιρετότητας και ξεχωρίζουν τους αριθμούς που έχουν μόνο 2 διαιρέτες, από το 1 ως το 100.

Εφαρμογή 1η

Δεν πρέπει να δημιουργηθεί η εντύπωση στους μαθητές ότι είναι αρκετό να ελέγχουμε έναν αριθμό αν διαιρείται μόνο με το 2, 3, 4, 5 και 7 για να δούμε αν είναι πρώτος. Μπορεί να διαιρείται και με άλλους. Για παράδειγμα, αν συνεχίζαμε σε μεγαλύτερους αριθμούς, ο 121 διαιρείται με το 11 άρα δεν είναι πρώτος.

Εφαρμογή 2η

Δεν πρέπει να δημιουργηθεί η εντύπωση στους μαθητές ότι ο 1 και ο 24 δεν είναι διαιρέτες του 24. Απλώς στο πρόβλημα αυτό, δεν έχει έννοια αυτός ο συνδυασμός.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1ο

Στην άσκηση αυτή θα εξηγήσουμε στους μαθητές ότι δεν αρκεί να εξετάσουμε τους διαιρέτες από το 2 ως το 7 για να αποφασίσουμε αν ένας τριψήφιος αριθμός είναι πρώτος ή όχι. Στην άσκηση αυτή για λόγους συντομίας σταματούμε στο 7.

Πρόβλημα 1ο

Ο δάσκαλος δεν μπορεί να είναι μικρότερος από 20 ετών και μεγαλύτερος από 65 ετών. Από το «κόσκινο» καταγράφουν τα παιδιά τους πρώτους αριθμούς που βρίσκονται στο διάστημα αυτό: 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59 και 61. Αν αντιστρέψουμε τα ψηφία των αριθμών 53 και 59, προκύπτουν οι αριθμοί 35 και 95, οι οποίοι διαιρούνται με το 5. Ο δάσκαλος... ελπίζει να ζήσει ως τα 95. Άρα είναι 59 ετών.

Εναλλακτικά αρκεί να βρούμε τους πρώτους, μεταξύ των αριθμών 50 και 59. Καθώς για να διαιρείται με το 5 πρέπει να τελειώνει σε 0 ή 5. Οι πρώτοι αριθμοί από το 50 ως το 59 είναι το ο 53 και ο 59. Άρα είναι ο 59 καθώς ο δάσκαλος ελπίζει να ζήσει 95 (τα 35 τα έχει ήδη περάσει).

Πρόβλημα 2ο

Το μεγαλύτερο γινόμενο θα προκύψει από τους δύο πιο μεγάλους παράγοντες, δηλαδή τους δύο πρώτους αριθμούς που βρίσκονται πιο κοντά στο 100. Αυτοί είναι το 89 και το 97. Οι αριθμοί αυτοί δίνουν ως γινόμενο τον αριθμό 8.633 ο οποίος δεν είναι πρώτος αριθμός επειδή έχει ως διαιρέτες - πέρα από το 1 και τον εαυτό του- το 89 και το 97.

Πρόβλημα 3ο

2	8	3	**13**
6	**4**	**9**	19
5	1	7	13
13	13	19	

2	8	3	**13**
6	**4**	**9**	19
5	7	1	13
13	19	13	

Όπως φαίνεται στους πίνακες, δύο είναι οι πιθανές λύσεις για να έχουμε οριζόντια και κάθετα πρώτους αριθμούς ως άθροισμα.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Μυστικοί κώδικες και κρυπτογραφία»*

Η κρυπτογραφία είναι μία επιστήμη που βασίζεται στα μαθηματικά για την κωδικοποίηση και την αποκωδικοποίηση των δεδομένων. Οι μέθοδοι κρυπτογράφησης καθιστούν τα «ευαίσθητα» προσωπικά δεδομένα προσβάσιμα μόνο από όσους είναι κατάλληλα εξουσιοδοτημένοι. Εξασφαλίζεται έτσι το απόρρητο στις ψηφιακές επικοινωνίες αλλά και στην αποθήκευση πολύτιμων πληροφοριών.

Από το αρχικό κείμενο του μηνύματος με την κρυπτογράφηση (εφαρμογή κωδικοποίησης) προκύπτει ένα ακατάληπτο μήνυμα που ονομάζεται κρυπτογράφημα. Αποκρυπτογράφηση είναι η ανάκτηση του απλού κειμένου από το κρυπτογράφημα με την εφαρμογή της αντίστροφης κωδικοποίησης. Η κρυπτογραφημένη επικοινωνία είναι αποτελεσματική, όταν μόνο τα άτομα που συμμετέχουν σε αυτή μπορούν να ανακτήσουν το περιεχόμενο του αρχικού μηνύματος.

Η δραστηριότητα που αφορά την κωδικοποίηση και την κρυπτογραφία θα συνδέσει τα μαθηματικά με περιοχές που εξάπτουν τη φαντασία των παιδιών (μυστικές επικοινωνίες, κατασκοπία και επικοινωνία των στρατηγών με τους επιτελείς τους).

Βασικό στοιχείο της δραστηριότητας που πρέπει να επισημανθεί στους μαθητές (και θα χρησιμοποιηθεί στο επόμενο μάθημα) είναι η χρήση γινομένων από πρώτους αριθμούς που θα μας δώσουν την κωδικοποίηση. Για παράδειγμα, $2 \cdot 2 = 4$ μας δίνει την κωδικοποίηση (4Α) με την οποία η λέξη ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ γίνεται ΠΕΜΛΠΕΨΝΞΕ, δηλαδή μετακινούνται τα γράμματα κατά 4 θέσεις αριστερά (η επάνω σειρά είναι η αρχική και η κάτω σειρά είναι αυτή που προέκυψε μετά την εφαρμογή της κωδικοποίησης) όπως φαίνεται και στον πιο κάτω πίνακα.

Το σχέδιο που απεικονίζεται δίπλα δείχνει τι σημαίνει κρυπτογραφία.

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ζ	Η	Θ	Ι	Κ	Λ	Μ	Ν	Ξ	Ο	Π	Ρ	Σ	Τ	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω
Ε	Ζ	Η	Θ	Ι	Κ	Λ	Μ	Ν	Ξ	Ο	Π	Ρ	Σ	Τ	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω	Α	Β	Γ	Δ

Κείμενο → κωδικοποίηση = κρυπτογράφημα → αντίστροφη κωδικοποίηση → κείμενο.

Η δραστηριότητα προτείνεται να αντιμετωπιστεί από τους μαθητές ομαδικά, ώστε να είναι δυνατή η ανταλλαγή ιδεών και κωδικοποιημένων ονομάτων.

Κεφάλαιο 15ο Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών

Δέντρα με αριθμούς

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να αναλύει έναν σύνθετο αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.*
- *Να μάθει τη διαδικασία ανάλυσης με δεντροδιάγραμμα και με διαδοχικές διαιρέσεις.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να ξεχωρίζει τους πρώτους και τους σύνθετους αριθμούς.*
- *Να μπορεί να παραγοντοποιεί φυσικούς αριθμούς.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με διαδοχικές διαιρέσεις ενδέχεται να δυσκολέψει τους μαθητές.

Δραστηριότητα 1η

Η δραστηριότητα αυτή βασίζεται στη «Δραστηριότητα με προεκτάσεις» του προηγούμενου μαθήματος που είχε τίτλο «Μυστικοί κώδικες και κρυπτογραφία». Μέσα από τη δραστηριότητα εκείνη τα παιδιά έμαθαν ότι η χρήση γινομένων από πρώτους αριθμούς μας δίνει την κωδικοποίηση (για παράδειγμα, 2 • 2 = 4 μας δίνει την κωδικοποίηση 4Δ). Στη δραστηριότητα αυτή καλούνται να επεκτείνουν την προηγούμενη γνώση. Έτσι, ενώ στους μυστικούς κώδικες συνέθεταν αριθμούς, τώρα καλούνται να αναλύσουν αριθμούς σε γινόμενο παραγόντων. Στο πρώτο δέντρο τα παιδιά αναλύουν το 18 είτε ως 2 • 9 ή ως 3 • 6 και συνεχίζοντας την ανάλυση καταλήγουν στο γινόμενο 2 • 3 • 3. Επισημαίνουμε στους μαθητές ότι το κόκκινο βέλος στο δέντρο σημαίνει «ανάλυση», ενώ το μαύρο «μεταφορά». Αναλύοντας το 18 γράφουμε αριστερά το 2 και δεξιά το 9 (ή το 3 και το 6). Στη συνέχεια μεταφέρουμε κάτω το 2 και αναλύουμε το 9.

Στο δεύτερο δέντρο ξεκινάμε και πάλι από το 18 και το αναλύουμε με το δεύτερο τρόπο. Αν δηλαδή την πρώτη φορά το αναλύσαμε ως 2 • 9 τώρα το αναλύουμε ως 3 • 6.

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα αντιστρέψουν την προηγούμενη τεχνική και θα ξεκινήσουν από 3 πρώτους αριθμούς για να δημιουργήσουν ένα σύνθετο αριθμό.

Κανόνας και παραδείγματα *(γαλάζιο πλαίσιο)*

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Αν χρειάζεται να ελέγξουμε την κατανόηση της τεχνικής της παραγοντοποίησης, ζητάμε από τους μαθητές να μας εξηγήσουν τα παραδείγματα.

Εφαρμογές 1η και 2η

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Παροτρύνουμε τους μαθητές να τις ακολουθήσουν βήμα προς βήμα για να βεβαιωθούμε ότι κατανόησαν την τεχνική.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

36	**63**	**67**	**70**	**78**	**84**	**91**
2 • 2 • 3 • 3	3 • 3 • 7	1 • 67	2 • 5 • 7	2 • 3 • 13	2 • 2 • 3 • 7	7 • 13

Άσκηση 3η

210	350	730
2 • 105	2 • 175	2 • 365
2 • 5 • 21	2 • 5 • 35	2 • 5 • 73
2 • 5 • 3 • 7	2 • 5 • 5 • 7	

Άσκηση 4η

96 = 2 • 2 • 2 • 2 • 2 • 3
405 = 3 • 3 • 3 • 3 • 5
675 = 3 • 3 • 3 • 5 • 5
291 = 3 • 97
87 = 3 • 29

Πρόβλημα 1ο

Λύση: 100 = 2 • 2 • 5 • 5

Πρόβλημα 2ο

Λύση: 2310 = 2 • 3 • 5 • 7 • 11

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Αφίσα με τους 24 πρώτους αριθμούς»*

Η δραστηριότητα αυτή είναι μία εφαρμογή των πρώτων αριθμών που έχουν μάθει τα παιδιά στο προηγούμενο μάθημα και της παραγοντοποίησης που έμαθαν στο συγκεκριμένο μάθημα. Ανάλογα με την κρίση του δασκάλου και το διαθέσιμο χρόνο, η δραστηριότητα μπορεί να ανατεθεί στους μαθητές κατά την ώρα των μαθηματικών ή να συνδυαστεί με κάποιο μάθημα των καλλιτεχνικών. Τα θέματα για συζήτηση, όπως και στις προηγούμενες ανάλογες δραστηριότητες, πρέπει να αντιμετωπιστούν ομαδικά από τα παιδιά.

Απαντήσεις:

Οι σελίδες που καλύπτει το καθένα από τα δύο μέρη της μιας ομάδας είναι 2 • 2.

Οι σελίδες που καλύπτει το συνολικό έργο κάθε ομάδας είναι 2 • 2 • 2.

Οι σελίδες που καλύπτει το συνολικό έργο και των τριών ομάδων είναι 2 • 2 • 2 • 3, σύνολο 24.

Με πόσους τρόπους μπορούμε να βρούμε το συνολικό αριθμό των σελίδων της αφίσας:

- 2 • 2 επί 6 υπο - ομάδες: σύνολο 24
- 2 • 2 · 2 επί 3 ομάδες: σύνολο 24
- 6 • 4 φύλλα χαρτί: σύνολο 24

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση:

Ένα ενδιαφέρον ερώτημα είναι ποιος είναι ο μεγαλύτερος πρώτος αριθμός που έχει ανακαλυφθεί. Αν κάνουμε αναζήτηση στο Διαδίκτυο ψάχνοντας τις λέξεις «prime numbers» θα δούμε πόσο το θέμα αν και είναι πολύ παλιό ερευνητικά είναι ακόμα επίκαιρο καθώς δεν υπάρχει τύπος που να μας υπολογίζει όλους τους πρώτους αριθμούς.

Κεφάλαιο 16ο Πολλαπλάσια ενός αριθμού – Ε.Κ.Π.

Έχουμε πολλά κοινά μεταξύ μας

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να βρίσκει πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών.*
- *Να βρίσκει τα κοινά πολλαπλάσια και να εντοπίζει το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αριθμών.*
- *Να χρησιμοποιεί τις διαδοχικές διαιρέσεις των αριθμών για να βρει το Ε.Κ.Π.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να βρίσκει τα πολλαπλάσια ακέραιων αριθμών και να ορίζει το μικρότερο από αυτά ως το Ε.Κ.Π.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η τεχνική των διαδοχικών διαιρέσεων των αριθμών για την εύρεση του Ε.Κ.Π. ενδέχεται να δυσκολέψει τους μαθητές.

Μια γενικότερη δυσκολία που επίσης παρατηρείται είναι η σύγχυση που προκαλείται γύρω από τις έννοιες «διαιρέτης» και «πολλαπλάσιο» ιδίως σε εκφράσεις όπως οι εξής: «είναι πολλαπλάσιο των αριθμών...», «να διαιρείται με τους αριθμούς...».

Δραστηριότητα 1η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα διακρίνουν ότι ένας αριθμός (π.χ. το 12) μπορεί να είναι πολλαπλάσιο διαφορετικών αριθμών.

Διαφορετικοί αριθμοί (π.χ. 3, 4, 6) μπορεί να έχουν περισσότερα από ένα κοινά πολλαπλάσια.

Δραστηριότητα 2η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα οδηγηθούν στην εύρεση των πολλαπλάσιων των αριθμών 2 και 3. Το μικρότερο από τα πολλαπλάσια αυτά (το Ε.Κ.Π.) θα τους δώσει τη λύση στη δραστηριότητα.

Ορισμός του Ε.Κ.Π. (γαλάζιο πλαίσιο) και τεχνική εύρεσής του (πορτοκαλί πλαίσιο)

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Η τεχνική εύρεσης του Ε.Κ.Π. εξηγείται αναλυτικά στις εφαρμογές.

Εφαρμογές 1η & 2η

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Ωστόσο, βεβαιωνόμαστε ότι τα παιδιά κατανόησαν την τεχνική της ανάλυσης δύο ή περισσότερων αριθμών σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 3η

Ο μικρότερος αριθμός που μπορεί να διαιρεθεί με το 6, το 8, το 10 και το 12 είναι το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο αυτών των αριθμών, δηλαδή το 120.

Πρόβλημα 1ο

Ο μικρότερος αριθμός από μαθητές που μπορούμε να παρατάξουμε σε πεντάδες, δεκάδες και δωδεκάδες είναι το Ε.Κ.Π. των αριθμών αυτών (60), δηλαδή 60 μαθητές.

Πρόβλημα 2ο

Θα ξαναπεράσουν μαζί από το ίδιο σημείο σε 24 λεπτά (Ε.Κ.Π. των 4, 6, 8).

Ο πρώτος θα έχει κάνει 24 : 4 = 6 γύρους, ο δεύτερος 24 : 6 = 4 γύρους και ο τρίτος 24 : 8 = 3 γύρους.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Η σύνοδος των πλανητών»*

Πρόκειται για μία απλή και ενδιαφέρουσα προσέγγιση του ηλιακού συστήματος μέσα από τις κινήσεις και το χρόνο περιστροφής κάθε πλανήτη γύρω από τον Ήλιο. Η δραστηριότητα μπορεί να γίνει ατομικά ή σε ομάδες, ωστόσο τα «**θέματα για διερεύνηση και συζήτηση**» προτείνεται να αντιμετωπιστούν ομαδικά. Οι ομάδες αντλούν πληροφορίες από το κείμενο, τις οποίες κατόπιν επεξεργάζονται. Στη συνέχεια προχωρούν στην ανακοίνωση των πορισμάτων τους, γίνεται επέκταση, σύνδεση με άλλες γνωστικές περιοχές και ανοιχτή συζήτηση στην τάξη. Οι ομάδες αναζητούν τις αιτίες και προσπαθούν να ερμηνεύσουν τα φαινόμενα που παρουσιάζονται στη δραστηριότητα. Η συγκεκριμένη δραστηριότητα μπορεί να αποτελέσει την αφορμή για πιο ολοκληρωμένη μελέτη κατά τη διάρκεια του σαββατοκύριακου από ομάδα παιδιών ώστε να εμβαθύνουν περισσότερο, να ανατρέξουν σε άλλες πηγές και να παρουσιάσουν την επόμενη εβδομάδα μία μικρή έρευνα - μελέτη του θέματος.

Απαντήσεις:

Το Ε.Κ.Π. των αριθμών 3, 8, 12, 24, 144 και 360 είναι το 720. Άρα χρειάζονται 720 μήνες για να παρατηρηθεί ξανά το φαινόμενο, δηλαδή 720 : 12 = 60 χρόνια.

Μέχρι τότε οι πλανήτες θα έχουν κάνει τις ακόλουθες περιστροφές γύρω από τον ήλιο:

ΠΛΑΝΗΤΗΣ	**Ερμής**	**Αφροδίτη**	**Γη**	**Άρης**	**Δίας**	**Κρόνος**
Περιστροφές	720 : 3 = 240	720 : 8 = 90	60	30	5	2

Όσο πιο μακριά από τον Ήλιο βρίσκεται ο πλανήτης τόσο μεγαλύτερος είναι ο κύκλος που πρέπει να διαγράψει. Κατά συνέπεια τόσο περισσότερο χρόνο χρειάζεται για μία πλήρη περιστροφή.

Οι πέντε πλανήτες ήταν γνωστοί κατά την αρχαιότητα. Έτσι πήραν το όνομά τους από την ελληνική και ρωμαϊκή μυθολογία: ο Δίας (βασιλιάς των θεών), ο Άρης (ο θεός του πολέμου), ο Ερμής (ο αγγελιοφόρος των θεών), η Αφροδίτη (η θεά του Έρωτα και της Αγάπης) και ο Κρόνος (ο πατέρας του Δία και θεός της γεωργίας). Από την εποχή της ανακάλυψης του τηλεσκοπίου, έχουν βρεθεί τρεις ακόμα πλανήτες στο ηλιακό μας σύστημα: ο Ουρανός το 1781, ο Ποσειδώνας το 1846 και ο Πλούτωνας το 1930.

Οι ώρες του χρόνου είναι 24 · 365 = 8760. Το αεροπλάνο λοιπόν διανύει 8,76 εκατομμύρια χιλιόμετρα το χρόνο. Άρα οι αποστάσεις κάθε πλανήτη από τον Ήλιο σε εκατομμύρια χιλιόμετρα έχουν ως εξής:

ΠΛΑΝΗΤΗΣ	**Ερμής**	**Αφροδίτη**	**Γη**	**Άρης**	**Δίας**	**Κρόνος**
Απόσταση σε εκ. χμ.	61,32	105,12	157,68	227,76	779,64	1.427,88

Το βάρος ενός σώματος είναι η δύναμη με την οποία ο πλανήτης έλκει το σώμα αυτό. Η δύναμη αυτή είναι συνάρτηση της μάζας του πλανήτη. Όσο πιο μεγάλη είναι η μάζα του πλανήτη τόσο πιο δυνατά έλκει τα σώματα που βρίσκονται κοντά του. Για παράδειγμα, στη Σελήνη η οποία έχει πολύ μικρότερη μάζα από αυτήν της Γης το βάρος ενός σώματος, το οποίο στη Γη ζυγίζει 50 κιλά, θα είναι 8,3 κιλά.

Κεφάλαιο 17ο Δυνάμεις

Πολλοί μαζί είμαστε πιο δυνατοί

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να γνωρίσει την έννοια και το συμβολισμό της δύναμης ενός αριθμού.*
- *Να διαβάζει και γράφει δυνάμεις.*
- *Να γράφει το γινόμενο ίδιων παραγόντων με δύναμη και αντίστροφα.*
- *Να υπολογίζει τις δυνάμεις ενός αριθμού.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να χειρίζεται δυνάμεις αριθμών.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Ο πολλαπλασιασμός βάσης με τον εκθέτη είναι ένα λάθος που πολλές φορές παρατηρείται στην περίπτωση των δυνάμεων.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι συχνά έχουμε πολλαπλασιασμούς των οποίων οι παράγοντες είναι ίδιοι.

Στην πρώτη περίπτωση $4 \cdot 4 = 16$ και στη δεύτερη $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$.

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα διαπιστώσουν ότι στους πολλαπλασιασμούς, στους οποίους όλοι οι παράγοντες είναι ίδιοι, για να βρούμε τη λύση πρέπει να κάνουμε έναν προς έναν τους επιμέρους πολλαπλασιασμούς. Για παράδειγμα, οι αριθμοί που αναφέρονται στη δραστηριότητα είναι $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$. Για να υπολογιστεί το αποτέλεσμα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε τους δύο πρώτους αριθμούς μεταξύ τους, το γινόμενό τους με τον δεύτερο, το νέο γινόμενο με τον τρίτο κ.ο.κ. προκειμένου να φτάσουμε στο τελικό γινόμενο που είναι το 16.807. Εύλογα λοιπόν θα προκύψει η απορία στα παιδιά: «Δεν υπάρχει πιο σύντομος τρόπος για να γράψουμε ένα γινόμενο που οι όροι του είναι όλοι ίδιοι;». Εξηγούμε ότι ο σύντομος τρόπος είναι να γράψουμε 2 αριθμούς. Ο ένας θα είναι ο αριθμός που πολλαπλασιάζεται με τον εαυτό του και ο δεύτερος ο αριθμός που μας δείχνει πόσες φορές πολλαπλασιάζεται. Στην περίπτωσή μας έχουμε $\mathbf{7^5}$.

Κανόνας *(γαλάζιο πλαίσιο)*

Δίνεται συστηματοποιημένη η μαθηματική γνώση για τις δυνάμεις.

Τρόπος γραφής και ανάγνωσης δυνάμεων *(πορτοκαλί πλαίσιο)*

Δίνεται η τεχνική γραφής και ανάγνωσης δυνάμεων.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 4

Τα παιδιά αναλύουν με διαδοχικές διαιρέσεις κάθε αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και τον γράφουν ως δύναμη: $625 = 5^5$ $343 = 7^3$

$243 = 3^5$ $169 = 13^2$

Πρόβλημα 1ο

Η ποσότητα των τραπεζιών είναι $4 \cdot 4 \cdot 4 = \mathbf{4^3}$, δηλαδή 64.

Η συνολική ποσότητα καρεκλών είναι 4 • 4 • 4 • 4 = $\mathbf{4^4}$, δηλαδή 256.

Το κόστος τους είναι:

Τραπέζια 64 • 80 = 5.120 €.

Καρέκλες 256 • 60 = 15.360 €.

Το συνολικό κόστος είναι 5.120 + 15.360 = 20.480 €.

Πρόβλημα 2ο

Λύση: Έχουμε 6 • 6 • 6 • 6 • 6 = $\mathbf{6^5}$. Κάνοντας τους πολλαπλασιασμούς βρίσκουμε $\mathbf{6^5}$ = 7.776

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Το Δήλιο πρόβλημα»*

Πρόκειται για μία πρώτη εισαγωγή των παιδιών σε ένα από τα διάσημα άλυτα μαθηματικά προβλήματα της ευκλείδειας γεωμετρίας. Ο κύβος πλευράς 4 εκατοστών έχει όγκο 4 • 4 • 4 = 64 κυβικά εκατοστά. Διπλασιάζοντας την πλευρά ο όγκος οχταπλασιάζεται (8 • 8 • 8 = 512 κυβικά εκατοστά). Για να διπλασιαστεί ο αρχικός κύβος, να γίνει δηλαδή 128 κ. εκ., πρέπει να βρεθεί ένας αριθμός ο οποίος, αν υψωθεί στην τρίτη δύναμη, να μας δώσει 128. Η αδυναμία της επίλυσης βρίσκεται στο γεγονός ότι δεν μπορούμε να βρούμε έναν αριθμό που αν υψωθεί στην τρίτη δύναμη, θα μας δώσει το 128 (π.χ. το 5,05 στην τρίτη δίνει 128,787625).

Εξηγούμε ότι το πρόβλημα είναι άλυτο και αναφέρουμε και άλλα άλυτα προβλήματα.

Ιστορικό σημείωμα

Ένα από τα περίφημα άλυτα προβλήματα των μαθηματικών της αρχαίας Ελλάδας αφορά την κατασκευή ενός κύβου με όγκο διπλάσιο από τον όγκο ενός δοσμένου κύβου. Αν και το πρόβλημα είναι πολύ παλαιότερο, οφείλει την ονομασία του σε μία επιδημία που έπληξε τη Δήλο περίπου το 430 π.Χ. Το μαντείο έδωσε χρησμό στους Δήλιους ότι η επιδημία θα σταματούσε μόνο αν κατασκεύαζαν έναν κυβικό βωμό, διπλάσιο σε μέγεθος από αυτόν που υπήρχε. Οι Δήλιοι ζήτησαν τη βοήθεια ακόμη και του Πλάτωνα για να λύσουν το πρόβλημα. Η αδυναμία των αρχαίων να το επιλύσουν οφείλεται στο γεγονός ότι το πρόβλημα δεν λύνεται με κανόνα και διαβήτη, γεγονός που έγινε πλήρως κατανοητό τον 19ο αιώνα.

Ο Ιπποκράτης ο Χίος απέδειξε, περίπου το έτος 460 π.Χ., ότι το πρόβλημα ανάγεται στην εύρεση δύο μέσων ανάλογων μεταξύ ενός ευθύγραμμου τμήματος και του διπλάσιού του, δηλαδή να βρεθούν χ, ψ τέτοια, ώστε να ισχύει: $\frac{α}{χ} = \frac{χ}{ψ} = \frac{ψ}{2α}$ από την οποία προκύπτει $χ^3 = 2α^3$, δηλαδή ένας κύβος διπλάσιος ενός δοσμένου κύβου.

Αφού η λύση με κανόνα και διαβήτη είναι αδύνατη, όλες οι λύσεις που προτάθηκαν από τους αρχαίους Έλληνες οδηγούσαν σε καμπύλες και επιφάνειες βαθμού μεγαλύτερου από το 2.

Σχετική βιβλιογραφία

Τα περίφημα άλυτα προβλήματα της αρχαιότητας Μ.Α. Μπρίκας, Αθήνα 1970.

The ancient tradition of geometric problems, Wilbur Richard Kuorr.

http://www.math.uoa.gr/web/activ/magaz/teyxos1/thema3.htm

Κεφάλαιο 18ο Δυνάμεις του 10

Συσκευασία: «Δέκα σε ένα»

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να γνωρίσει τις δυνάμεις του 10.*
- *Να γράφει τους μεγάλους αριθμούς χρησιμοποιώντας τις δυνάμεις του 10.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναλύει αριθμούς και να δημιουργεί αναπτύγματα αριθμών.*
- *Να χειρίζεται αναπτύγματα αριθμών.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η ανάγνωση μεγάλων αριθμών ενδέχεται να δυσκολέψει τους μαθητές (π.χ. τρισεκατομμύρια, τετράκις εκατομμύρια κ.λπ.).

Ο κανόνας για τη γραφή ενός μεγάλου αριθμού ως δύναμη του δέκα (επιστημονικός συμβολισμός) προϋποθέτει ότι ο αριθμός μπροστά από τη δύναμη του 10 να είναι μεγαλύτερος ή ίσος του ένα και μικρότερος του 10. Δηλαδή δεν συνηθίζουμε να γράφουμε $58 \cdot 10^{10}$ αλλά $5{,}8 \cdot 10^{11}$.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι μπορούμε οποιονδήποτε αριθμό να τον εκφράσουν ως δεκαδικό ανάπτυγμα με δυνάμεις του 10.

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα διακρίνουν ότι η διαφορά ανάμεσα σε αριθμούς που εκφράζονται με δυνάμεις του 10 είναι δύναμη του 10 με εκθέτη τη διαφορά των εκθετών τους. Για παράδειγμα, η διαφορά του 10^4 από το 10^{10} είναι 10^6. Τελικά τα παιδιά συμπεραίνουν ότι χρησιμοποιώντας τις δυνάμεις του 10 μπορούμε να γράψουμε με σύντομο τρόπο πολύ μεγάλους αριθμούς,

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 4η

Για να απλοποιήσουμε τους υπολογισμούς υπολογίζουμε πόσα δευτερόλεπτα έχει η ώρα (3.600) και πόσα έχει ο χρόνος: 365 • 24 • 3600 = 31.536.000. ($3{,}1 \cdot 10^7$ περίπου).

Κάνουμε τους υπολογισμούς και έχουμε:

α) $1{,}8 \cdot 10^4$, **β)** $2{,}4 \cdot 10^9$, **γ)** $6 \cdot 10^2$, **δ)** $3{,}7 \cdot 10^8$, **ε)** $7{,}6 \cdot 10^8$

Πρόβλημα 1ο

Λύση: 4.500.000.000 : 250.000 = 1.800 φορές ή $1{,}8 \cdot 10^4$ φορές.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: ***«Αποστάσεις και ταχύτητες στο διάστημα»***

Απαντήσεις

Ταχύτητα του φωτός $3 \cdot 10^5$ χμ/δευτερόλεπτο ή 18.000.000 χμ/λεπτό

Από τον Ήλιο ως τη γη το φως χρειάζεται 150.000.000 **:** 18.000.000 = 8,33 λεπτά

Το έτος φωτός σε χιλιόμετρα (300.000 • 60 • 60 • 24 • 365) = 9.460.800.000.000 χμ.

Κεφάλαιο 19ο Κλάσματα ομώνυμα και ετερώνυμα

Τι πλάσμα είναι αυτό το... κλάσμα;

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να μελετήσει την έννοια του κλάσματος ως μέρος του όλου.*
- *Να συγκρίνει το κλάσμα με την ακέραιη μονάδα.*
- *Να διαπιστώσει ότι υπάρχουν κάποια κλάσματα που μετατρέπονται σε μεικτούς αριθμούς και να μάθει πώς να μετατρέπει τη μία μορφή στην άλλη.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει με ευκολία και να χειρίζεται κλάσματα διαφορετικής αξίας.*
- *Να μετατρέπει κλάσματα σε μεικτούς και αντίστροφα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Τα αποτελέσματα ερευνών τόσο στο εξωτερικό όσο και στην Ελλάδα (Φιλίππου 1990, 1991, Τζεκάκη 2000) δείχνουν ότι οι μαθητές παρουσιάζουν ιδιαίτερα χαμηλές επιδόσεις στα κλάσματα. Οι δυσκολίες αποδίδονται κυρίως στην έλλειψη κατανόησης της έννοιας του κλάσματος, της ισοδυναμίας κλασμάτων και της σημασίας των πράξεων με κλάσματα.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα θυμηθούν ότι το κλάσμα είναι ο αριθμός που δηλώνει το μέρος ενός «όλου». Ο παρονομαστής του κλάσματος δηλώνει το σύνολο των μερών του «όλου», ενώ ο αριθμητής τα μέρη που χρησιμοποιούμε.

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δεύτερη δραστηριότητα τα παιδιά θα διακρίνουν ότι, όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι ίσος με τον παρονομαστή, το κλάσμα είναι ίσο με τη μονάδα.

Όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή, το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από τη μονάδα. Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να χωρίσουμε τις ακέραιες μονάδες και να μετατρέψουμε το κλάσμα σε μεικτό αριθμό.

Κανόνας και παραδείγματα (γαλάζιο πλαίσιο)

Στο πλαίσιο αυτό παρουσιάζονται συνοπτικά και συστηματοποιημένα οι γνώσεις που ήδη κατέχουν τα παιδιά για τα κλάσματα.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 1ο

Προτείνεται να αντιμετωπιστεί ομαδικά, ώστε τα παιδιά να καταλάβουν με «χειροπιαστό» τρόπο την έννοια του κλάσματος.

Οι πιθανές λύσεις είναι οι ακόλουθες:

α) Ως μέρος του όλου: $\frac{1}{2}$ του 20 = 10, $\frac{1}{10}$ του 20 = 2, $\frac{1}{5}$ του 20 = 4, $\frac{1}{4}$ του 20 = 5, $\frac{1}{20}$ του 20 = 1 και $\frac{1}{1}$ του 20 = 20.

β) Με παρονομαστή το 100: $\frac{1}{2}$ του 20 = $\frac{50}{100}$, $\frac{1}{10}$ του 20 = $\frac{10}{100}$, $\frac{1}{5}$ του 20 = $\frac{10}{100}$,

$\frac{1}{4}$ του 20 = $\frac{25}{100}$, $\frac{1}{20}$ του 20 = $\frac{5}{100}$ και $\frac{1}{1}$ του 20 = $\frac{100}{100}$.

Πρόβλημα 2ο

Στην περίπτωση της Μαρίας χωρίζουμε τη σοκολάτα σε 8 ίσα μέρη (120 : 8 = 15) και παίρνουμε τα 3 δηλαδή 3 • 15 = 45 γραμμάρια. Στην περίπτωση της Πόπης χωρίζουμε τη σοκολάτα σε 3 μέρη (120 : 3 = 40) και παίρνουμε το 1, δηλαδή 40 γραμμάρια.

Πρόβλημα 3ο

Η Νίνα μένει $\frac{10}{8} = \frac{8}{8} +, \frac{2}{8}$ δηλαδή $1\frac{2}{8}$ χιλιόμετρα. Άρα ο Βαγγέλης μένει πιο κοντά.

Πρόβλημα 4ο

Χωρίζουμε τα 126 παιδιά σε 7 μέρη και παίρνουμε τα 3. 126 : 7 = 18   3 • 18 = 54

Άρα 54 παιδιά φορούν γυαλιά. Αυτά τα χωρίζουμε σε 9 μέρη και παίρνουμε τα 5 για να βρούμε τα αγόρια. Έτσι έχουμε: 54 : 9 = 6 και 5 · 6 = 30. Συνεπώς 30 από αυτά είναι αγόρια.

Ως επέκταση (προαιρετικά και σύμφωνα πάντα με το διαθέσιμο χρόνο) μπορεί να δοθεί στους μαθητές ως θέμα το ακόλουθο:

«Κάντε κι εσείς μία παρόμοια έρευνα στο σχολείο και γράψτε τα αποτελέσματα με κλάσματα» (π.χ. Πόσοι από τους μαθητές τρώνε δημητριακά για πρωινό).

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Μεγέθη χαρτιών»*

Πρόκειται για μία ευχάριστη όσο και δημιουργική δραστηριότητα που θα δώσει στους μαθητές ένα «χειροπιαστό» πρόβλημα για να εφαρμόσουν τις γνώσεις τους. Η δραστηριότητα μπορεί να αντιμετωπιστεί ατομικά ή ομαδικά κατά την κρίση του δασκάλου. Δίνουμε στις ομάδες ή σε κάθε παιδί από ένα λευκό φύλλο Α4. Στη συνέχεια προτρέπουμε τους μαθητές να εργαστούν κόβοντας ή σχεδιάζοντας κάθε φορά τα νέα μέρη που θα προκύπτουν ώστε να απαντήσουν στις ερωτήσεις της δραστηριότητας.

Θέματα για συζήτηση

Το χαρτί Α3 είναι διπλάσιο του Α4 (με την ίδια λογική κατά την οποία το Α4 είναι διπλάσιο του Α5), το Α2 διπλάσιο του Α3 κ.λπ.

Αρχιτεκτονικά σχέδια, αφίσες και χάρτες χρειάζονται χαρτιά μεγαλύτερα του Α4.

Τονίζουμε ότι ανάλογα με την κρίση του δασκάλου και το διαθέσιμο χρόνο, η δραστηριότητα μπορεί να αντιμετωπιστεί κατά την ώρα των Μαθηματικών, να συνδυαστεί με άλλες διαθεματικές δραστηριότητες ή απλώς να γίνει «στο σπίτι». Ωστόσο, τα «θέματα για συζήτηση» κρίνεται καλό να αντιμετωπιστούν ομαδικά από τα παιδιά, όπως συνέβη και σε προηγούμενες ανάλογες δραστηριότητες.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Κλάσματα».

Κεφάλαιο 20ό Το κλάσμα ως ακριβές πηλίκο διαίρεσης

Ποιος θα με βοηθήσει στο μοίρασμα;

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να διαπιστώσει ότι το κλάσμα είναι το πηλίκο μίας διαίρεσης.*
- *Να μάθει να μετατρέπει ένα κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό και αντίστροφα.*
- *Να σημειώνει τη θέση του κλάσματος στην αριθμογραμμή από τη δεκαδική του αξία.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει και να τοποθετεί στην αριθμογραμμή κλάσματα διαφορετικής αξίας.*
- *Να μετατρέπει κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και αντίστροφα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η αναγνώριση της αξίας του κλάσματος δυσκολεύει τους μαθητές όπως επίσης οι μετατροπές κλασμάτων σε δεκαδικούς αριθμούς.

Γενικά, η παρουσίαση του κλάσματος ως υπο-περιοχής, που κυριαρχεί στα σχολικά εγχειρίδια και στις διδακτικές πρακτικές, αν και δεν παρουσιάζει ιδιαίτερα προβλήματα κατανόησης, θέτει σοβαρά εμπόδια στο χειρισμό του κλάσματος από τους μαθητές ως σημείου της αριθμογραμμής, ως αποτέλεσμα διαίρεσης ή ως τρόπου σύγκρισης μεγεθών ή μετρήσεων από τους μαθητές (Τζεκάκη, 2000).

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από την αντιμετώπιση της δραστηριότητας αυτής τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι μπορούμε να εκφράσουμε το πηλίκο μίας διαίρεσης ως κλάσμα. Με τον τρόπο αυτό καταφέρνουμε να εκφράσουμε με ακρίβεια το πηλίκο, στην περίπτωση κατά την οποία η διαίρεση είναι ατελής (όπως στη δραστηριότητα 10 : 3 = 3,33333...).

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα διακρίνουν ότι, για να βρούμε σε ποιο σημείο στην αριθμογραμμή αντιστοιχεί ο αριθμός που εκφράζεται με ένα κλάσμα, ένας τρόπος είναι να μετατρέψουμε το κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό και να το τοποθετήσουμε στο ακριβές σημείο της αριθμογραμμής. Όταν η διαίρεση είναι ατελής, στρογγυλοποιούμε στα δέκατα, στα εκατοστά ή στα χιλιοστά, ανάλογα με την ακρίβεια που θέλουμε, και τοποθετούμε το σημείο στην αριθμογραμμή.

Σημείωση: Δεν γράφονται όλοι οι δεκαδικοί αριθμοί ως κλάσματα με παρονομαστή δυνάμεις του 10. Για παράδειγμα το 1/3 είναι ο δεκαδικός αριθμός 0,3333333… που δεν γράφεται ως κλάσμα με παρονομαστή δυνάμεις του 10.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 4η

α. $\frac{4}{5}$ μ. = 0,8 μ. **β.** $\frac{8}{4}$ μ. = 2 μ. **γ.** $\frac{50}{100}$ μ. = 0,5 μ **δ.** $\frac{12}{8}$ μ. = 1,5 μ. **ε.** $\frac{3}{5}$ μ. = 0,6 μ.

Πρόβλημα 1ο

Ο φούρνος χρειάζεται $\frac{4}{10}$ κιλού ή $\frac{4000}{10}$ = 400 γραμμάρια αλεύρι.

Πρόβλημα 2ο

Σε κάθε κανάτα θα χωρέσει ακριβώς $\frac{8}{3}$ λίτρα ή 8 : 3 = 2,66 λ. (με ακρίβεια εκατοστού).

Πρόβλημα 3ο

Κάθε παιδί έφαγε $\frac{6}{4}$, δηλαδή 6 : 4 = 1,5 κρέπα.

Κεφάλαιο 21ο Ισοδύναμα κλάσματα

Μπορώ να λέω το ίδιο και με άλλα λόγια!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να αναγνωρίζει δύο ισοδύναμα κλάσματα.*
- *Να δημιουργεί ισοδύναμα κλάσματα.*
- *Να απλοποιεί κλάσματα, ώστε να γίνουν ανάγωγα.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- Να αναγνωρίζει και να δημιουργεί ισοδύναμα κλάσματα.
- Να απλοποιεί κλάσματα.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι κάποια κλάσματα, ενώ έχουν διαφορετικούς όρους, εκφράζουν το ίδιο μέρος του όλου. Οι όροι των κλασμάτων αυτών είναι πολλαπλάσια των όρων του κλάσματος της ισοδυναμίας με τους μικρότερους όρους (οι όροι στα κλάσματα της δραστηριότητας είναι πολλαπλάσια του κλάσματος $\frac{1}{2}$ που είναι το κλάσμα της ισοδυναμίας με τους μικρότερους όρους).

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα διακρίνουν ότι μπορούμε να σχηματίσουμε κι άλλα κλάσματα ισοδύναμα προς ένα κλάσμα (πολλαπλασιάζοντας ή διαιρώντας τους όρους του με τον ίδιο αριθμό), ωστόσο είναι πιο «βολικό» να χρησιμοποιούμε το κλάσμα με τους μικρότερους όρους προκειμένου να εκφραστούμε.

Κανόνας και παραδείγματα *(γαλάζιο πλαίσιο)*

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Αν χρειάζεται να ελέγξουμε ότι τα παιδιά κατανόησαν τον κανόνα, ζητάμε να μας εξηγήσουν τα παραδείγματα.

Εφαρμογή

Η συζήτηση που υπάρχει μετά την εφαρμογή είναι σημαντική για να ξεκαθαρίσουν οι μαθητές ότι υπάρχουν άπειρα κλάσματα ισοδύναμα ενός κλάσματος. Απλώς επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε κάθε φορά το κλάσμα που μας διευκολύνει.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

Τα τρία ζευγάρια ισοδύναμων κλασμάτων είναι τα εξής: $\frac{9}{15}, \frac{3}{5}$ $\quad \frac{2}{10}, \frac{1}{5}$ $\quad \frac{8}{4}, \frac{24}{12}$

Άσκηση 2η

Τα κλάσματα $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \frac{12}{30}$ είναι ίσα με 0,4.

Άσκηση 3η

$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$, $\quad \frac{5}{7} = \frac{25}{35}$, $\quad \frac{6}{9} = \frac{36}{54}$, $\quad \frac{21}{84} = \frac{7}{28}$

Άσκηση 4η

$\frac{11}{7}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{2}{9}$

Πρόβλημα 1ο

Λύση:

Τα $\frac{45}{60}$ είναι $\frac{3}{4}$. Αφού λοιπόν τα έχει καταναλώσει, ο δείκτης θα είναι στο $\frac{1}{4}$.

Τα $\frac{4}{4}$ είναι 60 λίτρα. Άρα $\frac{1}{4}$ = 15, $\frac{1}{2}$ = 30 και $\frac{3}{4}$ = 45 λίτρα.

Σημείωση: *συνήθως τα αυτοκίνητα έχουν μια μικρή ποσότητα βενζίνης (ρεζέρβα) ακόμα και αν ο δείκτης δείχνει ότι τελείωσε η βενζίνη αυτό δεν το λαμβάνουμε υπόψη μας στο πρόβλημα*

Πρόβλημα 2ο

Λύση:

Απλοποιούμε το κλάσμα $\frac{20}{25}$ διαιρώντας με το 5 και έχουμε $\frac{4}{5}$. Στη συνέχεια απλοποιούμε το $\frac{24}{30}$. Διαιρώντας με το 6 και πάλι έχω $\frac{4}{5}$. Άρα οι δύο τάξεις είναι ισοδύναμες.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Θέματα υγείας»*

Ένα από τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα του χειμώνα και της κακοκαιρίας είναι ότι συνοδεύονται συχνά από ιώσεις και απουσίες των μαθητών από το σχολείο. Με τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά καλούνται να ερευνήσουν τον αριθμό των απόντων ανά τάξη και συνολικά στο σχολείο. Εξετάζοντας τους απόντες ανά τάξη θα παρατηρήσουν ότι ο αριθμός τους είναι σχετικά μικρός (πλην της Β΄ τάξης), ενώ στο σύνολο των τάξεων απουσίαζαν 70 μαθητές από τους 160 που φοιτούν στο σχολείο.

Τα θέματα για συζήτηση κρίνεται καλό να αντιμετωπιστούν ομαδικά από τα παιδιά, όπως συνέβη και σε προηγούμενες δραστηριότητες.

Ανάλογα με την κρίση του δασκάλου και το διαθέσιμο χρόνο, η δραστηριότητα μπορεί να αντιμετωπιστεί την ώρα των Μαθηματικών ή να γίνει «στο σπίτι».

Λύσεις:

Έλειπαν ανά τάξη: Α΄ = 10, Β΄ = 20, Γ΄ = 12, Δ΄ = 16, Ε΄ = 6, Στ΄ = 6. Σύνολο: 70.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Κλάσματα».

Κεφάλαιο 22ο Σύγκριση – διάταξη κλασμάτων

Πώς θα μπούμε στη σειρά;

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να συγκρίνει ομώνυμα και ετερώνυμα κλάσματα.*
- *Να διατάσσει τα κλάσματα κατά αύξουσα ή φθίνουσα σειρά.*
- *Να τοποθετεί τα κλάσματα στην αριθμογραμμή.*
- *Να μετατρέπει ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει και να διατάσσει ομώνυμα και ετερώνυμα κλάσματα.*
- *Να μετατρέπει κλάσματα σε ομώνυμα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Πολλές φορές τα παιδιά αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην εκτίμηση της αξίας ενός κλάσματος. Παρασύρονται από τις γνώσεις τους στους φυσικούς αριθμούς και στην περίπτωση κλασμάτων με ίσους αριθμητές θεωρούν πως μεγαλύτερο είναι το κλάσμα που έχει το μεγαλύτερο παρονομαστή.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι μεταξύ των κλασμάτων που έχουν τον ίδιο παρονομαστή (ομώνυμα) μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μεγαλύτερο αριθμητή. Με βάση τη διαπίστωση αυτή μπορούν εύκολα να τα διατάξουν κατά αύξουσα ή φθίνουσα σειρά. Όταν όμως οι παρονομαστές είναι διαφορετικοί (ετερώνυμα), δεν μπορούμε να συγκρίνουμε τα κλάσματα μεταξύ τους, μπορούμε όμως να βρούμε και να συγκρίνουμε τα ισοδύναμά τους που έχουν τον ίδιο παρονομαστή. Η διαδικασία αυτή λέγεται μετατροπή κλασμάτων σε ομώνυμα.

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα διατάξουν ομώνυμα κλάσματα σε αύξουσα σειρά και θα τα τοποθετήσουν στην αριθμογραμμή. Στη συνέχεια θα διακρίνουν ότι μπορούμε να βρούμε ποιο κλάσμα παρεμβάλλεται ανάμεσα σε δύο άλλα αν συγκρίνουμε τους αριθμητές τους. Βασική προϋπόθεση, φυσικά, θεωρείται τα κλάσματα που συγκρίνουμε να είναι ομώνυμα. Αν τα κλάσματα δεν είναι ομώνυμα είναι ευκολότερο να τα συγκρίνουμε αν τα τρέψουμε σε ομώνυμα.

Σημείωση: *Η μετατροπή των κλασμάτων σε ομώνυμα δεν είναι ο μοναδικός τρόπος σύγκρισης καθώς υπάρχουν και άλλες διαδικασίες ανάλογα με τη μορφή των κλασμάτων. Για παράδειγμα αν έχουν τους ίδιους αριθμητές μπορούμε να κάνουμε τη σύγκριση εξετάζοντας τους παρονομαστές. Μερικές φορές η σύγκριση είναι δυνατόν να γίνει και προσεγγιστικά ή ακόμα μέσα από τη μετατροπή σε δεκαδικούς.*

Κανόνας και παραδείγματα *(γαλάζιο πλαίσιο)*

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Αν χρειάζεται να ελέγξουμε ότι τα παιδιά κατανόησαν τον κανόνα, ζητάμε να μας εξηγήσουν τα παραδείγματα.

Τεχνική της μετατροπής κλασμάτων σε ομώνυμα *(πορτοκαλί πλαίσιο)*

Υπενθυμίζουμε, αν χρειάζεται, τι είναι και πώς βρίσκεται το Ε.Κ.Π.

Εφαρμογή 1η

Είναι σημαντικό να κατανοήσουν τα παιδιά τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στον αριθμητή και τον παρονομαστή που τελικά μας δίνει την αξία του κλάσματος.

Εφαρμογή 2η

Μετατροπή σε ομώνυμα. Υπενθυμίζουμε τον τρόπο εύρεσης του Ε.Κ.Π. των παρονομαστών.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

Στη σύγκριση κλασμάτων με ίσους αριθμητές μεγαλύτερο είναι εκείνο με το μικρότερο παρονομαστή. Η διάταξη σε αύξουσα σειρά είναι: $\frac{3}{30}, \frac{3}{25}, \frac{3}{16}, \frac{3}{10}, \frac{3}{2}, \frac{3}{7}, \frac{3}{5}, \frac{3}{4}, \frac{3}{3}$.

Άσκηση 4η

Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών με διαδοχικές διαιρέσεις και έχουμε:

Ε.Κ.Π. 12, 15, 10 = 60. Τα κλάσματα γίνονται $\frac{15}{60}, \frac{24}{60}, \frac{6}{60}$ και είναι εύκολο να διαταχθούν.

Ε.Κ.Π. 4, 20, 5 = 20. Τα κλάσματα γίνονται $\frac{25}{20}, \frac{9}{20}, \frac{8}{20}$ και είναι εύκολο να διαταχθούν.

Ε.Κ.Π. 8, 56, 28 = 28. Τα κλάσματα γίνονται $\frac{7}{56}, \frac{20}{56}, \frac{24}{56}$ και είναι εύκολο να διαταχθούν.

Πρόβλημα 1ο

Τα $\frac{4}{8}$ αντιπροσωπεύουν μεγαλύτερο κομμάτι της σοκολάτας. Τα σκίτσα θα είναι δύο ίδια ορθογώνια χωρισμένα σε 10 μέρη το ένα και σε 8 το άλλο. Σκιάζουν τα αντίστοιχα μέρη.

Πρόβλημα 2ο

Το παιδί που ξόδεψε τα $\frac{3}{5}$.

Πρόβλημα 3ο

Για να συγκρίνουμε τα κλάσματα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα. Ε.Κ.Π. 12, 18, 24 = 72 τα κλάσματα γίνονται: $\frac{60}{72}, \frac{56}{72}, \frac{57}{72}$. Άρα, το σχολείο Α είχε τη μεγαλύτερη επιτυχία.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Ο άνθρωπος μοιάζει με κλάσμα...»*

Πρόκειται για μία απλή και ευχάριστη δραστηριότητα σχετικά με την εφαρμογή της γνώσης των κλασμάτων σε θέματα που προέρχονται από τη ζωή και τη λογοτεχνία. Η συζήτηση με αφετηρία τη δραστηριότητα μπορεί να επεκταθεί και σε άλλες γνωστικές περιοχές (Ιστορία, Κοινωνική και Πολιτική Αγωγή, Θρησκευτικά), να ακολουθήσει, ανταλλαγή απόψεων και διερεύνηση μέσα από συνεργατικές δραστηριότητες.

Ο συγγραφέας πίστευε πως οι άνθρωποι πρέπει να έχουν μόρφωση και καλλιέργεια (αριθμητής) αλλά και σεμνότητα (παρονομαστής) και φυσικά να γνωρίζουν μαθηματικά ώστε να καταλάβουν τι εννοεί!

Ο Πλάτωνας πίστευε πως η γνώση των Μαθηματικών και ιδίως της Γεωμετρίας είναι απαραίτητη στον άνθρωπο. Λέγεται ότι επάνω από την πόρτα της «Ακαδημίας» του είχε γράψει «Μηδείς αγεωμέτρητος εισίτω», δηλαδή όποιος δεν γνωρίζει γεωμετρία να μη μπει.

Ανάλογα πάντα με τις δυνατότητες των παιδιών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις ειδικές συνθήκες της τάξης, ο δάσκαλος μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να ασχοληθούν ή να αγνοήσουν τα θέματα για συζήτηση που η δραστηριότητα περιλαμβάνει.

Κεφάλαιο 23ο Προβλήματα με πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

Η σωστή ενέργεια!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να προσθέτει και να αφαιρεί κλάσματα.*
- *Να λύνει απλά προβλήματα με δεκαδικούς, μεικτούς και κλάσματα ακολουθώντας μια σειρά από βήματα.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να μετατρέπει δεκαδικούς και μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα.*
- *Να μετατρέπει ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα.*
- *Να αναγνωρίζει τα γνωστά από τα άγνωστα στοιχεία του προβλήματος και να λύνει προβλήματα προσθέτοντας και αφαιρώντας κλάσματα.*

Δυσκολίες του κεφαλαίου

Η μετατροπή κλασμάτων, δεκαδικών και μεικτών σε αριθμούς μιας μορφής ενδέχεται να δυσκολέψει τους μαθητές. Επίσης η επιλογή της κατάλληλης πράξης για την επίλυση του προβλήματος είναι ένα ακόμη θέμα που συχνά δυσκολεύει τους μαθητές.

Ερευνητικά δεδομένα, όσον αφορά τις πράξεις με κλάσματα, έδειξαν ότι οι χαμηλές επιδόσεις των παιδιών στην πρόσθεση και την αφαίρεση κλασμάτων ερμηνεύονται ως αποτέλεσμα της δυσκολίας τους να κατανοήσουν την έννοια της ισοδυναμίας κλασμάτων αλλά και τη σκοπιμότητα της ισοδυναμίας. Κατά συνέπεια, οι μαθητές εκτελούν μηχανικά τη σχετική διαδικασία. Οι επιδόσεις που καταγράφονται στις σχετικές έρευνες κυμαίνονται συνήθως μεταξύ του 30% και 50% για τα 11χρονα παιδιά, ενώ δεν αυξάνονται ιδιαίτερα για τα 15χρονα και 16χρονα παιδιά (DES, 1985).

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι, όταν έχουμε αριθμούς διαφορετικής μορφής (δεκαδικούς, μεικτούς και κλάσματα) και χρειάζεται να τους προσθέσουμε ή να τους αφαιρέσουμε, πρέπει πρώτα να τους μετατρέψουμε σε αριθμούς της ίδιας μορφής. Αν τους μετατρέψουμε σε κλάσματα, για να κάνουμε πρόσθεση ή αφαίρεση, πρέπει να μετατρέψουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα.

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα μετατρέψουν έναν δεκαδικό αριθμό σε κλάσμα, θα κάνουν τα κλάσματα ομώνυμα και θα εκτελέσουν προσθέσεις και αφαιρέσεις. Στο τέλος θα οπτικοποιήσουν το αποτέλεσμα βάφοντας με διαφορετικό χρώμα κάθε κομμάτι του παραλληλογράμμου που αναπαριστά την αξία κάθε κλάσματος.

Επισήμανση: *Είναι σημαντικό να μην αφήσουμε την εντύπωση στους μαθητές ότι πάντοτε οδηγούμαστε στο μαθηματικό πίνακα από τις δραστηριότητες. Στο συγκεκριμένο μάθημα οι υπολογισμοί μπορούν να γίνουν είτε νοερά, είτε μετατρέποντας τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς, είτε προσθέτοντας αυτά που συμπληρώνουν ακέραιες μονάδες.*

Εφαρμογή 1η

Πρόσθεση ετερώνυμων κλασμάτων, μετατροπή σε ομώνυμα: Υπενθυμίζουμε τον τρόπο εύρεσης του Ε.Κ.Π. των παρονομαστών και τη διαδικασία μετατροπής σε ομώνυμα.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στη δεύτερη ερώτηση για αυτοέλεγχο δεν είναι απαραίτητο οι μικτοί αριθμοί να μετατρέπονται σε κλάσματα.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Κλάσματα».

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

$3\frac{5}{8} + 1\frac{7}{12} = \frac{29}{8} + \frac{19}{12} = \frac{87}{24} + \frac{36}{24} = \frac{123}{24} = 5\frac{3}{24} = 5\frac{1}{8}$ ή 5,125 μέτρα.

Άσκηση 2η

$\left(\frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{11}{12} + \frac{7}{24}\right) - 2\frac{2}{6} = \left(\frac{18}{24} + \frac{21}{24} + \frac{22}{24} + \frac{7}{24}\right) - \frac{56}{24} = \frac{68}{24} - \frac{56}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$.

Πρόβλημα 1ο

$2\frac{4}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{14}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{168}{60} + \frac{15}{60} + \frac{10}{60} = \frac{193}{60} = 3\frac{13}{60}$ κιλά συνολικό βάρος.

Πρόβλημα 2ο

$γ = \frac{4}{15}$, $π = \frac{2}{5}$, $α = \frac{1}{3}$ Τα κάνουμε ομώνυμα και έχουμε $γ = \frac{4}{15}$, $π = \frac{6}{15}$, $α = \frac{5}{15}$. Άρα τα παιδιά είναι περισσότερα.

Πρόβλημα 3ο

Το μικρότερο κλάσμα είναι το $\frac{1}{42}$, το μεγαλύτερο είναι το $\frac{42}{1}$, ισοδύναμο με το $\frac{1}{3}$ είναι το $\frac{4}{12}$ και ίσο με το 3 είναι το $\frac{12}{4}$.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Επιλογή ψαριών για το ενυδρείο»*

Πρόκειται για μια απλή και ευχάριστη δραστηριότητα για εφαρμογή της γνώσης των κλασμάτων σε θέματα που προέρχονται από την καθημερινή ζωή. Η συζήτηση που θα ξεκινήσει με αφετηρία τη συγκεκριμένη δραστηριότητα μπορεί να επεκταθεί και σε άλλες γνωστικές περιοχές. Ακόμη μπορεί να ακολουθήσει ανταλλαγή απόψεων και διερεύνηση μέσα από συνεργατικές δραστηριότητες.

Ένας τρόπος αντιμετώπισης της δραστηριότητας φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Είδος ψαριού	Κλάσμα στο χαρτί	Αριθμός ψαριών	Τι σκέφτηκα για να το βρω
Χρυσόψαρο	$\frac{1}{5}$	**4**	Κάνω τα κλάσματα ομώνυμα Ε.Κ.Π. = 20 το $\frac{1}{5}$ γίνεται $\frac{4}{20}$
Ψάρι με μαύρες ρίγες	$\frac{1}{4}$	**5**	το $\frac{1}{4}$ γίνεται $\frac{5}{20}$
Κόκκινο ψάρι	$\frac{3}{10}$	**6**	το $\frac{3}{10}$ γίνεται $\frac{6}{20}$
Μαύρο ψάρι		**5**	4 + 5 + 6 = 15 20 – 15 = 5

Κεφάλαιο 24ο Προβλήματα με πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων

Ό,τι κι αν κάνεις, εγώ θα πολλαπλασιάζομαι!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να πολλαπλασιάζει και να διαιρεί κλάσματα.*
- *Να λύνει προβλήματα υπολογισμού του κλασματικού μέρους ενός ποσού.*
- *Να υπολογίζει αριθμητικές παραστάσεις που περιέχουν κλάσματα.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να μετατρέπει δεκαδικούς και μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα.*
- *Να αναγνωρίζει τη σειρά εκτέλεσης των πράξεων στις αριθμητικές παραστάσεις και να βρίσκει το αποτέλεσμα πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας κλάσματα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η μετατροπή κλασμάτων, δεκαδικών και μεικτών σε αριθμούς μιας μορφής καθώς και η επιλογή των κατάλληλων πράξεων αποτελούν σημεία που δυσκολεύουν τους μαθητές.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι, όπως το «κλάσμα ενός αριθμού» προκύπτει πολλαπλασιάζοντας το κλάσμα με τον αριθμό, έτσι και το «κλάσμα ενός κλάσματος» προκύπτει πολλαπλασιάζοντας τα δύο κλάσματα μεταξύ τους. Το κλάσμα αυτό είναι πάντα μικρότερο από κάθε όρο (εφόσον φυσικά κάθε κλάσμα είναι μικρότερο από τη μονάδα).

Δραστηριότητα 2η

Κάνοντας τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα διαπιστώσουν ότι, όπως στους φυσικούς αριθμούς η διαίρεση «μοιράζει» μια ποσότητα σε ίσα μέρη, έτσι και στα κλάσματα η διαίρεση «μοιράζει» μια ποσότητα (εκφράζεται με κλασματικό αριθμό) σε ίσα μέρη. Ο τρόπος με τον οποίο εργαζόμαστε για να κάνουμε τη διαίρεση είναι ο εξής: Αντί να κάνουμε διαίρεση, αντιστρέφουμε τους όρους στο ένα από τα κλάσματα και κάνουμε πολλαπλασιασμό (ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις).

Το τελικό αποτέλεσμα κάθε πράξης πρέπει να το ελέγχουμε πρώτα με βάση τη λογική. Φαίνεται λογικό να μοιράσουμε κάτι και τα μέρη στα οποία το μοιράζουμε να είναι μεγαλύτερα του αρχικού; Ζητούμε από τους μαθητές να ελέγχουν πάντοτε με τη λογική το αποτέλεσμα που βρήκαν πριν συνεχίσουν στο επόμενο βήμα.

Τεχνική υπολογισμού αριθμητικών παραστάσεων με κλάσματα
(πορτοκαλί πλαίσιο)

Δεν παρουσιάζει δυσκολίες. Υπενθυμίζουμε ότι η σειρά με την οποία εκτελούνται οι πράξεις είναι ουσιαστικός παράγοντας στην επίλυση αριθμητικών παραστάσεων.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Το να διατυπώσει ο μαθητής ένα πρόβλημα διαίρεσης κλασμάτων είναι πολύ δύσκολο. Μπορούμε να βοηθήσουμε τους μαθητές με εκφράσεις όπως η εξής: «μοιράζουμε τα $\frac{4}{10}$ σε δύο μέρη»

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Κλάσματα».

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

$$\frac{5}{4} \bullet \frac{2}{3} - \frac{3}{8} \bullet 2 = \frac{10}{12} - \frac{6}{8} = \frac{20}{24} - \frac{18}{24} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

Άσκηση 2η

$$\left(5 \bullet \frac{1}{2} + 0{,}4 + \frac{4}{5}\right) : \left(2 - 1\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{5}{2} + \frac{4}{10} + \frac{4}{5}\right) : \frac{2}{3} = \left(\frac{25}{10} + \frac{4}{10} + \frac{8}{10}\right) : \frac{2}{3} = \frac{37}{10} : \frac{2}{3} = \frac{37}{10} \bullet \frac{3}{2} = \frac{111}{20} = 5\frac{11}{20}$$

Πρόβλημα 1ο

Το εμβαδό θα είναι: $\frac{1}{3} \bullet \frac{5}{8} = \frac{5}{24}$ τετραγωνικά μέτρα.

Πρόβλημα 2ο

$16\frac{2}{8} : 3\frac{1}{4} = \frac{130}{8} : \frac{13}{4} = \frac{130}{8} \bullet \frac{4}{13} = \frac{520}{104} =$ 5 δαχτυλίδια.

Πρόβλημα 3ο

Τα παιδιά μοιράστηκαν τα $\frac{2}{3}$ των χρημάτων. Άρα το κάθε παιδί πήρε $\frac{2}{3} : 3 = \frac{2}{3} : \frac{3}{1} = \frac{2}{3} \bullet \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ του συνολικού ποσού.

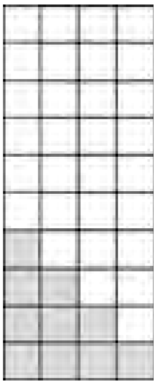
Τα $\frac{2}{3}$ του ποσού είναι 1.800 € άρα το $\frac{1}{3}$ είναι 1.800:2 = 900 και τα $\frac{3}{3}$ είναι $900 \bullet 3 = 2.700$ €.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Χαρτογράφηση του ζωολογικού κήπου»*

Κ	Κ	Κ	Κ	Κ
Ελ	Ελ		Μα	Μα
Ελ	Ελ	Π	Μα	Μα
Ελ	Ελ	Π	Π	Μα

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τους μαθητές να σχεδιάσουν σε υποθετικό πρόβλημα της κατανομής του χώρου στο ζωολογικό κήπο και να προτείνουν πιθανές λύσεις με βάση τις γνώσεις τους στα κλάσματα. Η δραστηριότητα επιδέχεται περισσότερες από μία λύσεις, καθώς η διευθέτηση του χώρου εμπεριέχει και τον παράγοντα της προσωπικής άποψης κάθε παιδιού για το σημείο στο οποίο θα τοποθετηθεί κάθε είδος ζώου.

Μια πιθανή λύση στην κατανομή του χώρου είναι και η εικονιζόμενη με τη λιμνούλα στη μέση, ώστε κάθε ομάδα ζώων να μην εμποδίζεται να την επισκεφθεί. Φυσικά, γίνονται αποδεκτές όλες οι προτάσεις αρκεί να πληρούν τις προϋποθέσεις του χώρου που δικαιούται κάθε ομάδα και της πρόσβασής της στο νερό.



Για να συμπληρώσουν το διάγραμμα με τον αριθμό των ζώων, πρέπει να γράψουν τα κλάσματα με αριθμητή το πλήθος κάθε ζώου και παρονομαστή το σύνολο των ζώων, στη συνέχεια, πρέπει να απλοποιήσουν τα κλάσματα με το 5 και να βάψουν τόσα κουτάκια όσα δηλώνει ο αριθμητής.

Ανάλογα πάντα με τις δυνατότητες των παιδιών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις ειδικές συνθήκες της τάξης, ο δάσκαλος μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές είτε να ασχοληθούν είτε να αγνοήσουν τα θέματα για συζήτηση που περιλαμβάνονται στη δραστηριότητα.

Κριτήριο αξιολόγησης για τη θεματική ενότητα 1

1. Στο πλαίσιο φαίνεται ο πληθυσμός της Ελλάδας το 2001.

Πληθυσμός Ελλάδας
10.964.020

Τι αντιπροσωπεύει το 4; ....

Τι αντιπροσωπεύει το 2; ....

Τι αντιπροσωπεύει το 1; ....

Εξήγησε σύντομα πώς επηρεάζει η θέση ενός ψηφίου την αξία του: ....
....
....

2. Παιχνίδι για δύο παίκτες: Ο σκοπός του παιχνιδιού είναι να διαλέξεις δύο από τους παρακάτω αριθμούς, να τους διαιρέσεις μεταξύ τους και να βρεις ένα δεκαδικό αριθμό ανάμεσα στο 0 και το 1, τον οποίο θα σημειώσεις στην αριθμογραμμή. Για να κερδίσεις τον αντίπαλο, πρέπει να βρεις τρεις συνεχόμενους αριθμούς (χωρίς να παρεμβάλλεται αριθμός που βρήκε εκείνος). Μπορείς να χρησιμοποιήσεις έναν αριθμό όσες φορές θέλεις.

1 2 3 4

5 8 10 20

Γράψε ποιους αριθμούς χρησιμοποίησες εσύ κάθε φορά.

1. ....
2. ....
3. ....

3. Εξήγησε πώς θα μοίραζες ένα καρβέλι ψωμί σε 12 ανθρώπους και τι κομμάτι θα έπαιρνε ο καθένας;

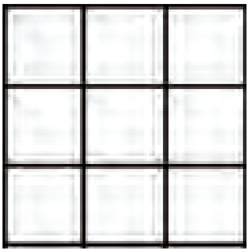
....

4. Η Βερόνικα θα κάνει πάρτι για τα γενέθλιά της και κάλεσε 16 φίλες και φίλους της. Θα προσφέρει στον καθένα ένα αναψυκτικό που κάνει 45 λεπτά, ένα τοστ που κάνει 38 λεπτά και ένα γλυκό που κάνει 32 λεπτά. Πόσο θα της στοιχίσει το πάρτι; (Να κάνεις τις πράξεις σε αριθμητική παράσταση).

....
....
....
....
....

Απάντηση:..

5. Θυμάσαι τα «μαγικά τετράγωνα», όπου το άθροισμα σε κάθε σειρά, στήλη και διαγώνια είναι το ίδιο; τοποθέτησε τα κλάσματα στις σωστές θέσεις ώστε να γίνει το τετράγωνο «μαγικό», με το άθροισμα στις γραμμές, τις στήλες και διαγώνια να είναι ίσο με 1.



$\frac{2}{5}$ $\frac{7}{15}$ $\frac{1}{15}$

$\frac{1}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{15}$

$\frac{8}{15}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{15}$

6. Ένας ανθοπώλης έχει 48 γαρίφαλα, 60 τουλίπες και 72 τριαντάφυλλα. Θέλει να κάνει όμοια μπουκέτα. Ποια θα είναι η σύνθεση λουλουδιών σε κάθε μπουκέτο;

Απάντηση: ....

7. Τα $\frac{3}{10}$ της Γης είναι στεριά. Από αυτό το $\frac{1}{3}$ είναι δάσος. Πόσο μέρος της Γης είναι δάσος;

Απάντηση:...

8. Στην απογραφή του 2001 τα παρακάτω γεωγραφικά διαμερίσματα είχαν τον εξής πληθυσμό:

Νησιά Αιγαίου:	**486.680**
Νησιά Ιονίου:	**214.911**
Κρήτη:	**578.251**

Κάνε την κατάλληλη στρογγυλοποίηση με το νου και γράψε μια εκτίμηση για το συνολικό νησιωτικό πληθυσμό:

Απάντηση:...

9. Για αρκετό καιρό η Δέσποινα μάζευε κέρματα των 10 λεπτών και τα έβαζε στον κουμπαρά της. Χτες το βράδυ τον άνοιξε και βρήκε μέσα 46,70 €. Πόσα κέρματα των 10 λεπτών είχε μέσα;

Απάντηση: ....

10. Η μέτρηση των ετών είναι βασισμένη στην περιστροφή της Γης γύρω από τον Ήλιο. Όμως η περιστροφή της Γης δεν διαρκεί ακριβώς 365 ημέρες, αλλά 365 $\frac{1}{4}$. Έτσι κάθε 4 χρόνια προσθέτουμε μια ημέρα (366 ημέρες) στο έτος για να αποκαταστήσουμε τη διαφορά και το έτος ονομάζεται «δίσεκτο έτος». Επειδή όμως ούτε αυτό είναι απόλυτα ακριβές, κάθε 400 χρόνια το δίσεκτο έτος παραλείπεται. Με βάση αυτά τα στοιχεία να βρεις αν τα παρακάτω έτη ήταν δίσεκτα και να εξηγήσεις γιατί.

1600	**1908**	**1612**	**1820**
1650	**1700**	**1698**	**2000**

Απάντηση: ....

11. Ο Πέτρος και η Όλγα θέλουν να φτιάξουν μπισκότα ακολουθώντας την παρακάτω συνταγή. Θέλουν όμως την τριπλάσια ποσότητα. Βοήθησέ τους να τριπλασιάσουν τη συνταγή τους. Το δοχείο που θα χρησιμοποιήσουν για το ανακάτεμα χωράει 6 κούπες θα χωρέσει αν τριπλασιάσουν τη συνταγή;

$\frac{2}{3}$ κούπας αλεύρι

$\frac{1}{3}$ κούπας βούτυρο

1 κούπα ζάχαρη

$\frac{1}{4}$ κουταλάκι αλάτι

$\frac{3}{4}$ κούπας λιωμένη σοκολάτα

2 αβγά

$\frac{1}{2}$ κούπας ξηρούς καρπούς

Απάντηση:...

12. Οι σεισμοί μετρούνται στην Κλίμακα Ρίχτερ (1 ως 10) και χρησιμοποιείται ένα μόνο δεκαδικό ψηφίο. Η ένταση του σεισμού αυξάνεται 10 φορές από τον ένα βαθμό στον άλλο, δηλαδή ο σεισμός 8,5 βαθμών Ρίχτερ είναι 10 φορές ισχυρότερος από το σεισμό 7,5 βαθμών Ρίχτερ. Με βάση τα στοιχεία αυτά, πόσες φορές πιο ισχυρός είναι ο σεισμός 6,2 βαθμών Ρίχτερ από το σεισμό 3,2 βαθμών Ρίχτερ; Πώς μπορείς να το εκφράσεις σύντομα;

Απάντηση:...

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 2η:
ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Περιεχόμενα

Θεωρητικό μέρος

Στην ενότητα αυτή γίνεται μια πρώτη προσπάθεια για τη μετάβαση από την αριθμητική στη στοιχειώδη άλγεβρα με την εισαγωγή της μεταβλητής, το σχηματισμό της εξίσωσης από ένα λεκτικό πρόβλημα και την επίλυση εξισώσεων. Επειδή η αριθμητική και η άλγεβρα εμφανίζονται ως δύο διαφορετικοί κόσμοι, πολλοί μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες κατά τη μετάβαση από τον ένα κόσμο στον άλλο (Van Amerom, 2003). Οι δυσκολίες αφορούν κυρίως την κατανόηση της μεταβλητής και την επίλυση εξισώσεων.

Ένας από τους τρόπους που μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές να περάσουν ομαλά από την αριθμητική στη στοιχειώδη άλγεβρα είναι να ξεκινήσει η διδασκαλία των εξισώσεων από τις άτυπες στρατηγικές των παιδιών και επάνω σε αυτές να «χτιστούν» οι τυπικές μέθοδοι επεξεργασίας των αλγεβρικών παραστάσεων και επίλυσης των εξισώσεων.

Πολλά από τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην κατανόηση της στοιχειώδους άλγεβρας σχετίζονται με τις ομοιότητες και τις διαφορές μεταξύ άλγεβρας και αριθμητικής. Στην αριθμητική έμαθαν να χειρίζονται τους (γνωστούς) αριθμούς με τις τέσσερις πράξεις και να πραγματοποιούν απλούς υπολογισμούς, ενώ η άλγεβρα προϋποθέτει διαδικασίες συλλογισμού με άγνωστες ή μεταβλητές ποσότητες και επισήμανση των διαφορών μεταξύ συγκεκριμένων και γενικών καταστάσεων. Στην άλγεβρα τα γράμματα, τα σύμβολα, οι εκφράσεις και η έννοια της ισότητας απαιτούν διαφορετική ερμηνεία. Για παράδειγμα, στις αριθμητικές παραστάσεις τα γράμματα είναι συνήθως συντμήσεις ή μονάδες μέτρησης, ενώ στις αλγεβρικές τα γράμματα αντιπροσωπεύουν μεταβλητούς ή άγνωστους αριθμούς.

Η άλγεβρα εμφανίζεται λοιπόν ως μια νέα «γλώσσα» με τη δική της δομή, τις δικές της αρχές και τους δικούς της κανόνες που πολλές φορές έρχονται σε αντίθεση τόσο με τους κανόνες της καθημερινής γλώσσας όσο και με τους κανόνες της αριθμητικής. Μια σημαντική διαφορά της άλγεβρας από την αριθμητική στο επίπεδο της γλώσσας είναι η σημασιολογική. Στην αριθμητική η παράσταση 3 + 4 δηλώνει ένα πρόβλημα και ερμηνεύεται ως εντολή: προσθέστε 3 στο 4. Στην άλγεβρα η παράσταση 3 + 4 δηλώνει έναν αριθμό, δηλαδή το 7. Αυτή η αλλαγή στον τρόπο σκέψης αποδεικνύεται καθοριστική με την εμφάνιση των γραμμάτων στις αλγεβρικές παραστάσεις. Το x + 5, για παράδειγμα, δεν μπορεί εύκολα να ερμηνευθεί ως πρόβλημα (προσθέστε x στο 5). Πολλές έρευνες αναφέρουν ότι μόνο ένα πολύ μικρό ποσοστό μαθητών είναι σε θέση να αντιληφθεί τα γράμματα ως γενικευμένους αριθμούς ή ακόμη μικρότερο ποσοστό ως μεταβλητές (Kuchemann, 1981). Επιπλέον, ο χειρισμός του άγνωστου πολλές φορές οδηγεί σε διαδικασίες «γνωστικού κενού», καθώς απαιτεί μια νέα αντίληψη της ισότητας (Herscovics & Linchevski, 1994). Κατά τη μεταφορά από ένα λεκτικό πρόβλημα (αριθμητική) σε μια εξίσωση (άλγεβρα) η έννοια του (=) αλλάζει. Το (=) από δηλωτικό ενός αποτελέσματος γίνεται δηλωτικό μιας ισοδυναμίας. Έτσι, ενώ προβλήματα της αριθμητικής μπορούν να λυθούν άμεσα (με τις ενδιάμεσες απαντήσεις εάν είναι απαραίτητο) τα αλγεβρικά προβλήματα πρέπει να μεταφραστούν και να γραφούν σύμφωνα με τους κανόνες της «αλγεβρικής γλώσσας» και μετά να λυθούν (Da Rocha Falcao, 1995). Φαίνεται λοιπόν ότι για την ομαλή μετάβαση από την αριθμητική στην άλγεβρα το παιδί πρέπει να αναπτύξει την αλγεβρική ικανότητα η οποία απαιτεί μια άλλη προσέγγιση στην επίλυση προβλήματος.

Στη χώρα μας πολλές έρευνες (Κλώθου & Σακονίδης, 2001; Οικονόμου et al., 2000) τονίζουν ότι:

Στην επεξεργασία των αλγεβρικών παραστάσεων και την επίλυση εξισώσεων πολλά από τα λάθη των μαθητών συνδέονται με την κατανόηση του εγγράμματου συμβολισμού, του συμβόλου της ισότητας, των κανόνων και συμβάσεων που διέπουν τον αλγεβρικό συμβολισμό, μεγάλος όμως αριθμός των δυσκολιών που συναντούν οι μαθητές στα Μαθηματικά οφείλονται περισσότερο στις πρακτικές διδασκαλίας και λιγότερο στη φύση του αντικειμένου ή τις γνωστικές ικανότητες των μαθητών.

Αγαπητοί γονείς και κηδεμόνες,

Σας καλωσορίζουμε στη δεύτερη θεματική ενότητα του βιβλίου.

Τι θα μάθουμε σε αυτή την ενότητα

Η δεύτερη ενότητα, που είναι σχετικά μικρή σε χρονική διάρκεια, είναι η ενότητα των **ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ.**

Θα ξεκινήσουμε με την έννοια της μεταβλητής, δηλαδή τη χρήση γραμμάτων ή συμβόλων στις αριθμητικές παραστάσεις.

Η **λύση των εξισώσεων** δεν θα προσανατολίζεται καθαρά στην τεχνική, αλλά περισσότερο στην ανάπτυξη του τρόπου σκέψης που χρειάζεται να υιοθετήσει το παιδί για να μετατρέψει ένα πρόβλημα σε μια αριθμητική παράσταση. Θα το αφήσουμε να ανακαλύψει ότι κάποιο από τα στοιχεία του προβλήματος είναι απαραίτητο να συμβολιστεί επειδή είναι άγνωστο, προκειμένου να ολοκληρωθεί η αριθμητική παράσταση.

Η λύση για την εξίσωση που θα δημιουργηθεί θα εξηγηθεί τόσο με τη μέθοδο της ζυγαριάς που πρέπει πάντα να ισορροπεί («ό,τι κάνω από τη μια πλευρά πρέπει να κάνω και από την άλλη») όσο και με τη μέθοδο των αντίθετων πράξεων. Κάθε παιδί θα μπορέσει έτσι να επιλέξει τον τρόπο που είναι πιο βολικός στη σκέψη του για να ερμηνεύσει και να λύσει την εξίσωση.

Πώς να βοηθήσετε στο σπίτι:

1. Ελέγξτε την κατανόηση του μαθήματος στο τμήμα που περιέχει τους στόχους και τις ερωτήσεις για αυτοέλεγχο. Ζητήστε από το παιδί σας να σας εξηγήσει τους νέους όρους του μαθήματος ή τη λύση ενός προβλήματος.
2. Αντί να προσπαθήσετε εσείς να εξηγήσετε στο παιδί σας αυτό που διδάχθηκε στην τάξη, ζητήστε από εκείνο να εξηγήσει σε εσάς αυτά που κατάλαβε και αυτά που ίσως δεν κατάλαβε τόσο καλά.
3. Μην προσπαθήσετε να οδηγήσετε τη σκέψη του παιδιού σας στις τεχνικές και τις μεθόδους που έχετε συνηθίσει εσείς. Όλοι μας διδαχθήκαμε Μαθηματικά με διαφορετικές μεθόδους διδασκαλίας, άλλα βιβλία και «διαφορετική φιλοσοφία» από τη σημερινή.
4. Προσπαθήστε να βρείτε παραδείγματα από την καθημερινή ζωή της οικογένειας (π.χ. κάποιος συντελεστής στα κοινόχρηστα της πολυκατοικίας, κάποιος φόρος όπως ο ΦΠΑ ή κάποια έκπτωση) στα οποία μπορεί να υπάρχει η χρήση μεταβλητής και αφήστε το παιδί να σας εξηγήσει πώς χρησιμοποιείται.

Σημείωση: Στην ενότητα αυτή θα γίνει χρήση του προγράμματος υπολογιστικών φύλλων σε ηλεκτρονικό υπολογιστή και το παιδί θα έρθει σε επαφή και με τη σχετική ορολογία (πίνακες, στήλες, γραμμές, κελιά κ.λπ.) χωρίς αυτό να σημαίνει ότι χρειάζεται να τα απομνημονεύει.

Με εκτίμηση,
... δ................ του παιδιού σας

Κεφάλαιο 25ο Η έννοια της μεταβλητής

Η εξερεύνηση του άγνωστου!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να κατανοήσει την έννοια «μεταβλητή».*
- *Να χρησιμοποιεί μεταβλητές για να εκφράζει τις σχέσεις στις εκφράσεις, τις ισότητες, τις ανισότητες και τις γεωμετρικές σχέσεις.*
- *Να επιλέγει μεταβλητές και να σχηματίζει αριθμητικές παραστάσεις.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να ορίζει και να χρησιμοποιεί μεταβλητές σε αριθμητικές παραστάσεις.*
- *Να βρίσκει το αποτέλεσμα των αριθμητικών παραστάσεων αντικαθιστώντας τη μεταβλητή με τον αριθμό που εκφράζει την τιμή της.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Ενώ τα παιδιά κατανοούν τη διαδικασία του συμβολισμού ενός άγνωστου ποσού με ένα γράμμα, δυσκολεύονται να καταλάβουν την έννοια της μεταβλητής.

Δυσκολίες επίσης παρατηρήθηκαν στην έκφραση των δεδομένων ενός προβλήματος με αριθμητική παράσταση όταν υπάρχουν εκφράσεις όπως για παράδειγμα, «μικρότερος κατά...» «δεύτερος σε...» που περιγράφουν τις σχέσεις ανάμεσα στα δεδομένα του προβλήματος.

Επιπλέον, πολλές φορές τα παιδιά δυσκολεύονται να καταλάβουν ότι όταν γράφουμε αριθμό (ή μεταβλητή) δίπλα σε μεταβλητή, εννοείται πως ανάμεσά τους υπάρχει το «επί», δηλαδή, 4x σημαίνει 4 • x, αβ σημαίνει α • β και 3(x + 2) σημαίνει 3 • (x + 2).

*Τα παιδιά εισάγονται για πρώτη φορά στη **διαδικασία της μοντελοποίησης των προβλημάτων με τη βοήθεια των μεταβλητών.** Επειδή η διαδικασία αυτή είναι δύσκολη για τους μαθητές, χρησιμοποιούνται πίνακες όπου καταγράφονται τα δεδομένα ώστε τα παιδιά να διακρίνουν τη σχέση ανάμεσα στα δεδομένα, τα ζητούμενα και τη μεταβλητή.*

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα αντιληφθούν την έννοια και τη σημασία της μεταβλητής**.** Με άλλα λόγια, θα κατανοήσουν ότι μια αριθμητική παράσταση, αντί για αριθμούς μπορεί να περιέχει γράμματα. *Όπως χρησιμοποιούμε τους αριθμούς, κατά τον ίδιο τρόπο χρησιμοποιούμε και τις μεταβλητές (τα γράμματα) για να εκφράσουμε συμβολικά διάφορες προτάσεις της καθομιλούμενης γλώσσας.* Έτσι, τα λεκτικά δεδομένα του προβλήματος «μεταφράζονται» σε αριθμητική παράσταση. Στη συνέχεια συνδυάζοντας αριθμούς και σύμβολα επεξεργαζόμαστε τις αλγεβρικές παραστάσεις και αντικαθιστώντας την κατάλληλη τιμή στη μεταβλητή φτάνουμε στη λύση.

Στους μαθητές δίνεται μια κατάσταση που έχει σχέση με σχεδίαση του γράμματος «Ο» σε διαφορετικά μεγέθη που προσδιορίζονται από το μήκος της πλευράς του. Ο στόχος είναι να φτιάξουν τα παιδιά σε τετραγωνισμένο χαρτί ένα «όμικρον» με πλευρά 4 εκ. και να υπολογίσουν σε πίνακα το συνολικό αριθμό από σκιασμένα τετράγωνα που απαιτούνται για πλευρά 9 και 12 εκ. Βασική επιδίωξη είναι να δουν πως μεταβάλλεται ο αριθμός των σκιασμένων τετραγώνων όταν η μεταβάλλεται πλευρά. Ακολουθεί μια σειρά ερωτήσεις και γενικεύσεις του προβλήματος μέσα από τις οποίες οι μαθητές αντιλαμβάνονται την έννοια της μεταβλητής «μ» και τον τύπο υπολογισμού του συνόλου των τετραγώνων ως 4 • μ. Μπορούν στη συνέχεια να υπολογίσουν εύκολα τα συνολικά τετράγωνα για ένα μέγεθος πλευράς και αντίστροφα: το «όμικρον» που έχει 132 τετράγωνα.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές συμπληρώνοντας τον πίνακα με τις ηλικίες των παιδιών και απαντώντας τις δύο πρώτες ερωτήσεις θα διαπιστώσουν ότι, η ηλικία του Κώστα είναι πάντοτε «η ηλικία της Σμαρώς» + 4. Με γενίκευση θα καταλήξουν στον κανόνα «η ηλικία του Κώστα σε σχέση με την ηλικία της Σμαρώς είναι **x** + 4».

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στην αριθμητική παράσταση 2 • (♣ - 1) υπάρχει μεταβλητή, είναι το τριφύλλι.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 1ο

Είναι ενδιαφέρουσα πρόκληση για τους μαθητές να διερευνήσουν ποιος από τους δύο τρόπους επίλυσης είναι ο πιο σύντομος (αν το x ήταν 20 ή 30;)

Η αριθμητική παράσταση είναι: 340 • **x**.

Για **x** = 5 η παράσταση γίνεται 340 • 5 = 1700 μέτρα.

Για **x** = 12 η παράσταση γίνεται 340 • 12 = 4080 μέτρα.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις... *«ανασχεδιασμός της σχολικής αυλής»*

Πρόκειται για μια «ανοιχτή» δραστηριότητα στο πλαίσιο της οποίας τα παιδιά πρέπει να σκεφτούν πως θα ήθελαν να εμπλουτίσουν με φυτά την αυλή ενός σχολείου (ή την αυλή του δικού τους σχολείου) και να υπολογίσουν το πιθανό κόστος χρησιμοποιώντας τις γνώσεις τους στις μεταβλητές. Ως «ανοιχτή» δραστηριότητα επιδέχεται περισσότερες από μία λύσεις, καθώς η αναδιοργάνωση και η διευθέτηση του χώρου εμπεριέχουν τον παράγοντα της προσωπικής άποψης κάθε παιδιού και τις απόψεις της ομάδας για τα φυτά που θα προτιμούσε. Φωτοτυπήστε και μοιράστε τα σκίτσα των φυτών στους μαθητές για να τα διευθετήσουν και να τα κολλήσουν στο βιβλίο τους.

Βασικά σημεία στα οποία πρέπει να επιστήσουμε την προσοχή των παιδιών κατά τη σχεδίαση του αύλειου χώρου είναι τα εξής:

- Χώρος για συγκεντρώσεις του σχολείου, σκιά, έντομα, κίνδυνοι από τα φυτά κ.λπ.
- Ανάγκες σε νερό, φροντίδα, αποκομιδή ξερών φύλλων, αλλεργίες από τη γύρη κ.λπ.

Βασικοί παράγοντες που πρέπει να λάβουν υπόψη τους κατά την επιλογή των φυτών είναι:

- Το μικροκλίμα της περιοχής (προβλήματα παγετού η γειτνίασης με θάλασσα).
- Το είδος του χώματος της αυλής (π.χ. βαριά εδάφη, πετρώδη ή πολύ αμμώδη εδάφη).
- Η δυνατότητα άρδευσης και οι απαιτήσεις των φυτών σε νερό.
- Σημεία της αυλής στα οποία θέλουμε να εμποδίσουμε τη θέα (ψηλά φυτά με πλούσιο φύλλωμα) και σημεία στα οποία θέλουμε η θέα να μην ενοχλείται (χαμηλά φυτά).
- Θέματα ασφάλειας (δέντρα κοντά στο κτίριο δίνουν πάτημα σε διαρρήκτες ή ανεπιθύμητα ζώα).

Μπορεί να οριστεί ένα αρχικό ποσό για το σύνολο του ανασχεδιασμού, το οποίο τα παιδιά θα κατανείμουν στα φυτά και στις διάφορες εργασίες που θα γίνουν (π.χ. άρδευση).

Η δραστηριότητα μπορεί να συνδυαστεί με πλείστες άλλες θεματικές περιοχές. Ωστόσο, ανάλογα πάντα με τις δυνατότητες των παιδιών και τις ειδικές συνθήκες της τάξης μπορούμε να επεκταθούμε ή να αγνοήσουμε τα θέματα για συζήτηση της δραστηριότητας.

Προαπαιτούμενα επόμενου μαθήματος

Απαιτούνται ζυγαριά με δίσκους και διάφορα βάρη (π.χ. 5, 10, 20, 50, 100 γραμμαρίων). Αν δεν υπάρχει τέτοια ζυγαριά, θα μπορούσε να κατασκευαστεί με έναν χάρακα τον οποίο θα αναρτήσουμε από το κέντρο κρεμώντας στις άκρες δύο χαρτονένιους δίσκους.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Εξισώσεις».

Κεφάλαιο 26ο Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετέος

Μαθαίνω να ισορροπώ!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να σχηματίζει την εξίσωση ενός προβλήματος.*
- *Να λύνει μια εξίσωση με δοκιμές και έλεγχο.*
- *Να λύνει μια εξίσωση χρησιμοποιώντας την αφαίρεση ως αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει τα δεδομένα ενός προβλήματος και με βάση αυτά να σχηματίζει εξίσωση με έναν άγνωστο.*
- *Να λύνει την εξίσωση με δοκιμές και έλεγχο ή χρησιμοποιώντας τις αντίστροφες πράξεις.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Δυσκολίες παρατηρήθηκαν στη διαδικασία μετατροπής των λεκτικών δεδομένων ενός προβλήματος σε μαθηματική ισότητα με μια μεταβλητή.

Τα παιδιά επίσης δυσκολεύονται να χρησιμοποιήσουν τις ιδιότητες των αντίστροφων πράξεων για παράδειγμα από την πρόσθεση 5 + 3 = 8 δεν φτάνουν εύκολα στις αφαιρέσεις 8 – 5 = 3 και 8 – 3 = 5.

Είναι σημαντικό να δώσουμε περισσότερη έμφαση στην αναζήτηση αντίστροφων πράξεων πρόσθεσης – αφαίρεσης δίνοντας παράλληλα στους μαθητές την ευκαιρία να αντιμετωπίσουν τέτοιες καταστάσεις. Οι διαδικασίες αυτές δεν είναι καινούριες, καθώς τα παιδιά τις έχουν αντιμετωπίσει σε μικρότερες τάξεις, είναι όμως σημαντικό να ασκηθούν ξανά, ώστε να συνδέσουν την αντιστροφή των πράξεων με τις εξισώσεις και να φτάσουν φυσιολογικά στην επίλυσή τους.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα σχηματίσουν την εξίσωση του προβλήματος χρησιμοποιώντας τις γνώσεις τους για τη μεταβλητή, αφού εξετάσουν προσεκτικά το συλλογισμό του προβλήματος. Στη συνέχεια λύνουν την εξίσωση του προβλήματος με δοκιμές και έλεγχο. Εξετάζουν δηλαδή κατά πόσο, τοποθετώντας στη θέση της μεταβλητής κάποιον αριθμό, η ισότητα επαληθεύεται.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα σχηματίσουν την εξίσωση του προβλήματος τοποθετώντας μια μεταβλητή στη θέση του άγνωστου ποσού. Πριν προχωρήσουν στη λύση οδηγούνται στην εξέταση των αντίστροφων πράξεων «πρόσθεση – αφαίρεση» και των ιδιοτήτων τους. Αφού από την πρόσθεση 5 + 3 = 8 φτάσουν στις αφαιρέσεις 8 – 5 = 3 και 8 – 3 = 5, χρησιμοποιούν αυτή την ιδιότητα για να λύσουν την εξίσωση.

Κανόνας και παραδείγματα *(γαλάζιο πλαίσιο)*

Η *λύση της εξίσωσης* είναι η τιμή που την επαληθεύει. Επισημαίνουμε στους μαθητές ότι για να φτάσουμε στη λύση της εξίσωσης, πρέπει να βρούμε τον αριθμό που θα προσθέσουμε στον άγνωστο, ώστε να πετύχουμε την «ισορροπία» της εξίσωσης (ο κανόνας της ζυγαριάς). Ένας τρόπος για να βρούμε τη *λύση* είναι (με βάση τις αντίστροφες πράξεις) να αφαιρέσουμε από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.

Δραστηριότητα-Έκπληξη *(προαιρετική)*: «*Οι εξισώσεις και οι άνθρωποι*»

Βοηθούμε τους μαθητές να καταλάβουν τις εξισώσεις με ένα παιχνίδι ερωτήσεων και απαντήσεων.

Εκτέλεση: Ρωτάμε τους μαθητές πόσοι από αυτούς έχουν μικρό αδελφό ή μικρή αδελφή. Ρωτάμε τι θα συμβεί εάν ο μπαμπάς τους, μόλις επιστρέψει στο σπίτι, δώσει στο μικρό αδελφό τους 10 €. Τι θα έλεγαν; («Πού είναι τα δικά μου 10 €;»)

Οι εξισώσεις -όπως οι άνθρωποι- θέλουν να είναι «δίκαιες». Θυμηθείτε πως οτιδήποτε κάνουμε σε μια πλευρά της εξίσωσης πρέπει να κάνουμε το ίδιο και στην άλλη πλευρά ώστε να διατηρείται η ισότητα.

Υποδείξτε επίσης στους μαθητές τη λογική των αντίθετων πράξεων με την ερώτηση «τι θα συνέβαινε εάν η μαμά έδινε από 10 € και στα δύο αδέρφια εκείνη τη ημέρα και τους χρέωνε έπειτα 10 € στον καθένα για το φαγητό που έφαγαν;» (τα λεφτά τους θα μηδενίζονταν καθώς η μία ενέργεια θα αναιρούσε την άλλη).

Ο κανόνας της ζυγαριάς στην επίλυση της εξίσωσης *(πορτοκαλί πλαίσιο)*

Χρησιμοποιούμε μια ζυγαριά με δύο δίσκους. Αν δεν υπάρχει στο σχολείο, φροντίζουμε να έχουμε κατασκευάσει μαζί με τους μαθητές σε προηγούμενο μάθημα των τεχνικών (ένας χάρακας κρεμασμένος από μια τρύπα στο κέντρο του και δύο κρεμαστοί δίσκοι από χαρτόνι). Τα παιδιά τοποθετούν στον ένα δίσκο βάρος 50 γρ. και στον άλλο 20 γρ. Προβληματίζονται για το βάρος που πρέπει να τοποθετήσουν ακόμη, ώστε η ζυγαριά να ισορροπήσει παριστάνοντας το άγνωστο βάρος αρχικά με το γράμμα x.

Επεκτείνουμε τη δραστηριότητα και παρακινούμε τους μαθητές να δοκιμάσουν να προσθέσουν και στα δύο μέρη το ίδιο βάρος. Διαπιστώνουν ότι, *για να ισορροπήσει η ζυγαριά, πρέπει να προσθέσουν (ή να αφαιρέσουν) και από τα δύο μέρη τον ίδιο αριθμό.*

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 1ο

Η εξίσωση είναι $37,5 + x = 68$ και η λύση είναι $x = 30,5$.

Πρόβλημα 2ο

Η εξίσωση είναι $x + 12 = 36$. Άρα $x = 24$.

Πρόβλημα 3ο

Σχηματίζουμε όλες τις εξισώσεις και τις χωρίζουμε σύμφωνα με τον άγνωστο που έχουν.

$2 + x + 6$, $x + 5 + 3$, $6 + 5 + ω$, $ω + 3 + 8$, $2 + 9 + ω$, $9 + 5 + ψ$, $6 + ψ + 8$

Ξέρουμε ότι όλες θα είναι ίσες με 15, γιατί αυτό προκύπτει από τον διαγώνιο άξονα που δεν υπάρχει άγνωστος $(2 + 5 + 8)$

Λύνουμε μια εξίσωση από κάθε άγνωστο, συμπληρώνουμε στο μαγικό τετράγωνο και ελέγχουμε.

$2 + x + 6 = 15$

$8 + x = 15$ $x = 15 – 8$, άρα $x = 7$

$6 + 5 + ω = 15$

$11 + ω = 15$ $ω = 15 – 11$ άρα $ω = 4$

$9 + 5 + ψ = 15$

$14 + ψ = 15$ $ψ = 15 – 14$ άρα $ψ = 3$.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Μαντεύω τις μέρες που σκέφτηκες στο ημερολόγιο»*

Διαβάζοντας προσεκτικά την ανάλυση της λογικής που οδηγεί στη λύση, θα φτάσουν στη διατύπωση του κανόνα (από το άθροισμα αφαιρούμε 16 και διαιρούμε με το 4).

Ο απώτερος σκοπός είναι να ξεπεραστούν οι όποιες δυσκολίες ώστε, τα παιδιά να φτάσουν στον κανόνα και να επεκταθούν δημιουργώντας παρόμοια προβλήματα όπως τα πιο κάτω:

- Αν γνωρίζουμε το άθροισμα τεσσάρων ημερών του ημερολογίου σε οριζόντια σειρά ποιος είναι ο νέος κανόνας; (Από το άθροισμα αφαιρούμε 6 και διαιρούμε με το 4).
- Αν γνωρίζουμε το άθροισμα τεσσάρων ημερών του ημερολογίου σε κάθετη σειρά ποιος είναι ο νέος κανόνας; (από το άθροισμα αφαιρούμε 42 και διαιρούμε με το 4).

Κεφάλαιο 27ο Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι μειωτέος ή αφαιρετέος

Μαθηματικά σε κίνηση!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να σχηματίζει την εξίσωση ενός προβλήματος.*
- *Να χρησιμοποιεί τις αντίστροφες πράξεις της αφαίρεσης για να λύσει μια εξίσωση.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει τα δεδομένα ενός προβλήματος και να σχηματίζει την εξίσωση.*
- *Να λύνει μια εξίσωση όταν ο άγνωστος έχει τη θέση μειωτέου ή αφαιρετέου.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Τα παιδιά δυσκολεύονται να χρησιμοποιήσουν τις ιδιότητες των αντίστροφων πράξεων όπως, για παράδειγμα, από την αφαίρεση 8-3=5 να οδηγηθούν στην πρόσθεση 8=5+3 και στη συνέχεια στην αφαίρεση 8-5=3.

Επίσης, ενώ τα παιδιά γνωρίζουν με ποιες διαδικασίες θα λύσουν μια εξίσωση, δυσκολεύονται να γενικεύσουν και να διατυπώσουν τον κανόνα.

Επειδή οι κανόνες που σχετίζονται με τα κεφάλαια των εξισώσεων είναι πολλοί, είναι βασικό η προσέγγιση που θα ακολουθήσουμε στην αναγνώριση και τη χρήση τους να είναι ευέλικτη. Οι μαθητές πρέπει να κατανοήσουν τους κανόνες και όχι να τους αποστηθίσουν ή απλά να τους εφαρμόζουν.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από την οπτικοποίησή μιας εξίσωσης, στην οποία ο άγνωστος είναι μειωτέος, ως ισορροπία στη ζυγαριά, η δραστηριότητα αυτή οδηγεί τους μαθητές στη λύση της. Αρχικά σχηματίζουν την εξίσωση (**κ** – 4 = 20). Κατόπιν εξηγούν ότι η ισορροπία δεν διαταράσσεται επειδή έχουν προστεθεί 4 κύβοι σε κάθε πλευρά. Στη συνέχεια εξετάζουν τους κύβους σε κάθε πλευρά και διαπιστώνουν ότι στον αριστερό δίσκο δεν έχουμε πλέον **κ** – 4 αλλά **κ,** επειδή προσθέσαμε τους 4 κύβους που είχαμε αφαιρέσει. Η ισότητα που περιγράφει τώρα την ισορροπία είναι **κ** = 24, η οποία είναι και η λύση της εξίσωσης.

*Πριν από τη διατύπωση του κανόνα καλό θα ήταν να θυμίσουμε τα μέρη της αφαίρεσης (μειωτέος, αφαιρετέος, διαφορά) και με ερωτήσεις να θυμίσουμε τι είναι το **κ** και τι οι αριθμοί 4 και 20 στην αφαίρεση **κ** – 4 = 20. Έτσι θα διευκολύνουμε τη διατύπωση του κανόνα «Όταν ο άγνωστος είναι ο **μειωτέος**, για να λύσουμε την εξίσωση **προσθέτουμε στη διαφορά τον αφαιρετέο**».*

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή παρουσιάζονται παραστατικά (μέσω του σχήματος) και αναλυτικά (μέσω των ερωτήσεων) οι διαδικασίες με τις οποίες μια πράξη αφαίρεσης αναιρείται με την αντίστροφή της πράξη. Τα παιδιά θα σχηματίσουν την εξίσωση του προβλήματος με τη μεταβλητή **α** στη θέση του άγνωστου ποσού (53 – **α** = 18). Στη συνέχεια απαντώντας στην ερώτηση «τι θα κάνεις για να βρεις πόσα είναι τα αγόρια;» θα λύσουν το πρόβλημα (χωρίς εξίσωση) κάνοντας την αφαίρεση 53 – 18. Μετά θα παρατηρήσουν πως με τον ίδιο τρόπο μπορούν να λύσουν και την εξίσωση (**α** = 53 – 18). Στη συνέχεια θα γενικεύσουν τον τρόπο λύσης, θα καταλάβουν και θα μπορέσουν να διατυπώσουν τον κανόνα: «*Όταν ο άγνωστος είναι ο **αφαιρετέος**, για να λύσουμε την εξίσωση **αφαιρούμε από τον μειωτέο τη διαφορά***».

Τέλος, παρατηρώντας το σχήμα θα αντιληφθούν ότι η αφαίρεση (53 – **α** = 18) έχει ως αντίστροφη πράξη την πρόσθεση (18 + **α** = 53). Με βάση τις ιδιότητες των αντίθετων πράξεων που έμαθαν στο προηγούμενο μάθημα θα βρουν την τιμή της μεταβλητής της.

Κανόνας και παραδείγματα (γαλάζιο πλαίσιο)

Υπενθυμίζουμε στους μαθητές πως βασικός κανόνας στην επίλυση της εξίσωσης είναι ο κανόνας της ισορροπίας της εξίσωσης, δηλαδή ο κανόνας της ζυγαριάς. Σε μια ζυγαριά με δύο δίσκους (όπως στο προηγούμενο μάθημα), τοποθετούν στον έναν δίσκο βάρος 140 γρ. και στον άλλο βάρος 100 γρ. και προβληματίζονται για το πόσο βάρος θα αφαιρέσουν ώστε να ισορροπήσει η ζυγαριά, παριστάνοντας το αρχικά με τον άγνωστο x.

Οι περιπτώσεις των εξισώσεων πρόσθεσης και αφαίρεσης μπορούν να δουλευτούν περισσότερο με το μοντέλο της ζυγαριάς έτσι ώστε οι μαθητές να συσχετίσουν τη διαδικασία με το αποτέλεσμα και να τις αντιληφθούν σαν αντίστροφες.

Εφαρμογή 1

Σε κάποιες περιπτώσεις μια εξίσωση δεν έχει μόνο μια μοναδική μορφή. Για το λόγο αυτό δίνουμε την εναλλακτική μορφή της εξίσωσης (β τρόπος επίλυσης) αλλά και την αριθμητική παράσταση.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

1)

3	+	2	=	5
3	=	**5**	—	**2**
2	=	**5**	—	**3**
5	=	**3**	+	**2**

2)

43	—	12	=	**31**
43	=	**31**	+	**12**
12	=	**43**	—	**31**
31	=	43	—	**12**

3)

63	+	33	=	96
33	=	**96**	—	**33**
96	=	33	+	**63**
63	=	**96**	—	33

Άσκηση 2η

α)

6	=	9	—	**3**
9	=	6	+	**3**
3	=	**9**	—	6

β)

6	=	x	—	**3**
x	=	6	+	**3**
3	=	**x**	—	6

γ)

ψ	=	9	—	3
9	=	ψ	+	3
3	=	**9**	—	ψ

Πρόβλημα 1ο

Η εξίσωση είναι $x – (3 + 4 + 2) = 28$ $x - 9 = 28$ $x = 28 + 9$ άρα $x = 37$.

Πρόβλημα 2ο

Η εξίσωση είναι $x – (12 + 24) = 40$ $x - 36 = 40$ $x = 40 + 36$ άρα $x = 76$.

Πρόβλημα 3ο

Η εξίσωση είναι $32 - x = 17$ $x = 32 - 17$ άρα $x = 15$.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Ο θησαυρός των πειρατών»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα έχει σαν στόχο να οδηγήσει τα παιδιά, μέσα από την επίλυση των εξισώσεων στην εύρεση του σημείου στο οποίο είναι κρυμμένος ο θησαυρός (τις *γεωγραφικές συντεταγμένες* ενός σημείου).

Λύνοντας την πρώτη εξίσωση θα βρουν β = 3901. Αντικαθιστώντας την τιμή αυτή στη δεύτερη εξίσωση έχουμε 3901 – α = 1471. Συνεπώς α = 3901 – 1471. Άρα α = 2430.

Επομένως το γεωγραφικό πλάτος είναι 39 μοίρες και 1 πρώτο λεπτό ενώ το Γεωγραφικό Μήκος είναι 24 μοίρες και 30 πρώτα λεπτά. Ψάχνοντας την υδρόγειο τα παιδιά θα ανακαλύψουν ότι οι συντεταγμένες αυτές παραπέμπουν στη Σκύρο.

Τα σημάδια στο χάρτη σημαίνουν ότι από το αστέρι (που σημειώνεται στην παραλία) προχωρούμε 50 βήματα προς την κατεύθυνση που δείχνει το βέλος.

Κεφάλαιο 28ο Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου

Ο άγνωστος πολλαπλασιάζεται!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να μελετήσει τον τύπο του εμβαδού ως εξίσωση.*
- *Να σχηματίσει τις αντίστροφες πράξεις του πολλαπλασιασμού.*
- *Να λύνει εξισώσεις όταν ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει τα δεδομένα ενός προβλήματος και να σχηματίζει την εξίσωση.*
- *Να λύνει μια εξίσωση όταν ο άγνωστος είναι παράγοντας γινομένου.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Τα παιδιά δυσκολεύονται να χρησιμοποιήσουν τις ιδιότητες των αντίστροφων πράξεων όπως, για παράδειγμα, από τον πολλαπλασιασμό 4 • 6 =24 να φτάσουν εύκολα στις αντίστροφες διαιρέσεις 24 **:** 4 = 6 και 24 **:** 6 = 4.

Δραστηριότητες με τις οποίες μπορούμε να ξεπεράσουμε τις δυσκολίες: Η μετατροπή χρημάτων (π.χ. δολαρίων σε ΕΥΡΩ και αντίστροφα) είναι μια δραστηριότητα που «έχει νόημα» ώστε τα παιδιά να αντιληφθούν τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση ως αντίστροφες πράξεις και να μεταφέρουν τη διαδικασία αυτή στις εξισώσεις

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα ζωγραφίσουν τρία διαφορετικά ορθογώνια με εμβαδό 24 τετρ. εκατοστά και θα συμπληρώσουν τον πίνακα με τα στοιχεία των ορθογώνιων που σχεδίασαν. Στη συνέχεια ξεκινώντας από το εμβαδό των τριών ορθογώνιων που σχεδίασαν θα παρατηρήσουν ότι αυτό προκύπτει ως γινόμενο του μήκους επί το πλάτος (ή του πλάτους επί το μήκος). Έτσι, όπως έχουν ήδη μάθει, θα χρησιμοποιήσουν μια μεταβλητή για κάθε παράγοντα (το αρχικό της λέξης ή άλλο γράμμα) και θα εκφράσουν το εμβαδό ως **ε = μ • π** (ή ε = π • μ)***.**

Σε κάποιες περιπτώσεις μια εξίσωση δεν έχει μόνο μια μοναδική μορφή. Η εξίσωση που σχηματίζουμε εξαρτάται από τη στρατηγική επίλυσης που ακολουθούμε. Είναι σημαντικό λοιπόν να ενθαρρύνουμε τους μαθητές* ***να χρησιμοποιήσουν όλους τους διαφορετικούς τρόπους που μπορούν να ανακαλύψουν**.*

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα προβληματιστούν αρχικά με την ερώτηση: «Αν γνωρίζουμε το εμβαδό και τη μια πλευρά του ορθογωνίου πως θα υπολογίσουμε την άλλη;». Το επόμενο βήμα είναι να θυμηθούν τις αντίστροφες πράξεις του πολλαπλασιασμού (5 · 3 = 15 συνεπώς 5 = 15 : 3 και 3 = 15 : 5). Στη συνέχεια γνωρίζοντας το εμβαδό (36) και το πλάτος (3) θα σχηματίσουν την εξίσωση 3 · **x** = 36. Θα φτάσουν στη λύση εφαρμόζοντας τις ιδιότητες των αντίστροφων πράξεων **x** = 36 : 3 άρα **x** = 12. Τέλος, θα διατυπώσουν τον κανόνα γενικεύοντας τον τρόπο επίλυσης που ακολούθησαν.

Κανόνας και παραδείγματα *(γαλάζιο πλαίσιο)*

Επισημαίνουμε στους μαθητές πως για να φτάσουμε στη λύση της εξίσωσης πρέπει να διαιρέσουμε το γινόμενο με τον γνωστό παράγοντα. Βασικός κανόνας είναι η ισορροπία της εξίσωσης δηλαδή ο κανόνας της ζυγαριάς.

Εφαρμογή 1η

Η εξίσωση είναι 3 • **ω** = 165 και η λύση είναι ω = 55.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

Η λύση των εξισώσεων: **α)** x = 10 **β)** x = 0,1 (ή $\frac{1}{10}$) **γ)** x = 0,8 (ή $\frac{4}{5}$) **δ)** x = 0,25.

Άσκηση 2η

Η λύση των εξισώσεων: **α)** x = 0,5 (ή $\frac{1}{2}$) **β)** x = 108 **γ)** x = 9,6 **δ)** x = 8.

Πρόβλημα 1ο

Η εξίσωση είναι 340 • x = 3.740 και η λύση είναι x = 11.

Πρόβλημα 2ο

Για να ακούσουμε την απάντησή του τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα πρέπει να μεταφέρουν τη φωνή μας στη σελήνη και να επιστρέψουν με τη φωνή του αστροναύτη δηλαδή να διανύσουν (450.000 + 450.000 = 900.000 χιλιόμετρα).

Η εξίσωση είναι 300.000 • x = 900.000 και η λύση είναι x = 3.

Πρόβλημα 3ο

Η εξίσωση είναι 6 • x = 2,52 και η λύση είναι x = 0,42.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«τα οικονομικά αυτοκίνητα»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά, με τη χρήση των εξισώσεων, να υπολογίσουν το κόστος ανά χιλιόμετρο τεσσάρων αυτοκινήτων. Το κόστος ανά χιλιόμετρο είναι η βάση σύγκρισης της κατανάλωσης των τεσσάρων αυτοκινήτων, καθώς είναι πλέον εύκολο να διαπιστώσουμε με «μια ματιά» ποιο αυτοκίνητο χρειάζεται περισσότερα χρήματα ανά χιλιόμετρο για να κινηθεί.

Οι παράγοντες που συνυπολογίζονται στην περίπτωση του προβλήματος είναι μόνο τα χιλιόμετρα που διανύθηκαν και η αξία της βενζίνης. Πρέπει να επισημάνουμε στους μαθητές ότι αυτό δεν αποτελεί αξιόπιστο στοιχείο για την εξαγωγή συμπερασμάτων, καθώς ένα πλήθος άλλοι παράγοντες υπεισέρχονται που θα μπορούσαν να επηρεάσουν το αποτέλεσμα των μετρήσεων. Ενδεικτικά αναφέρουμε:

- τη χωρητικότητα και την κατάσταση του κινητήρα, την κατάσταση των ελαστικών,
- τον τρόπο οδήγησης,
- τη διαδρομή στην οποία έγινε η μέτρηση και τις κυκλοφοριακές συνθήκες,
- το βάρος οδηγού, των επιβατών κ.λπ.
- την τιμή της βενζίνης (Ήταν η ίδια για όλα τα αυτοκίνητα; Θα μπορούσαν, για παράδειγμα, να αγοράσουν όλοι από το ίδιο μέρος βενζίνη)

Εξετάζοντας προσεκτικά το πρόβλημα τα παιδιά μπαίνουν σε μια διαδικασία ανακάλυψης παραγόντων που επιδρούν στην κατανάλωση και αντιλαμβάνονται πως για να είναι ασφαλείς και αξιόπιστες οι μετρήσεις πρέπει να ισχύουν οι ίδιες συνθήκες μέτρησης για όλα τα αυτοκίνητα.

Η συζήτηση μπορεί (προαιρετικά) να επεκταθεί αναφέροντας στοιχεία για την εξοικονόμηση ενέργειας σε άλλες δραστηριότητες του ανθρώπου (π.χ. θέρμανση, κλιματισμός, φωτισμός, οικιακές συσκευές κ.λπ.).

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Εξισώσεις».

Κεφάλαιο 29ο Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι διαιρετέος ή διαιρέτης

Αντανακλάσεις...

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να σχηματίζει τις αντίστροφες πράξεις μιας διαίρεσης.*
- *Να χρησιμοποιεί τις αντίστροφες πράξεις για να λύσει μια εξίσωση όταν ο άγνωστος έχει τη θέση του διαιρετέου ή του διαιρέτη.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να λύνει μια εξίσωση όταν ο άγνωστος είναι διαιρετέος ή διαιρέτης.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η εύρεση των αντίστροφων πράξεων της διαίρεσης δυσκολεύει τα παιδιά. Ενώ βρίσκουν εύκολα ως αντίθετη πράξη της διαίρεσης τον πολλαπλασιασμό (π.χ. στη διαίρεση 170 **:** 2 = 85 εύκολα συμπεραίνουν ότι 85 • 2 = 170 δυσκολεύονται να φτάσουν εύκολα στην αντίστροφη διαίρεση 170 : 85 = 2).

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα σχηματίσουν εξίσωση διαίρεσης στην οποία ο άγνωστος είναι διαιρετέος. Θα γράψουν την εξίσωση που περιγράφει το πρόβλημα (η λέξη κλειδί είναι «*να μοιραστούν*» η οποία και παραπέμπει στη διαίρεση). Έτσι η εξίσωση είναι

x : 85 = 2. Στη συνέχεια υπολογίζουν με το νου τον αριθμό των τετραδίων κάνοντας τον πολλαπλασιασμό 85 • 2. Γνωρίζοντας ότι ο πολλαπλασιασμός είναι η αντίστροφη πράξη της διαίρεσης, θα υπολογίσουν την τιμή του άγνωστου και θα διατυπώσουν τον κανόνα.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή ο άγνωστος είναι διαιρέτης, καθώς τα 176 αβγά πρέπει να μοιραστούν σε *άγνωστο (θ)* αριθμό από θήκες. Η λέξη – κλειδί και πάλι είναι «*να μοιραστούν*», η οποία και παραπέμπει στη διαίρεση. Παρατηρώντας το σχήμα, τα παιδιά έχουν οπτική αποτύπωση του προβλήματος και θα απαντήσουν εύκολα ότι η κόκκινη γραμμή δείχνει το μοίρασμα των αβγών στις θήκες. Στη συνέχεια θα διαπιστώσουν ότι για να υπολογίσουν τις θήκες που θα χρειαστούν πρέπει να κάνουν διαίρεση και θα υπολογίσουν ότι θα χρειαστούν 176 : 4 = 44 θήκες. Με τον ίδιο τρόπο θα υπολογίσουν την τιμή του άγνωστου στην εξίσωση του προβλήματος και θα διατυπώσουν τον κανόνα. Κατόπιν με αφετηρία το 4 θα ακολουθήσουν την αντίστροφη πορεία (πράσινη), θα σχηματίσουν την αντίστροφη εξίσωση και θα τη λύσουν. Εξετάζοντας την αρχική και την αντίστροφή της εξίσωση θα διαπιστώσουν ότι η τιμή που βρήκαν επαληθεύει και τις δυο. Συνεπώς, θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε την τιμή του άγνωστου και από την αντίστροφη εξίσωση.

Σημείωση: Στο πλαίσιο της κατανόησης από τους μαθητές της αντιστροφής των πράξεων και κατά συνέπεια των αντίστροφων εξισώσεων συζητούμε με τους μαθητές για το πως βλέπουν το διάγραμμα της δραστηριότητας, ποια είναι η σχέση της πορείας από το 176 έως το 4 με την πορεία από το 4 έως το 176, ποια είναι η σχέση των δύο εξισώσεων που σχημάτισαν και για άλλα σχετικά ζητήματα.

Εναλλακτική προσέγγιση: Όταν ο άγνωστος είναι ο διαιρέτης είναι ίσως ευκολότερο για τους μαθητές να μετατρέπουν την εξίσωση στην αντίστροφή της και μετά να τη λύνουν από το να θυμούνται απευθείας τον τύπο (για να λύσουμε την εξίσωση διαιρούμε τον διαιρετέο με το πηλίκο).

Εφαρμογές 1η & 2η

Πρέπει να αναλυθούν προσεκτικά προκειμένου τα παιδιά να αντιληφθούν πλήρως την τεχνική επίλυσης των εξισώσεων της μορφής αυτής.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

Η λύση των εξισώσεων (το x διαιρέτης): **α)** x = 10 **β)** x = 0,1 **γ)** x = 2 **δ)** x = 100.

Άσκηση 2η

Η λύση των εξισώσεων (το x διαιρετέος): **α)** x = 9 **β)** x = 2 **γ)** x = 5 **δ)** x =160.

Πρόβλημα 1ο

Η εξίσωση είναι x **:** 12 = 1.200 και η λύση είναι x = 14.400 €.

Πρόβλημα 2ο

Η εξίσωση είναι 720 **:** x = 24 και η λύση x = 30.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Μήνυμα ταξιδεύει στο διάστημα»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά, να συνδέσουν τα μαθηματικά με την εξερεύνηση του διαστήματος. Συγκεκριμένα πρέπει με τρεις τρόπους (λύνοντας την εξίσωση, συμπληρώνοντας πίνακα και με έναν πολλαπλασιασμό) να υπολογίσουν την απόσταση στην οποία βρισκόταν το Pioneer 10 όταν έκανε την τελευταία του επαφή με τη Γη.

Αν οι μαθητές δυσκολεύονται να σχηματίσουν την εξίσωση, μπορούμε να τους βοηθήσουμε, καθώς οι έννοιες «ταχύτητα» και «απόσταση» σε συνδυασμό με τους πολύ μεγάλους αριθμούς (δισεκατομμύρια) δυσκολεύουν τους μαθητές αυτής της ηλικίας ως προς τη διαχείρισή τους. Η δυσκολία αυτή προσφέρεται για συζήτηση του θέματος: «Ποιος είναι ο απλούστερος τρόπος επίλυσης ενός προβλήματος;» (η συμπλήρωση πίνακα, οι 4 πράξεις ή οι εξισώσεις;). Ακόμα μπορεί να συζητηθεί το θέμα «Πότε και πώς μας βοηθούν οι εξισώσεις στην επίλυση προβλημάτων;».

Η δραστηριότητα προσφέρεται επίσης για συζήτηση σχετική με την ύπαρξη ζωής σε άλλους πλανήτες, τις δυνατότητες επικοινωνίας μεταξύ άλλων πολιτισμών το ρόλο των μαθηματικών στη διαδικασία αυτή κ.λπ.

Τα σκίτσα της πλακέτας δίνουν συνοπτικά όλες τις πληροφορίες που χρειάζεται κάποιος για να καταλάβει ποιοι έστειλαν το διαστημόπλοιο, τι πολιτισμό έχουν, πώς μοιάζουν και πού θα τους βρει. Έτσι απεικονίζονται:

1. *Το στοιχείο του υδρογόνου που είναι το πιο διαδεδομένο στοιχείο στο Σύμπαν.*
2. *Το ανθρώπινο είδος με τα δύο φύλα και το μέγεθός τους σε σχέση με το μέγεθος του Pioneer 10 που φαίνεται πίσω τους.*
3. *Το ηλιακό σύστημα με πληροφορίες για τη σειρά των πλανητών, τις αποστάσεις τους από τον ήλιο και την τροχιά που ακολούθησε το διαστημόπλοιο.*
4. *Η θέση του ηλιακού συστήματος στο γαλαξία μας και οι διάφορες αποστάσεις από σημαντικά αστέρια στο γαλαξία.*
5. *Η χειρονομία του άνδρα δείχνει συναίσθημα και φιλική διάθεση, η αποτύπωση των πλανητών και η μαθηματική καταγραφή των αποστάσεων σε δυαδική μορφή δείχνει καλλιέργεια των επιστημών και της τεχνολογίας.*

Το μήνυμα τις πλακέτας είναι το εξής: «θα μας βρείτε εδώ, έτσι μοιάζουμε και είμαστε φιλικοί».

Στοιχεία για τις διαστημικές αποστολές Pioneer 10 και 11 θα βρείτε στη NASA:

http://spaceprojects.arc.nasa.gov/Space_Projects/pioneer/PNhome.html

Ανάλογα πάντα με τις δυνατότητες των παιδιών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις ειδικές συνθήκες της τάξης, ο δάσκαλος μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές είτε να ασχοληθούν ή να αγνοήσουν τα θέματα για συζήτηση που περιλαμβάνονται στη δραστηριότητα.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Εξισώσεις».

Κριτήριο αξιολόγησης για τη θεματική ενότητα 2

1. Η συνδρομή για συμμετοχή στον όμιλο κολύμβησης είναι 15 € το μήνα και 2 € κάθε φορά που χρησιμοποιείται η πισίνα. Χρησιμοποίησε μια μεταβλητή και φτιάξε μια αριθμητική παράσταση που να δίνει τα χρήματα που θα πληρώνεις το μήνα, ανάλογα με το πόσες φορές θα χρησιμοποιήσεις την πισίνα.

Απάντηση: ....

2. Η βαρύτητα του Δία είναι 2,64 φορές μεγαλύτερη από τη βαρύτητα της Γης. Διάλεξε μια μεταβλητή για το βάρος των αντικειμένων στη Γη και γράψε μια αριθμητική παράσταση που θα σου δίνει το βάρος τους στο Δία. Μετά αντικατάστησε τη μεταβλητή με το δικό σου βάρος και βρες πόσο θα ζύγιζες στο Δία.

Απάντηση: ....

3. Η κυρία Δροσινού είναι 36 ετών. Ο γιος της είναι 8 ετών. Οι ηλικίες του κυρίου Δροσινού, της γυναίκας του και του γιου τους δίνουν άθροισμα 77. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις μπορεί να μας δώσει την ηλικία (n) του κυρίου Δροσινού;

- $77 + 36 + 8 = n$
- $36 + n = 77 + 8$
- $36 + 8 = 77 + n$
- $77 - 8 = 36 - n$
- $36 + 8 + n = 77$

4. ♣ + ✻ = 10
✻ - ♣ = 2

Τα ✻ έχουν παντού την ίδια τιμή.
Τα ♣ έχουν παντού την ίδια τιμή.
Ποια είναι η τιμή του ♣ ;

3
4
5
6
7

5. Η Αμάντα παίζει ένα επιτραπέζιο παιχνίδι με τη φίλη της και χρειάζεται 40 πόντους για να κερδίσει. Έχει ήδη συγκεντρώσει 27 πόντους. Συμπλήρωσε την εξίσωση του προβλήματος και λύσε την.

.... + x = ...

Απάντηση:..

6. Ο Δημήτρης αγόρασε παγωτά που το καθένα κόστιζε 1,12 €. Έδωσε 5 € και πήρε ρέστα 1,64 €. Διάλεξε από τις παρακάτω εξισώσεις τη σωστή και λύσε την. (α = αριθμός των παγωτών)

$α = 5 – 1{,}64 \cdot 1{,}12$
$5 : 1{,}12 = α + 1{,}64$
$1{,}12 \cdot α = 5 – 1{,}64$

Απάντηση:..

7. Να βρεις την τιμή του x για καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- x + 4 = 16 • 2 ....
- x – 6 = 83,7 + 9 ....
- 18 – x = 107 – 90 ....
- x : 2 = 1 ....
- 24 : x = 1 + 1,4 ....
- 18 • x = 9 ....

8. Η ομάδα μπάσκετ του σχολείου αγόρασε 8 μπλούζες. Το συνολικό κόστος τους ήταν 39,20 €. Να γράψεις την εξίσωση που δείχνει πώς προέκυψε το συνολικό κόστος από την τιμή της μιας μπλούζας και να τη λύσεις.

Απάντηση:..........

9. Ο Άγγελος έχει 8 κουτιά. Βάζει ίσο αριθμό από μπίλιες σε κάθε κουτί. Αν οι μπίλιες του είναι x συνολικά, συμπλήρωσε:

μπίλιες σε κάθε κουτί =

Γράψε την εξίσωση όταν γνωρίζεις ότι το σύνολο είναι 112 μπίλιες και άγνωστος x είναι ο αριθμός των κουτιών:

10. Γράψε ένα πρόβλημα που να λύνεται με την εξίσωση ν + 2 = 6.

....
....
....
....

11. Γράψε ένα πρόβλημα που να λύνεται με την εξίσωση κ : 4 = 32.

....
....
....
....

12. Το μέγεθος της μεγεθυσμένης φωτογραφίας είναι 8 φορές το αρχικό της μέγεθος. Γράψε την εξίσωση που δείχνει τη σχέση τους, χρησιμοποιώντας τη μεταβλητή **Μ** για το μέγεθος της μεγεθυσμένης φωτογραφίας και τη μεταβλητή **μ** για το αρχικό μέγεθος.

13. Γράψε την εξίσωση που εκφράζει τη φράση: Ο πληθυσμός της πόλης μας διπλασιάστηκε μέσα σε μια δεκαετία. Στην προηγούμενη απογραφή ήταν 12.000 κάτοικοι.

14. Υπάρχει ένας «τύπος» που βοηθά τους γιατρούς να υπολογίζουν την ποσότητα του αίματος κάθε ανθρώπου: «Η ποσότητα του αίματός μας (σε λίτρα) βρίσκεται αν πολλαπλασιάσουμε το βάρος μας (σε κιλά) με το 0,08». Σύμφωνα με αυτόν τον τύπο να βρεις το βάρος του ανθρώπου που έχει 4 λίτρα αίμα.

Απάντηση: ....

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 3η:
ΛΟΓΟΙ - ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ

Περιεχόμενα

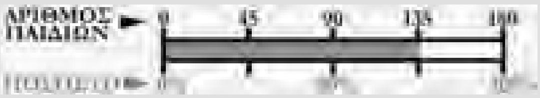
Θεωρητικό μέρος

Σε πολλές έρευνες έχει διαπιστωθεί ότι οι μαθητές αντιμετωπίζουν δυσκολίες με τις βασικές έννοιες των λόγων, των αναλογιών και των ποσοστών καθώς και με τα προβλήματα που περιλαμβάνουν τις έννοιες αυτές (Hart, 1988; Kaput & West, 1994). Για να λύσουν οι μαθητές τα προβλήματα με τις συγκεκριμένες έννοιες συνήθως χρησιμοποιούν στρατηγικές χαμηλής πολυπλοκότητας, οι οποίες στηρίζονται στην «προσθετική λογική», ενώ τα προβλήματα απαιτούν στρατηγικές υψηλής πολυπλοκότητας που βασίζονται στην «πολλαπλασιαστική λογική» (Lamon, 1993; Noelting, 1980; Singh, 2000). Μια σύγχρονη προσέγγιση για το πώς καλλιεργούνται και βελτιώνονται οι στρατηγικές υψηλής πολυπλοκότητας στα Μαθηματικά είναι τα «μοντέλα». Τα μοντέλα θεωρείται ότι αναπαριστούν καταστάσεις, και δομές σχετικές με το εξεταζόμενο πρόβλημα, που όμως είναι δυνατό να εκφέρονται με διάφορους τρόπους. Αυτό σημαίνει ότι ο όρος «μοντέλο» μπορεί να εκφραστεί με πολύ διαφορετικά πράγματα. Έτσι διάφορα υλικά, παραδείγματα, σκίτσα, σχέδια, διαγράμματα, ακόμη και σύμβολα χρησιμεύουν ως μοντέλα (Gravemeijer, 1997; Van den Heuvel-Panhuizen, 2001).

Για παράδειγμα, μια *οριζόντια διπλή αριθμογραμμή* μπορεί να λειτουργήσει ως μοντέλο για τη διδασκαλία των ποσοστών.

Η διδασκαλία των ποσοστών ξεκινάει με μια ποιοτική προσέγγιση, κατά την οποία τα ποσοστά περιγράφουν καταστάσεις του τύπου «τόσα από το σύνολο», και τελειώνει με μια πιο ποσοτική προσέγγιση.

Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της κατανόησης των ποσοστών το μοντέλο (η διπλή αριθμογραμμή) αλλάζει βαθμιαία από πλαίσιο αποτύπωσης μιας συγκεκριμένης περίπτωσης, σε ένα γενικότερο πιο αφηρημένο μοντέλο το οποίο καθοδηγεί τους μαθητές στην επιλογή των υπολογισμών που πρέπει να γίνουν και στην εκτίμηση του αποτελέσματος.



Στο τέλος της διαδικασίας, όταν τα προβλήματα γίνονται πιο σύνθετα, μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί ως μοντέλο ανάλυσης που μπορεί να αξιοποιηθεί σε παρεμφερείς προβληματικές καταστάσεις.

Οι αρχικές μαθηματικές δραστηριότητες διαμορφώνουν το μοντέλο το οποίο στη συνέχεια ενσωματώνεται στην πραγματικότητα της τάξης και μέσα από τη χρήση του οι μαθητές φθάνουν στις νέες πραγματικότητες, οι οποίες με τη σειρά τους θα γίνουν το θέμα για νέες δραστηριότητες μοντελοποίησης (Freudenthal, 1991).

Αγαπητοί γονείς και κηδεμόνες,

Σας καλωσορίζουμε στην τρίτη θεματική ενότητα του βιβλίου.

Τι θα μάθουμε σε αυτή την ενότητα

Η τρίτη ενότητα, περιλαμβάνει τους **ΛΟΓΟΥΣ,** τις **ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ** και τα **ΠΟΣΟΣΤΑ**.

Η κεντρική μαθηματική έννοια της ενότητας είναι το πώς μελετάμε ταυτόχρονα δύο ποσά που έχουν κάποια σχέση μεταξύ τους και πώς εκφράζουμε αυτή τη σχέση.

Αρχικά σκοπός μας είναι να βεβαιωθούμε ότι *τα παιδιά έχουν ξεκαθαρίσει μέσα τους ποιο είναι το ποσό και ποια η τιμή του.* Μετά, εφόσον διακρίνουν σχέση ανάμεσα σε δύο ποσά, πρέπει να αποφασίσουν αν είναι ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα μεταξύ τους. Τέλος, καλούνται να εκφράσουν αυτή τη σχέση με το σωστό τρόπο και να λύνουν προβλήματα στα οποία: γνωρίζουμε τρεις τιμές (δύο από το ποσό Α και μία από το ποσό Β) και ζητάμε μια τέταρτη (τη δεύτερη τιμή του ποσού Β).

Υπάρχουν τουλάχιστον τρεις τρόποι για την επίλυση τέτοιου τύπου προβλημάτων (αναγωγή στη μονάδα, εξίσωση, απλή μέθοδος των τριών). Στην τάξη, αφού αφήσουμε τα παιδιά να προσπαθήσουν να βρουν τη λύση **μόνα τους** και να εξηγήσουν τη στρατηγική τους, θα δείξουμε *και τους τρεις τρόπους*.

Σημείωση: Τα ποσοστά διδάσκονται στην ενότητα αυτή επειδή πρόκειται για ανάλογα ποσά.

Πώς μπορείτε να βοηθήσετε στο σπίτι:

1. Είναι πολύ σημαντικό **να μην προτρέξετε** στο σπίτι να δείξετε όλους τους τρόπους λύσης των προβλημάτων από την αρχή.
2. Κάθε παιδί είναι **ελεύθερο να λύσει τα προβλήματα με όποιο τρόπο θεωρεί πιο βολικό**. Μην καθοδηγείτε τη σκέψη του στον έναν ή τον άλλο τρόπο. Πρέπει όμως πάντα να είναι σε θέση να εξηγεί τη στρατηγική του σε κάθε βήμα, ώστε να κατανοούν οι συμμαθητές του, οι οποίοι ενδέχεται να έχουν επιλέξει άλλο τρόπο λύσης. Μπορείτε, αν διαπιστώσετε ότι έχει εγκλωβιστεί σε έναν μόνο τρόπο σκέψης, να του ζητήσετε να σας «εξηγήσει» και κάποιον άλλο τρόπο. Στο σχολείο θα φροντίσουμε να μην παραμεληθεί η λύση με το σχηματισμό της εξίσωσης.
3. Τα προβλήματα με ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά είναι προβλήματα που κατά κύριο λόγο **βασίζονται στη λογική του παιδιού και την εμπειρία** που έχει αποκτήσει από την καθημερινή του ζωή. Μόνο η λογική και η εμπειρία του μπορούν να το βοηθήσουν να αποφασίσει αν δύο ποσά είναι ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα. Για το λόγο αυτό μη χάνετε την ευκαιρία, να ανακαλύπτετε μαζί του ποσά που σχετίζονται μεταξύ τους με τρόπο ανάλογο ή αντιστρόφως ανάλογο.
4. Το ίδιο ισχύει και στα πιο συγκεκριμένα παραδείγματα των ποσοστών. **Στην καθημερινή μας ζωή συναντάμε τα ποσοστά πολύ συχνά** (εκλογές, δημοσκοπήσεις, συστατικά τροφών, εκπτώσεις, δάνεια κ.λπ.). Ζητήστε από το παιδί σας, ανάλογα με την περίπτωση, να σας εξηγήσει τι εννοείται κάθε φορά με ένα συγκεκριμένο ποσοστό.

Με εκτίμηση,
... δ................ του παιδιού σας

Κεφάλαιο 30ό Λόγος δύο μεγεθών

Σου δίνουμε το… λόγο μας

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι:

- *Να συγκρίνει μεγέθη.*
- *Να μελετά τη σχέση δύο μεγεθών.*
- *Να εκφράζει τη σχέση δύο μεγεθών με λόγο.*
- *Να αναγνωρίζει τους αντίστροφους λόγους.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να χρησιμοποιεί πολλαπλασιασμό και διαίρεση ακέραιων αριθμών για να λύνει προβλήματα λόγων.*
- *Να αναπαριστά λόγους με κλάσματα, δεκαδικούς και ακέραιους αριθμούς.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η έννοια του λόγου και η σύγχυση των κλασμάτων με τους λόγους καταγράφονται μεταξύ των θεμάτων που ενδέχεται να δυσκολέψουν τους μαθητές.

Ένα άλλο θέμα που οι μαθητές συγχέουν είναι ότι ο λόγος δεν έχει μονάδες μέτρησης ενώ στη σύγκριση των μεγεθών συνήθως τα μεγέθη είναι μετρημένα με μια μονάδα μέτρησης. Ίσως θα ήταν χρήσιμο να τονιστεί η διαφορά αυτή στους μαθητές.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή δίνεται στους μαθητές μια προβληματική κατάσταση την οποία εξετάζουν και καλούνται παρατηρώντας τους δύο πίνακες να εργαστούν ως εξής:

Έτος 1980	Αυτοκίνητα	345
	Κάτοικοι	3.450
Έτος 2000	Αυτοκίνητα	850
	Κάτοικοι	3.150

Να διατυπώσουν τα συμπεράσματά τους (αυξήθηκαν τα αυτοκίνητα ενώ ελαττώθηκαν οι κάτοικοι).

Να συζητήσουν για τη σχέση του αριθμού των αυτοκινήτων με τον αριθμό των κατοίκων το 1980 και το 2000 (σε 20 χρόνια τα αυτοκίνητα υπερδιπλασιάστηκαν).

(Το Δοξάτο βρίσκεται στο νομό Δράμας.)

Δραστηριότητα 2η

Στη δεύτερη δραστηριότητα καλούνται τα παιδιά να γράψουν την περίμετρο του τριγώνου και του τετραγώνου. Θα εξηγήσουν πώς οι αριθμοί της 2ης γραμμής προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε το μήκος της πλευράς επί το πλήθος των πλευρών του σχήματος:

3 • 3 = 9 και 5 • 4 = 20.

Στη συνέχεια θα παρατηρήσουν ότι η περίμετρος και το μήκος της πλευράς μπορούν να εκφραστούν με κλάσμα.

Τονίζεται πως οι μαθητές πρέπει να διαβάζουν τη σχέση πλευράς και περιμέτρου διαβάζοντας 3 *προς* 9 (*όχι τρία ένατα*) και 5 *προς* 20.

Εφαρμογές 1 και 2

Οι μαθητές γνωρίζουν να απλοποιούν κλάσματα. Άρα είναι σε θέση να εξηγήσουν πως από $\frac{28}{14}$ το προκύπτει το $\frac{2}{1}$ και πώς από το $\frac{3}{12}$ προκύπτει το $\frac{1}{4}$.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Οι ασκήσεις και τα προβλήματα δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερες δυσκολίες.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Πυκνότητα πληθυσμού»*

Η εκτέλεση της δραστηριότητας αυτής προϋποθέτει τη χρήση υπολογιστή τσέπης, έναν για κάθε ομάδα, ώστε να γίνουν οι υπολογισμοί γρήγορα.

Προτείνεται η δημιουργία ομάδων που θα αποτελούνται από 2 έως 4 παιδιά η καθεμία. Η εκτέλεση ολοκληρώνεται σε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση οι ομάδες με βάση τις πληροφορίες από την απογραφή σχηματίζουν τους λόγους, απλοποιούν τα κλάσματα και γράφουν τις απαντήσεις.

Στη δεύτερη φάση οι μαθητές σκέφτονται, συζητούν στην ομάδα τους και αναγνωρίζουν τη σημασία της πυκνότητας πληθυσμού, την υπολογίζουν για κάθε χώρα και συμπληρώνουν τον πίνακα. Τέλος, οι ομάδες προχωρούν στην ανακοίνωση των πορισμάτων τους, γίνεται επέκταση και σύνδεση με άλλες γνωστικές περιοχές καθώς και ανοιχτή συζήτηση στην τάξη ανάμεσα σε όλα τα παιδιά.

Το θέμα προσφέρεται για σύνδεση με άλλες γνωστικές περιοχές όπως είναι, για παράδειγμα, η Γεωγραφία (τουρισμός, συνήθειες, ασχολίες των κατοίκων) και η Ιστορία (συνήθειες του παρελθόντος, προβλέψεις για το μέλλον). Μέσα στο πλαίσιο του χρόνου μπορούν να επεκταθούν περισσότερο και να ανατρέξουν σε άλλες πηγές (ΥΠΕΠΘ – ΠΙ, *Βλέπω το σημερινό κόσμο*, ΟΕΔΒ 2002). Οι ομάδες προσπαθούν να ερμηνεύσουν τις σύγχρονες συνήθειες στις διακοπές των Ευρωπαίων, να τις συγκρίνουν με συνήθειες του παρελθόντος και να κάνουν προβλέψεις για το μέλλον.

Ενθαρρύνουμε τους μαθητές να προχωρήσουν σε πρώτη φάση σε μια αρχική εκτίμηση και συζήτηση της δραστηριότητας στην ομάδα τους και σε δεύτερη φάση στην ανακοίνωση και την ανοιχτή συζήτηση στην τάξη ανάμεσα σε όλα τα παιδιά. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι συντονιστικός και επιτρέπεται μέσα στο πλαίσιο του χρόνου να προτρέψει τους μαθητές να επεκταθούν περισσότερο ή, αν υπάρχει το ενδιαφέρον, να ανατρέξουν σε άλλες πηγές και να αναλάβουν να παρουσιάσουν μια μικρή έρευνα του θέματος αργότερα.

Απαντήσεις

Η πυκνότητα του πληθυσμού για κάθε χώρα

ΧΩΡΑ	ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ
Μπαγκλαντές	926
Νεπάλ	184
Ελλάδα	81
Τατζικιστάν	47
Νικαράγουα	39

Μικρή έρευνα:

Η χώρα με τη μεγαλύτερη πυκνότητα πληθυσμού είναι το Μονακό με έκταση 2 τετραγωνικά χιλιόμετρα, πληθυσμό 32.000 κατοίκους και πυκνότητα πληθυσμού 16.000 κατοίκων ανά τετρ. χιλιόμετρο

Η χώρα με τη μικρότερη πυκνότητα πληθυσμού είναι η Γροιλανδία με έκταση 2.166.086 τετρ. χιλιόμετρα, πληθυσμό 56.400 κατοίκους και πυκνότητα πληθυσμού 0,2 κατοίκους ανά τετρ. χιλιόμετρο.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Λόγοι – Αναλογίες».

Κεφάλαιο 31ο Από τους λόγους στις αναλογίες

Από το λόγο στην αναλογία... Τι γλυκό!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι:

- *Να συγκρίνει δύο λόγους.*
- *Να αναγνωρίζει την ισότητα δύο λόγων.*
- *Να σχηματίζει αναλογίες.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να οδηγηθεί στην έννοια της αναλογίας εκφράζοντας τη σχέση δύο ποσών με λόγο.*
- *Να αποκτήσει την ικανότητα να αναγνωρίζει σχέσεις αναλογίας.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η έννοια της αναλογίας και η σύγκριση λόγων ενδέχεται να δυσκολέψουν τους μαθητές.

Οι μαθητές, έχοντας μάθει να εκφράζουν τη σχέση δύο μεγεθών με λόγο, οδηγούνται στην έννοια της αναλογίας. Στόχος είναι οι μαθητές να βρίσκουν τους αριθμούς της κάτω σειράς του πίνακα πολλαπλασιάζοντας τους αριθμούς της επάνω σειράς με έναν σταθερό αριθμό.

Για παράδειγμα, στον πιο κάτω πίνακα ο αριθμός της κάτω σειράς προκύπτει πολλαπλασιάζοντας τον αριθμό της επάνω σειράς επί 4.

Μήκος πλευράς τετραγώνου (εκατοστά)	5	6	7	8	x
Περίμετρος τετραγώνου (εκατοστά)	20	24	28	32	4 • x

Δραστηριότητα Έκπληξη

Για να τονιστεί η σημασία της εφαρμογής των αναλογιών με ακρίβεια στην καθημερινή ζωή αυτό το μάθημα προσφέρεται για ένα προαιρετικό ευχάριστο πείραμα.

Υλικά: 1 λίτρο συμπυκνωμένος χυμός, 3 λίτρα νερό, διάφανα πλαστικά ποτηράκια.

Εκτέλεση

Οι μαθητές χωρίζονται σε 3 πειραματικές ομάδες και 1 ομάδα ελέγχου.

Η πρώτη πειραματική ομάδα μαθητών θα αναμείξει χυμό με νερό σε αναλογία 3:1.

Η δεύτερη πειραματική ομάδα μαθητών θα αναμείξει χυμό με νερό σε αναλογία 2:1.

Η τρίτη πειραματική ομάδα μαθητών θα αναμείξει χυμό με νερό σε αναλογία 1:1.

Η ομάδα ελέγχου θα δοκιμάσει τους χυμούς και θα ανακοινώσει αν είχαν όλοι την ίδια «δυνατή» γεύση πορτοκαλάδας.

Τα παιδιά θα συζητήσουν για την ανάγκη τήρησης των αναλογιών στις συνταγές ώστε να έχουμε το ίδιο γευστικό αποτέλεσμα.

Δραστηριότητα 1η

Οι λόγοι είναι ίσοι. Η θερμιδική αξία στις δύο σοκολάτες είναι ίση.

(Η Φαρκαδόνα βρίσκεται στο νομό Τρικάλων.)

Δραστηριότητα 2η

Πρέπει να διευκρινιστεί στους μαθητές ότι αυτό είναι μόνο ένα μέρος του πίνακα, ώστε να είναι ευκολότερο να παρατηρήσουν μόνο δύο λόγους.

Οι λόγοι είναι ίσοι: $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$.

Οι αριθμοί της δεύτερης σειράς είναι το γινόμενο του βάρους επί τη θερμιδική αξία:

1 • 5 = 5, 2 • 5 = 10.

Κανόνας και παράδειγμα

Πρέπει να τονιστεί ότι μόνο δύο ίσοι λόγοι σχηματίζουν αναλογία.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές κατανόησαν πως τα κλάσματα στην τελευταία περίπτωση είναι άνισα.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 2η

α) Πολλαπλασιάζουμε αριθμητή και παρονομαστή με το 4.

β) Διαιρούμε αριθμητή και παρονομαστή με το 3.

Άσκηση 3η

Το ζευγάρι αριθμητών και παρονομαστών που υπάρχει μας οδηγεί στην εύρεση της σχέσης (διπλάσιο, τριπλάσιο κ.λπ.), την οποία εφαρμόζουμε για να βρούμε τον αριθμό που λείπει.

Πρόβλημα 1ο

Δεν παρουσιάζει δυσκολίες. Αν μάλιστα ο δάσκαλος έχει πραγματοποιήσει τη δραστηριότητα – έκπληξη οι μαθητές θα διακρίνουν τις ομοιότητες στην προβληματική κατάσταση.

Πρόβλημα 2ο

Δεν παρουσιάζει δυσκολίες και προσφέρει στους μαθητές καταναλωτική αγωγή.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Ισότητα των φύλων»

Η πραγματική εφαρμογή της αναλογίας σε ένα τόσο σημαντικό θέμα όπως είναι η Δημοκρατία μπορεί να αποτελέσει αφορμή για προεκτάσεις σε άλλες θεματικές περιοχές.

Κεφάλαιο 32ο Αναλογίες

Αναλογία; «Χιαστί» θα βρω το x!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι:

- *Να βρίσκει τη σχέση των όρων της αναλογίας.*
- *Να υπολογίζει τον άγνωστο όρο της αναλογίας.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να χρησιμοποιεί αναλογίες για να περιγράφει ποσοτικές σχέσεις που έχουν να κάνουν με αριθμούς, γεωμετρικά σχήματα, μετρήσεις μεγεθών και πιθανότητες.*

Δραστηριότητα 1η

Πλευρά ισόπλευρου τριγώνου	1	2
Περίμετρος τριγώνου	3	6

Ζητάμε από τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τους αριθμούς που δίνονται στον πίνακα και να συγκρίνουν τους λόγους $\frac{\text{πλευρά ισόπλευρου τριγώνου}}{\text{περίμετρο}}$.

Θα ανακαλύψουν ότι ο δεύτερος λόγος προκύπτει αν πολλαπλασιάσουμε τον αριθμητή και τον παρονομαστή του πρώτου λόγου επί τον αριθμό 2.

Πολλαπλασιάζοντας τους αριθμούς που βρίσκονται στο ίδιο χρώμα καταλήγουμε στα ίδια γινόμενα (σταυρωτά γινόμενα των όρων της αναλογίας). Για την οπτικοποίηση των σταυρωτών γινομένων οργανώσαμε χρωματικά τα κελιά.

Τα παιδιά θα παρατηρήσουν ότι αν πολλαπλασιάσουμε σταυρωτά («χιαστί») τους όρους μιας αναλογίας, τα γινόμενα που προκύπτουν είναι ίσα. Αυτό θα επιβεβαιωθεί και στη 2η δραστηριότητα. Έτσι αβίαστα θα καταλήξουν στον κανόνα.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Οι κλίμακες στο χάρτη»*

Η έννοια της κλίμακας είναι μια έννοια που παρουσιαζόταν πάντα αποσπασματικά στους μαθητές και σπάνια είχαν την ευκαιρία να πειραματιστούν ψάχνοντας αποστάσεις στο χάρτη της τάξης. Τα παιδιά συχνά θεωρούν εσφαλμένα πως όσο μεγαλώνει η κλίμακα τόσο μεγαλώνει και η απόσταση στο χάρτη, ενώ στην πραγματικότητα συμβαίνει το αντίθετο.

Αν ο χρόνος επαρκεί, μπορούμε να δώσουμε ζεύγη πόλεων σε ομάδες παιδιών προκειμένου να τις αναζητήσουν και να μετρήσουν την απόστασή τους στο χάρτη, να υπολογίσουν με βάση την κλίμακα την πραγματική τους απόσταση και να παρουσιάσουν στην τάξη το αποτέλεσμα της έρευνάς τους.

Στο δεύτερο ερώτημα της δραστηριότητας εξηγούμε στους μαθητές ότι κλίμακα 1 προς 50 σημαίνει 1 εκ. στο σχέδιο αντιστοιχεί σε 50 εκ. στην πραγματικότητα ή 2 εκ. στο σχέδιο ισοδυναμούν με 1 μέτρο στην πραγματικότητα.

Κεφάλαιο 33ο Σταθερά και μεταβλητά ποσά

Εκφράζομαι... ακριβώς!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι:

- *Να μελετήσει την έννοια του ποσού.*
- *Να διακρίνει τα ποσά από τις αντίστοιχες τιμές τους.*
- *Να συγκρίνει και να αναγνωρίζει τα σταθερά και τα μεταβλητά ποσά.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να εξασκηθεί στην αναγνώριση ποσών και της αντίστοιχης τιμής τους.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η διάκριση του ποσού από τη λέξη την οποία προσδιορίζει και από την τιμή του.

Σε εκφράσεις όπως «οι μαθητές της τάξης μου είναι 25» τα παιδιά ορίζουν λανθασμένα το ποσό «οι μαθητές» (αντί του σωστού: «ο αριθμός των μαθητών»), ενώ ορίζουν σωστά την τιμή «25».

Δραστηριότητα 1η

Διακρίνουμε τα ποσά από τα μη ποσά. Πρόκειται για μια πρώτη προσέγγιση των εννοιών που είναι δυνατό να μετρηθούν, η οποία πραγματοποιείται με τη συμμετοχή όλης της τάξης (μετωπική διδασκαλία). Τα παιδιά δεν θα δυσκολευτούν να ξεχωρίσουν αυτές τις έννοιες. Θα προβληματιστούν ωστόσο στις τελευταίες δύο φράσεις στις οποίες τα άλογα και οι πεζοπόροι στην πρώτη περίπτωση μπορούν να μετρηθούν, ενώ στη δεύτερη όχι. Κατόπιν τα παιδιά πρέπει αφού εργαστούν για 1-2 λεπτά με την ομάδα τους (ή ανά δύο) να παρουσιάσουν στην τάξη τρεις φράσεις που εκφράζουν ποσά και τρεις που δεν εκφράζουν ποσά.

Δραστηριότητα 2η

Αναγνωρίζουμε τα ποσά και τα διακρίνουμε από τις τιμές τους.

Εξηγούμε στους μαθητές την έννοια του ποσού χρησιμοποιώντας την εξής παρομοίωση «όπως οι άνθρωποι έτσι και τα ποσά έχουν όνομα κι επίθετο»! Κάποιοι άνθρωποι όμως, είναι τόσο γνωστοί που δεν χρειάζεται να πούμε το όνομα και το επίθετό τους για να καταλάβουμε σε ποιον αναφερόμαστε. Λέμε για παράδειγμα, ο Μπετόβεν, ο Ευκλείδης, ο Αρχιμήδης. Με τον ίδιο τρόπο κάποια ποσά, όπως είναι το βάρος, το μήκος, το πλάτος, το πλήθος και η θερμοκρασία, είναι τόσο γνωστά ώστε δεν αναφέρονται αλλά εννοούνται. Έτσι, όταν λέμε «χίλιοι πεζοπόροι» εννοούμε ότι «το πλήθος των πεζοπόρων ήταν χίλιοι», ενώ με τη φράση «ο χάρακας είναι 30 εκατοστά» εννοούμε ότι «το μήκος του χάρακα είναι 30 εκατοστά».

Στην πρώτη περίπτωση λοιπόν το ποσό δεν είναι «οι πεζοπόροι», όπως συχνά αναφέρουν τα παιδιά, (οι πεζοπόροι είναι άνθρωποι) αλλά «το πλήθος των πεζοπόρων». Στη δεύτερη περίπτωση το ποσό δεν είναι «ο χάρακας» (ο χάρακας είναι αντικείμενο) αλλά «το μήκος του χάρακα».

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Ψάχνω ποσά στα μαθήματά μου»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα επεκτείνει και συνδέει τη μαθηματική γνώση με τις υπόλοιπες θεματικές περιοχές. Με τον τρόπο αυτό τα παιδιά συνειδητοποιούν τις διαφορές αλλά και τη συσχέτιση των διάφορων μαθημάτων τόσο με τα μαθηματικά όσο και μεταξύ τους. Τα παιδιά θα διαπιστώσουν την ευρεία χρήση ποσών σε κάθε μάθημα με το οποίο θα ασχοληθούν.

Κεφάλαιο 34ο Ανάλογα ποσά

Όταν ανεβαίνω... ανεβαίνεις

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι:

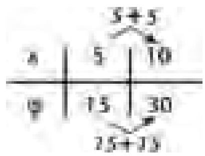
- *Να μελετήσει την έννοια των ανάλογων ποσών.*
- *Να συγκρίνει ποσά.*
- *Να αναγνωρίζει τα ανάλογα ποσά.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- Να ελέγχει κλάσματα και να διακρίνει τα ισοδύναμα.
- Να δημιουργεί μια σειρά από ίσους λόγους.

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η συμπλήρωση του πίνακα ποσών και τιμών όχι ως αναλογία (βλ. «Δυσκολίες» κεφ. 31) αλλά προσθετικά (βλ. σχήμα) είναι μια δυσκολία που παρατηρήθηκε στο συγκεκριμένο μάθημα.



Στον πίνακα ποσών και τιμών το ζητούμενο δεν είναι απλά η συμπλήρωση των ποσών αλλά η κατανόηση από το μαθητή των σχέσεων που συνδέουν τα ποσά.

Δραστηριότητα 1η

Εξηγούμε στους μαθητές ότι ο πίνακας ονομάζεται «Πίνακας ποσών και τιμών». Τα παιδιά παρατηρούν τον πίνακα *ποσών και τιμών* και εύκολα αναγνωρίζουν την ισότητα των λόγων που σχηματίζονται. Θα ήταν χρήσιμη η εξήγηση του πίνακα από τον δάσκαλο τόσο σε σειρές όσο και σε στήλες, ώστε να μην παρατηρούνται παρανοήσεις όταν αναφερόμαστε «στη στήλη 2» κ.λπ.

Οι μαθητές αναμένεται να σκεφτούν ότι η αξία των χυμών εξαρτάται από την ποσότητα και ότι για κάθε ποσότητα πολλαπλασιάζουμε με την αξία του ενός χυμού. Προς το παρόν δεν επεκτεινόμαστε αλλά αφήνουμε τη συζήτηση να φτάσει μέχρι αυτό το σημείο.

Δραστηριότητα 2η

Τα παιδιά εύκολα θα συμπληρώσουν τον πίνακα με την προσθετική μέθοδο προσθέτοντας κάθε φορά τον αριθμό 80 και αυτό θα μας απαντήσουν όταν ρωτηθούν για το «πώς προκύπτουν οι αριθμοί αυτοί;». Όταν όμως κληθούν να συγκρίνουν τον πρώτο αριθμό της γραμμής με τους επόμενους, θα οδηγηθούν στη διαπίστωση ότι οι δύο γραμμές διέπονται από την ίδια σχέση: αυξάνουν και οι δύο με *σταθερό βήμα*. Στην επόμενη ενέργεια θα ανακαλύψουν ότι όσες φορές μεγαλώνει η τιμή του ενός ποσού, αντίστοιχα μεγαλώνει και η τιμή του άλλου. Συγκρίνοντας τους λόγους ανά δύο θα διαπιστώσουν ότι είναι ίσοι.

Κανόνας και εφαρμογές

Δύο ποσά είναι **ανάλογα** όταν οι τιμές του ενός προκύπτουν από τις τιμές του άλλου πολλαπλασιάζοντας κάθε φορά με έναν σταθερό αριθμό. Αυτός ο σταθερός αριθμός λέγεται **συντελεστής αναλογίας** και μπορούμε να τον υπολογίσουμε από τον πίνακα της αναλογίας διαιρώντας έναν αριθμό της δεύτερης σειράς με τον αντίστοιχο αριθμό της πρώτης σειράς.

Ζητείται από τους μαθητές να προσέξουν τη σημείωση για ποσά που φαίνεται να είναι ανάλογα αλλά δεν είναι. Ακόμα καλό είναι να τους δοθούν επιπλέον παραδείγματα όπως η ώρα της ημέρας και η θερμοκρασία, το ύψος ενός ανθρώπου και το νούμερο παπουτσιού το μέγεθος του εγκεφάλου και ο δείκτης ευφυΐας (εξυπνάδα). Μπορούμε επίσης να αναφέρουμε στους μαθητές ότι πολλές φορές στη ζωή συναντάμε έννοιες που χαρακτηρίζονται «ανάλογες» (π.χ. όσο πιο πολύ φοβάμαι τόσο πιο πολύ τρέμω).

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Παρέχουμε τη δυνατότητα σε όλα τα παιδιά να βρουν και να παρουσιάσουν παραδείγματα ανάλογων ποσών προκειμένου να βεβαιωθούμε πως κατάλαβαν ότι στα ανάλογα ποσά «όταν ένα ποσό αλλάζει, αλλάζει με συγκεκριμένο τρόπο το άλλο ποσό» (κάτι σαν τη μπάρα με τα βάρη στην άρση βαρών όπου όσο ανεβαίνει το ένα βάρος τόσο ανεβαίνει και το άλλο ή αντίστροφα).

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 3η

Οι μαθητές είναι ελεύθεροι να απαντήσουν με όποιο τρόπο θεωρούν πιο βολικό. Ειδικότερα στην πρώτη περίπτωση μπορούν να απαντήσουν:

- διπλάσιο ποσό ή
- δύο φορές τόσο ή
- 15 €.

Και οι τρεις απαντήσεις γίνονται αποδεκτές.

Πρόβλημα 1ο

Ένας πιθανός πίνακας ποσών και τιμών είναι ο ακόλουθος:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ					
Αριθμός από κρέπες	1	2	3	4	6	8
Αξία σε €	2	4	6	8	12	16

Πρόβλημα 2ο

Ένας πιθανός πίνακας ποσών και τιμών είναι ο ακόλουθος:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ							
Κιλά τυρί	1	2	3	4	5	6	7	8
Κιλά γάλα	5	10	15	20	25	30	35	40

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «*Παρουσιάζω έναν πίνακα με γραφική παράσταση*»

Στη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά, αφού κάνουν τα υπόλοιπα δύο γραφήματα θα συνειδητοποιήσουν πως η γραφική παράσταση των ανάλογων ποσών έχει πάντα την ίδια μορφή, είναι δηλαδή μια ημιευθεία με αρχή το σημείο τομής των δύο αξόνων. Με βάση την ιδιότητα αυτή μπορούν να δοκιμάσουν να λύσουν ένα πρόβλημα με ανάλογα ποσά, όταν γνωρίζουν έστω και ένα ζευγάρι τιμών, κάνοντας το γράφημά του.

Τεχνολογία

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον ηλεκτρονικό υπολογιστή για την κατασκευή γραφημάτων. Το μάθημα προσφέρεται για τη δημιουργία πινάκων και την εκτύπωση γραφημάτων στο πρόγραμμα Microsoft Excel. Παραδείγματα και πίνακες περιλαμβάνονται στην ιστοσελίδα υποστήριξης του βιβλίου. http://users.sch.gr/kliapis

Κεφάλαιο 35ο Λύνω προβλήματα με ανάλογα ποσά

Η εύκολη λύση!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι:

- *Να διακρίνει αν δύο ποσά είναι μεταξύ τους ανάλογα.*
- *Να λύνει προβλήματα με τη μέθοδο της αναγωγής στη μονάδα.*
- *Να λύνει προβλήματα με τη μέθοδο της αναλογίας.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να βρίσκει τους ανάλογους αριθμούς στους αριθμούς που δίνονται από το πρόβλημα.*
- *Να σχηματίζει ίσους λόγους με ανάλογους αριθμούς.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η διαδικασία εύρεσης «των πολλών από τα πολλά» είναι μια δυσκολία που παρατηρήθηκε στο συγκεκριμένο κεφάλαιο. Άλλη μια πιθανή δυσκολία αποτελεί η κατανόηση από τους μαθητές της φράσης ότι «τα δύο είναι πολλά» και ότι για να βρούμε «άλλα πολλά» (π.χ. τα 8) πρέπει να προχωρήσουμε σε αναγωγή στη μονάδα.

Δραστηριότητα 1η

Από την τιμή των πολλών (των 2) τα παιδιά μπορούν εύκολα να υπολογίσουν την τιμή του ενός. Υπενθυμίζουμε, αν χρειάζεται, τη διαδικασία εύρεσης του ενός όταν γνωρίζουμε τα πολλά (διαίρεση) και την αντίστροφη διαδικασία εύρεσης των πολλών όταν γνωρίζουμε το ένα (πολλαπλασιασμός).

Από την τιμή του ενός τα παιδιά είναι εύκολο πλέον να υπολογίσουν την τιμή των 8. Έτσι οδηγούνται αβίαστα στη σκέψη ότι ένας τρόπος λύσης για ανάλογα ποσά είναι *η αναγωγή στη μονάδα.*

Δραστηριότητα 2η

Απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή στη διάκριση ποσών και τιμών. Ζητάμε από τους μαθητές να ονομάσουν τα ποσά. Προσέχουμε να συμπληρώσουν σωστά τον πίνακα.

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
Αριθμός από μπλουζάκια	2	8
Κόστος σε €	12	x

Στη συνέχεια ο τρόπος σκέψης τους έχει ως εξής:

Σκέφτομαι τη σχέση που υπάρχει ανάμεσα στα ποσά «*αριθμός από μπλουζάκια*» και «*κόστος*»: (για περισσότερα μπλουζάκια χρειάζομαι περισσότερα ή λιγότερα ΕΥΡΩ;)

Τα ποσά «*αριθμός από μπλουζάκια*» και «*κόστος*» είναι *ανάλογα* (για περισσότερα μπλουζάκια χρειάζομαι περισσότερα ΕΥΡΩ).

Οι λόγοι τους σχηματίζουν αναλογία δηλαδή $\frac{2}{12} = \frac{8}{x}$

Οι μαθητές έχουν βρει τη λύση της αναλογίας στην πρώτη δραστηριότητα. Παρατηρώντας τους λόγους διαπιστώνουν ότι για το ίδιο πρόβλημα μπορούμε να οδηγηθούμε στη λύση και με την εφαρμογή της **«χιαστί» μεθόδου των αναλογιών.** Δηλαδή $2 \cdot x = 12 \cdot 8$. Άρα $2 \cdot x = 96$ και $x = 48$

Μέθοδοι και συμπεράσματα

Οι δύο μέθοδοι που εφαρμόζονται για τη λύση προβλημάτων με αναλογίες, στις οποίες οδηγήθηκαν τα παιδιά μέσα από τις δραστηριότητες, συνοψίζονται και εκφέρονται ως συμπεράσματα. Είναι βασικό τα παιδιά να αντιληφθούν και να εμπεδώσουν τις έννοιες «αναγωγή στη μονάδα» και «σχηματίζω αναλογία» ως τις δύο όψεις του ίδιου νομίσματος με το οποίο θα φτάσουν στη λύση των προβλημάτων. Η τεχνική της επίλυσης για την κάθε περίπτωση δίνεται στα παραδείγματα και στην εφαρμογή που ακολουθεί. Πρέπει να επιμείνουμε στην προσεκτική και βήμα προς βήμα ανάλυση καθεμίας από τις δύο προσεγγίσεις για τη λύση των προβλημάτων με ανάλογα ποσά, ώστε να είναι δυνατόν οι μαθητές να λύσουν με επιτυχία τις ασκήσεις και τα προβλήματα που ακολουθούν.

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Οι ερωτήσεις της παραγράφου αυτής βασίζονται στην έννοια της αναλογίας και στην περιγραφή της αναγωγής στη μονάδα.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Η επίλυσή τους είναι δυνατή με όποια από τις δύο μεθόδους κρίνει ο δάσκαλος.

Πρόβλημα 1ο

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στην έννοια «πόσο νερό σπαταλήθηκε *συνολικά* μέχρι το επόμενο διάλειμμα». Η έννοια συνολικά, όπως είναι φυσικό, συμπεριλαμβάνει και το νερό που σπαταλήθηκε στο πρώτο διάλειμμα.

Απάντηση: **α)** 9 **:** 15 = 0,6 λίτρα το λεπτό • 45 = 27 λίτρα + 9 = 36 λίτρα.

β) $\frac{15}{45} = \frac{9}{x}$ άρα 15 x = 405 και x = 27 λίτρα (σε 45 λεπτά) + 9 = 36

Πρόβλημα 2ο

Η Αγιάσσος βρίσκεται στο νομό Λέσβου.

Στο πρόβλημα αυτό πρέπει πρώτα να υπολογίσουν με τα ανάλογα ποσά πόσες ήταν οι ελιές και στη συνέχεια από το βάρος των ελιών πρέπει να αφαιρέσουν τους 4 τόνους λάδι για να βρουν τα υπολείμματα.

Απάντηση: 36.000 κιλά ελιές μείον 4.000 κιλά λάδι = 32.000 κιλά υπολείμματα.

Πρόβλημα 3ο

Ο Τίρναβος και η Ελασσόνα βρίσκονται στο νομό Λάρισας.

Απάντηση: Θα πληρώσει 6.800 €.

Πρόβλημα 4ο

Απάντηση: κέρδισαν 115,20 €.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Αγωγή υγείας»*

Μέσω της δραστηριότητας αυτής δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να αντιληφθούν την πρακτική χρησιμότητα των σφυγμών ως δείκτη της καλής φυσικής κατάστασης του ατόμου. Ακόμη μπορούμε να συζητήσουμε τη χρησιμότητα των ανάλογων ποσών στην ιατρική για τους διάφορους δείκτες στο αίμα, για τις μετρήσεις δοσολογίας φαρμάκων και άλλα παρεμφερή ζητήματα.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Λόγοι – Αναλογίες».

Κεφάλαιο 36ο Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα ποσά

Μαζί δεν κάνουμε και χώρια δεν μπορούμε!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι:

- *Να μελετήσει την έννοια των αντίστροφων ποσών.*
- *Να συγκρίνει ποσά.*
- *Να αναγνωρίζει τα αντίστροφα ποσά.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να διακρίνει αν δύο ποσά είναι ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα*
- *Να διαπιστώσει ότι τα γινόμενα των αντίστοιχων τιμών στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά είναι ίσα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Ενώ η έννοια των αντιστρόφως ανάλογων ποσών γίνεται εύκολα κατανοητή από τα παιδιά, μια δυσκολία που παρατηρήθηκε στο συγκεκριμένο κεφάλαιο είναι η αδυναμία των παιδιών να δώσουν παραδείγματα με αντιστρόφως ανάλογα ποσά.

Επίσης οι έννοιες «χρόνος» και «ταχύτητα» παρουσιάζουν δυσκολίες για τους μαθητές όταν χρειάζεται να συμπληρώσουν τον πίνακα ποσών και τιμών σε σχετικά προβλήματα.

Δραστηριότητα 1η

Η Καλλικράτεια βρίσκεται στο νομό Χαλκιδικής

Τα παιδιά συμπληρώνουν τον πίνακα, συζητούν μεταξύ τους και επισημαίνουν ότι όσο πιο υψηλή είναι η τιμή του βιβλίου τόσο λιγότερα μπορούν να αγοράσουν με τα χρήματα που αναφέρονται στο πρόβλημα. Με άλλα λόγια, όσες φορές μεγαλώνει η τιμή του ενός ποσού, μικραίνει αντίστοιχα η τιμή του άλλου.

Στην τελευταία στήλη του πίνακα όσοι θέλουν μπορούν να προσθέσουν μια δική τους τιμή και να γράψουν τον αντίστοιχο αριθμό βιβλίων που θα μπορούσαν να αγοραστούν (με τα 90 € που διαθέτουν τα παιδιά για το σκοπό αυτό).

Δραστηριότητα 2η

Τα παιδιά υποβοηθούνται στο να παρατηρήσουν ότι το γινόμενο (μεροκάματα) σε όλες τις περιπτώσεις παραμένει σταθερό.

Εφαρμογή 2η

Διαχωρισμός της έννοιας «ποσό» στα μαθηματικά και στην καθημερινή ζωή. Η εφαρμογή επιλέχτηκε όχι μόνο ως παράδειγμα για τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά «κέρδη» και «αριθμός νικητών», αλλά και για να δώσει στους μαθητές την ευκαιρία να διαχωρίσουν τη μαθηματική έννοια του ποσού από την έννοια της καθομιλούμενης. Έτσι στην αναζήτηση των ποσών του προβλήματος τα παιδιά θα αναγνωρίσουν τη μαθηματική έννοια του ποσού και θα τη διαχωρίσουν από το (χρηματικό) ποσό που θα πάρει κάθε νικητής. Κατά τα λοιπά δεν παρουσιάζει δυσκολίες.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 3η

Το παιδί είναι ελεύθερο να απαντήσει με όποιο τρόπο κρίνει πιο βολικό. Μπορεί για παράδειγμα, στην πρώτη ερώτηση να απαντήσει «το μισό χρόνο» ή «σε 3 ημέρες». Και οι δύο απαντήσεις γίνονται αποδεκτές.

Πρόβλημα 1ο

Δεν παρουσιάζει δυσκολίες. Ο πίνακας ποσών και τιμών μπορεί να συμπληρωθεί όπως ο ακόλουθος:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ			
Αριθμός υπαλλήλων	1	2	3	4
Αριθμός καρτών (σε 3 ημέρες)	90	180	270	360

Πρόβλημα 2ο

Επειδή οι έννοιες «χρόνος» και «ταχύτητα» παρουσιάζουν δυσκολίες για τα παιδιά, δίνεται ο πίνακας ποσών και τιμών μερικά συμπληρωμένος, ώστε να τον ολοκληρώσουν και να φτάσουν στη λύση του προβλήματος. Έτσι, ο πίνακας ποσών και τιμών μπορεί να συμπληρωθεί όπως ο ακόλουθος:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ			
Χρόνος που απαιτείται (σε ώρες)	2	3	4	5
Ταχύτητα αυτοκινήτου	90	60	45	36

Δραστηριότητα με προεκτάσεις «*Η σημασία της συνεργασίας*»

Μπορεί να αποτελέσει την αφορμή για αναζήτηση άλλων καταστάσεων στις οποίες η συνεργασία ανάμεσα στους ανθρώπους οδήγησε στη δημιουργία έργων που σώζονται για αιώνες (π.χ. Πυραμίδες).

Ο πίνακας ποσών και τιμών μπορεί να συμπληρωθεί ως εξής:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ		
Αριθμός παιδιών	5	10	15
Διαδρομές	6	3	2

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Λόγοι – Αναλογίες».

Κεφάλαιο 37ο Αντιστρόφως ανάλογα ή αντίστροφα ποσά

Παίρνοντας αποφάσεις!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι:

- *Να διακρίνει αν δύο ποσά είναι μεταξύ τους αντιστρόφως ανάλογα.*
- *Να λύνει προβλήματα με τη μέθοδο της αναγωγής στη μονάδα.*
- *Να λύνει προβλήματα με τη μέθοδο των ίσων γινομένων.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να μετασχηματίζει τις σχέσεις που συνδέουν τα δεδομένα απλών προβλημάτων με αντιστρόφως ανάλογα ποσά προκειμένου να τα λύσει με αναγωγή στη μονάδα.*
- *Να σχηματίσει τον πίνακα και εφαρμόζοντας την ιδιότητα των ίσων γινομένων να λύσει το πρόβλημα με την εφαρμογή εξίσωσης.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Μια δυσκολία των παιδιών που παρατηρήθηκε στο συγκεκριμένο κεφάλαιο είναι η σύγχυση των ίσων γινομένων στα αντιστρόφως ανάλογα ποσά με τα σταυρωτά γινόμενα των ανάλογων ποσών. Αυτό υπογραμμίζει τη δυσκολία των μαθητών να παρατηρήσουν τις μεταβολές ενός συστήματος δύο μεγεθών και να αντιληφθούν τις σχέσεις και τις αλληλεπιδράσεις που τα διέπουν. Παραδείγματα με πίνακες ανάλογων και αντιστρόφως ανάλογων ποσών και κυρίως η αναγνώριση της σχέσης που υπάρχει ανάμεσα στους αριθμούς της επάνω και της κάτω σειράς του πίνακα θα βοηθούσε τους μαθητές στο επίπεδο της κατανόησης. Για παράδειγμα:

Αντίστροφα ποσά			
1	2	3	4
12	6	4	3

4 8 12 16

σχέσεις

1 • 12 = 12, 2 • 6 = 12 κ.λπ.

Ανάλογα ποσά			
3	6	9	12

σχέσεις

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} =$ άρα 3 • 8 = 6 • 4

Δραστηριότητα 1η

Αν τα παιδιά δυσκολευτούν να καταλάβουν ότι οι περισσότεροι μαθητές του προβλήματος θα περάσουν λιγότερες ημέρες μπορούμε να τους υποβοηθήσουμε με τις κατάλληλες ερωτήσεις.

Τα παιδιά θα διαπιστώσουν ότι είναι δύσκολο με τα δεδομένα του προβλήματος να βρουν την απάντηση για τους περισσότερους μαθητές (*από τα πολλά στα περισσότερα*). Έπειτα από αυτή την παρατήρηση οδηγούνται στη διαπίστωση ότι αν έβρισκαν την τιμή του ενός (*αναγωγή στη μονάδα*), θα ήταν εύκολο να βρουν την τιμή για τα περισσότερα. Στο σημείο αυτό πρέπει να δοθεί προσοχή από τον δάσκαλο, γιατί η τιμή της μιας μονάδας του ενός ποσού βρίσκεται με πολλαπλασιασμό και όχι με διαίρεση, όπως θα μπορούσε να οδηγηθεί κατά τρόπο εσφαλμένο η σκέψη των παιδιών. Η αναγωγή στη μονάδα, στην περίπτωση των αντιστρόφως ανάλογων ποσών, μας οδηγεί στην εύρεση μιας τιμής (το γινόμενο των δύο ποσών του προβλήματος) ενός τρίτου ποσού. Στην περίπτωση ανθρώπων – φαγητού είναι οι μερίδες, στην περίπτωση εργατών – ημερών είναι τα μεροκάματα και στην περίπτωση ταχύτητας – ωρών είναι η διαδρομή.

Δραστηριότητα 2η

Οι μαθητές, με βάση τα γνωστά από τις προηγούμενες ενότητες, θα συμπληρώσουν τον πίνακα ποσών και τιμών ως εξής:

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
αριθμός μαθητών	15	25
αριθμός ημερών	20	x

Θα εξετάσουν τη σχέση που συνδέει τα ποσά (αντιστρόφως ανάλογα) και με βάση την ιδιότητα των αντιστρόφως ανάλογων ποσών (**σταθερά γινόμενα**) θα σχηματίσουν την **εξίσωση**.

Ειδικότερα 25 • x = 15 • 20. Άρα 25 x = 300 και x = 12

Μέθοδοι και συμπεράσματα

Οι δύο μέθοδοι για τη λύση προβλημάτων με τις οποίες εργάστηκαν τα παιδιά στις δραστηριότητες συνοψίζονται και εκφέρονται ως συμπεράσματα. Είναι βασικό τα παιδιά να αντιληφθούν και να εμπεδώσουν τις έννοιες «αναγωγή στη μονάδα» και «σχηματίζω τον πίνακα» ως τις δύο όψεις του ίδιου νομίσματος με το οποίο θα φτάσουν στη λύση των προβλημάτων. Η τεχνική της επίλυσης για την καθεμία περίπτωση δίνεται στα παραδείγματα και στην εφαρμογή που ακολουθεί. επιβάλλεται να επιμείνουμε στην προσεκτική και βήμα προς βήμα ανάλυση καθεμίας από τις δύο προσεγγίσεις για τη λύση των προβλημάτων με αντιστρόφως ανάλογα ποσά, ώστε να είναι δυνατόν να λύσουν με επιτυχία τις ασκήσεις και τα προβλήματα που ακολουθούν στο Τετράδιο Εργασιών.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Αν ο χρόνος είναι περιορισμένος προτείνεται τα παιδιά να χωριστούν σε ομάδες και κάθε ομάδα να ασχοληθεί με ένα συγκεκριμένο πρόβλημα παρουσιάζοντας το αποτέλεσμα στις άλλες ομάδες. Τα προβλήματα μπορούν να λυθούν με όποια από τις δύο μεθόδους κρίνει ο δάσκαλος ως την καταλληλότερη για την τάξη ή την ομάδα που θα ασχοληθεί με κάθε πρόβλημα.

Πρόβλημα 1ο

Απάντηση: Θα πάρει 115 χαρτονομίσματα των 20 €.

Πρόβλημα 2ο

Η Λίνδος βρίσκεται στη Ρόδο.

Απάντηση: Πρέπει να αποταμιεύουν κάθε μέρα 22,5 €.

Πρόβλημα 3ο

Απάντηση: Αν τα χρήματα μοιραστούν σε όλες τις άπορες οικογένειες η καθεμιά θα πάρει 450 €.

Πρόβλημα 4ο

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στις ημέρες κατά τις οποίες τα παιδιά προβλέπεται να έχουν γλυκό (15 ημέρες) και στις ημέρες κατά τις οποίες θέλουν να έχουν γλυκό (20 ημέρες). Κατά τα λοιπά το πρόβλημα δεν παρουσιάζει δυσκολίες.

Απάντηση: Κάθε παιδί πρέπει να καταναλώνει 120 γραμμάρια γλυκό ώστε να έχουν γλυκό για όλες τις ημέρες της κατασκήνωσης.

Πρόβλημα 5ο

Απάντηση: Πρέπει να ξοδεύει την ημέρα 10 €.

Γράψε ένα δικό σου πρόβλημα χρησιμοποιώντας το Α ή το Β *Ενδεικτικά προβλήματα:*

Α. *Δύο γερανοί ξεφορτώνουν ένα πλοίο σε τρεις ώρες. Οι 3 ή 4 γερανοί σε πόση ώρα κάνουν την ίδια εργασία;*

Β. *Ένας ποδηλάτης τρέχοντας με 15 χμ. την ώρα χρειάζεται μισή ώρα για να διανύσει μια απόσταση. Ένας πεζός που βαδίζει 5 χμ. την ώρα πόσες ώρες χρειάζεται για την ίδια απόσταση;*

Κεφάλαιο 38ο Η απλή μέθοδος των τριών στα ανάλογα ποσά

Η απλή μέθοδος των τριών

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι:

- *Να λύνει τα προβλήματα των ανάλογων ποσών με την απλή μέθοδο των τριών.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να γνωρίσει την απλή μέθοδο των τριών ως νέο και σύντομο τρόπο επίλυσης προβλημάτων με ανάλογα ποσά.*
- *Να κάνει την κατάταξη και να βρίσκει τον άγνωστο x του προβλήματος με την εφαρμογή της απλής μεθόδου των τριών.*

Επισήμανση!

Η μέθοδος αυτή δεν πρέπει με κανέναν τρόπο να αποβεί σε βάρος των άλλων δύο μεθόδων και ειδικά της μεθόδου των αναλογιών που είναι ο ακρογωνιαίος λίθος της δόμησης της μαθηματικής σκέψης, ώστε το παιδί να μάθει αργότερα να λύνει εξισώσεις. Για το λόγο αυτό συνιστάται τα προβλήματα του κεφαλαίου αυτού να λυθούν αρχικά με την απλή μέθοδο των τριών και στη συνέχεια ανάλογα προβλήματα να λύνονται και με τη μέθοδο των σταυρωτών γινομένων.

Δραστηριότητα:

Η Αντιμάχεια βρίσκεται στο νησί της Κω.

Τα παιδιά οδηγούνται στη λύση ακολουθώντας τη γνωστή από τις προηγούμενες ενότητες πορεία με τη μέθοδο των σταυρωτών γινομένων.

Στη συνέχεια γνωρίζουν τη νέα μέθοδο παρατηρώντας τη σχέση του άγνωστου x με τους άλλους όρους της εξίσωσης.

Μαθαίνουν να εκτελούν προσεκτικά τα 3 βήματα της μεθόδου των τριών: **κατάταξη, σύγκριση ποσών, λύση**.

Πρέπει να επισημανθεί η διαφορά κατάστρωσης των δεδομένων ανάμεσα στις δύο μεθόδους. Ενώ τα παιδιά έχουν μάθει στην κατασκευή του πίνακα ποσών και τιμών ότι κάθε ποσό παίρνει τις τιμές του οριζόντια, τώρα στην κατάταξη για την απλή μέθοδο των τριών διαπιστώνει ότι κάθε ποσό παίρνει τις τιμές του κάθετα.

Μέθοδοι και συμπεράσματα

Μέσω της δραστηριότητας οδηγούνται στη διατύπωση της μεθόδου υπό μορφή συμπεράσματος.

Εφαρμογή

Υπόδειξη της στρατηγικής της μεθόδου για τη λύση ενός προβλήματος από την αρχή, χωρίς να έχει προηγηθεί λύση με άλλο τρόπο.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Τα προβλήματα δεν παρουσιάζουν δυσκολίες στην επίλυσή τους. Οπωσδήποτε πρέπει να λυθούν, εκτός από την απλή μέθοδο των τριών, με τη «χιαστί» μέθοδο (αναλογίες) ή με τις τέσσερις πράξεις. Το μάθημα προσφέρεται επίσης για **εναλλακτική διδακτική προσέγγιση**. Έτσι μπορούμε να διερευνήσουμε τη σχέση της απλής μεθόδου των τριών με τις υπόλοιπες μεθόδους. Αναζητούμε την καλύτερη μέθοδο επίλυσης για κάθε περίπτωση και διερευνούμε σε τι μας βοηθά καθεμία από τις μεθόδους.

Η απλή μέθοδος των τριών στα αντίστροφα ποσά

Είναι απλό όταν ξέρω τις τρεις τιμές!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι:

- *Να λύνει τα προβλήματα των αντίστροφων ποσών με την απλή μέθοδο των τριών.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να γνωρίσει την απλή μέθοδο των τριών ως νέο και σύντομο τρόπο επίλυσης προβλημάτων με αντιστρόφως ανάλογα ποσά.*
- *Να κάνει την κατάταξη και να βρίσκει τον άγνωστο x του προβλήματος με την εφαρμογή της απλής μεθόδου των τριών.*

Επισήμανση!

Η μέθοδος αυτή δεν πρέπει με κανέναν τρόπο να αποβεί σε βάρος των άλλων δύο μεθόδων και ειδικά της μεθόδου των ίσων γινομένων που πρέπει να παραμείνει η βασική μέθοδος επίλυσης για τα προβλήματα αυτού του είδους. Για το λόγο αυτό, συνιστάται τα προβλήματα του κεφαλαίου αυτού να λυθούν με την απλή μέθοδο των τριών και στη συνέχεια ανάλογα προβλήματα να λύνονται και με τη μέθοδο των ίσων γινομένων.

Δραστηριότητα:

Τα παιδιά οδηγούνται στη λύση ακολουθώντας τη γνωστή από τις προηγούμενες ενότητες πορεία με τη μέθοδο της δημιουργίας του πίνακα ποσών και τιμών και εφαρμογής των ίσων γινομένων.

Στη συνέχεια γνωρίζουν τη νέα μέθοδο κάνοντας κατάστρωση των δεδομένων όπως στην προηγούμενη ενότητα προσέχοντας και σε αυτή την περίπτωση να κατατάσσουν τα ομοειδή ποσά κάθετα.

Αξίζει να επισημανθεί ότι είναι πολύ σημαντικό το δεύτερο βήμα, δηλαδή ο έλεγχος της σχέσης των ποσών. Αν γίνει λάθος και θεωρηθούν τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά ως ανάλογα, το αποτέλεσμα που θα προκύψει θα είναι παράλογο, δηλαδή θα χρειαστούμε λιγότερους σωλήνες μικρότερου μήκους για να καλύψουμε την απόσταση.

Με άλλα λόγια πρέπει *να τονιστεί η σημασία του λογικού ελέγχου* του αποτελέσματος όταν επιλέγεται η απλή μέθοδος των τριών για την επίλυση ενός προβλήματος ανάλογων ή αντιστρόφως ανάλογων ποσών.

Μέθοδοι και συμπεράσματα

Μέσω της δραστηριότητας οδηγούνται στη διατύπωση της μεθόδου υπό μορφή συμπεράσματος.

Εφαρμογή

Υπόδειξη της στρατηγικής της μεθόδου για τη λύση ενός προβλήματος από την αρχή, χωρίς να έχει προηγηθεί λύση με άλλο τρόπο.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Τα προβλήματα δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερες δυσκολίες στην επίλυσή τους. Πρέπει όμως απαραίτητα να λυθούν τόσο με την κατασκευή πίνακα όσο και με την εφαρμογή της μεθόδου των σταθερών γινομένων.

Κεφάλαιο 40ό Εκτιμώ το ποσοστό

Συγκρίνω (πο)σωστά %

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι:

- *Να κατανοήσει ότι ποσοστό ενός ποσού είναι ένα μέρος του ποσού αυτού.*
- *Να μετατρέπει τα κλάσματα σε ισοδύναμα με παρονομαστή το 100.*
- *Να αντιλαμβάνεται το σύνολο ως το 100% και να εκτιμά το ποσοστό.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να χρησιμοποιεί το κλάσμα ως μέρος του συνόλου και ως τρόπο έκφρασης της σχέσης δύο ποσών.*
- *Να μετατρέπει ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα για να τα συγκρίνει.*
- *Να κατανοήσει ότι σε ένα κλάσμα ο αριθμητής εκφράζει το ποσοστό του παρονομαστή.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η μετάβαση από τους λόγους στα ποσοστά είναι πιθανό να προκαλέσει δυσκολίες στο μαθητή, καθώς δεν αντιλαμβάνεται την αναγκαιότητα των ποσοστών. Αν και αντιμετωπίζει ποσοστά στην καθημερινή του ζωή, πρέπει να φανεί η αναγκαιότητα της χρήσης τους. Μια άλλη δυσκολία που παρατηρήθηκε στο κεφάλαιο αυτό σχετίζεται με τη ικανότητα των παιδιών να διαχωρίσουν τις έννοιες «ποσοστό ενός ποσού» (π.χ. ποσοστό επιτυχίας 19 στα 20) και «ποσοστό επί τοις εκατό» (95% για το προηγούμενο παράδειγμα).

Δραστηριότητα 1η

Παρουσιάζεται μια προβληματική κατάσταση, η επίλυσή της οποίας προϋποθέτει τη σύγκριση δύο λόγων που είναι ετερώνυμα κλάσματα. Οι μαθητές με τη βοήθεια του δασκάλου παρατηρούν ότι, για να κάνουν τη σύγκριση, πρέπει να λάβουν υπόψη τους όχι μόνο τον αριθμό των δέντρων που φύτρωσαν αλλά και τον αριθμό των δέντρων που φύτεψαν.

Δραστηριότητα 2η

Ομοίως στη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά συγκρίνοντας τις επιτυχημένες βολές των δυο παικτών δεν μπορούν να αποφασίσουν ποιος ήταν καλύτερος παίκτης εκτός αν λάβουν υπόψη τους και τις προσπάθειες που έκανε κάθε παίκτης. Αυτό γίνεται συγκρίνοντας τους λόγους «καλάθια προς προσπάθειες» κάθε παίκτη, αφού μετατρέψουν τα κλάσματα σε ομώνυμα.

Κανόνας και παραδείγματα

Μέσα από τις προηγούμενες δραστηριότητες τα παιδιά οδηγούνται στη διαπίστωση ότι το ποσοστό είναι ένας αριθμός που εκφράζει ένα μέρος από ένα σύνολο. Για να γίνεται εύκολη η σύγκριση ανάμεσα σε διάφορα ποσά χρησιμοποιούμε την κλίμακα του 100.

Εφαρμογή 1η

Παροτρύνουμε τους μαθητές να προσέξουν το γράφημα που δείχνει τον αριθμό των παιδιών και το ποσοστό των θετικών απαντήσεων. Ζητάμε το ποσοστό των παιδιών (πράσινο κομμάτι) που σκόπιμα δεν έχει αναγραφεί. Ως επέκταση μπορούμε να κάνουμε τις εξής ερωτήσεις:, «τι ποσοστό αντιπροσωπεύει το λευκό κομμάτι του γραφήματος;» ή «πόσα παιδιά αντιπροσωπεύει το λευκό κομμάτι;». Επίσης ενθαρρύνουμε τους μαθητές να υπολογίζουν νοερά δίνοντας παραδείγματα από την τάξη τους.

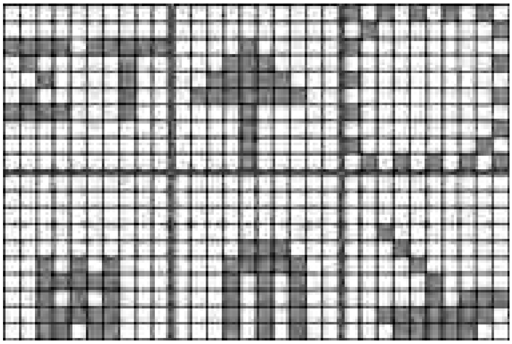
Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Οι ερωτήσεις της παραγράφου αυτής βασίζονται στην κατανόηση της έννοιας του ποσοστού. Εφόσον τα παιδιά έχουν κατακτήσει την έννοια δεν θα συναντήσουν δυσκολίες.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 2η

Τα παιδιά πρέπει να καταλάβουν πως το 20% της επιφάνειας (20 τετράγωνα από τα 100 που υπάρχουν) μπορεί να καταληφθεί με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Παροτρύνουμε τα παιδιά να δημιουργήσουν διάφορα σχέδια με το 20% της επιφάνειας.



Τα παιδιά μπορούν να εργαστούν στο τετράδιο ή σε μιλιμετρέ χαρτί.

Κάποια παραδείγματα από σχέδια των παιδιών που καταλαμβάνουν το 20% της επιφάνειας φαίνονται στο διπλανό σχέδιο.

Επιβραβεύουμε την πρωτοτυπία στη σύλληψη αλλά και τη σωστή εκτέλεση.

Άσκηση 3η

Απάντηση: Α = 50%, Β = 25%, Γ = 12,5%, Δ = 12,5%

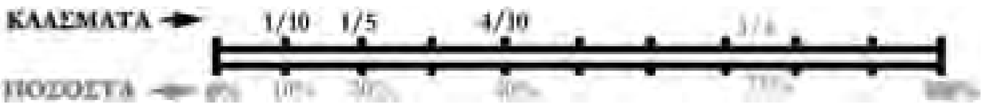
Άσκηση 4η

Προσφέρεται για συζήτηση ανάμεσα στις ομάδες και ανταλλαγή απόψεων σχετικά με την ακρίβεια που παρατηρείται στις καθημερινές εκφράσεις, τις διαφημίσεις κ.λπ.

Άσκηση 5η

Απάντηση: Ένας τρόπος επίλυσης είναι να κάνουμε τη διαίρεση σε κάθε κλάσμα και να γράψουμε το πηλίκο στη σειρά των ποσοστών. Άλλος τρόπος είναι να γράψουμε τα ισοδύναμά τους κλάσματα με παρονομαστή το 100.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Χρησιμοποιώ τα ποσοστά για προβλέψεις»*



Καλό είναι να εξηγήσουμε στους μαθητές την ουσιαστική συμβολή των μαθηματικών, ειδικά των ποσοστών και της στατιστικής, στην ανάλυση του «γιατί είναι τόσο δύσκολο να κερδίσει κάποιος στο λαχείο». Τονίζουμε ότι στην περίπτωση της συγκεκριμένης δραστηριότητας οι πιθανότητες 20‰ της Αντιγόνης και 24‰ της Ιφιγένειας είναι τόσο λίγες, με αποτέλεσμα να είναι απειροελάχιστη στην πραγματικότητα η διαφορά τού να έχεις 4 λαχνούς περισσότερους στους χίλιους.

Είναι όμως σημαντικό να είμαστε σε θέση να προβλέπουμε το αποτέλεσμα μιας ενέργειας. Τα μαθηματικά μας δίνουν τη δυνατότητα αυτή εξετάζοντας και καταγράφοντας τα ποσοστά επιτυχίας που είχαμε σε παρόμοιες ενέργειες στο παρελθόν. Για παράδειγμα στο ερώτημα «ποιον παίκτη θα βάλει ο προπονητής να εκτελέσει μια δύσκολη βολή;» Απαντάμε «Αυτόν που έχει τις περισσότερες πιθανότητες επιτυχίας με βάση τα ποσοστά του σε παρόμοιες βολές».

Κεφάλαιο 41ο Βρίσκω το ποσοστό

Παίζοντας με τα ποσοστά

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να κατανοήσει τη σχέση μεταξύ κλάσματος, ποσοστού και δεκαδικού αριθμού.*
- *Να εκφράζει ποσοστό στα εκατό (%) με κλάσμα και δεκαδικό αριθμό.*
- *Να βρίσκει το ποσοστό ενός ποσού όταν γνωρίζει το ποσοστό στα εκατό (%).*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να συγκρίνει ετερώνυμα κλάσματα, αφού τα μετατρέψει σε ομώνυμα.*
- *Να γράφει δεκαδικά κλάσματα με μορφή δεκαδικού αριθμού και αντίστροφα.*
- *Να μετατρέπει κλάσματα (όπου είναι δυνατόν) σε δεκαδικούς αριθμούς.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η σύγκριση ετερώνυμων κλασμάτων και η μετατροπή κλασμάτων σε δεκαδικούς αριθμούς είναι δυσκολίες που παρατηρήθηκαν στο κεφάλαιο αυτό.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα προβληματιστούν αρχικά με τη φωτογραφία και την ένδειξη 0,5x. Γρήγορα όμως θα αντιληφθούν ότι αναφέρεται στις διαστάσεις του ζώου της εικόνας σε σχέση με τις πραγματικές διαστάσεις. Στη συνέχεια θα προσεγγίσουν την έννοια του ποσοστού ως εφαρμογή στη δημιουργία φωτοαντιγράφων υπό κλίμακα. Καλό θα ήταν να έχουμε προετοιμάσει κάποια φωτοαντίγραφα μιας εικόνας 20 εκ. (π.χ. ενός χάρακα) σε κλίμακα 100% και σε κλίμακα 50% και να τα μοιράσουμε στις ομάδες. Σημειώνεται ότι το «5 εκατοστά» είναι ο *λόγος των διαστάσεων και όχι των επιφανειών*. Τα παιδιά μετρώντας τις διαστάσεις των δύο αντιγράφων καταγράφουν τη σχέση τελικού προς αρχικό μέγεθος πρώτα σε εκατοστά $\frac{10 \text{ εκ.}}{20 \text{ εκ.}}$, στη συνέχεια ως εκατοστιαίο κλάσμα $\frac{50}{100}$ και τέλος ως δεκαδικό 0,5 και συμπεραίνουν ότι η τελική εικόνα είναι το 50% της αρχικής.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή φαίνεται στο σκίτσο το γήπεδο όπου έγινε ο αγώνας και σημειωμένο με τη σημαία είναι το τμήμα του γηπέδου (25%) που κατέλαβαν οι οπαδοί κάθε ομάδας.

Τα παιδιά γνωρίζουν τον κανόνα για την εύρεση του μέρους από το σύνολο (κεφάλαιο 24ο: το «κλάσμα ενός αριθμού» προκύπτει αν πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό με το κλάσμα).

Στη συνέχεια μπορούν να εκφράσουν το ποσοστό 25% $\left(\frac{25}{100}\right)$ ως 0,25 και να κάνουν τον πολλαπλασιασμό $65.000 \cdot 0,25 = 16.250$

Εφαρμογή 1η

Δίνονται οι τρεις διαφορετικοί τρόποι έκφρασης ενός ποσοστού: με τη μορφή κλάσματος, με τη μορφή δεκαδικού, με το σύμβολο του ποσοστού.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 1ο

Το ακριβές ποσό για κάθε δαπάνη έχει όπως φαίνεται στον ακόλουθο πίνακα:

Δαπάνη	Ποσοστό	Κόστος
Ενδυμασίες	23%	4.600
Μεταφορές	6%	1.200
Μισθός προπονητή	48%	9.600
Μπάλες και άλλα υλικά	11%	2.200
Μίσθωση γηπέδου	12%	2.400
Σύνολα	**100%**	**20.000 €**

Πρόβλημα 2ο

Το ποσοστό των ψήφων που πήρε ο καθένας τους στο σύνολο εκφράζεται ως λόγος δύο αριθμών (αριθμός ψήφων προς αριθμό μαθητών), μετά ως εκατοστιαίο κλάσμα, μετατρέπεται σε δεκαδικό αριθμό και τέλος με το σύμβολο του ποσοστού στα εκατό (%).

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Ποσοστά στον τύπο»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά να συνδέσουν τα ποσοστά με δραστηριότητες από την κοινωνική και την οικονομική ζωή.

Ανάλογα πάντα με τις δυνατότητες των παιδιών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις ειδικές συνθήκες της τάξης, ο δάσκαλος μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να ασχοληθούν είτε ατομικά είτε ομαδικά (ή και να εργαστούν ως μια μεγάλη ομάδα-τάξη) προκειμένου να κάνουν τη δραστηριότητα στο σχολείο.

Κεφάλαιο 42ο Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την τελική τιμή

Ποσοστά της αλλαγής

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να κατανοήσει τη σχέση μεταξύ αρχικής τιμής, ποσοστού και τελικής τιμής.*
- *Να λύνει προβλήματα στα οποία γνωρίζει την αρχική τιμή και το ποσοστό και αναζητά την τελική τιμή.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να καταλάβει τις έννοιες «αρχική τιμή», «τελική τιμή», «ποσοστό αύξησης» (ή «μείωσης»), «ποσοστό στα εκατό».*
- *Να αντιληφθεί τις σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στις έννοιες αυτές.*
- *Να λύνει προβλήματα στα οποία αναζητά την τελική τιμή, ενώ γνωρίζει την αρχική τιμή και το ποσοστό.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Οι δυσκολίες που παρατηρήθηκαν στο κεφάλαιο αυτό σχετίζονται με την κατανόηση των εννοιών «αρχική τιμή» (η τιμή του αρχικού ποσού) και «τελική τιμή» (η τιμή του τελικού ποσού) γενικά αλλά και ειδικότερα τη σχέση τους με το «ποσοστό στα εκατό».

Δραστηριότητα 1η

Παρουσιάζονται πληροφορίες σχετικά με ποσοστά στα εκατό αυξήσεων ή μειώσεων σε οικονομικές και κοινωνικές δραστηριότητες από την καθημερινή ζωή. Τα παιδιά θα προβληματιστούν αρχικά με τα δεδομένα που χρειάζεται να γνωρίζουμε (περυσινή και φετινή τιμή), ώστε να μπορέσουμε να τα επεξεργαστούμε και να δώσουμε πληροφορίες για το ποσοστό αύξησης στα εκατό. Στη συνέχεια αντιμετωπίζουν το συλλογισμό: «γνωρίζω την αρχική τιμή (περυσινή τιμή) και το ποσοστό αύξησης στα εκατό και ζητώ την τελική τιμή». Για να μπορέσουν να υπολογίσουν τη φετινή τιμή πρέπει, από τα γνωστά στοιχεία (περσινή τιμή και ποσοστό αύξησης στα εκατό), να υπολογίσουν το ποσοστό αύξησης ή μείωσης και να το προσθέσουν ή να το αφαιρέσουν στην αρχική τιμή.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές γνωρίζουν την αρχική τιμή και το Φ.Π.Α. (ποσοστό αύξησης στα εκατό) και πρέπει να υπολογίσουν την τελική τιμή. Πρέπει πρώτα να υπολογίσουν το ποσοστό αύξησης $\left(550 \cdot \frac{18}{100} = 99\right)$ ή (550 • 0,18 = 99). Τώρα γνωρίζουν τα εξής στοιχεία του προβλήματος: «αρχική τιμή» και «ποσοστό αύξησης». Το άγνωστο στοιχείο είναι η «τελική τιμή». Έτσι τα παιδιά πρέπει να συμπληρώσουν το σχήμα ως εξής:

Αρχική τιμή + **ποσοστό αύξησης** = **τελική τιμή**

Έχοντας κάνει όλες αυτές τις ενέργειες είναι εύκολο να αντικαταστήσουν τα ποσά με τις τιμές τους και να απαντήσουν ότι θα πληρώσει 550 + 99 = 649 €.

Μέθοδοι εργασίας και παραδείγματα *(πορτοκαλί πλαίσιο)*

Παρουσιάζεται με τέσσερα σχήματα (και χρωματική οργάνωση) η σχέση των διάφορων ποσών στα ποσοστά.

Έτσι: στα ποσοστά υπάρχουν η ***ΑΡΧΙΚΗ ΤΙΜΗ*** (η τιμή του αρχικού ποσού) η ***ΤΕΛΙΚΗ ΤΙΜΗ*** (η τιμή του τελικού ποσού) και το ***ΠΟΣΟΣΤΟ (****ποσοστό στην τιμή)* το ποίο αντιστοιχεί σε ολόκληρο το αρχικό ποσό και υπολογίζεται με βάση το ***ΠΟΣΟΣΤΟ ΣΤΑ ΕΚΑΤΟ,*** το οποίο αντιστοιχεί σε αύξηση ή μείωση σε εκατό μονάδες της αρχικής τιμής.

Πιο συγκεκριμένα στην «**αρχική τιμή**» (γαλάζιο) επενεργεί το «**ποσοστό στα εκατό**» (συννεφάκι) και μας δίνει το «**ποσοστό στην τιμή**» (πράσινο), το οποίο προστίθεται (ή αφαιρείται) στο αρχικό ποσό και έχουμε ως αποτέλεσμα την «**τελική τιμή**».

Εφαρμογή

Εναλλακτικά παρουσιάζεται και ο τρόπος επίλυσης με αναλογία. Εξηγούμε στους μαθητές την κατάστρωση του πίνακα ποσών και τιμών και τα προτρέπουμε να ακολουθήσουν βήμα προς βήμα και τις δύο μεθόδους επίλυσης. Αν ο χρόνος επαρκεί, δείχνουμε και κάποια άλλη από τις μεθόδους επίλυσης προβλημάτων με ανάλογα ποσά. (π.χ. την αναγωγή στη μονάδα).

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 1ο

Τον επόμενο χρόνο θα πληρώσουν 850 • 0,3 = 255 € λιγότερα, δηλαδή 595 €.

Πρόβλημα 2ο

Φέτος αναμένονται 2.500.000 • 0,08 = 200.000 περισσότεροι, δηλαδή 2.700.000 άτομα.

Πρόβλημα 3ο

Οι μαθητές του σχολείου σήμερα είναι 90 • 0,4 = 36 περισσότεροι, δηλαδή 126.

Πρόβλημα 4ο

Οι νέες τιμές μετά τις εκπτώσεις έχουν ως εξής:

Είδος	Αρχική τιμή	Ποσοστό έκπτωσης στα %	Τελική τιμή
Αθλητικά παπούτσια	**98**	**15**	**83,3**
Φόρμα γυμναστικής	**48**	**20**	**38,4**
Αθλητικές κάλτσες	**12**	**30**	**8,4**
Μπάλα βόλεϊ	**28**	**15**	**23,8**
Μπάλα ποδοσφαίρου	**24**	**30**	**16,8**

Πρόβλημα 5ο

Τα CD κόστιζαν συνολικά 15,5 + 12,5 = 28 €. Η έκπτωση ήταν 28 • 0,15 = 4,2 €. Έτσι πλήρωσε 23,8 € και πήρε ρέστα 6,2 €.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Ποσοστά της καρδιάς»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά να συνδέσουν τα ποσοστά με αξιοπερίεργα φαινόμενα της φύσης. Βλέποντας το ποσοστό μείωσης στα εκατό των παλμών κάθε ζώου, τα παιδιά θα υπολογίσουν πόσο μειώνονται οι παλμοί ώστε να υπολογίσουν τους καρδιακούς παλμούς όταν το ζώο είναι σε κατάδυση.

Έτσι έχουμε: κάστορας 140 – 133 = 7, δελφίνι 110 – 66 = 44, φώκια 100 – 90 = 10.

Τα παιδιά στη συνέχεια μπορούν να υπολογίσουν τους δικούς τους παλμούς σε κατάσταση ηρεμίας πιέζοντας ελαφρά το δάχτυλό τους στο λαιμό, κάτω από το μάγουλο, μετρώντας τους παλμούς τους για 10 δευτερόλεπτα (και πολλαπλασιάζοντας τον αριθμό των παλμών που μέτρησαν επί 6).

Κεφάλαιο 43ο Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω την αρχική τιμή

Από πού έρχομαι;

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να μελετήσει τη σχέση μεταξύ αρχικής τιμής, ποσοστού και τελικής τιμής.*
- *Να βρίσκει την αρχική τιμή σε προβλήματα ποσοστών.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να καταλάβει τις έννοιες «αρχικό ποσό», «τελικό ποσό», «ποσοστό αύξησης» (ή «μείωσης»), «ποσοστό στα εκατό».*
- *Να αντιληφθεί τη διαδικασία εύρεσης του αρχικού ποσού με βάση το ποσοστό στα εκατό (%) και το τελικό ποσό (αυξημένο ή ελαττωμένο).*
- *Να λύνει το πρόβλημα μετασχηματίζοντας τις σχέσεις και τα δεδομένα του προβλήματος.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Οι μετασχηματισμοί και οι συσχετίσεις ανάμεσα στο «ποσοστό στα εκατό» και το ποσοστό αύξησης ή μείωσης αποτελούν διαδικασίες στις οποίες παρατηρήθηκαν δυσκολίες στο κεφάλαιο αυτό.

Δυσκολίες επίσης παρατηρήθηκαν στην κατανόηση της μη ύπαρξης τελικής τιμής σε προβλήματα στα οποία το ποσοστό (επί της τιμής) δηλώνει μέρος του συνόλου και όχι κάποια αύξηση ή μείωση στην αρχική τιμή.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή παρουσιάζεται ένα πρόβλημα στο οποίο γνωρίζουμε την τελική τιμή και το ποσοστό της έκπτωσης στα εκατό και ζητείται η αρχική τιμή. Τα παιδιά δεν θα δυσκολευτούν να συμπληρώσουν το σχήμα της δραστηριότητας με τα δεδομένα του προβλήματος: στην «τελική τιμή» (κόκκινος κύκλος) γράφουν 78, στο «ποσοστό στα εκατό» (συννεφάκι) γράφουν 35 και στην αρχική τιμή (γαλάζιος κύκλος) **x**. Δεν χρειάζεται να συμπληρώσουν και το «ποσοστό επί της τιμής» (πράσινος κύκλος) με έναν άγνωστο. Τα παιδιά συνεχίζουν τη συμπλήρωση των κενών λέξεων στη δραστηριότητα εκτελούν τις πράξεις και συμπληρώνουν τον πίνακα και την αναλογία.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή το ποσοστό επί της τιμής δηλώνει μέρος του συνόλου και όχι κάποια αύξηση ή μείωση στην αρχική τιμή.

Τα παιδιά πρέπει να υπολογίσουν την ποσότητα ασβεστίου που χρειάζεται ο οργανισμός καθημερινά, η οποία είναι η αρχική τιμή για τα προβλήματα ποσοστών. Αρχικά πρέπει να υπολογίσουν την ποσότητα ασβεστίου στα 500 ml (5 • 120 = 600 mg). Στη συνέχεια γνωρίζοντας ότι τα $\frac{75}{100}$ της ποσότητας είναι 600 mg μπορούν να υπολογίσουν τη συνολική ποσότητα με μια από τις μεθόδους επίλυσης των ανάλογων ποσών (βλ. Κεφάλαιο 35ο).

Εξηγούμε στους μαθητές ότι στο πρόβλημα αυτό δεν υπάρχει τελική τιμή επειδή το ποσοστό δηλώνει μέρος του συνόλου και όχι αύξηση ή μείωση της αρχικής τιμής.

Μέθοδοι εργασίας και παραδείγματα *(πορτοκαλί πλαίσιο)*

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Προτρέπουμε τους μαθητές να ακολουθήσουν βήμα προς βήμα τα λυμένα παραδείγματα και κυρίως το παράδειγμα επίλυσης της δεύτερης δραστηριότητας της προηγούμενης σελίδας.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 1ο

Απαιτούνται 625 κιλά ζαχαρότευτλων.

Πρόβλημα 2ο

Στείλαμε 475 ερωτηματολόγια.

Πρόβλημα 3ο

Ο λογαριασμός του ήταν 16 €.

Πρόβλημα 4ο

Το Δεκέμβριο είχαν 20.000 € πωλήσεις:

Πρόβλημα 5ο

Οι θεατές της Δευτέρας ήταν 75 άτομα. Κάθε Δευτέρα κέρδιζε 70 • 6 = 420 €. Τη Δευτέρα που έκανε την προσφορά κέρδισε 75 • 6 = 450 €. Αφαιρούμε τα 90 €, τα οποία ήταν τα έξοδα για τις αφίσες που μοίρασε δωρεάν και έχουμε υπόλοιπό 360 €.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «*Έρευνες*»

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά να συνδέσουν τα ποσοστά με την έρευνα. Γίνεται μια πρώτη εισαγωγή στο θέμα «δείγμα πληθυσμού έρευνας» με απλά λόγια και τη βοήθεια του σχήματος. Ένα απλό παράδειγμα στην περίπτωση αυτή θα βοηθήσει τους μαθητές να καταλάβουν την έννοια «αντιπροσωπευτικότητα του δείγματος». Αν, για παράδειγμα, ρωτήσουμε όλους τους μαθητές της Στ΄ Δημοτικού από τα σχολεία της περιοχής μας πόσο συχνά πηγαίνουν στον κινηματογράφο, τα ευρήματά μας θα αντιπροσωπεύουν ολόκληρο το μαθητικό πληθυσμό της Στ΄ Δημοτικού της Ελλάδας; (νησιά, στεριά, ορεινά και πεδινά σχολεία κ.λπ.);

Η δραστηριότητα δεν παρουσιάζει δυσκολίες στην επίλυσή της. Οι μαθητές μπορούν να επιλέξουν οποιαδήποτε από τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων με ανάλογα ποσά.

Ανάλογα πάντα με τις δυνατότητες των παιδιών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις ειδικές συνθήκες της τάξης, ο δάσκαλος μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να ασχοληθούν ατομικά, ομαδικά ή να αγνοήσουν τα θέματα για συζήτηση που περιλαμβάνονται στη δραστηριότητα αυτή.

Κεφάλαιο 44ο Λύνω προβλήματα με ποσοστά: Βρίσκω το ποσοστό στα εκατό

Για να μη λέμε πολλά...

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να κατανοήσει την ανάγκη χρήσης του ποσοστού στα εκατό (%).*
- *Να βρίσκει ποσοστό στα εκατό (%) σε προβλήματα ποσοστών.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να καταλάβει τις σχέσεις ανάμεσα στο ποσοστό στα εκατό, το αρχικό ποσό, το τελικό ποσό και το ποσοστό στην τιμή.*
- *Να αντιληφθεί τη διαδικασία εύρεσης του ποσοστού στα εκατό (%) με βάση τα δεδομένα του προβλήματος και μετασχηματίζοντάς τα να λύνει το πρόβλημα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Οι μετασχηματισμοί και οι συσχετίσεις ανάμεσα στο ποσοστό στα εκατό και το ποσοστό αύξησης ή μείωσης αποτελούν διαδικασίες στις οποίες παρατηρήθηκαν δυσκολίες στο κεφάλαιο αυτό.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή παρουσιάζεται ένας πίνακας με τον πληθυσμό της Ελλάδας κατά φύλο και ομάδες ηλικιών στις απογραφές των ετών 1971 και 2001 και ζητείται να βρεθεί το ποσοστό στα εκατό, όταν γνωρίζουμε την αρχική και την τελική τιμή. Για να γίνει αυτό δυνατό πρέπει πρώτα να βρούμε τη διαφορά ανάμεσα στην αρχική και την τελική τιμή (το ποσοστό στην τιμή). Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα κατανοήσουν την ανάγκη χρήσης του ποσοστού στα εκατό. Ακόμη και όταν δεν ζητείται η εύρεσή του η έκφραση με ποσοστό «έχει νόημα», καθώς εκφράζονται αυξομειώσεις ή διαφορές ανάμεσα σε ποσά με «οικονομικό τρόπο» (με μικρότερους αριθμούς), ώστε να είναι εύκολο να τους συγκρατήσουμε στη μνήμη και να τους ανακαλέσουμε αργότερα. Τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι δεν είναι εύκολο να διαχειριστούν μεγάλους αριθμούς για να κάνουν συγκρίσεις αλλά είναι ευκολότερο να υπολογίσουν τη μείωση σε εκατό άτομα και να κάνουν συγκρίσεις χρησιμοποιώντας τα ποσοστά στα εκατό. Συμπληρώνοντας λοιπόν τον πίνακα ποσών και τιμών που δίνεται στη δραστηριότητα αυτή θα βρουν ότι ο άγνωστος αριθμός (x) του πίνακα είναι 25,076 (στρογγυλοποιείται σε 25%). Ο αριθμός αυτός αντιπροσωπεύει τη μείωση του πληθυσμού της Ελλάδας στην ηλικιακή ομάδα 0 – 14 ετών κατά την απογραφή του 2001 σε σχέση με την απογραφή του 1971.

Για εξάσκηση (πρώτα με το νου) μπορούν να υπολογίσουν την αύξηση στην ομάδα πληθυσμού 64 ετών και άνω.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή αυτό που πρέπει να υπολογίσουμε είναι η έκπτωση στα εκατό, δηλαδή $\frac{x}{100}$. Η σχέση που εκφράζεται με το λόγο αυτό είναι «μείωση στα 100 €» ή «έκπτωση στα 100 €» ή «έκπτωση στην αρχική τιμή» (όλες είναι σωστές).

Αφού θέλουμε να βρούμε κατευθείαν την έκπτωση που έγινε στα 100 €, πρώτα πρέπει να βρούμε την έκπτωση που έγινε στην τιμή του μπουφάν 38 – 28,5 = 9,50 €.

Ιδιαίτερη έμφαση πρέπει να δοθεί στην κατάταξη των ποσών στον πίνακα ποσών και τιμών. Από τη στιγμή που ο μαθητής έχει κατακτήσει τη δεξιότητα αυτή μπορεί να φτάσει στην επίλυση μέσα από διαφορετικούς τρόπους όπως έμαθε στα ανάλογα ποσά.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 1ο

Με τον τρόπο με τον οποίο έγραψε την αναλογία είναι σαν να γνωρίζει ότι το ποσοστό στα 300 είναι 100 και να ψάχνει το ποσοστό στα 34. Ο σωστός τρόπος σχηματισμού της αναλογίας είναι ο εξής: $\frac{x}{350} = \frac{34}{100}$, δηλαδή 100 • x = 11.900 ή x = 119

Πρόβλημα 2ο

Το ποσοστό των διαφημίσεων παιχνιδιών σε σχέση με τις υπόλοιπες διαφημίσεις είναι 60%.

Πρόβλημα 3ο

Για τα δύο πουλόβερ πλήρωσε 41,70 + (27,80 : 2) = 55,60 €.

Συνολικά θα έπρεπε να πληρώσει 41,70 + 27,80 = 69,50, Η έκπτωση που έγινε ήταν 13,90 €. Έτσι έχουμε: $\frac{13{,}90}{69{,}50} = \frac{x}{100}$ δηλαδή 69,50 • x = 1.390 άρα x = 20%

Πρόβλημα 4ο

Αντιπροσωπεύουν το 12%.

Πρόβλημα 5ο

Δε μπορούμε να πούμε ότι κάθε μαθητής στην τάξη έχει ή καστανά μαλλιά ή πράσινα μάτια, επειδή δεν προσδιορίζεται από τα δεδομένα του προβλήματος ότι όσοι έχουν καστανά μαλλιά δεν έχουν καστανά μάτια. Μπορεί κάλλιστα το ποσοστό αυτών που έχουν πράσινα μάτια να έχει και καστανά μαλλιά. Ας πάρουμε, για παράδειγμα, μια τάξη με 20 παιδιά. Οι 15 (ποσοστό 75%) έχουν καστανά μαλλιά, ενώ πέντε μαθητές (ποσοστό 25%) έχουν πράσινα μάτια. Δεν γνωρίζουμε αν όλοι, ή κάποιοι ανήκουν στους 15. Άρα δεν μπορούμε να καταλήξουμε σε κανένα συμπέρασμα.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Ποσοστά στην έρευνα»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά να γενικεύσουν τις γνώσεις τους στα ποσοστά και να τα συνδέσουν με τη συλλογή και την επεξεργασία δεδομένων από την κοινωνική και τη σχολική ζωή. Αν και στα επόμενα μαθήματα θα ασχοληθούν περισσότερο με το θέμα «συλλογή και επεξεργασία δεδομένων» η δραστηριότητα αυτή αποτελεί μια καλή αφόρμηση για μια πρώτη συζήτηση στα θέματα «δείγμα», «αντιπροσωπευτικό δείγμα», «ασφαλή στατιστικά συμπεράσματα» κ.λπ.

Ανάλογα πάντα με τις δυνατότητες των παιδιών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις ειδικές συνθήκες της τάξης, ο δάσκαλος μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να ασχοληθούν ή να αγνοήσουν τα θέματα για συζήτηση που περιλαμβάνονται σε αυτή τη δραστηριότητα.

Κριτήριο αξιολόγησης για τη θεματική ενότητα 3

1. Ένα παιδί που έχει ύψος 150 εκατοστόμετρα, έχει σκιά μήκους 90 εκατοστόμετρων. Η σκιά του δέντρου, δίπλα στο οποίο στέκεται το παιδί, έχει μήκος 3 μέτρα. Πόσο είναι το ύψος του δέντρου;

Απάντηση: ....

2. Σε μια μικρή έρευνα που έκαναν οι μαθητές της Στ΄ τάξης το συμπέρασμα ήταν ότι οι 3 στους 10 μαθητές του σχολείου έχουν φορητό «μηχάνημα αναπαραγωγής CD». Ο πραγματικός αριθμός των μαθητών που ρωτήθηκαν ήταν 80. Πόσοι ήταν αυτοί που είπαν ότι έχουν φορητό «CD»;

Απάντηση: ....

3. Το φιλοδώρημα τις ημέρες των Χριστουγέννων είναι 15% επί του ποσού του λογαριασμού. Αν ο λογαριασμός μας είναι 60 €, πόσο θα πληρώσουμε συνολικά;

Απάντηση: ....

4. Παρατηρώντας με το μικροσκόπιο ένα κύτταρο φαίνεται να έχει διάμετρο ίση με 3 εκατοστά. Αν η πραγματική του διάμετρος είναι 0,0075 εκατοστά πόσο στα εκατό (%) μεγεθύνει τα αντικείμενα ο φακός χρησιμοποιήσαμε στο μικροσκόπιο;

Απάντηση: ....

5. Σε μια τάξη από τα 25 παιδιά, τα 10 έχουν καστανά μάτια, τα 2 πράσινα, τα 5 γαλανά και τα 8 μαύρα.

Συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα:

Χρώμα ματιών	**Κλάσμα**	**Δεκαδικός**	**Ποσοστό %**

6. Ποιο είναι το ακριβές ποσό που θα κερδίσει κάποιος αν αγοράσει μια μπλούζα των 28 € με 15% έκπτωση;

Απάντηση: ....

7. Το εισιτήριο κόστιζε πέρυσι 80 λεπτά και φέτος 1 €. Πόσο στα εκατό (%) είναι το ποσοστό της αύξησης που έγινε στην περυσινή τιμή;

Απάντηση: ....

8. Μελέτησε τους παρακάτω πίνακες και αναγνώρισε αν τα ποσά είναι ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα στην κάθε περίπτωση.

Ανάλογα **Αντιστρόφως ανάλογα** **Άλλο**

Χ	3	5	7	9
ψ	5	7	9	11

Χ	9	12	18	36
Ψ	4	3	2	1

Χ	6	9	12	15
ψ	8	12	16	20

9. Ο καθένας από τους 18 μαθητές της Στ΄ τάξης πρέπει να πληρώσει από 12,5 € για το λεωφορείο στην ημερήσια εκδρομή. Αν μαζί τους έρθουν και οι 12 μαθητές της Ε΄ τάξης, πόσο θα πληρώσει κάθε παιδί;

Απάντηση: ....

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 4η:
ΣΥΛΛΟΓΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Περιεχόμενα

4ο Γράμμα προς τους γονείς

Θεωρητικό μέρος

Οι δυσκολίες στη συλλογή και την επεξεργασία δεδομένων επικεντρώνονται κυρίως στην αδυναμία των παιδιών να διαχωρίσουν το επιμέρους (ειδικό) από το συνολικό (γενικό). Έτσι τα παιδιά ασχολούνται με μερικά δεδομένα από μια ομάδα στοιχείων ή ένα σημείο από μια γραφική παράσταση (Ben-Zvi & Arcavi, 2001).

Οι μαθητές της Στ΄ Δημοτικού έχουν εισαχθεί στις βασικές αρχές και έννοιες της στατιστικής και των γραφικών παραστάσεων στις προηγούμενες τάξεις. Στην ενότητα αυτή οι μαθητές θα θυμηθούν και θα εμβαθύνουν στους τρόπους με τους οποίους οι γραφικές παραστάσεις χρησιμοποιούνται αποτελεσματικά για «οπτικοποίηση» δεδομένων, για την εξαγωγή συμπερασμάτων, καθώς και για την επεξήγηση ορισμένων εφαρμογών. Αν και αυτό φαίνεται απλό, εντούτοις οι ερευνητές έχουν δείξει ότι οι μαθητές συχνά αδυνατούν να αντιληφθούν τις θεμελιώδεις έννοιες και τις λειτουργίες ενός γραφήματος, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει στην εμφάνιση χάσματος ανάμεσα σε αυτό που ένας δάσκαλος πιστεύει ότι οι μαθητές αντιλήφθηκαν και σε εκείνο που οι μαθητές κατάλαβαν πραγματικά (Garfield, 1995).

Έρευνες έδειξαν (Van Dyke & White, 2004) ότι το χάσμα αυτό οφείλεται στους εξής λόγους:

- Οι μαθητές δεν ξέρουν σε ποια σημεία της γραφικής παράστασης να εστιάσουν την προσοχή τους.
- Οι μαθητές δεν ξέρουν πώς να «διαβάσουν» ένα γράφημα (το διαβάζουν από αριστερά προς τα δεξιά, όπως μια σελίδα κειμένου).
- Μικρές λεπτομέρειες σε γραφικές παραστάσεις μπορεί να οδηγήσουν σε μεγάλα λάθη (βέλη, χρωματιστές γραμμές κ.λπ. τραβούν το ενδιαφέρον, με αποτέλεσμα όλο το υπόλοιπο γράφημα να αγνοείται).
- Οι μαθητές μπορούν με τη φαντασία τους να «προσθέσουν μια σκηνή» σε ένα γράφημα (π.χ. μια σειρά από κουκίδες «μεταφράζεται» σε σκίτσο με αποτέλεσμα το γράφημα να λειτουργεί ως φόντο στο σκίτσο που «βλέπει» ο μαθητής).
- Φαινομενικά απλοί ορισμοί μπορεί να είναι προβληματικοί για τους μαθητές (π.χ. όταν λέμε «εικονόγραμμα», «ραβδόγραμμα», «γράφημα γραμμής», «κυκλικό διάγραμμα» κ.λπ. καταλαβαίνουν όλοι οι μαθητές σε τι ακριβώς αναφερόμαστε;)
- Οι μαθητές δυσκολεύονται να καταλάβουν την *κλίση* σε ένα γράφημα γραμμής.

Στην ενότητα αυτή η έμφαση πρέπει να δοθεί επίσης στην κατασκευή γραφικών παραστάσεων από τους μαθητές. Πόσο εφικτό είναι όμως να προχωρήσουν οι μαθητές από την αναγνώριση στην κατασκευή; Η έρευνα έχει δείξει ότι, παρά την αυξανόμενη χρήση των γραφικών παραστάσεων και τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών στο πρόγραμμα σπουδών, η κατανόηση των γραφικών παραστάσεων από τους μαθητές εξακολουθεί να είναι περιορισμένη. Οι ερευνητές υπογραμμίζουν πως οι δάσκαλοι θεωρούν αυτές τις δεξιότητες τετριμμένες και δεν γνωρίζουν τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές τους. Έτσι όταν προσπαθούν να χρησιμοποιήσουν τις γραφικές παραστάσεις στην τάξη για να εξηγήσουν πιο σύνθετες μαθηματικές έννοιες, συνήθως οι μαθητές τους αδυνατούν να τους ακολουθήσουν (Brousseau, 1997; Van Dyke & White, 2004).

Ωστόσο η συμβολή των γραφικών στη γνωστική διαδικασία αποδεικνύεται ιδιαίτερα σημαντική καθώς διαπιστώθηκε (Lesh, Amit, & Schorr, 1997) ότι μέτριας επίδοσης μαθητές, ακόμη και εκείνοι που παραδοσιακά δεν αποδίδουν καλά στα μαθηματικά, παρουσίασαν εξαιρετικές επιδόσεις σε θέματα σχετικά με τάσεις ή μέσους όρους και ερμήνευσαν γραφικές παραστάσεις δεδομένων με τρόπο που εξέπληξε τους δασκάλους τους.

Αγαπητοί γονείς και κηδεμόνες,

Σας καλωσορίζουμε στην τέταρτη θεματική ενότητα του βιβλίου.

Τι θα μάθουμε σε αυτή την ενότητα

Η τέταρτη ενότητα, που είναι η πιο μικρή του βιβλίου, είναι η ενότητα της **ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ.** Στο πλαίσιο αυτής της ενότητας μελετάμε τη **ΣΥΛΛΟΓΗ** και την **ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ** των **ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ**.

Στα κεφάλαια που ακολουθούν θα μελετήσουμε την οπτική αναπαράσταση των αριθμών σε γραφήματα, κάτι που τα παιδιά γνωρίζουν τόσο από τις προηγούμενες τάξεις του σχολείου όσο και από την καθημερινή τους ζωή, μια και οι γραφικές αναπαραστάσεις είναι πια πολύ συχνό φαινόμενο στη ζωή μας.

Ξεκινώντας λοιπόν από αυτή τη γνώση θα προχωρήσουν επιλέγοντας και κατασκευάζοντας μόνοι τους το σωστό τύπο γραφήματος για τα δεδομένα που θέλουν να παρουσιάσουν. Έρχονται λοιπόν σε επαφή με την έρευνα, τη συλλογή δεδομένων και την εξαγωγή συμπερασμάτων από την επεξεργασία των δεδομένων αυτών.

Μαθαίνουν όρους της στατιστικής επιστήμης, όπως ο μέσος όρος και η κατανομή συχνότητας. Μαθαίνουν ότι ένα γράφημα, χωρίς να δίνει ψευδή στοιχεία, είναι πιθανό να μας οδηγήσει σε παραπλανητικά συμπεράσματα. Έτσι αντιλαμβάνονται την επίκαιρη και επωφελή χρήση των μαθηματικών στη ζωή.

Πώς να βοηθήσετε στο σπίτι

1.Προσπαθήστε να βρείτε **παραδείγματα από την καθημερινή ζωή** (π.χ. δημοσκοπήσεις, μετρήσεις ακροαματικότητας, διάφορες έρευνες) όπου τα δεδομένα παρουσιάζονται με κάποια μορφή γραφήματος, κυρίως σε έντυπα μέσα που θα έχετε το χρονικό περιθώριο για μελέτη, και αφήστε το παιδί να σας εξηγήσει το γράφημα.

2.Η προσεκτική μελέτη των γραφημάτων που μας παρουσιάζονται καθημερινά μπορεί να μας δώσει πληροφορίες περισσότερες από αυτές που φαίνονται με την πρώτη ματιά. Για το λόγο αυτό μη χάνετε την ευκαιρία **να «ερεθίζετε» τη σκέψη και το πνεύμα του** παιδιού ζητώντας του να σας εξηγεί τι μήνυμα παίρνει από κάποιο γράφημα.

1η σημείωση: Στην ενότητα αυτή θα γίνει χρήση του προγράμματος υπολογιστικών φύλλων για την κατασκευή γραφημάτων σε ηλεκτρονικό υπολογιστή και το παιδί θα μάθει να δημιουργεί γραφήματα και με αυτόν τον τρόπο.

2η σημείωση: Στο τέλος της ενότητας αυτής δεν υπάρχει ανακεφαλαίωση και επαναληπτικό μάθημα. Η ύλη της ενότητας αυτής περιλαμβάνεται στην ανακεφαλαίωση και το επαναληπτικό μάθημα της επόμενης ενότητας.

Με εκτίμηση,
... δ............... του παιδιού σας

Κεφάλαιο 45ο Απεικονίζω δεδομένα με ραβδόγραμμα ή εικονόγραμμα

Αξίζει όσο χίλιες λέξεις...

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να ανακαλύπτει τη χρησιμότητα των γραφικών παραστάσεων.*
- *Να αντλεί πληροφορίες από το ραβδόγραμμα και το εικονόγραμμα.*
- *Να μαθαίνει να κατασκευάζει ένα ραβδόγραμμα.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να καταλάβει τις έννοιες «γραφική παράσταση», «ραβδόγραμμα», «εικονόγραμμα».*
- *Να κατακτήσει τη διαδικασία δημιουργίας γραφημάτων.*

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή παρουσιάζεται ένα εικονόγραμμα με πληροφορίες σχετικά με τα απειλούμενα είδη φυτών στην Ελλάδα. Τα παιδιά θα προσέξουν αμέσως το μισό λουλούδι που υπάρχει στο εικονόγραμμα και συμβολίζει 10 φυτά. Εύλογα θα προκύψει η εξής απορία: «αν τα φυτά δεν είναι πολλαπλάσιο του αριθμού 10, τότε πώς τα συμβολίζουμε;» Εξηγούμε στους μαθητές ότι στο εικονόγραμμα αυτό παρουσιάζονται στρογγυλοποιημένα τα δεδομένα στην πλησιέστερη δεκάδα. Με τον τρόπο αυτό από το εικονόγραμμα παίρνουμε «με μια ματιά» πληροφορίες για τον αριθμό των φυτών, ωστόσο οι πληροφορίες αυτές δεν είναι ακριβείς.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές συγκρίνουν τον πίνακα με το γράφημά του. Αντιλαμβάνονται ότι το γράφημα μας δίνει τη δυνατότητα να συγκρίνουμε με μια ματιά τα στοιχεία που παρουσιάζει αλλά και πάλι η ακρίβεια είναι σχετική. Για να μιλήσουμε με ακρίβεια για κάτι πρέπει να ανατρέξουμε στα δεδομένα του πίνακα.

Μέθοδοι εργασίας και παραδείγματα (πορτοκαλί πλαίσιο)

Παρουσιάζονται οι ορισμοί και τα χαρακτηριστικά των γραφημάτων.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Ξενοφοβία»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά να συνδέσουν τα γραφήματα με δραστηριότητες από την κοινωνική και την οικονομική ζωή.

Τεχνολογία

Ενδείκνυται η χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή για την κατασκευή γραφημάτων. Το μάθημα προσφέρεται για δημιουργία πινάκων και εκτύπωση γραφημάτων στο πρόγραμμα Microsoft Excel.

Επίσης μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών: Κεφάλαιο «Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων».

Παραδείγματα με πίνακες και γραφήματα στην ιστοσελίδα υποστήριξης του βιβλίου.

Κεφάλαιο 46ο Ταξινομώ δεδομένα – εξάγω συμπεράσματα

Η ώρα των αποφάσεων

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να συλλέγει, να καταγράφει και να ταξινομεί δεδομένα.*
- *Να παρουσιάζει την κατανομή συχνότητας των δεδομένων.*
- *Να χρησιμοποιεί τα αποτελέσματα της επεξεργασίας των δεδομένων.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να καταλάβει τις έννοιες «δεδομένα», «συλλογή δεδομένων» και «ταξινόμηση δεδομένων».*
- *Να κατακτήσει τη διαδικασία συλλογής, τακτοποίησης και καταμέτρησης δεδομένων.*
- *Να ερμηνεύει και να χρησιμοποιεί τα δεδομένα του πίνακα συχνοτήτων.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Οι νέες έννοιες «κελί», «συχνότητα» και «καταμέτρηση στοιχείων» πολλές φορές δυσκολεύουν τα παιδιά.

Δραστηριότητα

Στη δραστηριότητα αυτή παρουσιάζονται δύο καρτέλες με καταγεγραμμένες ηλικίες παιδιών (δεδομένα). Συζητούμε με τους μαθητές για τον τρόπο με τον οποίο οι υπεύθυνοι του πάρκου συγκέντρωσαν τα δεδομένα αυτά (ερωτήσεις στην είσοδο του πάρκου, ερωτηματολόγια σε κάθε παιδί που μπαίνει κ.λπ.). Συζητούμε επίσης εναλλακτικούς τρόπους συλλογής δεδομένων (στο δρόμο, τηλεφωνικά, συνεντεύξεις στα σπίτια, μέσω αλληλογραφίας κ.λπ.). Τα παιδιά προβληματίζονται για την ανάγκη συλλογής δεδομένων και πληροφοριών σχετικά με τους πελάτες του πάρκου, καθώς διαπιστώνουν ότι δεν είναι δυνατό να καταλήξουμε σε κάποιο συμπέρασμα από τα δεδομένα όπως είναι γραμμένα στην καρτέλα. Έτσι, πέρα από τη συλλογή των δεδομένων, προκύπτει η ανάγκη της επεξεργασίας τους, ώστε «να έχουν νόημα».

8	8	9	9	10	10	10	11
11	11	11	11	11	11	11	12
12	12	12	12	12	12	12	12
12	12	13	13	13	13	13	13
13	13	13	13	13	13	13	13
14	14	14	14	14	14	14	14
14	14	14	14	14	15	15	15
15	15	15	15	16	16	17	17

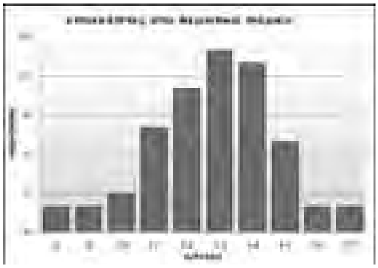
Τα παιδιά πρέπει να ταξινομήσουν τα στοιχεία από τις καρτέλες στον κενό πίνακα, διατάσσοντας τα στοιχεία από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο. Η διάταξη αυτή δείχνει ευκολότερα τη συχνότητα με την οποία παρουσιάζεται κάθε αριθμός στο σύνολο των αριθμών. Επισημαίνουμε στους μαθητές ότι ξεκινάμε από τη μικρότερη ηλικία στην καρτέλα, το «8», την οποία διαγράφουμε και γράφουμε στο πρώτο κελί. Στη συνέχεια ψάχνουμε τα υπόλοιπα «οχτάρια» και κάνουμε το ίδιο για το καθένα. Μετά κάνουμε το ίδιο για τα εννιάρια κ.ο.κ.

Ηλικία	Καταμέτρηση με σύμβολα	Συχνότητα
8	II	2
9	I	2
10	III	3
11	~~IIII~~ III	8
12	~~IIII~~ ~~IIII~~	11
13	~~IIII~~ ~~IIII~~ IIII	14
14	~~IIII~~ ~~IIII~~ III	13
15	~~IIII~~ II	7
16	II	2
17	II	2
Σύνολο		64

Τώρα μπορούμε πιο εύκολα να πούμε πόσες φορές μια τιμή παρουσιάζεται στον πίνακα. Ωστόσο, πάλι δεν είναι εύκολο να συγκρίνουμε τα στοιχεία μεταξύ τους για να πούμε ποιας ηλικίας τα παιδιά ήταν τα περισσότερα, πόσο περισσότερα κ.λπ.

Έτσι, πρέπει να μεταφέρουμε για μία ακόμη φορά τα δεδομένα από τον πίνακα που φτιάξαμε σε έναν νέο πίνακα τον «πίνακα συχνοτήτων». Στον πίνακα αυτό για κάθε ηλικία σημειώνουμε ένα «γιώτα». Κάθε πέμπτο «γιώτα» το γράφουμε κάθετα προς τα υπόλοιπα τέσσερα, για να μπορούμε εύκολα να τα μετρήσουμε*.

Στη δεξιά στήλη γράφουμε τη συχνότητα, δηλαδή πόσα «γιώτα» συναντήσαμε σε κάθε ηλικία. Τώρα είναι εύκολο με βάση τα δεδομένα των στηλών «ηλικία» και «συχνότητα» να κατασκευάσουμε το ραβδόγραμμα των δεδομένων. Τα παιδιά θα το κατασκευάσουν στο χώρο που προβλέπεται. Επισημαίνουμε πως οπωσδήποτε πρέπει να βάλουν τίτλο.



Το γράφημα των παιδιών πρέπει να είναι παρόμοιο με το γράφημα που φαίνεται δεξιά.

Στο ραβδόγραμμα φαίνεται πως τα παιδιά που κυρίως επισκέπτονται το πάρκο είναι ηλικίας από 11 έως 15 ετών. Άρα η απόφαση για τις δραστηριότητες που πρέπει να προσφέρονται στο πάρκο συνοψίζεται στα εξής: α) πρέπει να ενδιαφέρουν τη συγκεκριμένη ηλικιακή ομάδα ώστε να συνεχίσει να επισκέπτεται το πάρκο και β) πρέπει να προσφέρουμε δραστηριότητες που θα κεντρίσουν και το ενδιαφέρον των ηλικιακών ομάδων που έχουν μικρή συμμετοχή ώστε να τις προσελκύσουμε στο πάρκο.

***Σημείωση:** Επισημαίνουμε στους μαθητές ότι ο τρόπος υπολογισμού των ατόμων ομαδοποιώντας ανά 5 δεν είναι ο μοναδικός τρόπος ομαδοποίησης αλλά απλά ένας «βολικός» τρόπος ομαδοποίησης.*

Μέθοδοι εργασίας και παραδείγματα *(πορτοκαλί πλαίσιο)*

Παρουσιάζεται ο τρόπος εργασίας για την επεξεργασία των δεδομένων με την κατασκευή του πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Τα κατοικίδια που προτιμάμε στην τάξη μου»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά να συνδέσουν τη συλλογή και την επεξεργασία δεδομένων με δραστηριότητες από τη ζωή τους.

Αν ο χρόνος είναι περιορισμένος, μπορούμε να επιταχύνουμε τη δραστηριότητα καταγράφοντας τα δεδομένα (πίνακας 2) απευθείας στον πίνακα της τάξης, ώστε να είναι ταυτόχρονα προσβάσιμα από όλους χωρίς να χρειάζεται κάθε ομάδα να πραγματοποιήσει χωριστά τη συλλογή και καταγραφή των δεδομένων.

Ανάλογα πάντα με τις δυνατότητες των παιδιών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις ειδικές συνθήκες της τάξης, ο δάσκαλος μπορεί να ζητήσει από τους μαθητές να ασχοληθούν ατομικά, ομαδικά (ή και να εργαστούν ως μεγάλη ομάδα-τάξη για να ολοκληρώσουν τη δραστηριότητα στο σχολείο).

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών: «Συλλογή και επεξεργασία δεδομένων».

Επίσης ενδείκνυται η χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή για την κατασκευή γραφημάτων. Το μάθημα προσφέρεται για δημιουργία πινάκων και δημιουργία και εκτύπωση γραφημάτων στο πρόγραμμα Microsoft Excel.

Παραδείγματα με πίνακες και γραφήματα στην ιστοσελίδα υποστήριξης του βιβλίου.

Κεφάλαιο 47ο Άλλοι τύποι γραφημάτων

Το πήρες το μήνυμα;

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να αντλεί πληροφορίες από ένα γράφημα γραμμής.*
- *Να μελετά ένα κυκλικό διάγραμμα.*
- *Να επιλέγει τον κατάλληλο τύπο γραφήματος.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να καταλάβει την ανάγκη χρήσης διαφορετικών γραφημάτων.*
- *Να επιλέγει το κατάλληλο γράφημα για να παρουσιάζει τα δεδομένα.*

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή παρουσιάζεται σε γράφημα ο πληθυσμός της Αθήνας από το έτος 1833 έως το έτος 2003. Από τον τύπο του γραφήματος τα παιδιά διαπιστώνουν ότι ο πληθυσμός παρουσιάζει αύξηση. Προτιμήσαμε να παρουσιάσουμε την αύξηση με γράφημα γραμμής ώστε να προσέχουμε τη συνεχόμενη γραμμή και την αυξομείωση και όχι κάθε στοιχείο μεμονωμένα το οποίο αποσπά την προσοχή μας. Όσο πιο μεγάλη είναι η αύξηση τόσο πιο απότομα ανεβαίνει η γραμμή (*κλίση*). Θυμίζουμε στους μαθητές το γράφημα γραμμής που κάναμε στα ανάλογα ποσά το οποίο ήταν ένα γράφημα γραμμής που ξεκινούσε από το σημείο 0 (όπως όλα τα γραφήματα αυτού του τύπου) και συνέχιζε σε απόλυτη ευθεία (βλ. Κεφάλαιο 34ο «Δραστηριότητα με προεκτάσεις»).

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή παρουσιάζονται στους μαθητές τα ίδια δεδομένα με δύο διαφορετικά γραφήματα, ένα ραβδόγραμμα και ένα κυκλικό διάγραμμα. Τα παιδιά αντιλαμβάνονται πως οι ίδιες πληροφορίες παρουσιάζονται με διαφορετικό τρόπο στα διαφορετικά γραφήματα. Όταν χρειάζεται να εξετάσουμε μεμονωμένα στοιχεία, το ραβδόγραμμα μας δίνει τις πληροφορίες πιο γρήγορα, ενώ όταν θέλουμε να εξετάσουμε τις σχέσεις στοιχείων μεταξύ τους το κυκλικό διάγραμμα προσφέρει πιο άμεσα τις πληροφορίες. Διερευνώντας την τρίτη ερώτηση τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι κάποια στοιχεία δεν είναι δυνατόν να παρουσιαστούν με κυκλικό διάγραμμα επειδή δεν είναι δυνατόν να έχουν συνολική τιμή (ο πληθυσμός της Αθήνας μεταξύ των ετών 1833 και 2003 δεν έχει νόημα να παρουσιαστεί ως άθροισμα).

Μέθοδοι εργασίας και παραδείγματα *(πορτοκαλί πλαίσιο)*

Παρουσιάζονται οι κυριότερες χρήσεις κάθε τύπου γραφήματος. Στο σημείο αυτό πρέπει να βοηθηθούν οι μαθητές ώστε να αντιληφθούν ότι, όταν βλέπουν γραφήματα, πρέπει να έχουν υπόψη τους ότι αυτός που επέλεξε τον συγκεκριμένο τύπο για να παρουσιάσει τα στοιχεία του δεν το έκανε τυχαία αλλά επειδή ήθελε να τονίσει κάτι συγκεκριμένο!

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Για την καταγραφή του πυρετού δεν μας ενδιαφέρει μόνο κάθε μέτρηση που παίρνουμε αλλά κυρίως η τάση να αυξάνεται ή να ελαττώνεται με το χρόνο.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

α) Ραβδόγραμμα: Το ενδιαφέρον μας επικεντρώνεται στην απήχηση που έχει κάθε τραγούδι και όχι η σχέση του με τα υπόλοιπα.

β) γράφημα γραμμής: Αυτό που μας ενδιαφέρει είναι οι μεταβολές των στοιχείων σε σχέση με το χρόνο.

γ) Κυκλικό διάγραμμα: Το ενδιαφέρον μας επικεντρώνεται στα ποσοστά επί του συνόλου.

Άσκηση 2η

Το ύψος του μωρού:

α) όταν γεννήθηκε 55 εκ. **β)** 6 μηνών 73 εκ. **γ)** 12 μηνών 80 εκ.

Άσκηση 3η

Το ποσοστό του πληθυσμού στην ηλικιακή ομάδα 0 ως 14 ετών είναι:

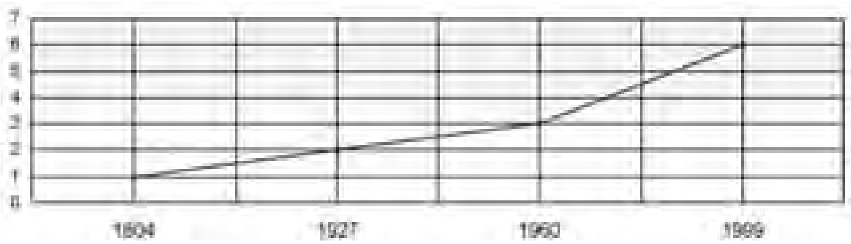
100 – (67,7 + 17,1) = 15,2

Άσκηση 4η

Οι τίτλοι είναι:

α) τα μαθήματα ξένων γλωσσών **β)** ο χρόνος που ξοδεύουν στην προετοιμασία των μαθημάτων τους **γ)** τι εξωσχολικά βιβλία διαβάζουν

Άσκηση 5η



Το γράφημα των παιδιών πρέπει να είναι όπως το παρακάτω:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Γραφήματα στον Τύπο»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά, να συνδέσουν τις διάφορες μορφές γραφημάτων με την έμφαση που θέλουν να δώσουν εκείνοι που παρουσιάζουν την πληροφορία. Επισημαίνουμε ότι πολλές φορές στον τύπο παρουσιάζονται στοιχεία κατά τρόπο αποσπασματικό με σκοπό την «ωραιοποίηση» της εικόνας μιας εταιρίας ή ενός προϊόντος.

Ανάλογα πάντα με τις δυνατότητες των παιδιών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις ειδικές συνθήκες της τάξης, ο δάσκαλος μπορεί να συνδέσει αυτή τη δραστηριότητα με θέματα κοινωνικής ζωής των παιδιών, τοπικών ενδιαφερόντων και συνθηκών κ.ο.κ. ή κατά την κρίση του να ζητήσει από τους μαθητές να αγνοήσουν τη δραστηριότητα.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Μελετώ θέματα - Μελετώ πληθυσμούς».

Κεφάλαιο 48ο Βρίσκω το μέσο όρο

Ο Προκρούστης των αριθμών

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να κατανοεί την έννοια του μέσου όρου.*
- *Να κατανοεί την ανάγκη χρήσης του μέσου όρου.*
- *Να υπολογίζει και να χρησιμοποιεί το μέσο όρο.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να καταλάβει την έννοια και την ανάγκη χρήσης του μέσου όρου.*
- *Να κατακτήσει τη διαδικασία υπολογισμού του μέσου όρου.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Παρατηρήθηκαν κάποιες δυσκολίες στην κατανόηση της έννοιας του μέσου όρου. Για παράδειγμα, πολλά παιδιά στην ερώτηση «είναι το 5 ο μέσος όρος των αριθμών από το 1 έως το 10;» έδωσαν θετική απάντηση.

Δραστηριότητα

Στη δραστηριότητα αυτή παρουσιάζονται οι πληθυσμοί των αγριοκάτσικων στις τέσσερις πλαγιές του βουνού και ζητείται από τους μαθητές να σκεφτούν και να αποφασίσουν για τις ενέργειες που πρέπει να γίνουν προκειμένου να επιτύχουμε την ισοκατανομή των πληθυσμών. Τα παιδιά θα προτείνουν τη μεταφορά ζώων από τη νότια πλευρά του βουνού στις υπόλοιπες πλευρές. Το ερώτημα που προκύπτει είναι «πόσα ζώα θα μεταφερθούν;». Με κάποιο τρόπο πρέπει να υπολογίσουμε τον αριθμό των ζώων. Εργαζόμαστε στον πίνακα συχνοτήτων όπου με το γνωστό τρόπο τα παιδιά καταγράφουν τα ζώα με το σύμβολο (Ι) και τα ομαδοποιούν σε πεντάδες κ.λπ. Στη συνέχεια μεταφέρουν σύμβολα στην επόμενη στήλη από τη νότια πλευρά στις υπόλοιπες, μέχρι να πετύχουν την ισοκατανομή του πληθυσμού. Τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι, αν παρίσταναν τώρα τα δεδομένα με ραβδόγραμμα, όλες οι ράβδοι θα ήταν ίσες μεταξύ τους. Μέσα από τις συγκεκριμένες ενέργειες τα παιδιά ανακαλύπτουν ότι θα μπορούσαν να λύσουν το πρόβλημα με μολύβι και χαρτί προσθέτοντας όλα τα κρι-κρι και διαιρώντας με το τέσσερα.

Μέθοδοι εργασίας και παραδείγματα (πορτοκαλί πλαίσιο)

Παρουσιάζεται ο τρόπος εργασίας για τον υπολογισμό του μέσου όρου.

Εφαρμογή

Δεν παρουσιάζει δυσκολίες. Εξηγούμε στους μαθητές ότι θα μπορούσαν να υπολογίσουν το μέσο όρο εργαζόμενοι ως εξής:

$$\frac{25+28+30+27+24+26+28+25+26+27+26+29+24+30+30+28+27+24+27+29}{20}$$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

Οι μέσοι όροι των αριθμών είναι οι εξής: **α)** = 2 **β)** =2,5 **γ) =** 4,5.

Άσκηση 2η

Στον τελευταίο στύλο υπήρχαν 1 κόκκινος και 6 πράσινοι κρίκοι.

Άσκηση 3η

Το άθροισμα των θερμοκρασιών κάθε μέρας είναι 501 το οποίο διαιρούμενο με το 30 δίνει μέσο όρο 16,7, που είναι κατά 2,5 βαθμούς μικρότερος από το μέσο όρο των ετών 1961-1990 (κλιματική τιμή). Ωστόσο από το δεύτερο δεκαήμερο του μήνα παρατηρούμε αύξηση της θερμοκρασίας η οποία θα φτάσει στο τέλος του μήνα τους 26 βαθμούς. Άρα ο μέσος όρος, στη συγκεκριμένη περίπτωση, δίνει παραπλανητικές πληροφορίες, επειδή οι χαμηλές θερμοκρασίες του πρώτου δεκαημέρου κατεβάζουν την τιμή του αρκετά κάτω από τη μέση θερμοκρασία του Απριλίου της περιοχής Θεσσαλονίκης.

Εξαιρετικά στοιχεία για τον καιρό κάθε μήνα παρουσιάζονται αναλυτικά στο Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών, Ινστιτούτο Ερευνών Περιβάλλοντος και Βιώσιμης Ανάπτυξης, Μηνιαίο Δελτίο Μετεωρολογικών Παραμέτρων. Στην ιστοσελίδα http://www.noa.gr/forecast/bolam/index.htm.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Το βάθος του ποταμού μας»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά να συνδέσουν το μέσο όρο με δραστηριότητες που αναπτύσσονται τόσο στη σχολική όσο και στην κοινωνική ζωή τους.

Ο τρόπος με τον οποίο τα παιδιά μέτρησαν το βάθος του ποταμού στα διάφορα σημεία φαίνεται στο σχήμα. Έριξαν το νήμα της στάθμης (ή ένα βάρος δεμένο σε σπάγκο) μέχρι να «καθίσει» στον πυθμένα και μέτρησαν το βρεγμένο κομμάτι του σχοινιού. Στις άκρες της όχθης το μέτρησαν με ένα μεγάλο χάρακα ή με το μέτρο που είχαν μαζί τους.

Οι πέντε μετρήσεις χρειάστηκαν για να βεβαιωθούν ότι ο πυθμένας του ποταμού είναι ομαλός και δεν έχει απότομες κλίσεις, ώστε ο υπολογισμός της μέσης τιμής του βάθους να είναι πιο ακριβής (ο υπολογισμός θα μπορούσε να γίνει με δύο μετρήσεις στις άκρες και μία στο μέσο του ποταμού).

Στο μιλιμιτρέ χαρτί όπου μετέφεραν τις μετρήσεις τους κάθε τετράγωνο παριστάνει ένα μέτρο.

Η μέση τιμή του βάθους του ποταμού είναι (0,5 + 1,8 + 3 + 1,8 + 0,5) : 5 = 1,52 μέτρα.

Προσοχή! Ένα συνηθισμένο σφάλμα που κάνουμε σε τέτοιες περιπτώσεις είναι να αγνοούμε τις δύο μετρήσεις δίπλα στην όχθη και να υπολογίζουμε μόνο τις τρεις μεσαίες μετρήσεις. Στην περίπτωση αυτή η μέση τιμή του βάθους θα είναι 2,2 μέτρα!

Επέκταση της δραστηριότητας: υπολογισμός του όγκου του νερού του ποταμού.

Με τη μέση τιμή και το πλάτος του ποταμού μπορούμε να υπολογίσουμε την επιφάνεια της «τομής», (την επιφάνεια μιας «φέτας» νερού) όπως φαίνεται στο μιλιμιτρέ χαρτί. Αυτή είναι 1,52 · 32 = 48,64 (κατά προσέγγιση 50) τετραγωνικά μέτρα.

Υπολογίζουμε την ταχύτητα του νερού ανά δευτερόλεπτο: Συγκεκριμένα πετάμε ένα ξύλο (προς την πλευρά του ποταμού από όπου έρχεται το νερό) και μετράμε πόσο χρόνο θα χρειαστεί για να περάσει κάτω από τη γέφυρα. Μετράμε το πλάτος της γέφυρας και υπολογίζουμε την ταχύτητα του ρεύματος του νερού. Για παράδειγμα, η γέφυρα έχει πλάτος 3 μέτρα και το ξυλάκι χρειάστηκε 3 δευτερόλεπτα για να τη διασχίσει. Άρα η ταχύτητα του νερού είναι 1 μέτρο το δευτερόλεπτο. Αυτό σημαίνει ότι σε ένα δευτερόλεπτο όλη η επιφάνεια της τομής (τα 50 τετραγωνικά μέτρα) «προχωρούν» 1 μέτρο, δηλαδή περνούν 50 κυβικά μέτρα νερό το δευτερόλεπτο.

***Σημείωση**: Θα μπορούσαν να γίνουν ακριβέστεροι υπολογισμοί για το εμβαδό και την ταχύτητα, ωστόσο τέτοιοι υπολογισμοί ξεφεύγουν από τους στόχους της δραστηριότητας.*

Ανάλογα πάντα με τις δυνατότητες των παιδιών, τις απαιτήσεις των υπόλοιπων μαθημάτων σε χρόνο ενασχόλησης και τις ειδικές συνθήκες της τάξης, ο δάσκαλος μπορεί να συνδέσει τη δραστηριότητα με θέματα περιβάλλοντος τοπικών ενδιαφερόντων και συνθηκών κ.ο.κ. ή κατά την κρίση του να ζητήσει από τους μαθητές να σταματήσουν στον υπολογισμό της μέσης τιμής του βάθους του ποταμού.

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 5η:
ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ - ΜΟΤΙΒΑ

Περιεχόμενα

Θεωρητικό μέρος

α. Μετρήσεις

Ένα μεγάλο μέρος της έρευνας για τις μετρήσεις εστιάζεται στον τρόπο με τον οποίο τα παιδιά αντιλαμβάνονται τις έννοιες του μήκους, του χρόνου, του εμβαδού και του όγκου (Lehrer, 2003). Εντούτοις, εάν οι μαθητές δεν έχουν εξοικειωθεί με την έννοια των μονάδων μέτρησης και κυρίως με τη χρήση των κατάλληλων μονάδων για κάθε περίπτωση μέτρησης, θα είναι δύσκολο να αναπτύξουν την αναγκαία εννοιολογική κατανόηση και θα εκτελούν τους υπολογισμούς μηχανιστικά (Pesek & Kirshner, 2000).

Οι μαθητές της Στ΄ Δημοτικού έχουν βέβαια πολύχρονη εμπειρία στις μετρήσεις τόσο από τη σχολική όσο και από την καθημερινή τους ζωή. Η εμπειρία τους θα επεκταθεί στην τάξη αυτή τόσο στις διαδικασίες επιλογής της κατάλληλης μονάδας μέτρησης για κάθε περίπτωση όσο και στη χρήση των κατάλληλων υποδιαιρέσεων κάθε μονάδας. Οι μαθητές χειρίζονται με σχετική άνεση μετρήσεις μήκους, βάρους και αξίας (χρήματα) αλλά δυσκολεύονται σε μετρήσεις χρόνου. Ιδιαίτερα δυσκολεύονται να κατανοήσουν τις «ζώνες ώρας» κάθε τόπου και πώς επηρεάζουν τον υπολογισμό της ώρας άφιξης σε διαφορετικούς προορισμούς στον κόσμο (Kenney & Kouba, 1997). Άλλες διαδικασίες στις οποίες δεν έχει δοθεί μέχρι τώρα η απαιτούμενη βαρύτητα είναι η εκτίμηση πριν τη μέτρηση και η μέτρηση κατά προσέγγιση. Πολλές από τις απαντήσεις των παιδιών στην ηλικία αυτή δίνονται εσφαλμένα επειδή δεν μπορούν να εκτιμήσουν αν η απάντησή τους πλησιάζει ή απέχει πολύ από αυτό που «θα έπρεπε» να βρουν.

β. Μοτίβα

Η χρήση συμβόλων στα μαθηματικά και οι γραφικές αναπαραστάσεις μαθηματικών εννοιών και καταστάσεων αντιμετωπίζονταν από τα παραδοσιακά μαθηματικά σαν διαφορετικές γνωστικές ενότητες με μικρή σύνδεση μεταξύ τους. Έτσι, οι μαθητές, ακόμη και στο γυμνάσιο, είχαν πάντοτε δυσκολίες στο να συνδέσουν τη «συμβολική γλώσσα» με τις γραφικές αναπαραστάσεις και να τις χρησιμοποιήσουν στα μαθηματικά (McCoy, 1994; English & Warren, 1998). Ωστόσο, οι πρόσφατες έρευνες εξετάζουν την ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης ως ένα συνεχές (continuum) που αρχίζει από τις πρώτες βαθμίδες με την εξερεύνηση απλών μοτίβων σε «ρεαλιστικά προβλήματα». Η κατανόηση των σχέσεων και των λειτουργιών των μοτίβων αυτών οδηγεί σε διαδικασίες «συμβολικής αναπαράστασης» (Kaput, 1995;Chazan & Yerushalmy, 2003). Κρίσιμη στην πορεία αυτή θεωρείται η έμφαση στις *πολλαπλές αναπαραστάσεις* (λεκτικές, συμβολικές, και γραφικές) οι οποίες συνδέουν τη μάθηση με σημαντικά πλαίσια που βοηθούν τους μαθητές στην επικοινωνία μεταξύ τους, στην αποσαφήνιση εννοιών και στη σύνδεση των εννοιών μεταξύ τους (Brenner et al., 1997). Ειδικότερα, οι *πολλαπλές αναπαραστάσεις* βοηθούν τους μαθητές να γενικεύσουν, δηλαδή να αντιληφθούν και να συνδέσουν τις συγκεκριμένες έννοιες των δραστηριοτήτων με τις οποίες ασχολήθηκαν με τις αφηρημένες μαθηματικές έννοιες (Ferrini-Mundy, Lappan, & Phillips, 1997; Duvall, 1999). Η γενίκευση αυτή χρειάζεται μια ορισμένη περιγραφή με τη χρήση συμβόλων, η οποία δεν συνεπάγεται απαραίτητα τη χρήση των γραμμάτων στη θέση συμβόλων. Τα σύμβολα μπορεί να είναι λεκτικά, εικονικά, γεωμετρικά ή αλγεβρικής φύσης (Dorfler, 1991). Με την προσέγγιση αυτή συμφωνούν και άλλοι ερευνητές, καθώς πιστεύουν πως «η έμφαση πρέπει να δοθεί στην προσπάθεια της γενίκευσης και όχι στα εργαλεία που χρησιμοποιούνται για να την πετύχουν» (Sfard, 1995; Zazkis & Liljedahl, 2002).

Αγαπητοί γονείς και κηδεμόνες,

Σας καλωσορίζουμε στην πέμπτη θεματική ενότητα του βιβλίου.

Τι θα μάθουμε σε αυτή την ενότητα:

Η πέμπτη ενότητα είναι η ενότητα των **ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ** και των **ΜΟΤΙΒΩΝ**. Και οι δύο υποενότητες είναι πολύ ευχάριστες για τα παιδιά. Ειδικότερα οι μετρήσεις από τη μια πλευρά είναι ένα κομμάτι των μαθηματικών που τα ίδια τα παιδιά χρησιμοποιούν καθημερινά και χαίρονται γιατί τα καταφέρνουν μόνα τους αρκετά καλά, ενώ από την άλλη πλευρά τα μοτίβα είναι μια διαδικασία ανακάλυψης που κάνει τα παιδιά να αισθάνονται σαν μικροί εξερευνητές.

Το βιβλίο και τα μαθήματα που θα γίνουν στην τάξη θα φροντίσουν να ενισχύσουν αυτό το ευχάριστο αίσθημα των παιδιών και να τα βοηθήσουν να επεκτείνουν ελεύθερα τις γνώσεις τους.

Σε ό,τι αφορά τις μετρήσεις θα τονίσουμε την ανάγκη των ανθρώπων για ύπαρξη κοινών μέτρων και μονάδων μετρήσεων και θα εμβαθύνουμε στο θέμα των υποδιαιρέσεων των μονάδων και των πράξεων ανάμεσά τους. Σημειώνουμε ότι κάποιες μετρήσεις, όπως είναι το εμβαδό και ο όγκος, θα διδαχθούν στην επόμενη ενότητα.

Τα μοτίβα είναι περισσότερο μια διαδικασία ανακάλυψης παρά μια μαθηματική έννοια που θα διδαχθεί το παιδί. Είναι ο δρόμος που θα οδηγήσει τη σκέψη του στην άλγεβρα. Μοτίβα έχει συναντήσει ξανά το παιδί, αλλά τώρα που διαθέτει την απαιτούμενη ωριμότητα, θα τα μελετήσει προσπαθώντας να ανακαλύψει τον κανόνα με τον οποίο έχουν δημιουργηθεί και να τον εκφράσει όπως μπορεί.

Πώς να βοηθήσετε στο σπίτι

1. Μπορείτε να ζητήσετε από τα παιδιά να φτιάξουν **έναν πίνακα με τις μετρήσεις** και τη μονάδα για κάθε μέτρηση με τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσιά της.
2. Με αφορμή κάποιο ταξίδι ή κάτι που ακούσατε ή διαβάσατε, συζητήστε με το παιδί σας για τις μετρήσεις σε άλλα μέρη του κόσμου ή σε άλλες εποχές.
3. Προσπαθήστε σε **πραγματικές ανάγκες χρήσης μιας μέτρησης** (π.χ. μια ζύγιση, αγορά χαλιού ή κουρτίνας, υπολογισμός χρονικής διάρκειας κλπ.) να παρακινήσετε το παιδί να συμμετέχει στον υπολογισμό.
4. Παρατηρήστε προσεκτικά το περιβάλλον σας μαζί του ή ζητήστε από εκείνο να σας δείξει, σύμφωνα με όσα έχει μάθει, πού βρίσκονται **μοτίβα γύρω σας** (στα πλακάκια, στα κάγκελα ή στις ημερομηνίες κατά τις οποίες πραγματοποιείτε κάποια επίσκεψη ή πληρωμή κ.λπ.) ακόμα μπορείτε να του ζητήσετε να σας εξηγήσει σε τι μας χρειάζονται. (Σημείωση: μας βοηθούν στην πραγματοποίηση σχετικά ασφαλών προβλέψεων για το τι ακολουθεί).

Σημείωση: Στην ενότητα αυτή θα γίνει χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή σε γνωστά προγράμματα για το παιδί (π.χ. υπολογιστικά φύλλα) αλλά και προγράμματος σχεδίασης και ζωγραφικής και το παιδί θα έρθει σε επαφή με το σχετικό πρόγραμμα και τα εργαλεία του.

Με εκτίμηση,
... δ................ του παιδιού σας

Κεφάλαιο 49ο Μετρώ το μήκος

Πόσο μακριά είπες;

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να μελετήσει τις μετρήσεις μήκους στην καθημερινή ζωή και να κατανοήσει την ανάγκη για μια τυποποιημένη μονάδα μέτρησης.*
- *Να μελετήσει τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσια του μέτρου και τις σχέσεις μεταξύ τους.*
- *Να χρησιμοποιεί τα εργαλεία μέτρησης μήκους και να εκφράζει τις μετρήσεις με διαφορετικούς αριθμούς.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να καταλάβει την ανάγκη χρήσης μιας τυποποιημένης μονάδας μέτρησης.*
- *Να κατακτήσει τη διαδικασία χρήσης του μέτρου με τα πολλαπλάσια και τις υποδιαιρέσεις του ως μονάδας μέτρησης.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η διαδικασία της μετατροπής του μέτρου στα πολλαπλάσια και τις υποδιαιρέσεις του πολλές φορές δυσκολεύει τα παιδιά, καθώς για τη μετατροπή σε μικρότερη μονάδα μέτρησης πολλαπλασιάζουμε, ενώ για τη μετατροπή σε μεγαλύτερη μονάδα μέτρησης διαιρούμε. Επίσης, τα παιδιά πολλές φορές μπερδεύουν τις συντομογραφίες **χμ.** (χιλιόμετρο) και **χιλ.** (χιλιοστό).

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή παρουσιάζονται διαφορετικές μονάδες μέτρησης για το πλάτος και το ύψος του τείχους. Παροτρύνουμε τους μαθητές να υπολογίσουν το συνολικό ύψος του τείχους (όσο 8 άνθρωποι). Με τα σημερινά δεδομένα το ύψος του τείχους θα ήταν 1,75 • 5 = 8,75 μέτρα. Στην πραγματικότητα το ύψος του τείχους είναι 7,5 μ., επειδή το μέσο ύψος των κινέζων την εποχή εκείνη δεν ήταν 1,75 μ. αλλά 1,50 μ.

Μετράμε μικρές αποστάσεις με το δάχτυλο ή με την παλάμη, ενώ για μεγαλύτερες αποστάσεις χρησιμοποιούμε το άνοιγμα των χεριών, τα βήματα κ.λπ. Το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε είναι η ακρίβεια της μέτρησης επειδή τα δάχτυλα, οι παλάμες και τα βήματα των ανθρώπων διαφέρουν.

Στην αρχαία Ελλάδα *βασική μονάδα μέτρησης ήταν ο πους. Το μήκος του διέφερε στις αρχαίες πόλεις και κυμαινόταν από 0,2970 έως 0,3083 μέτρα. Υποδιαίρεση του ποδιού ήταν ο δάκτυλος (1/16 του ποδιού) και πολλαπλάσιο το στάδιο (600 πόδια). Το μήκος του σταδίου εξαρτιόταν από το μήκος του ποδιού. Έτσι το αττικό στάδιο είχε μήκος 184,98 μέτρα, το ολυμπιακό 192,27 μέτρα και το οδοιπορικό 157,50 μέτρα.*

Δραστηριότητα 2η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι, για να εκφράσουμε μικρά μεγέθη χρησιμοποιούμε τις υποδιαιρέσεις του μέτρου, ενώ για να εκφράσουμε μεγαλύτερα μεγέθη χρησιμοποιούμε το μέτρο και τα πολλαπλάσιά του. Για να συγκρίνουμε μεγέθη που εκφράζονται σε διαφορετικές μονάδες μέτρησης πρέπει να μετατρέψουμε τις μονάδες στην ίδια μορφή και να τις εκφράσουμε με δεκαδικό ή συμμιγή αριθμό. Τέλος, για να μετατρέψουμε τα μέτρα σε χιλιόμετρα διαιρούμε με το 1.000.

Μέθοδοι εργασίας και παραδείγματα (πορτοκαλί πλαίσιο)

Δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Οι υποδιαιρέσεις του μέτρου που παρουσιάζονται στο μάθημα είναι οι πιο συνήθεις. Ο δάσκαλος, αν κρίνει ότι χρειάζεται, μπορεί να αναφερθεί και στο δεκατόμετρο (παλάμη).

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 3η

Οι σωστές απαντήσεις φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Χιλιόμετρα	Μέτρα	Εκατοστά	Χιλιοστά	
1	10	1		1 χμ. 10 μ. 1 εκ.
	18	99	9	18 μ. 99 εκ. 9 χιλ.
3	2	1		3 χμ. 2 μ. 1 εκ. 0 χιλ.
	3	2	1	0 χμ. 3 μ. 2 εκ. 1 χιλ.

Άσκηση 4η

Δεν παρουσιάζει δυσκολίες. Τα διάφορα μήκη είναι δυνατό να εκφραστούν με δεκαδικό, κλασματικό ή συμμιγή αριθμό. Ενδιαφέρον για μελέτη και συζήτηση παρουσιάζει η απόκλιση ανάμεσα στο εκτιμώμενο και το πραγματικό μήκος σε κάθε περίπτωση.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Τρόφιμα σε αποκλεισμένους από την κακοκαιρία»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά να συνδέσουν τις μετρήσεις με δραστηριότητες που αναπτύσσονται στον κοινωνικό και οικονομικό τομέα. Προτείνεται η δημιουργία ομάδων από τους μαθητές και η αντιμετώπιση της δραστηριότητας σε φάσεις. Ενδεικτικά σε πρώτη φάση τα παιδιά θα προχωρήσουν στην αρχική εκτίμηση και συζήτηση της δραστηριότητας στην ομάδα τους και στην επεξεργασία των αριθμητικών δεδομένων. Σε δεύτερη φάση θα παρουσιάσουν και θα «διασταυρώσουν» τα αποτελέσματα της ομάδας τους με τα αποτελέσματα των άλλων ομάδων στην τάξη. Τέλος, στην τρίτη φάση επιχειρήσουν συνδέσεις με άλλες γνωστικές περιοχές.

Ο ρόλος του δασκάλου είναι συντονιστικός στη διαδικασία και ενδείκνυται, αν ο χρόνος επαρκεί, να επεκταθούν περισσότερο, να ανατρέξουν σε άλλες πηγές ή, αν παρόμοια φαινόμενα συμβαίνουν στην περιοχή τους, να αναλάβουν την παρουσίαση μιας μικρής έρευνας–μελέτης του θέματος αργότερα.

Οι απαντήσεις: Η πιο σύντομη διαδρομή είναι Μηλιά – Κατάφυτο – Ανθούσα – Στεφάνι. Το σημείο του δρόμου που επισκευάστηκε είναι στη διαδρομή Μηλιά – Κατάφυτο όπου μια χιονοστιβάδα έκλεισε το δρόμο. Η απόσταση είναι 75.200 μέτρα

Με την επισκευή του δρόμου στο πιο πάνω σημείο είναι δυνατόν να εφοδιάσουμε όλα τα υπόλοιπα χωριά. Η διαδρομή είναι Μηλιά – Κατάφυτο – Καλλιρόη – Κρανιά – Πολυθέα. Επιλέγοντας τη διαδρομή αυτή θα έχουμε διανύσει 58,9 χιλιόμετρα μέχρι την Πολυθέα και 58,9 χιλιόμετρα για την επιστροφή, συνολικά 117,8 χιλιόμετρα. Θα μπορούσαμε να συντομεύσουμε τη διαδρομή κατά 10 χιλιόμετρα, αυτό όμως θα προϋπέθετε τον καθαρισμό της χιονοστιβάδας στη διαδρομή Μηλιά – Πολυθέα.

Τεχνολογία

Ενδείκνυται η χρήση του Διαδικτύου. Αντλούμε πληροφορίες μέσω Internet για τη **Μετρολογία.** Η μετρολογία θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως η «επιστήμη της μέτρησης». Αναφερόμαστε σε αυτή όταν θέλουμε να καθορίσουμε αντικειμενικά την τιμή κάποιας ποσότητας όπως του μήκους, του βάρους ή του χρόνου. Περισσότερες πληροφορίες στη διεύθυνση http://www.eim.org.gr

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών: Κεφάλαιο: «Μετρήσεις–Μέτρηση ευθύγραμμου τμήματος».

Κεφάλαιο 50ο Μετρώ και λογαριάζω βάρη

Μπορώ να τα σηκώσω;

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να μελετήσει τις μετρήσεις βάρους στην καθημερινή ζωή.*
- *Να μελετήσει την υποδιαίρεση και το πολλαπλάσιο του κιλού τις σχέσεις μεταξύ τους.*
- *Να εκφράζει τις μετρήσεις βάρους με αριθμούς διαφορετικής μορφής.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να κατακτήσει τη διαδικασία χρήσης του κιλού με τα πολλαπλάσια και τις υποδιαιρέσεις του ως μονάδας μέτρησης βάρους.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η διαδικασία της μετατροπής του κιλού στα πολλαπλάσια και τις υποδιαιρέσεις του ενδέχεται να δυσκολέψει τους μαθητές, καθώς για τη μετατροπή σε μικρότερη μονάδα μέτρησης (γραμμάρια) πολλαπλασιάζουμε, ενώ για τη μετατροπή σε μεγαλύτερη μονάδα μέτρησης (τόνοι) διαιρούμε.

Τεχνολογία

Πλήθος στοιχείων για το κιλό και τα πρότυπα των μετρήσεων μπορούν να αντληθούν από τη διεύθυνση http://www.eim.org.gr

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές με αφορμή ένα πραγματικό πρόβλημα μελετούν τις μετρήσεις βάρους στην καθημερινή ζωή. Οι μετρήσεις ξεκινούν από το σώμα τους, επεκτείνονται σε αντικείμενα του άμεσου περιβάλλοντός τους, τα οποία διαχειρίζονται καθημερινά (όπως η τσάντα τους), για να γενικευτούν σε άλλα αντικείμενα στην επόμενη δραστηριότητα. Η δραστηριότητα ολοκληρώνεται βάζοντας τους μαθητές σε διαδικασία σύγκρισης του βάρους της τσάντας τους με το βάρος του σώματός τους. Στο σημείο αυτό πρέπει να διευκρινιστεί ότι δεν έχουν όλα τα παιδιά το ίδιο βάρος, ενώ κανόνες όπως *«η τσάντα πρέπει να είναι λιγότερο από το 10% του σωματικού μας βάρους»* αναφέρονται στο μέσο όρο του σωματικού βάρους ενός παιδιού ορισμένης ηλικίας.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μελετούν το γραμμάριο (υποδιαίρεση) και τον τόνο (πολλαπλάσιο του κιλού). Αναφέρουν υλικά σώματα που εκφράζονται σε γραμμάρια, κιλά ή τόνους και αντιλαμβάνονται ότι, για να κάνουν συγκρίσεις ανάμεσα στα βάρη διάφορων σωμάτων, πρέπει να τα εκφράσουν στην ίδια μονάδα βάρους ή να τα μετατρέψουν στην ίδια μονάδα.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

Η σειρά των βαρών αρχίζοντας από το ελαφρύτερο και καταλήγοντας στο βαρύτερο είναι η εξής:

10 γρ.	**11 γρ.**	**23 γρ.**	**25 γρ.**	**84 γρ.**	**125 γρ.**	**0,3 κ.**	**1 κ.**

Άσκηση 2η

Πρέπει να μετατρέψουν τις μονάδες βάρους στην ίδια μορφή και να εκτελέσουν τις πράξεις.

- 2.500 γρ. + 50 γρ = 2.550 γρ. 6.000 κ. – 2.000 κ. = 4.000 κ.
- 19.000 γρ. – 3.700 γρ .= 15.300 γρ 0,6 κ. + 0,6 κ. = 1,2 κ.
- 200 γρ. • 5 = 1.000 γρ 16 κ. **:** 10 = 160 κ.

Άσκηση 3η

Πρέπει να γράψουν ερωτήσεις από τις οποίες να φαίνεται πως αντιλαμβάνονται το βάρος κάποιων αντικειμένων της καθημερινής ζωής – για παράδειγμα, πόσο ρύζι χρειαζόμαστε; (1 κ.) κ.λπ.

Πρόβλημα 1ο

Η ένδειξη στη ζυγαριά είναι 4 κιλά και 220 γραμμάρια (κάθε υποδιαίρεση είναι 20 γρ.) αφού τα τέσσερα αντικείμενα είναι ισοβαρή υπολογίζουμε εύκολα το βάρος καθενός 4.220 : 4 = 1.055 γρ.

Πρόβλημα 2ο

Το συνολικό βάρος θα είναι (150 • 26) + 100 γρ. = 4.000 γρ. ή 4 κιλά

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Ταχυδρομικά έξοδα»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να βοηθήσει τα παιδιά να αντιληφθούν τη σπουδαιότητα του βάρους σε δραστηριότητες που προέρχονται από την κοινωνική και οικονομική ζωή.

- Τα παιδιά καταγράφουν τους φακέλους και το ταχυδρομικό κόστος για την αποστολή του καθενός χωριστά.

	Φάκελος 1	**Φάκελος 2**	**Φάκελος 3**	**Φάκελος 4**	**Φάκελος 5**
Βάρος	450 γρ.	450 γρ.	500 γρ.	500 γρ.	650 γρ.
Κόστος αποστολής	5 €	5 €	5 €	5 €	7 €

Το συνολικό βάρος είναι 2.550 γρ. και το συνολικό κόστος της αποστολής 27 €.

Αν τοποθετούσαμε όλους τους φακέλους μαζί σε ένα χαρτοκιβώτιο και τους στέλναμε σαν δέμα στο σχολείο, το βάρος τους θα γινόταν 2.550 + 400 = 2.950 και το κόστος θα ήταν 26 €.

Εναλλακτικά για μεγαλύτερη οικονομία θα μπορούσαμε να βάλουμε τον πρώτο και το δεύτερο μαζί σε έναν φάκελο (κόστος 9 €), τον τρίτο και τον τέταρτο μαζί σε έναν φάκελο (κόστος 9 €) και να μειώσουμε το συνολικό κόστος κατά 2 € από 27€ σε 25 €.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Μετρήσεις–Μέτρηση των βαρών αντικειμένων».

Κεφάλαιο 51ο Μετρώ το χρόνο

Σταμάτα μια στιγμή!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να εκφράζει την ώρα με διαφορετικούς τρόπους.*
- *Να μελετά τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσια της ώρας καθώς και τις σχέσεις μεταξύ τους.*
- *Να μάθει για τη διαφορά ώρας στα διάφορα μέρη της Γης.*
- *Να λύνει προβλήματα σχετικά με χρονική διάρκεια.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να κατακτήσει τη διαδικασία μέτρησης του χρόνου και να λύνει προβλήματα σχετικά με τη χρονική διάρκεια.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Οι πράξεις υπολογισμού χρονικής διάρκειας όταν ο χρόνος αρχίζει πριν από τις δώδεκα το μεσημέρι και επεκτείνεται μετά το μεσημέρι δυσκόλεψαν σε κάποιο βαθμό τα παιδιά. Επίσης, οι ζώνες ώρας στις διάφορες χώρες τους δυσκόλεψαν στους υπολογισμούς αναχωρήσεων και αφίξεων από χώρα σε χώρα.

Τεχνολογία

Για περισσότερα στοιχεία σχετικά με τη μονάδα μέτρησης του χρόνου στο Ελληνικό Ινστιτούτο Μετρολογίας (Ε.Ι.Μ.) στη διεύθυνση http://www.eim.org.gr και διεύθυνση http://www.worldtimezone.com

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές με αφορμή ένα πραγματικό πρόβλημα σχετικό με τις «ρυθμίσεις εγγραφής μιας εκπομπής» μελετούν και υπολογίζουν χρονικές διάρκειες στην καθημερινή ζωή. Οι μετρήσεις ξεκινούν από συγκρίσεις χρονικών περιόδων και επεκτείνονται σε αθροίσεις επιμέρους χρόνων και έκφραση της ώρας με 12ωρη ή 24ωρη μορφή.

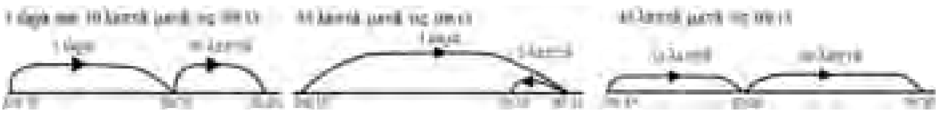
Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μελετούν τη διαφορά ώρας από τόπο σε τόπο με σημείο αναφοράς το αστεροσκοπείο του Γκρήνουιτς (Greenwich) της Αγγλίας. Με δεδομένη τη διαφορά ώρας (+2) της Αθήνας από το Λονδίνο τα παιδιά ανακαλύπτουν πως δεν αρκεί να προσθέσουν στην ώρα αναχώρησης το χρόνο πτήσης αλλά πρέπει να προσθέσουν (ή να αφαιρέσουν) και τη διαφορά ώρας προκειμένου να υπολογίσουν την ώρα άφιξης του αεροπλάνου.

Καθώς οι ζώνες ώρας είναι δύσκολο να γίνουν αμέσως κατανοητές εναλλακτικά μπορούμε να κινηθούμε ως εξής: Εξηγούμε στους μαθητές ότι υπάρχουν διαφορετικές χρονικές ζώνες για να ταιριάξουν με την ώρα κατά την οποία ανατέλλει ο ήλιος στις διάφορες χώρες στον κόσμο. Υπενθυμίζουμε ότι, εάν είναι μέρα στη χώρα μας, στην αντίθετη πλευρά του κόσμου είναι σκοτάδι και έτσι ρυθμίζονται οι ώρες της ημέρας. Παρουσιάζουμε στους μαθητές ένα διάγραμμα παγκόσμιου χρόνου, έτσι ώστε να δουν τις χρονικές ζώνες (www.worldtimezone.com). Εξηγούμε ότι ο ήλιος ανατέλλει στην ανατολή και έτσι οι χώρες που βρίσκονται ανατολικά από τη δική μας θα δουν τον ήλιο πριν από μας (και όταν στη χώρα μας ξημερώνει, θα είναι ακόμα σκοτάδι στις χώρες που βρίσκονται στα δυτικά μας).

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Στις εργασίες με το νου τα παιδιά πρέπει να ενθαρρυνθούν να χρησιμοποιήσουν διαφορετικές προσεγγίσεις προκειμένου να φτάσουν στο αποτέλεσμα. Διαδικασίες όπως αυτές που παρατίθενται στο σχήμα που ακολουθεί θα μπορούσαν να βοηθήσουν προς την κατεύθυνση αυτή.



Άσκηση 1η

α) 85 λ. **β)** 100 λ. **γ)** 145 λ. **δ)** 230 λ.

Άσκηση 2η

α) 4 ώρες **β)** 1 ώρα 40 λ. **γ)** 3 ώρες 20 λ. **δ)** 3 ώρες **ε)** 2 ώρες 20 λ. **στ)** 1 ώρα 25 λ.

Άσκηση 3η

5:15	**6:00**
4:45	**5:30**
8:05	**8:50**
11:40	**12:25**

5:15	**4:45**
4:45	**4:15**
8:05	**7:35**
11:40	**11:10**

Άσκηση 4η

Ο αγώνας άρχισε στις 09:50.

Πρόβλημα 1ο

Η πτήση θα φτάσει στο Σίντνεϊ στις 12 Δεκεμβρίου και ώρα 01:00 και, αφού απογειωθεί στις 06:00 το πρωί, θα προσγειωθεί στο Λονδίνο την ίδια ημερομηνία στις 20:00

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Αεροπορικές μετακινήσεις»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να εμπλέξει τους μαθητές σε διαδικασίες λήψης αποφάσεων με κριτήρια χρονικά αλλά και οικονομικά.

Ζητούμενο 1ο

Το αεροπλάνο θα φτάσει στο Πεκίνο έπειτα από 10 ώρες πτήσης δηλαδή στις 16:30. Η τοπική ώρα είναι + 8 ώρες, δηλαδή στις 00:30. Η ημερομηνία θα είναι 1η Ιανουαρίου.

Ζητούμενο 2ο

Αναχώρηση από Πεκίνο (τοπική ώρα)	**07:30**	10:00	**12:30**	15:00	17:30	**20:00**	22:30
Άφιξη στο Λονδίνο (τοπική ώρα)	**09:30**	12:30	**14:30**	17:30	19:30	**22:30**	00:30

Θέμα 1ο

Ένας πίνακας δρομολογίων (με βάση τα παραπάνω δρομολόγια) θα μπορούσε να περιλαμβάνει μια πρωινή διαδρομή, μια μεσημβρινή και μια βραδινή.

Θέμα 2ο

Ένας πίνακας με τις ώρες αναχώρησης και επιστροφής θα είχε την ακόλουθη μορφή. Από τον πίνακα επιλέγουμε τις τρεις διαδρομές που θα εξυπηρετούσαν περισσότερο τους επιβάτες.

Αναχώρηση από Πεκίνο (τοπική ώρα)	**07:30**	10:00	**12:30**	15:00	**17:30**	20:00	22:30
Άφιξη στο Λονδίνο (τοπική ώρα)	**09:30**	12:30	**14:30**	17:30	**19:30**	22:30	00:30
Αναχώρηση από Λονδίνο (τοπική ώρα)	**12:30**	15:30	**17:30**	20:30	**22:30**	01:30	03:30
Άφιξη στο Πεκίνο (τοπική ώρα)	**06:30**	09:30	**11:30**	14:30	**16:30**	19:30	21:30

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Μετρήσεις–Μέτρηση του χρόνου των ζώων».

Κεφάλαιο 52ο Μετρώ την αξία με χρήματα

Όσο – όσο...

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να μελετήσει το ΕΥΡΩ και να μάθει τι είναι η ισοτιμία νομισματικών μονάδων.*
- *Να μάθει τι είναι ο τόκος και το επιτόκιο.*
- *Να λύνει προβλήματα σχετικά με χρήματα.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να κατανοήσει τις διάφορες νομισματικές μονάδες με τις υποδιαιρέσεις και τα πολλαπλάσιά τους και να λύνει προβλήματα σχετικά με χρήματα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η κατανόηση των εννοιών «επιτόκιο» και «τόκος» ενός ποσού παρουσιάζουν κάποιες δυσκολίες για τα παιδιά. Οι δυσκολίες εμφανίζονται στις πράξεις υπολογισμού του τόκου κατά τις οποίες οι περισσότεροι μαθητές δεν ξέρουν τι να κάνουν με το επιτόκιο.

Δραστηριότητες απλών υπολογισμών τόκων κάποιων ποσών (π.χ. τόκοι των 100 € για ένα χρόνο, για έξι μήνες, τόκοι των 10 € για το ίδιο διάστημα, των 1000 € κ.λπ.) να βοηθούν τους μαθητές προς την κατεύθυνση αυτή.

Δραστηριότητα 1η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές με αφετηρία τη μέθοδο της ανταλλαγής προϊόντων οδηγούνται στη διαπίστωση ότι τα χρήματα είναι ένα βολικό μέσο για την αποτίμηση της αξίας αγαθών και υπηρεσιών, πιο εύκολο στη χρήση σε σύγκριση με τη μέθοδο της ανταλλαγής. Ακόμα μέσα από τις διαδικασίες της αγοραπωλησίας (πληρωμής και ρέστα) αντιλαμβάνονται τα παιδιά ότι τόσο τα πολλαπλάσια όσο και οι υποδιαιρέσεις των χρημάτων βοηθούν στην ακρίβεια των συναλλαγών.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μελετούν τα χρήματα ως προϊόν που το ίδιο αποτελεί αντικείμενο συναλλαγής. Τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα εισπράττουν ή πληρώνουν τόκο ανάλογα με το αν δανείζουν ή αν δανείζονται χρήματα.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Κόστος ζωής»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα αποσκοπεί στο να εμπλέξει τους μαθητές σε διαδικασίες λήψης αποφάσεων για τη διαχείριση εξόδων του μήνα.

Παροτρύνουμε τους μαθητές να εξετάσουν ποια από τα έξοδα μπορούμε να μειώσουμε χωρίς να υποβαθμίσουμε την ποιότητα ζωής μας. Εναλλακτικά τους ζητάμε να εξετάσουν πώς θα μπορούσαμε να αυξήσουμε τα έσοδά μας (δεύτερη δουλειά;).

Στα θέματα για συζήτηση μπορούμε να ζητήσουμε από τους μαθητές να συγκρίνουν το κόστος ζωής σε αστικές ημιαστικές και αγροτικές περιοχές, να προσδιορίσουν ποιες από τις δαπάνες αυξάνονται ή μειώνονται, ποια είναι τα «περιττά» έξοδα και πώς επιβαρύνουν τον προϋπολογισμό κ.λπ.

Κεφάλαιο 53ο Γεωμετρικά μοτίβα

Ωραίο σχέδιο!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- Να αναγνωρίζει γεωμετρικά μοτίβα.
- Να κατανοήσει ότι τα μοτίβα περιγράφουν μια κανονική ή προβλέψιμη αλλαγή.
- Να περιγράφει μοτίβα και να συνεχίζει την ακολουθία.

Ο μαθητής αναμένεται:

- Να αναγνωρίζει γεωμετρικά μοτίβα ως μέρος ενός σύνθετου σχεδίου και επαναλαμβάνοντας το μοτίβο να επεκτείνει το αρχικό σχέδιο.

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Δεν παρατηρήθηκαν δυσκολίες για τους μαθητές κατά τη διαδικασία της ανάλυσης περίπλοκων σχημάτων στα επιμέρους μοτίβα τους και κατά τη διαδικασία της αναγνώρισης των ιδιοτήτων των μοτίβων. Ωστόσο, ο χειρισμός των μοτίβων για τη σύνθεση σχημάτων, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις όπου απαιτείται ταυτόχρονη επεξεργασία διαφορετικών ιδιοτήτων του μοτίβου, αποδείχτηκε ιδιαίτερα απαιτητικός για τα παιδιά.

Η ανάγκη διεκπεραίωσης λογικών διεργασιών, που προϋποθέτει ένα ανώτερο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης, καθιστά το χειρισμό των μοτίβων για τη σύνθεση σχημάτων δύσκολο και λειτουργεί τελικά ως εμπόδιο στην επιτυχημένη διεκπεραίωση τέτοιων δραστηριοτήτων από τα παιδιά. Η άσκηση των μαθητών σε σχετικές δραστηριότητες θα τους βοηθήσει να αναγνωρίζουν τις ομοιότητες ανάμεσα στα προβλήματα, να προσδιορίσουν τις σχέσεις που τα διέπουν και να αναπτύσσουν ένα γενικό σχήμα επίλυσης που μπορούν να το χρησιμοποιούν όποτε αντιμετωπίζουν παρεμφερή προβλήματα.

Δραστηριότητα 1η

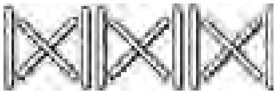
Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές βλέποντας μόνο ένα τμήμα του φράχτη αντιλαμβάνονται πώς θα είναι συνολικά επαναλαμβάνοντας όσες φορές χρειάζεται το κομμάτι του σχεδίου. Αυτό είναι το κοινό χαρακτηριστικό που έχουν όλα τα σχέδια που εικονίζονται: Η επανάληψή τους οδηγεί στη δημιουργία του σχεδίου του φράχτη.

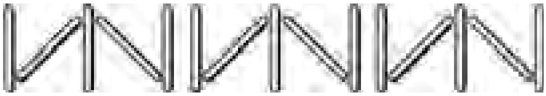
Δραστηριότητα 2η

Μετά την κατανόηση του επαναλαμβανόμενου τμήματος τα παιδιά καλούνται να συνεχίσουν ένα σχέδιο που αποτελείται από μια ακολουθία χρωματιστών τετράγωνων. Η δραστηριότητα ξεκινά βάζοντας τους μαθητές να «διαβάσουν» και να «ερμηνεύσουν» το σχήμα, δηλαδή να επεξεργαστούν νοητικά τις οπτικές πληροφορίες που δίνει το σχήμα, να το αναλύσουν (*αποτελείται από...*), να αντιληφθούν τις αφηρημένες σχέσεις που το διέπουν (*ένα καφετί τετράγωνο που ακολουθείται από ένα γαλάζιο παραλληλόγραμμο...*) και να το μετασχηματίσουν σε νοητική εικόνα άλλης μορφής. Στη συνέχεια, έχοντας αντλήσει τις πληροφορίες που χρειάζονται, θα είναι σε θέση να επεκτείνουν το σχήμα που δίνεται (το πρώτο από τα σχήματα μπορεί να επεκταθεί προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά, ενώ το δεύτερο μόνο προς τα δεξιά).

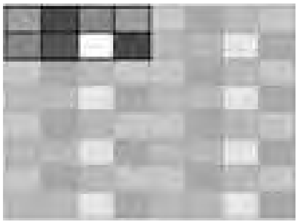
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η



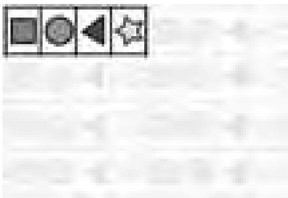


Άσκηση 2η



Άσκηση 3η

Μετά το χρωματισμό το μοτίβο που θα προκύψει έχει την ακόλουθη μορφή:

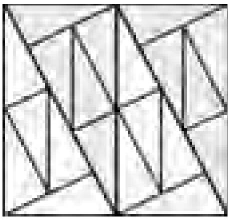


Άσκηση 4η

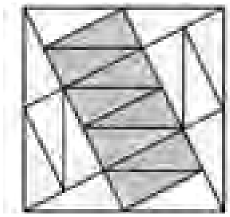
Το ημικύκλιο που συμπληρώνει το μοτίβο είναι το Γ.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Αποκόμματα»*

Μέσα από τη συγκεκριμένη δραστηριότητα τα παιδιά θα προσπαθήσουν συνδυάζοντας τα δεδομένα του προβλήματος να φτάσουν στη σύνθεση τετραγώνου από ορθογώνια τρίγωνα. Το πρόβλημα έχει τουλάχιστον δύο λύσεις, οι οποίες χρησιμοποιούν ως ενδιάμεσο σχήμα το κίτρινο τρίγωνο των πέντε κομματιών που συνέθεσε ο τεχνίτης. Στην πρώτη περίπτωση το επαναλαμβάνει 4 φορές (4 • 5 = 20) ενώ στη δεύτερη επαναλαμβάνει το τρίγωνο των πέντε κομματιών 2 φορές και ενδιάμεσα παρεμβάλλονται τα υπόλοιπα δέκα κομμάτια.



4 τρίγωνα των 5 κομματιών



2 τρίγωνα και 10 κομμάτια

Πίνακες του Esher θα βρείτε στη διεύθυνση http://www.mcescher.com/Gallery

Κεφάλαιο 54ο Αριθμητικά μοτίβα

Τι είναι αυτό που μας ενώνει;

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να αναγνωρίζει αριθμητικά μοτίβα.*
- *Να βρίσκει τον κανόνα ενός αριθμητικού μοτίβου και να συνεχίζει την ακολουθία.*
- *Να διακρίνει αν υπάρχει μοτίβο σε ένα πρόβλημα και να το χρησιμοποιεί για τη λύση.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει αριθμητικά μοτίβα σε μια αριθμητική ακολουθία και χρησιμοποιώντας το μοτίβο να επεκτείνει την αριθμητική ακολουθία.*

Δραστηριότητα 1η

Εκείνο που προσπαθούσε να κάνει κάθε φορά ήταν να αυξάνει κατά ένα τα νομίσματά του. Το μοτίβο που περιγράφει τα βήματά του ήταν το εξής: «αλλάζω τα κέρματά μου με κέρματα μικρότερης αξίας που να είναι περισσότερα κατά ένα από αυτά που έχω». Αν συνέχιζε, θα άλλαζε τα τέσσερα δεκάλεπτα με πέντε πεντάλεπτα.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μελετούν το ημερολόγιο ως αριθμητική ακολουθία που διέπεται από μοτίβα. Στις κάθετες στήλες το μοτίβο είναι (+ 7), ενώ στη μοβ διαγώνιο το μοτίβο είναι (+ 6). Τα παιδιά θα ανακαλύψουν εύκολα και άλλα μοτίβα, όπως οριζόντια (+ 1) διαγώνια από αριστερά προς τα δεξιά (+ 8) κ.λπ.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

111111 · 111111 = 12345654321 και 11111111 • 11111111 = 123456787654321.

Άσκηση 2η

1 + 2 + 3 + 4 + 5 +...+ 98 + 99 + 100 = 50 • 101 = 5050

1 + 2 + 3 + 4 + 5 +...+ 998 + 999 + 1000 = 500 • 1001 =500500

Άσκηση 3η

α = 8 (μοτίβο: + 3), β = 10 (μοτίβο: + 2), γ = 27 (μοτίβο: + 5), δ = 32 (μοτίβο: • 2)

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Η πυραμίδα των μοτίβων»*

Το μοτίβο με βάση το οποίο προκύπτει ο αριθμός της κάτω σειράς από τον αριθμό που βρίσκεται επάνω από αυτόν είναι το 2 (για την πρώτη σειρά) που αυξάνεται σε κάθε επόμενη σειρά κατά 2 μονάδες: 1, (+ 2) 3, (+ 4) 7, (+ 6) 13, κ.λπ.

Άλλα μοτίβα που παρατηρούνται:

- Διαγώνια από την κορυφή προς τα δεξιά, μοτίβο το +3 που επίσης αυξάνεται κατά 2 σε κάθε σειρά. 1, (+ 3) = 4, (+ 5) = 9, (+ 7) = 16 κ.λπ.
- Διαγώνια από την κορυφή προς τα αριστερά, μοτίβο το +1 που αυξάνεται κατά 2 σε κάθε σειρά. 1, (+ 1) = 2, (+ 3) = 5, (+ 5) = 10 κ.λπ.

Οι τελευταίοι αριθμοί δεξιά (1, 4, 9, 16, 25...) είναι τα τετράγωνα των αριθμών 1, 2, 3, 4, 5, κ.λπ.

«Το γινόμενο δύο συνεχόμενων κάθετων αριθμών βρίσκεται τόσες θέσεις πιο κάτω από τον πρώτο παράγοντα όσες ο πρώτος παράγοντας δηλώνει»: **5 · 11 = 55** (το 55 βρίσκεται πέντε θέσεις πιο χαμηλά από τον πρώτο παράγοντα που είναι το 5).

									1									
								2	3	4								
							5	6	7	8	9							
						10	11	12	13	14	15	16						
					17	18	19	20	21	22	23	24	25					
				26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36				
			37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49			
		50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64		
	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	
82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Θέματα για διερεύνηση:

								1	2								
						3	4	5	6	7	8						
				9	10	11	12	13	14	15	16	17	18				
		19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32		
33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Κεφάλαιο 55ο Σύνθετα μοτίβα

Πόσο μεγάλωσες!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να αναγνωρίζει σύνθετα μοτίβα.*
- *Να χρησιμοποιεί πίνακα για να περιγράψει ένα μοτίβο.*
- *Να διακρίνει αν υπάρχει μοτίβο σε ένα πρόβλημα και να το χρησιμοποιεί για τη λύση.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει σύνθετα μοτίβα σε ένα σχέδιο και χρησιμοποιώντας το μοτίβο να το επεκτείνει.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Παρατηρήθηκαν κάποιες δυσκολίες κατά το χειρισμό των μοτίβων για τη σύνθεση σχημάτων καθώς η συνδυασμένη διαχείριση και επεξεργασία αριθμητικού και γεωμετρικού μοτίβου που απαιτείται αποδείχτηκε ιδιαίτερα απαιτητική για τα παιδιά.

Η διαδικασία της καταγραφής των δεδομένων ενός σύνθετου μοτίβου σε πίνακα, βοηθά στην ανακάλυψη του αριθμητικού μοτίβου και στην κατανόησή του.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές με αφετηρία ένα φυσικό φαινόμενο οδηγούνται στη διαπίστωση ότι κάποια σχέδια συνδυάζουν γεωμετρικό και αριθμητικό μοτίβο. Υπάρχει δηλαδή ένα επαναλαμβανόμενο γεωμετρικό μοτίβο αλλά ο αριθμός των επαναλήψεων του μοτίβου αυτού ορίζεται από ένα αριθμητικό μοτίβο. Σχεδιάζοντας το επόμενο σμήνος τα παιδιά αντιλαμβάνονται ότι το αμέσως μεγαλύτερο σμήνος των πουλιών γίνεται προσθέτοντας ένα ακόμη ζευγάρι πουλιών. Στη συνέχεια συμπληρώνοντας τον πίνακα θα διακρίνουν το μοτίβο το οποίο είναι: «διπλασιάζω τον αριθμό των ζευγαριών και προσθέτω 1».

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μελετούν ένα σύνθετο μοτίβο και σχεδιάζοντας το επόμενο μέγεθος, ανακαλύπτουν πως χρειάζονται διπλάσιες πλάκες για να καλύψουν το παρτέρι επάνω και κάτω, συν έξι πλάκες για να καλύψουν τις πλευρές. Συμπληρώνοντας τον πίνακα ανακαλύπτουν το μοτίβο: «διπλασιάζουμε το μέγεθος και προσθέτουμε 6».

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

Το μοτίβο είναι το εξής: «αρχίζοντας από πάνω, τα κιβώτια κάθε σειράς αυξάνονται κατά 2» δηλαδή 1, 3, 5, 7, 9, κ.λπ. ή διαφορετικά «η σειρά επί 2 μείον ένα». Παράδειγμα: 3η σειρά 3 • 2 = 6 και 6 – 1 = 5.

Για μία ακόμη σειρά (4η) θέλουμε 7 κιβώτια επιπλέον και για δύο σειρές 16 (7+ 9)

Άσκηση 2η

Το μοτίβο είναι το εξής: «αρχίζοντας από επάνω προσθέτω 3 και κάθε φορά προσθέτω 2 περισσότερα» δηλαδή 1 (+3) = 4 (+5) = 9 (+7) = 16 (+9) = 25 ή διαφορετικά «το τετράγωνο κάθε σειράς». Παράδειγμα: 3η σειρά 3 • 3 = 9.

Για 1 σειρά (την 5η)χρειάζονται 5 • 5 = 25 κιβώτια ακόμη.

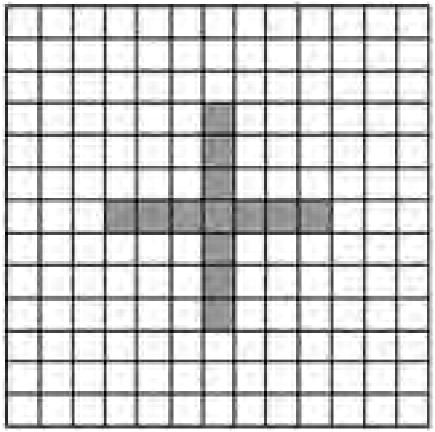
Άσκηση 3η

Το μοτίβο είναι: (+ 2) δηλαδή 1 (+ 2) 3 (+ 2) 5 (+ 2) 7 (+ 2) 9 (+ 2) 11 κ.λπ. ή διαφορετικά «ο αριθμός του σχήματος επί 2 μείον ένα». Παράδειγμα: 3ο σχήμα: 3 • 2 = 6 και 6 – 1 = 5. Το 6ο σχήμα θα έχει 6 • 2 = 12 και 12 – 1 = 11.

Πρόβλημα 1ο

Το μοτίβο που μας δίνει τον αριθμό από τα κόκκινα τετραγωνάκια του σταυρού σχετίζεται με το μήκος του βραχίονά του (μέγεθος του σταυρού). Το μοτίβο είναι το εξής: «4 επί το μέγεθος του σταυρού, (μήκος του βραχίονα) συν 1».

Για παράδειγμα στο «μέγεθος σταυρού 2» (δηλαδή μήκος βραχίονα 2 τετραγωνάκια) το σύνολο από τα κόκκινα τετράγωνα που το αποτελούν είναι 9 (4 • 2 + 1 = 9)



Το ίδιο μοτίβο μας δίνει και την πλευρά του λευκού τετραγώνου (όταν, για παράδειγμα, το μέγεθος του κόκκινου σταυρού είναι 2, τότε η πλευρά του λευκού τετραγώνου είναι 9, όταν το μέγεθος του κόκκινου σταυρού είναι 3, τότε η πλευρά του λευκού τετραγώνου είναι 13, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα).

Για να υπολογίσουμε τον αριθμό των λευκών τετραγώνων αρκεί να βρούμε τον αριθμό των κόκκινων, να τον υψώσουμε στο τετράγωνο και από το τετράγωνο να αφαιρέσουμε τον αριθμό των κόκκινων. Για παράδειγμα στο μέγεθος 3 (βλ. σχήμα) τα κόκκινα τετράγωνα είναι 4 • 3 + 1 = 13.

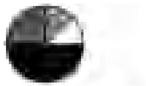
Η πλευρά του τετραγώνου είναι επίσης 13 και τα λευκά είναι 13^2 – 13 δηλαδή 169 – 13 = 156.

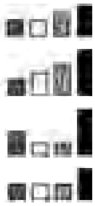
Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Κύτταρο, η πιο μικρή μορφή ζωής»*

Τα παιδιά θα ανακαλύψουν ότι, ενώ η διχοτόμηση ξεκινά από ένα κύτταρο, προχωρά πολύ γρήγορα. Έτσι σε 15 λεπτά θα έχουμε 16.384 κύτταρα.

Κριτήριο αξιολόγησης για τις θεματικές ενότητες 4 και 5

1. Ποιο από τα ραβδογράμματα που φαίνονται δείχνει ό,τι και το κυκλικό διάγραμμα;





2. Ο Θωμάς έτρεξε στην προπόνηση $\frac{1}{3}$ χμ. Ο αδελφός του ο Δημοσθένης έτρεξε $\frac{1}{2}$ χμ. Πόσο περισσότερο έτρεξε ο Δημοσθένης;

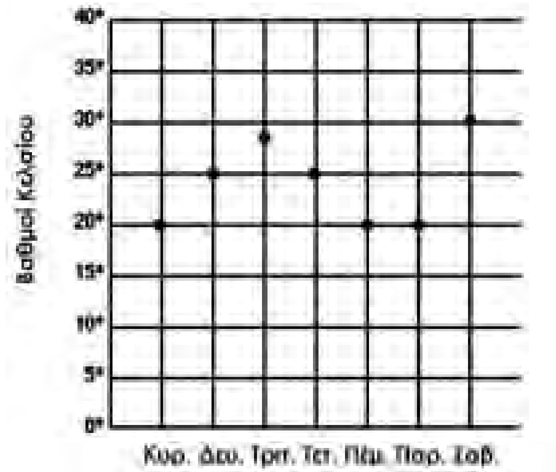
Απάντηση: ....

3. Στον παρακάτω πίνακα στη μια στήλη φαίνεται η ένδειξη του υπολογιστή τσέπης και στην άλλη το πραγματικό χρηματικό ποσό με λέξεις. Συμπληρώστε ό,τι χρειάζεται:

Ένδειξη του υπολογιστή τσέπης	Χρηματικό ποσό με λέξεις
6,3	
5,2	
2,8	
2,38	
	Σαράντα € και 27 λεπτά
	Έξι € και 19 λεπτά
	Έντεκα € και 7 λεπτά
	Δέκα € και 5 λεπτά
	Έξι λεπτά
	Δύο €

4. Ποια ήταν η διαφορά θερμοκρασίας στη Θεσσαλονίκη ανάμεσα στη Δευτέρα και την Παρασκευή;

Θερμοκρασία Θεσσαλονίκης



Απάντηση: ....

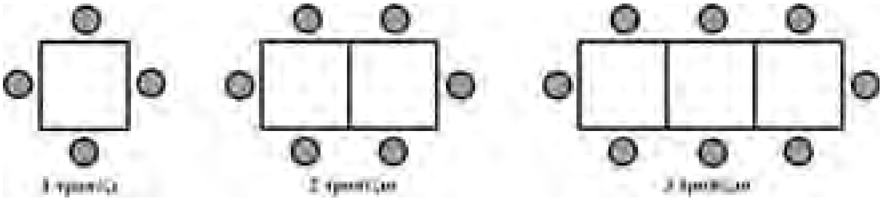
5. Βρες τον αριθμό που λείπει από κάθε ακολουθία και συμπλήρωσέ τον. Προσπάθησε να εξηγήσεις πώς το βρήκες.

α. 17, 34, 68, 136, ...	Σκέφτηκα...
β. 1, 8, ..., 22, 29	Σκέφτηκα...
γ. 2, 4, 8, ..., 32	Σκέφτηκα...

6. Η ιδιοκτήτρια ενός εστιατορίου προσπαθεί να βρει τρόπο να τοποθετήσει τα μικρά τετράγωνα τραπέζια, ώστε να έχει όσο το δυνατόν περισσότερες θέσεις για μεγάλες παρέες.

Όλα τα τραπέζια είναι ίδια τετράγωνα και όταν τοποθετηθούν το ένα δίπλα στο άλλο σχηματίζουν ένα μεγάλο ορθογώνιο. Το ένα τραπέζι φιλοξενεί τέσσερις πελάτες. Τα δύο τοποθετημένα δίπλα-δίπλα φιλοξενούν έξι πελάτες και τα τρία οκτώ.

Φτιάξε ένα πίνακα που να δείχνει αυτά τα στοιχεία και να συνεχίσεις για τέσσερα, πέντε, έξι τραπέζια.



Προσπάθησε να βρεις ένα κανόνα για εκφράσεις τη σχέση που έχει ο αριθμός των τραπεζιών με τον αριθμό των πελατών.

Μπορείς να υπολογίσεις πόσα τραπέζια θα χρειαζόταν να ενωθούν για να καθίσει μια παρέα 33 ατόμων;

Απάντηση: ....

7. Η Άννα κοιμήθηκε στις 11:00 μ.μ. και ξύπνησε στις 6:55 π.μ. Πόσες ώρες κοιμήθηκε;

Απάντηση: ....

8. Ποιος είναι ο μέσος όρος του αριθμού των μαθητών στις τάξεις του 3ου Δημοτικού Σχολείου Κομοτηνής;

Τάξη	Α΄	Β΄	Γ΄	Δ΄	Ε΄	Στ΄
Αριθμός μαθητών	22	20	24	26	25	21

Απάντηση: ....

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 6η:
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Περιεχόμενα

Θεωρητικό μέρος

Η Γεωμετρία αποτελεί σημαντικό μέρος των γνώσεων των μαθητών καθώς επιτρέπει την αντίληψη του χώρου που μας περιβάλλει, αναπτύσσει αναπαραστάσεις και μοντελοποιήσεις, ενώ παράλληλα οδηγεί στη διατύπωση συλλογισμών και την εξαγωγή συμπερασμάτων.

Ωστόσο, παρά τα πλεονεκτήματα της Γεωμετρίας, οι μαθητές αντιμετωπίζουν ιδιαίτερες δυσκολίες και παρανοήσεις που οφείλονται στους ακόλουθους λόγους:

- στην ενασχόληση τόσο με πραγματικά όσο και με θεωρητικά αντικείμενα (π.χ. ένα τετράγωνο είναι ένα πραγματικό αντικείμενο αλλά συγχρόνως και ένα γεωμετρικό αντικείμενο με ιδιότητες)
- για τα παιδιά ένα γεωμετρικό σχήμα μεταφέρει εμπειρίες από αντικείμενα του φυσικού τους περιβάλλοντος που παρουσιάζουν χαρακτηριστικά αυτού του σχήματος (Πόταρη, et al., 2001)
- στη χρήση πολλών αναπαραστατικών μέσων, το καθένα από τα οποία έχει διαφορετική σημασία (σχέδια, σχήματα, λόγια, συμβολισμοί) και απαιτείται μια γρήγορη μετάβαση από το ένα στο άλλο, για παράδειγμα, η έννοια «τρίγωνο» (ένα σχήμα, μια λεκτική διατύπωση και κάποιοι συμβολισμοί)

Ο τρόπος με τον οποίο «παραδοσιακά» οι μαθητές διδάσκονταν τη Γεωμετρία στηρίζεται κατά κύριο λόγο στην επεξηγηματική παρουσίαση από τον δάσκαλο του περιεχομένου των αντίστοιχων κεφαλαίων του βιβλίου. Οι εμπειρίες των παιδιών περιορίζονταν στην οπτική διερεύνηση των γεωμετρικών εννοιών (αναγνώριση και ονομασία γεωμετρικών σχημάτων, ταξινόμηση με βάση τα χαρακτηριστικά τους), καθώς η εποπτεία στη διδασκαλία είχε κακώς ταυτιστεί μόνο με την αίσθηση της όρασης (Triadafillidis & Potari, 2004).

Έρευνες σχετικές με το θέμα έδειξαν πως οι μαθητές έχουν αρκετές γνώσεις από προηγούμενες τάξεις του Δημοτικού για τα γεωμετρικά αντικείμενα και τις ιδιότητές τους, πολλές από αυτές όμως είναι αποσπασματικές ή εσφαλμένες (Φιλίππου, 1991; Οικονόμου et al., 2000). Ένας παράγοντας που μπορεί υποβοηθήσει στη διδασκαλία των γεωμετρικών εννοιών είναι η ενσωμάτωση δραστηριοτήτων στη διδακτική πράξη που βασίζονται ως έναν βαθμό στη χρήση εποπτικών μέσων (Σδρόλιας & Τριανταφυλλίδης, 2001).

Οι κατασκευές με τα όργανα βοηθούν συχνά στην αποσαφήνιση των εννοιών, ιδιαίτερα όταν ζητείται μια ακριβής χάραξη. Στο βιβλίο του μαθητή έχουν χρησιμοποιηθεί τα λεγόμενα «σενάρια κατασκευών», όπου παρουσιάζονται διαδοχικά τα βήματα που απαιτούνται για την πραγματοποίηση μιας κατασκευής με την κατάλληλη χρήση των οργάνων. Τα «σενάρια κατασκευών» πλουτίζουν την κατασκευαστική εμπειρία των μαθητών.

Κάποιες φορές ζητείται από τους μαθητές η λεκτική περιγραφή μιας κατασκευής ή μιας λύσης, ώστε να ασκηθούν οι μαθητές και στην αντίστροφη μετάβαση.

Αγαπητοί γονείς και κηδεμόνες,

Σας καλωσορίζουμε στην έκτη θεματική ενότητα του βιβλίου.

Τι θα μάθουμε σ' αυτή την ενότητα

Η έκτη ενότητα, που είναι η τελευταία του βιβλίου, είναι αφιερωμένη στη **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**.

Στα κεφάλαια που ακολουθούν θα μελετήσουμε τα σχήματα και τα στερεά σώματα (πραγματικά αντικείμενα), όπως είναι αυτά που υπάρχουν γύρω μας καθώς και το πώς μπορούμε να τα αποτυπώσουμε στο χαρτί (θεωρητικά αντικείμενα) με τα γεωμετρικά όργανα.

Θα ξεκινήσουμε από τις **γωνίες** (μέτρηση και κατασκευή γωνιών), θα θυμηθούμε τα **πολύγωνα** σχήματα και θα μάθουμε τις **ιδιότητες των τετράπλευρων σχημάτων**. Θα ανακαλύψουμε και θα μάθουμε τους τύπους με τους οποίους βρίσκουμε τα **εμβαδά** των σχημάτων (τριγώνου, παραλληλόγραμμου, τραπεζίου, κύκλου). Μέσα στην υπο-ενότητα των επίπεδων σχημάτων θα μελετήσουμε και τις **έννοιες της μεγέθυνσης και σμίκρυνσης** σχημάτων, καθώς και την **έννοια της συμμετρίας**.

Στην υπο-ενότητα των στερεών θα μελετήσουμε τον κύβο, το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και τον κύλινδρο. Θα μάθουμε πώς να κατασκευάζουμε αυτά τα σώματα (ανάπτυγμα) και να βρίσκουμε το εμβαδό της επιφάνειάς τους και τον όγκο τους.

Σημείωση: Στην ενότητα της γεωμετρίας έχουν φυσιολογικά ενταχθεί **οι μετρήσεις εμβαδού, όγκου** και **χωρητικότητας** που έλειπαν από την ενότητα των μετρήσεων.

Πώς να βοηθήσετε στο σπίτι

1. Βεβαιωθείτε ότι το παιδί έχει τα όργανα που χρειάζεται (χάρακες, διαβήτη, μοιρογνωμόνιο).
2. Προσπαθήστε μαζί με το παιδί σας να βρείτε **αντικείμενα από την καθημερινή ζωή** (π.χ. η επιφάνεια της ήρεμης θάλασσας: επίπεδο, η πανσέληνος: κύκλος, η κολόνα ενός ναού: κύλινδρος κ.λπ.) που θα σας θυμίζουν κάποιο γεωμετρικό σχήμα ή σώμα και επισημάνετέ το.
3. Αναφορικά με τη **συμμετρία** είναι πολύ χρήσιμο να συνδεθεί η μαθηματική έννοια με την έννοια με την οποία χρησιμοποιείται η λέξη στην καθημερινή μας ζωή (π.χ. το πρόσωπό μας, τα δύο ίσα χέρια και πόδια μας, το σώμα μιας πεταλούδας κ.λπ.) ακόμη και με την τέχνη τόσο των καλλιτεχνών όσο και των απλών ανθρώπων (π.χ. κεντημένες ποδιές, χαλιά, έπιπλα, πέτρινα βρυσάκια κ.ά.).
4. Προσπαθήστε σε **πραγματικές ανάγκες χρήσης μιας μέτρησης εμβαδού, όγκου και χωρητικότητας** κάποιου δοχείου (π.χ. μια μοκέτα στο δωμάτιο, υπολογισμός πληρωμής για ελαιοχρωματισμό κάποιου χώρου, γέμισμα του ρεζερβουάρ του αυτοκινήτου κ.ά.) να βάλετε το παιδί να συμμετέχει στον υπολογισμό.

Σημείωση: Βεβαιωθείτε ότι το παιδί έχει αντιληφθεί τη διαφορά του όγκου και της χωρητικότητας. Μη διστάσετε σε περίπτωση αμφιβολίας να επικοινωνήσετε μαζί μου.

Με εκτίμηση,
... δ................ του παιδιού σας

Κεφάλαιο 56ο Γεωμετρικά σχήματα – Πολύγωνα

Τα σχήματα του κόσμου!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να αναγνωρίζει γεωμετρικά σχήματα.*
- *Να χαράζει γεωμετρικά σχήματα με τη βοήθεια οργάνων.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει τα γεωμετρικά σχήματα και να μπορεί να τα χαράζει με τη χρήση οργάνων.*

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές καλούνται να παρατηρήσουν πολύγωνα σχήματα σε έναν ιστό αράχνης και σε μια ανθρώπινη κατασκευή. Τα σχήματα που μπορεί να αναγνωρίσουν στον ιστό είναι τρίγωνα, τετράγωνα, κανονικά εξάγωνα και παραλληλόγραμμα. Το «Πεντάγωνο» έχει όλες τις πλευρές του ίσες (αν και στο σχέδιο δεν φαίνεται αυτό λόγω προοπτικής) έτσι τα παιδιά εύκολα θα βρουν από την περίμετρο την πλευρά του η οποία είναι 1,6 : 5 = 0,32 χιλιόμετρα ή 320 μέτρα.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μελετούν τα πολύγωνα, τα χωρίζουν σε κατηγορίες, και ξεχωρίζουν τα κανονικά από τα μη κανονικά. Στη συνέχεια μέσα από συνεργατικές διαδικασίες χρησιμοποιώντας ένα κομμάτι σχοινί κατασκευάζουν με την ομάδα τους πολύγωνα. Εναλλακτικά μπορούν να προσπαθήσουν ατομικά να φτιάξουν κάποια πολύγωνα χρησιμοποιώντας σπάγκο ή λαστιχάκια που θα περάσουν στο χέρι τους.

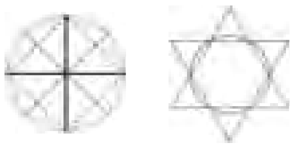
Εφαρμογή

Εξηγούμε ότι ο σχεδιασμός του τετραγώνου μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο διαβήτης προκειμένου να ελέγξουμε την ισότητα των πλευρών του.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

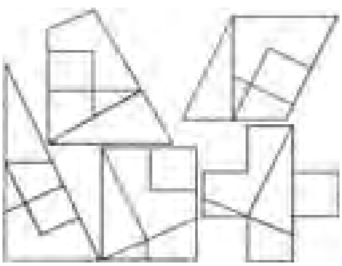
Άσκηση 2η

Τα παιδιά θα διαπιστώσουν ότι αν προεκτείνουν τις πλευρές σε ένα εξάγωνο πλευράς 3 εκατοστών που σχεδίασαν, εύκολα σχηματίζεται το αστέρι. Τα άλλα δύο σχήματα κατασκευάζονται εύκολα, αν σχεδιάσουμε ένα κανονικό οκτάγωνο σε κύκλο με ακτίνα 3 εκ., όπως απεικονίζεται στα σχήματα δίπλα.



Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Τάνγκραμ»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα δίνει στους μαθητές μια ευκαιρία να ασχοληθούν με τη κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων μέσα από το συνδυασμό άλλων γεωμετρικών σχημάτων. Μπορούμε να δώσουμε ένα παράδειγμα του τάνγκραμ συνθέτοντας το παρακάτω τραπέζιο:



Κεφάλαιο 57ο Γωνίες

Μεγάλη α...γωνία στη γωνία!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να συγκρίνει γωνίες.*
- *Να μετρά γωνίες.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει ανάμεσα σε δύο γωνίες ποια είναι μεγαλύτερη και να μπορεί με το μοιρογνωμόνιο να μετρήσει ακριβώς το άνοιγμα μιας γωνίας.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η γωνία αποτελεί μια ιδιαίτερη έννοια, η κατανόηση της οποίας προβληματίζει τους μαθητές, οι οποίοι την αντιλαμβάνονται ως δύο τεμνόμενες ημιευθείες και όχι ως ένα τμήμα του επιπέδου.

Έρευνες στο θέμα αυτό υποδεικνύουν ότι οι μαθητές αντιλαμβάνονται το χώρο που περιβάλλει τα σχήματα ως κενό ή περιορισμένο από τις γραμμές των σχημάτων.

Το γεγονός αυτό οδηγεί τους μαθητές στο να αντιλαμβάνονται τις πλευρές της γωνίας ως την ίδια τη γωνία και κατά συνέπεια να θεωρούν ότι το μέγεθος της γωνίας εξαρτάται από το «μήκος» αυτών των πλευρών. Ιδιαίτερα η πρώτη δραστηριότητα και η δεύτερη άσκηση στο Τετράδιο Εργασιών στοχεύουν στην αποκατάσταση αυτής της πλάνης.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές με αφετηρία μια εικόνα που γνωρίζουν καλά, όπως είναι η στέγη ενός σπιτιού, οδηγούνται στη σύγκριση δύο γωνιών. Διαπιστώνουν ότι για να συγκρίνουμε γωνίες δεν μπορούμε εύκολα να το πραγματοποιήσουμε «με το μάτι» αλλά πρέπει με κάποιο τρόπο να τοποθετήσουμε τη μια πάνω στην άλλη με την κορυφή τους και τη μια πλευρά να συμπίπτουν. Έπειτα από μια τέτοια σύγκριση μπορούμε με ασφάλεια να συγκρίνουμε δύο γωνίες και να διαπιστώσουμε ότι μεγαλύτερη γωνία είναι αυτή που έχει μεγαλύτερο άνοιγμα και όχι μακρύτερες πλευρές.

Δραστηριότητα 2η

Στο πλαίσιο της δραστηριότητας αυτής οι μαθητές μελετούν τους τρεις τύπους γωνίας (ορθή, οξεία, αμβλεία) και κατά τη διαδικασία διαπιστώνουν πως χρειάζονται μια «γωνία αναφοράς» με την οποία θα συγκρίνουν για να αποφασίσουν αν η γωνία που εξετάζουν είναι ορθή, οξεία ή αμβλεία. Μια τέτοια «γωνία αναφοράς» εύκολα χειρίσιμη από τους μαθητές είναι η ορθή γωνία του γνώμονα (τρίγωνου χάρακα), την οποία και τοποθετούν επάνω στη γωνία που διερευνούν ώστε να αποφασίσουν αν είναι μικρότερη, ίση ή μεγαλύτερη από αυτήν. Στις περισσότερες περιπτώσεις η διαπίστωση αυτή δεν είναι αρκετή και χρειάζεται να να εξετάσουμε με περισσότερη ακρίβεια τη γωνία. Στη δραστηριότητα ο ζωγράφος χρειάζεται να αναπαραγάγει ακριβώς τη γωνία του πύργου για να αποδώσει σωστά την πραγματικότητα. Αυτό το επιτυγχάνει με την τεχνική των «δυο πινέλων» τα οποία «ανοίγει» όσο ακριβώς χρειάζεται ώστε να συμπέσουν με τις δυο πλευρές της γωνίας που σχηματίζει ο πύργος με το έδαφος.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Γωνίες και ηλικία»*

Πρέπει να προεκτείνουν τις γραμμές στο σκίτσο και να υπολογίσουν τις γωνίες, οι οποίες είναι 150^o, $142{,}5^o$, 140^o, 135^o και 120^o μοίρες αντίστοιχα.

Η γωνία στο κόκαλο της ακτινογραφίας είναι 120^o. Συνεπώς ανήκει σε ενήλικο άτομο.

Κεφάλαιο 58ο Σχεδιάζω γωνίες

Συνάντηση κορυφής!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να σχεδιάζει γωνίες με τη βοήθεια του μοιρογνωμόνιου.*
- *Να προσθέτει ή να αφαιρεί γωνίες.*
- *Να βρίσκει το άθροισμα των γωνιών τριγώνου και τετραπλεύρου.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να διαχειρίζεται τις γωνίες, δηλαδή να τις προσθέτει να τις αφαιρεί αλλά και να σχεδιάζει γωνίες με τη βοήθεια του μοιρογνωμόνιου και του χάρακα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Εκτός από τις δυσκολίες που αναφέρθηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, μια πρόσθετη δυσκολία παρατηρήθηκε στη χρήση του μοιρογνωμόνιου για τη χάραξη αμβλείας γωνίας. *Δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές με βάση το «σενάριο κατασκευής» περιγράφουν τη διαδικασία της χάραξης γωνιών σε συμμαθητές τους, βοηθούν στην επισήμανση και την αποτελεσματική αντιμετώπιση τέτοιων δυσκολιών.*

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές με αφετηρία την κλίση ενός φυσικού επιπέδου οδηγούνται στη διαπίστωση ότι κάποιες φορές μας είναι χρήσιμο να μπορούμε όχι απλά να μετράμε αλλά και να σχεδιάζουμε γωνίες συγκεκριμένων μοιρών.

Το «σενάριο κατασκευής» που παρουσιάζεται στη δραστηριότητα, οδηγεί τα παιδιά, μέσα από διαδικασίες περιγραφής των απαιτούμενων βημάτων, να κατανοήσουν τη διαδικασία σχεδίασης των γωνιών αλλά και να γενικεύσουν τη διαδικασία αυτή πλουτίζοντας την κατασκευαστική τους εμπειρία.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μελετούν τρόπους με τους οποίους μπορούν να βρουν το άθροισμα ή τη διαφορά διαδοχικών γωνιών. Οι προτεινόμενοι τρόποι μπορεί να είναι οι εξής: με μέτρηση (μοιρογνωμόνιο), αντιγραφή, επικάλυψη και κοπή κ.λπ. Στόχος είναι να εξοικειωθούν οι μαθητές με την εύρεση των μεγεθών και των ισοτήτων των γωνιών από τα σχήματα με όσο το δυνατόν πιο άμεσο τρόπο. Άλλωστε, στα επόμενα κεφάλαια οι σχέσεις αυτές λειτουργούν βοηθητικά στη διερεύνηση γεωμετρικών καταστάσεων.

Εφαρμογή 1η: *«Άθροισμα γωνιών τριγώνου»*

Η εύρεση του αθροίσματος των γωνιών ενός τριγώνου είναι μια απλή για τους μαθητές διαδικασία, η οποία ωστόσο παρουσιάζει δυσκολία γενίκευσης (το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου). Έρευνες έχουν αποδείξει ότι οι μαθητές θεωρούν πως το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου εξαρτάται από το μέγεθος του τριγώνου.

Η εφαρμογή αυτή στοχεύει κυρίως στην κατάρριψη αυτής της αντίληψης με:

- την μέτρηση τριγώνων διαφορετικών μεγεθών
- πρακτικό τρόπο (κοπή ή δίπλωση)

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Γεωμετρία – Είδη γωνιών».

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

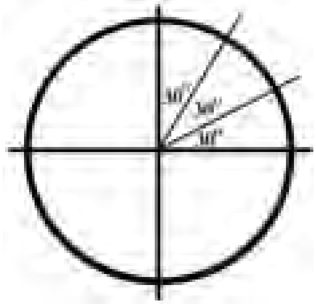
Πρόβλημα 1ο

Η πλάκα του ρολογιού μπορεί εύκολα να σχεδιαστεί, αν στο καθένα από τα 4 τεταρτημόρια στα οποία οι δυο κάθετες χωρίζουν τον κύκλο σχεδιάσουμε 3 γωνίες 30° μοιρών η καθεμία. Η σχεδίαση μάλιστα θα μπορεί να γίνει ταυτόχρονα για το επάνω ημικύκλιο, αν τοποθετήσουμε το μοιρογνωμόνιο στο κέντρο και χαράξουμε τις γωνίες 30°, 60°, 120° και 150°. Στη συνέχεια μπορούμε να τις προεκτείνουμε και να σχεδιάσουμε τις γωνίες σε ολόκληρο το σχήμα.

Πρόβλημα 2ο

Η γωνία είναι 101°.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Κλίμα και σχεδίαση στέγης»*



Η συγκεκριμένη δραστηριότητα δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τις γνώσεις τους για τον τρόπο σχεδίασης γωνιών, ώστε να σχεδιάσουν μια στέγη για έναν τόπο όπου το ύψος του χιονιού το χειμώνα είναι μεγάλο και το χιόνι πρέπει να γλιστρά από τα κλίτη της στέγης. Για να γίνει αυτό δυνατόν η γωνία που σχηματίζουν οι πλευρές της στέγης πρέπει να είναι 90°.

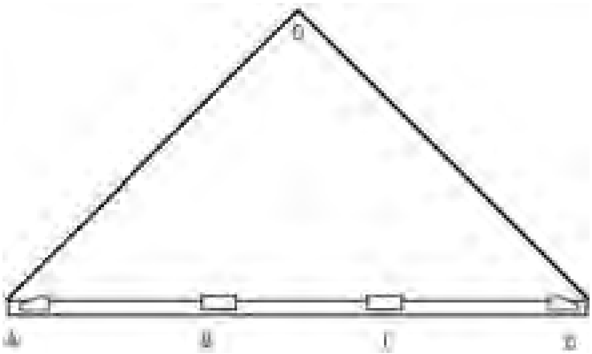
Απαντήσεις: Η γωνία Α_Δ της κορυφής της στέγης που εικονίζεται στο τετράδιο ασκήσεων είναι 142° και φυσικά δεν είναι κατάλληλη για περιοχές με υψηλή χιονόπτωση.

Το ύψος της στέγης που θα μετρηθεί από το επάνω μέρος της γραμμής ΑΔ είναι 3,3 εκατοστά. Αυτό σημαίνει ότι το πραγματικό ύψος με βάση την κλίμακα 1 : 50 είναι 1,65 μέτρα.

Η νέα στέγη που θα κατασκευάσουν τα παιδιά με το γνώμονα θα είναι όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα:

Το ύψος της στέγης που κατασκεύασαν, όταν το μετρήσουν, πρέπει να είναι 6,2 εκατοστά που μεταφράζεται σε 3,1 μέτρα.

Οποιαδήποτε τιμή πλησιάζει αυτό το αποτέλεσμα γίνεται αποδεκτή, καθώς είναι αναμενόμενο να υπάρχουν μικροαποκλίσεις από σχέδιο σε σχέδιο ανάλογα με το πάχος του μολυβιού κ.λπ.



Κεφάλαιο 59ο Μεγεθύνω – μικραίνω σχήματα

Έχω μεγάλα σχέδια!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να μεταφέρει σχήματα σε μιλιμετρέ χαρτί.*
- *Να μεγαλώνει και να μικραίνει σχήματα.*
- *Να σχεδιάζει με κλίμακα.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει σύνθετα μοτίβα σε ένα σχέδιο και χρησιμοποιώντας το μοτίβο να μπορεί να το επεκτείνει.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Αν και η χρήση σχημάτων είναι τόσο παλιά όσο και τα ίδια τα μαθηματικά, εντούτοις η «ανάγνωση» και η ερμηνεία οπτικών εικόνων, με σκοπό την άντληση των πληροφοριών που θα είναι χρήσιμες για την επίλυση προβλήματος, αποτελεί μια σύνθετη και επίπονη διαδικασία για τους μαθητές, καθώς περιλαμβάνει:

- την ερμηνεία πληροφοριών που δίνει το σχήμα, η οποία γίνεται με βάση το χωροταξικό λεξιλόγιο που κατέχουν τα παιδιά
- την οπτική επεξεργασία πληροφοριών, δηλαδή τη μεταφορά δεδομένων και αφηρημένων σχέσεων από τη γλωσσική μορφή σε σχηματική οπτική, καθώς και το μετασχηματισμό μιας νοητικής εικόνας σε άλλη μορφή

Φαίνεται λοιπόν ότι τέτοιες δραστηριότητες απαιτούν από τους μαθητές ικανότητα να συνδέσουν την αλγεβρική (προτασιακή) σκέψη τους με την εικονιστική (εποπτική) σκέψη τους και να εκφράσουν το αποτέλεσμα είτε λεκτικά είτε να παράγουν ένα νέο σχήμα. Τα παιδιά μέσα από τέτοιες δραστηριότητες αναμένεται να αποκτήσουν ένα ρεπερτόριο τεχνικών και στρατηγικών, από τις οποίες θα επιλέγουν τις κατάλληλες κατά τη διαδικασία επίλυσης προβλήματος. Παρά το γεγονός ότι τα άτομα επιδεικνύουν ορισμένες προτιμήσεις είτε για εποπτική είτε για προτασιακή σκέψη, εκείνο που έχει σημασία και πρέπει να καλλιεργηθεί είναι η ευελιξία στη μετάβαση από το ένα σύστημα στο άλλο και η οικοδόμηση διασυνδέσεων ανάμεσα σε αυτό που το άτομο μπορεί να δει, σε αυτό που μπορεί να κάνει και σε αυτό που μπορεί να εκφράσει.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές πρέπει να «μεταφράσουν» την εικόνα με το καραβάκι. Με άλλα λόγια, πρέπει να επεξεργαστούν τις πληροφορίες που παρέχει προκειμένου να τη μετασχηματίσουν. Ειδικότερα πρέπει να παρατηρήσουν το μέγεθος της σημαίας σε σχέση με τον ιστό, με την πλώρη, την πρύμνη και με το σύνολο του καραβιού, ώστε «αν ορίσουν τη σημαία 1 τετράγωνο, τότε το ύψος του ιστού θα είναι 2, το μήκος του καραβιού θα είναι 4» κ.λπ. Με τον τρόπο αυτό θα μπορέσουν να σχεδιάσουν ένα καραβάκι με διπλάσιες διαστάσεις (διαστάσεις σημαίας 2 • 2 κ.λπ.). Σύμφωνα με όσα έμαθαν σε προηγούμενο κεφάλαιο για τις γωνίες θα διαπιστώσουν και εδώ ότι, όταν μεταβάλλεται το μήκος των πλευρών μιας γωνίας, η γωνία δεν μεταβάλλεται.

Δραστηριότητα 1η

Οι μαθητές έχουν ασχοληθεί με την κλίμακα τόσο σε προηγούμενη τάξη όσο και σε δραστηριότητες σε διάφορα μαθήματα του παρόντος βιβλίου. Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή θα συμπεράνουν εύκολα ότι ο αρχιτέκτονας «μίκρυνε 1000 φορές» (διαίρεσε με το 1000) τις πλευρές και τις σχεδίασε στο χαρτί. Έτσι ο κατασκευαστής αν θέλει να κάνει το έργο στις πραγματικές διαστάσεις, πρέπει να γνωρίζει την κλίμακα. Ερωτήσεις του τύπου «πόσο θα ήταν οι διαστάσεις τις πισίνας, αν στο χαρτί έγραφε κλίμακα 1 : 100 ή κλίμακα 1 : 50;» θα δώσουν στους μαθητές τη δυνατότητα να προβληματιστούν για τις πραγματικές διαστάσεις που θα έχει το έργο.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

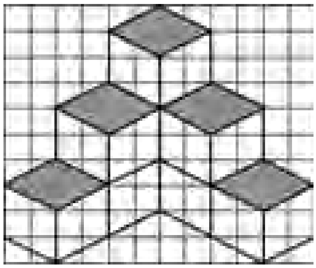
Μέσα από τις ασκήσεις του συγκεκριμένου μαθήματος επιδιώκεται η εξάσκηση των παιδιών στη:

- μεταφορά σχήματος στο πλέγμα (άσκηση 1)
- μεγέθυνση από πλέγμα σε πλέγμα (άσκηση 2)
- σμίκρυνση σχήματος (άσκηση 3)
- χρήση κλίμακας για αποτύπωση μετρήσεων σε λευκό χαρτί

Αν τα παιδιά δυσκολευτούν κατά τη σχεδίαση του δωμάτιου τους στο λευκό περιθώριο μπορούν να χρησιμοποιήσουν μιλιμετρέ χαρτί ή καρέ τετράδιο.

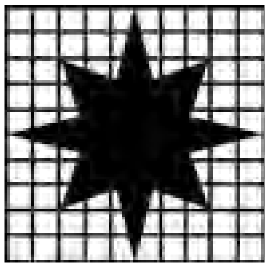
Άσκηση 1η

Το σχέδιο πρέπει να γίνει όπως είναι το διπλανό.



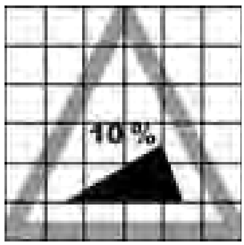
Άσκηση 2η

Το αστέρι σε μεγέθυνση πρέπει να είναι όπως το πιο κάτω σχήμα.



Άσκηση 2η

Το σήμα σε σμίκρυνση πρέπει να είναι όπως το διπλανό.



Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Κάτοψη του δωματίου μου»*

Οποιοδήποτε σχέδιο τηρεί την κλίμακα 1 : 50 (1 μέτρο στην πραγματικότητα είναι ίσο με 2 εκ. στο χαρτί) γίνεται αποδεκτό.

Τεχνολογία

Συνοδευτικό λογισμικό Μαθηματικών. Κεφάλαιο: «Γεωμετρία – Σμίκρυνση και μεγέθυνση ευθύγραμμων σχημάτων».

Κεφάλαιο 60ο Αξονική συμμετρία

Αντανακλάσεις

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να αναγνωρίζει σχήματα με άξονα συμμετρίας.*
- *Να βρίσκει τους άξονες συμμετρίας των σχημάτων.*
- *Να σχεδιάζει σχήματα που είναι συμμετρικά ως προς άξονα.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει συμμετρικά σχήματα και να κατασκευάζει το συμμετρικό ως προς άξονα ενός δοσμένου σχήματος.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η κατανόηση της αξονικής συμμετρίας από τους μαθητές περιλαμβάνει την:

- ικανότητα αναγνώρισης της συμμετρίας που υπάρχει σε ένα σχήμα, και
- ικανότητα κατασκευής συμμετρικού ενός σχήματος

Η ικανότητα αναγνώρισης προηγείται, όπως είναι φυσικό, ώστε να καταλάβουν μαθητές το ζητούμενο στη διαδικασία κατασκευής.

Σημειώνεται ότι η συμμετρία είναι μια σχέση οικεία από το περιβάλλον. Η προσέγγισή της σε αυτό το κεφάλαιο επιδιώκει να αξιοποιήσει αυτή την προϋπάρχουσα γνώση των μαθητών προς την κατεύθυνση της γεωμετρικής κατανόησης της συμμετρίας, δηλαδή των ιδιοτήτων των σχημάτων και των σχηματισμών.

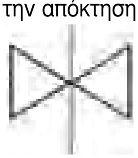
Με τις δραστηριότητες του κεφαλαίου:

- οι μαθητές αναγνωρίζουν συμμετρικά σχήματα και μελετούν τις ιδιότητές τους
- αξιοποιούνται οι ιδιότητες που οδηγούν στην αντίληψη του τρόπου κατασκευής απλών σχημάτων στην αρχή και στη συνέχεια περιπλοκότερων.
- οι μαθητές οδηγούνται στη γεωμετρική κατασκευή του συμμετρικού ενός σχήματος (δηλαδή την κατασκευή των συμμετρικών των χαρακτηριστικών του σημείων).

Επισημαίνεται ότι η αξονική συμμετρία αναγνωρίζεται μεν εύκολα, αλλά η κατασκευή της είναι αρκετά πολύπλοκη και προβληματική διαδικασία. Έτσι η ευκολία στην αναγνώριση αποτελεί μέσο ελέγχου της κατασκευής, η οποία γίνεται πιο εύκολα σε μιλιμετρέ χαρτί.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές αναγνωρίζουν τη συμμετρία ως ιδιότητα των σχημάτων. Με τη βοήθεια της δίπλωσης στην αρχή και των χαρακτηριστικών της συμμετρίας που έχουν αντιληφθεί στη συνέχεια οδηγούνται στον άξονα συμμετρίας και το ρόλο του. Η ανάμειξη σχημάτων με δικό τους άξονα συμμετρίας και σχημάτων που είναι συμμετρικά ως προς άξονα, έχει ως στόχο την απόκτηση από πλευράς των μαθητών μιας ενιαίας αντίληψης για τη συμμετρία, ώστε, σε ένα σχήμα όπως το διπλανό οι μαθητές να βλέπουν ένα τρίγωνο με το συμμετρικό του, αλλά και ένα ενιαίο σχήμα (το οποίο αποτελείται από δύο τρίγωνα) με έναν κατακόρυφο και έναν οριζόντιο άξονα συμμετρίας.



Δραστηριότητα 2η

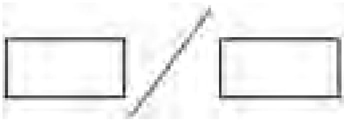
Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μελετούν γεωμετρικά σχήματα και ανακαλύπτουν (με δίπλωση στην αρχή) ότι έχουν περισσότερους από έναν άξονες συμμετρίας. Οι μαθητές σχεδιάζουν όλους τους άξονες κάθε σχήματος.

Σημείωση: *Στα πλαίσιο της ύπαρξης εξαιρέσεων σε κάθε κανόνα θα ήταν ίσως χρήσιμο να παρουσιάσουμε στους μαθητές σχήματα τα οποία δεν έχουν κανέναν άξονα συμμετρίας (π.χ. το πλάγιο παραλληλόγραμμο).*

Εφαρμογές 1η & 2η

Στις περισσότερες συμμετρικές καταστάσεις οι άξονες έχουν πλάγια διεύθυνση ως προς το περίγραμμα του βιβλίου και όχι οριζόντια ή κατακόρυφη. Στόχος είναι να αποφευχθεί ο εγκλωβισμός του μαθητή στις προνομιακές κατευθύνσεις του περιβάλλοντος και να μειωθεί η πιθανότητα να κινείται παράλληλα προς το περίγραμμα του βιβλίου, γεγονός που οδηγεί σε λάθη όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα :

Η πρώτη συστηματική κατασκευή συμμετρικού σχήματος (εφαρμογή 2η) γίνεται σε τετραγωνισμένο χαρτί το οποίο διευκολύνει τη μέτρηση αλλά και την κίνηση όταν ο άξονας είναι οριζόντιος ή κατακόρυφος.



Σημείωση: *το τετραγωνισμένο χαρτί εμποδίζει τη μέτρηση και την κίνηση όταν ο άξονας είναι πλάγιος. Έτσι, δίνεται η ευκαιρία να αναδειχθεί πιθανή κατάσταση αποτυχίας στον πλάγιο άξονα και να αντιμετωπιστεί άμεσα. Η επιτυχής αντιμετώπιση του φαινομένου θα επιτρέψει στους μαθητές να αντιμετωπίσουν χωρίς δυσκολία συνηθισμένες καταστάσεις κατασκευής συμμετρικού σε λευκό χαρτί, που θέτει λιγότερα εμπόδια στην περίπτωση του πλάγιου άξονα.*

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Οι ασκήσεις στο Τετράδιο Εργασιών ξεκινούν από την αναγνώριση και οδηγούν στην κατασκευή συμμετρικών σχημάτων. Η πορεία που ακολουθείται είναι από το γενικό στο ειδικό: από το μη γεωμετρικό σχήμα στο γεωμετρικό σχήμα ώστε η τυπική κατασκευή συμμετρικού σχήματος ως προς άξονα και η διατύπωσή της να αναδειχθούν μέσα από τη δραστηριότητα των μαθητών.

Άσκηση 1η

Πρέπει να χαράξουν όσους άξονες συμμετρίας έχει κάθε σχήμα.

Άσκηση 2η

Συμμετρία (ως προς τον άξονα που είναι χαραγμένος) υπάρχει μόνο στο σχήμα γ.

Άσκηση 3η

Το τετραγωνισμένο χαρτί θα βοηθήσει πολύ τους μαθητές στη σχεδίαση των συμμετρικών.

Πρόβλημα 1ο

Απαντήσεις Τα γράμματα Α, Β, Δ, Ε, Κ, Λ, Μ, Π, Σ, Τ, Υ, Ψ και Ω έχουν έναν άξονα συμμετρίας τα Η, Θ, Ι, Ξ, Ο, Φ και Χ έχουν δυο άξονες συμμετρίας. Το γράμμα «Ο» αν είναι ολοστρόγγυλο, σαν κύκλος (και όχι μακρόστενο), έχει άπειρους άξονες συμμετρίας.

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«Η συμμετρία στη φύση»*

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα δίνει στους μαθητές την ευκαιρία για επέκταση του θέματος «συμμετρία» στη φύση και τη ζωή. Η βοήθεια και οι οδηγίες του δασκάλου είναι πολύτιμες ώστε τα παιδιά να πάρουν τις βασικές κατευθύνσεις στον τρόπο με τον οποίο θα εργαστούν και θα προσεγγίσουν το θέμα.

Το δεύτερο θέμα για διερεύνηση και συζήτηση παρουσιάζει πολύ μεγάλο ενδιαφέρον για τα παιδιά καθώς, αν εξετάσουν το είδωλο του μισού προσώπου μιας φωτογραφίας τους με καθρέφτη, θα διαπιστώσουν ότι το πρόσωπο «δεν είναι το δικό τους» αφού στη φύση σπάνια υπάρχει τέλεια συμμετρία.

Κεφάλαιο 61ο Μετρώ επιφάνειες

Καλύπτω, βάφω, σκεπάζω

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να κατανοεί τη μέτρηση της επιφάνειας και να υπολογίζει το εμβαδό ορθογωνίου.*
- *Να γράφει και να διαβάζει μετρήσεις επιφανειών με δεκαδικούς, συμμιγείς και κλασματικούς αριθμούς.*
- *Να λύνει προβλήματα σχετικά με μετρήσεις επιφανειών.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να υπολογίζει το εμβαδό ορθογώνιου σχήματος και να το εκφράζει με δεκαδικούς, συμμιγείς και κλασματικούς αριθμούς.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Παρατηρήθηκαν δυσκολίες στη διαδικασία εκτίμησης του εμβαδού μιας επιφάνειας. Τα παιδιά, ενώ εκτιμούν σχετικά εύκολα το μήκος ή το πλάτος μιας επιφάνειας, δυσκολεύονται να υπολογίσουν το εμβαδό της (συνδυάζοντας τις δυο εκτιμήσεις που έκαναν) και αυθαίρετα αναφέρουν ως εμβαδό, το μήκος της μεγαλύτερης πλευράς σε τετραγωνικά εκατοστά αν η επιφάνεια είναι μικρή ή τετραγωνικά μέτρα αν η επιφάνεια είναι μεγάλη. Ο προσδιορισμός (και η κατασκευή) του τετραγωνικού εκατοστού και του τετραγωνικού δεκατόμετρου ως εργαλείων μέτρησης εμβαδού που είναι άμεσα χειρίσιμα από τους μαθητές (δραστηριότητα 1η) βοηθάει στην κατανόηση και επιτυχή αντιμετώπιση τέτοιων δυσκολιών.

Κάποιες έννοιες στο βιβλίο του μαθητή (όπως στην περίπτωση αυτή το τετραγωνικό μέτρο και οι υποδιαιρέσεις του) εισάγονται άμεσα χωρίς να προηγηθούν δραστηριότητες. Η επιλογή αυτή έγινε σκόπιμα, καθώς οι αναγκαίες για την προσέγγιση των εννοιών αυτών δραστηριότητες θα ήταν πιο περίπλοκες από την άμεση παρουσίαση μιας μερικώς γνωστής έννοιας.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές πρέπει να κατασκευάσουν τη μονάδα μέτρησης του εμβαδού: το τετραγωνικό εκατοστό και το τετραγωνικό δεκατόμετρο.

Οι μαθητές θα διαπιστώσουν, προσπαθώντας να μετρήσουν εμβαδά με τις μονάδες που κατασκεύασαν, πως μολονότι έχουν τις μονάδες μέτρησης δεν είναι εύκολο να μετρήσουν τις επιφάνειες και να φτάσουν σε ακριβές αποτέλεσμα.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές προχωρούν (μετά τη διαπίστωση των δυσκολιών που ανακύπτουν κατά τον υπολογισμό του εμβαδού μιας επιφάνειας με το τετραγωνικό εκατοστό ή το τετραγωνικό δεκατόμετρο) στην εφαρμογή του «μαθηματικού τρόπου» για τον υπολογισμό του εμβαδού. Επιπλέον επιχειρείται ο έλεγχος της εκτίμησης του εμβαδού που κάνει ο μαθητής με το νου με το πραγματικό εμβαδό, όπως υπολογίστηκε μετά από μέτρηση των διαστάσεων και υπολογισμούς. Εναλλακτικοί τρόποι μέτρησης (βήματα, άνοιγμα παλάμης, δάχτυλα κ.λπ.) θα βοηθήσουν τους μαθητές να εκτιμούν με το νου πιο εύκολα και με μεγαλύτερη ακρίβεια τα εμβαδά διάφορων επιφανειών. Επίσης με την παρουσίαση των μοντέλων «τετραγωνικό μέτρο» και «μισό τετραγωνικό» μέτρο θα οπτικοποιήσουν τις έννοιες και θα βοηθηθούν κατά τη διαδικασία εκτίμησης.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Το δεύτερο πρόβλημα πρέπει να λυθεί στο σπίτι, καθώς κάθε παιδί χρειάζεται να μετρήσει τις διαστάσεις του δωματίου του.

Κεφάλαιο 62ο Βρίσκω το εμβαδό παραλληλογράμμου

Πλαγιάζω αλλά δεν αλλάζω!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- Να διαπιστώσει ότι διαφορετικά σχήματα μπορεί να έχουν το ίδιο εμβαδό.
- Να υπολογίζει το εμβαδό οποιουδήποτε παραλληλογράμμου με τη βοήθεια τύπου.
- Να λύνει προβλήματα υπολογισμού εμβαδού παραλληλογράμμου.

Ο μαθητής αναμένεται:

- Να υπολογίζει το εμβαδό οποιουδήποτε παραλληλογράμμου και να το συγκρίνει με άλλα εμβαδά.

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Τα ύψη των παραλληλογράμμων εμφανίζουν δυσκολίες ειδικά στις περιπτώσεις κατά τις οποίες αφορούν άλλες, εκτός από την κατακόρυφη, διευθύνσεις. Η σωστή χρήση του γνώμονα βοηθά τόσο στο ξεπέρασμα των δυσκολιών όσο και στον εμπλουτισμό της εμπειρίας των μαθητών για καθετότητες έξω από τις κυρίαρχες διευθύνσεις (οριζόντια και κάθετα).

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές πρέπει να «μεταφράσουν» την εικόνα με το παραλληλόγραμμο. Με άλλα λόγια πρέπει να επεξεργαστούν τις πληροφορίες που παρέχει για να απαντήσουν αν η Ιφιγένεια έχει δίκιο. Ειδικότερα πρέπει να παρατηρήσουν τα δύο μισά τρίγωνα, τα οποία μπορούν να θεωρηθούν ως ένα, και να υποστηριχτεί η άποψη ότι το εμβαδό είναι 3 τετραγωνικά εκατοστά.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μελετούν τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου τις οποίες έχουν συναντήσει σε προηγούμενες τάξεις (βάσεις και ύψος). Μπορούν να χαράξουν όποιο από τα ύψη θέλουν σε οποιοδήποτε ζεύγος παράλληλων πλευρών. Υπογραμμίζουμε ότι οι πλευρές τις οποίες τέμνει το ύψος ονομάζονται βάσεις του παραλληλογράμμου. Στη συνέχεια οι μαθητές προχωρούν σε μετασχηματισμό του παραλληλογράμμου σε ορθογώνιο με διαδικασίες κοπής και παράθεσης των δύο κομματιών του. Έτσι ανακαλύπτουν ότι οι βάσεις του παραλληλογράμμου είναι ίσες με το πλάτος του ορθογωνίου και το ύψος του είναι ίσο με το μήκος του ορθογωνίου αντίστοιχα. Συμπεραίνουν ότι το εμβαδό τους είναι το ίδιο (η αρχική επιφάνεια παραμένει η ίδια, παρά τους μετασχηματισμούς, όπως και στο τάνγκραμ στην εφαρμογή 1) και τελικά καταλήγουν στον κανόνα που ορίζει ότι «το εμβαδό του παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο μιας βάσης επί το αντίστοιχο ύψος».

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 2η

Η εξίσωση είναι 4,5 • β = 38,25.

Άσκηση 3η

Στο δ) μπορούν να συμπληρώσουν οποιουσδήποτε παράγοντες δίνουν γινόμενο ίσο με 225.

Πρόβλημα 1ο

Το καθένα είναι 16 • 12 = 192 τ.μ., συνολικά 192 • 24 = 4.608 τ.μ.

Πρόβλημα 2ο

Το εμβαδό του υφάσματος είναι 25.368 τ.εκ. Θα χρειαστούμε 18% περισσότερο, δηλαδή 25.368 • 18% = 4.566,24. Συνολικά θα χρειαστούμε 29.934,24 ή 3 τετραγωνικά μέτρα περίπου που θα κοστίσουν 45 €.

Κεφάλαιο 63ο Βρίσκω το εμβαδό τριγώνου

Αδυνάτισα! Μισός έμεινα!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να κατανοήσει τη διαδικασία εύρεσης του εμβαδού του τριγώνου.*
- *Να υπολογίζει το εμβαδό τριγώνου με τη βοήθεια τύπου.*
- *Να λύνει προβλήματα εμβαδών τριγώνου.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να υπολογίζει το εμβαδό τριγώνου.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Παρατηρήθηκαν δυσκολίες στη διαδικασία χάραξης του ύψους τριγώνου, ειδικά στις περιπτώσεις που αφορούν άλλες, εκτός από την κατακόρυφη, διευθύνσεις, ή βρίσκονται έξω από το σχήμα. Η 2η δραστηριότητα βοηθά προς αυτή την κατεύθυνση καθώς οι μαθητές καλούνται να αντιμετωπίσουν μόνοι τους αυτές τις ιδιαίτερες καταστάσεις. Η σωστή χρήση του γνώμονα βοηθάει στην αντιμετώπιση αυτών των δυσκολιών.

Δραστηριότητα 1η

Διαπιστώνουν ότι «το εμβαδό του τριγώνου είναι ίσο με το μισό του εμβαδού του τετραγώνου».

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μελετούν τα μέρη του τριγώνου και ξεκινώντας από τη μέτρηση του τριγώνου προχωρούν στη σύγκριση τριγώνου και παραλληλογράμμου με πρακτικό τρόπο (σύνθεση δύο πανομοιότυπων τριγώνων, δημιουργία παραλληλογράμμου) και καταλήγουν στη διαπίστωση ότι «το εμβαδό του τριγώνου είναι ίσο με το μισό του εμβαδού του παραλληλογράμμου που έχει την ίδια βάση και το ίδιο ύψος».

Μπορούν στη συνέχεια να επαληθεύσουν τον κανόνα κάνοντας τις πράξεις.

Επειδή η γενίκευση αυτή είναι δύσκολη για τους μαθητές, καλό θα ήταν να πειραματιστούν σε διάφορα είδη τριγώνων, δουλεύοντας ατομικά ή σε ομάδες.

Εφαρμογή 1η

Το τάνγκραμ καλό θα είναι να κατασκευαστεί από χαρτόνι με διαστάσεις 10 x 10 εκατοστά. Η εφαρμογή επαληθεύει (πρακτικά) τον κανόνα με τρεις τρόπους:

- ενώνουμε τα τρίγωνα και σχηματίζουμε ένα παραλληλόγραμμο. Κατόπιν υπολογίζουμε το εμβαδό του και το συγκρίνουμε με το εμβαδό του τετραγώνου (είναι ίσα).
- ενώνουμε τα τρίγωνα και σχηματίζουμε ένα τετράγωνο. Συγκρίνουμε τα δύο τετράγωνα (είναι ίσα).
- τοποθετούμε τα τρίγωνα επάνω στο τετράγωνο με τρόπο ώστε να σχηματίσουν ένα τετράγωνο. Τα δύο τετράγωνα (το επάνω και το κάτω) συμπίπτουν.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 1ο

Το εμβαδό είναι 32 • 16 : 2 = 256 τ.μ. 256 – 64 = 192 (χωρίς το σπίτι) 192 • 8 = 1.536 €

Κεφάλαιο 64ο Βρίσκω το εμβαδό τραπεζίου

Το εμβαδό του τραπεζίου;;

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- Να αναγνωρίζει το τραπέζιο και να κατανοεί τη διαδικασία εύρεσης του εμβαδού του.
- Να βρίσκει το εμβαδό του τραπεζίου με τη βοήθεια τύπου.
- Να λύνει προβλήματα εμβαδών τραπεζίου και άλλων πολυγώνων.

Ο μαθητής αναμένεται:

- Να αναγνωρίζει τα τετράπλευρα, να τα ομαδοποιεί ανάλογα με τις ιδιότητές τους
- Να βρίσκει το εμβαδό τραπεζίου και να λύνει προβλήματα με εμβαδά τετραπλεύρων.

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Τα παραλληλόγραμμα είναι γνωστά στους μαθητές. Ωστόσο ενδιαφέρον παρουσιάζει η κατανόηση των κοινών και διαφορετικών ιδιοτήτων, όπως και η διαδοχική οργάνωσή τους. Η πρώτη δραστηριότητα είναι βοηθητική προς αυτή την κατεύθυνση. Τα σχήματα που παρουσιάζονται είναι διαφορετικών μεγεθών και προσανατολισμών προκειμένου να αποφεύγεται η στερεότυπη εκμάθησή τους, όπως είναι, για παράδειγμα, να μην αναγνωρίζεται ένας ρόμβος όταν τοποθετείται πλάγια ή ένα τετράγωνο όταν τοποθετείται όπως συνηθίζεται για το ρόμβο.

Στην ενότητα αυτή πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση και χρόνος στην εκμάθηση των ειδικών χαρακτηριστικών κάθε τετράπλευρου.

Τα ύψη των παραλληλογράμμων εμφανίζουν τις ίδιες δυσκολίες με τα ύψη των τριγώνων. Η σωστή χρήση του γνώμονα βοηθά τόσο στην άρση των δυσκολιών όσο και στον εμπλουτισμό της εμπειρίας των μαθητών για καθετότητες έξω από τις κυρίαρχες διευθύνσεις.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μελετούν το τραπέζιο με πρακτικό τρόπο. Έτσι χρησιμοποιώντας το μιλιμετρέ χαρτί σχεδιάζουν ένα τραπέζιο, μετρούν τα τετράγωνά του και εκτιμούν με το νου το εμβαδό. Στη συνέχεια κόβουν δύο πανομοιότυπα (με το σχέδιό τους) τραπέζια και συνδυάζοντάς τα σχηματίζουν ένα παραλληλόγραμμο. Μπορούν εύκολα να υπολογίσουν το εμβαδό του παραλληλογράμμου αλλά απαιτείται η ενεργοποίηση της παρατηρητικότητας και βοηθητικών ερωτήσεων για να βρουν τη σχέση ανάμεσα στις βάσεις του τραπεζίου και τις βάσεις του παραλληλογράμμου.

Σημείωση: *Ο υπολογισμός του εμβαδού του τραπεζίου με τον τρόπο που προτείνεται δεν είναι ο μοναδικός αλλά ένας από μια πληθώρα τρόπων που μπορεί να σκεφτούν οι μαθητές.*

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 1ο

Το εμβαδό κάθε τραπεζίου είναι (17 + 11) • 3 : 2 = 42 τ.μ. Το εμβαδό κάθε τριγώνου είναι 6 • 3 : 2 = 9 τ.μ. και το συνολικό εμβαδό 102 τ.μ. (μπορεί να βρεθεί και ως 6 • 17 = 102).

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: *«ισορροπημένη διατροφή»*

Τα κόκκινα κυκλάκια είναι τα λιπαρά και τα μπλε τριγωνάκια οι υδατάνθρακες.

Κεφάλαιο 65ο Βρίσκω το εμβαδό κυκλικού δίσκου

Κόβω κύκλους!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να κατανοεί τη διαδικασία εύρεσης του εμβαδού του κυκλικού δίσκου.*
- *Να βρίσκει το εμβαδό του κυκλικού δίσκου με τη βοήθεια τύπου.*
- *Να λύνει προβλήματα με εμβαδά κυκλικών δίσκων.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει τις ιδιότητες του κύκλου, να βρίσκει το εμβαδό κυκλικού δίσκου και να λύνει σχετικά προβλήματα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Το κεφάλαιο αυτό στοχεύει στην υπενθύμιση του κύκλου, των χαρακτηριστικών στοιχείων του και στην εύρεση του εμβαδού του.

Ο κύκλος ως σχήμα εμφανίζει ιδιαιτερότητες σε σχέση με τα άλλα σχήματα. Αποτελεί ένα σύνολο σημείων που ισαπέχουν από το κέντρο, δηλαδή έναν γεωμετρικό τόπο που δύσκολα γίνεται αντιληπτός από τους μαθητές οι οποίοι τον αντιμετωπίζουν ως ένα όλο (μια συνεχή καμπύλη γραμμή). Η χρήση του διαβήτη και τα προβλήματα αποστάσεων βοηθούν τους μαθητές στην καλύτερη κατανόηση της έννοιας του κύκλου.

Συνηθισμένη είναι επίσης η σύγχυση κύκλου και κυκλικού δίσκου που πρέπει να αντιμετωπιστεί με ιδιαίτερη συζήτηση (πρόβλημα 1ο).

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές πρέπει να ξεχωρίσουν κυκλικά σχήματα από την καθημερινή ζωή, να αναγνωρίσουν τις ιδιότητες (ειδικά χαρακτηριστικά) του κύκλου και να επικεντρώσουν την προσοχή τους στα χαρακτηριστικά τα οποία χρησιμεύουν για την περιγραφή του μεγέθους του. Διαπιστώνουν ότι μπορούμε εύκολα να μετρήσουμε την ακτίνα και τη διάμετρο του κύκλου ενώ για οποιαδήποτε άλλη μέτρηση χρειαζόμαστε το *π*.

Δραστηριότητα 2η

Μέσα από τη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές, προσπαθώντας να εκτιμήσουν το εμβαδό του μεγάλου (μαύρου) κυκλικού δίσκου οδηγούνται στις ακόλουθες διαπιστώσεις:

- Η ακτίνα του κύκλου είναι σημαντικός παράγοντας.
- Το τετράγωνο που ορίζεται με πλευρά την ακτίνα του κύκλου έχει εμβαδό μεγαλύτερο από το _ του κύκλου.
- Δεν είναι εύκολο να υπολογίσουμε το εμβαδό του κύκλου ορίζοντας ως μονάδα μέτρησης το τετράγωνο της ακτίνας, καθώς για να καλύψουμε την επιφάνεια του κύκλου χρειαζόμαστε 3 με 4 τετράγωνα (τα παιδιά θα απαντήσουν «περίπου 3 ή περίπου 4, ή λιγότερα από 4 ή λίγο περισσότερα από 3»)
- Επαναλαμβάνοντας τη μέτρηση με άλλους κύκλους η διαπίστωση είναι η ίδια.

Υπενθυμίζουμε στο σημείο αυτό το πρόβλημα της εύρεσης της του μήκους του κύκλου (αναφέρθηκε στη δραστηριότητα 1). Το μήκος του κύκλου είναι «λίγο περισσότερο από 3 φορές η διάμετρος του κύκλου» (3,14 φορές ή *π).*

Δοκιμάζουμε το *π* και με το τετράγωνο της ακτίνας και με μέτρηση (κλωστή, κοπή ενός ίδιου κύκλου και κύλιση στο χάρακα) επαληθεύουμε το αποτέλεσμα.

Κεφάλαιο 66ο Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο: έδρες και αναπτύγματα

Να το κάνω πακέτο;

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- Να σχεδιάζει αναπτύγματα και να κατασκευάζει κύβους και ορθογώνια παραλληλεπίπεδα.
- Να παρατηρεί και να αναγνωρίζει ομοιότητες και διαφορές στην επιφάνεια του κύβου και του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου.
- Να κατανοεί τη διαδικασία εύρεσης του εμβαδού των βάσεων, της παράπλευρης και της ολικής επιφάνειας του κύβου και του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου.

Ο μαθητής αναμένεται:

- Να αναγνωρίζει τον κύβο και το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, να υπολογίζει την παράπλευρη και την ολική επιφάνειά τους και να αναγνωρίζει τη σχέση ανάμεσα στην τρισδιάστατη μορφή ενός στερεού και στη δισδιάστατη αναπαράστασή του (ανάπτυγμα).

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Το πέρασμα από τις δύο διαστάσεις της επιπεδομετρίας στις τρεις διαστάσεις της στερεομετρίας απαιτεί την ύπαρξη υψηλού επιπέδου χωροταξικών ικανοτήτων από την πλευρά του μαθητή και τη συστηματική οργάνωση και τη διαχείριση οπτικών πληροφοριών για την επίλυση των σχετικών προβλημάτων.

Στα αρχικά στάδια της τρισδιάστατης απεικόνισης είναι πολύ σημαντικό να αναπαρίσταται το πρόβλημα με τρόπο οπτικό και άμεσα χειρίσιμο από τους μαθητές, ώστε οι κατασκευές στερεών να λειτουργήσουν ως μοντέλο της προβληματικής κατάστασης. Το εποπτικό υλικό θα βοηθήσει το μαθητή να κατασκευάσει μόνος τις δικές του εικόνες και θεωρίες, οι οποίες δεν συμπίπτουν κατ’ ανάγκη με τις θεωρίες του δασκάλου του ή του συγγραφέα του βιβλίου.

Δραστηριότητα 1η

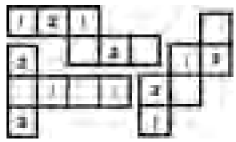
Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές πρέπει να αναγνωρίζουν τον κύβο σε αντικείμενα καθημερινής χρήσης. Ακόμα έρχονται σε πρώτη επαφή με τα χαρακτηριστικά του. Στη συνέχεια αντιμετωπίζουν πρακτικά το ανάπτυγμα του κύβου σαν κατασκευή ζαριού από δοσμένο ανάπτυγμα.

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές με την ίδια διαδικασία μελετούν το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο μέσα από ένα καθημερινό αντικείμενο (κουτί δημητριακών, μπισκότων, κ.λπ.). Επισημαίνουν τις διαφορές στα δύο αναπτύγματα και τη δυνατότητα του κύβου να έχει περισσότερα αναπτύγματα (11 συνολικά) από ό,τι το παραλληλεπίπεδο.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η *(Συνιστάται η χρήση χάρτινων μοντέλων όπου χρειάζεται)*
Λύση: Το πρώτο της επάνω σειράς και το τελευταίο της κάτω.

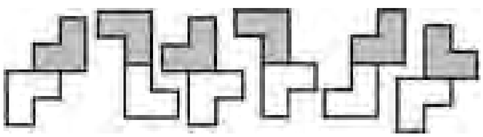


Άσκηση 2η

Η λύση απεικονίζεται στο σχήμα επάνω δεξιά.

Πρόβλημα 3ο

Η λύση απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Κεφάλαιο 67ο Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο: ακμές και κορυφές

Συναρμολογώντας κομμάτια

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να αναγνωρίζει τις ακμές και τις κορυφές των στερεών σωμάτων.*
- *Να κατασκευάζει και να παρατηρεί μοντέλα κύβων και ορθογώνιων παραλληλεπιπέδων.*
- *Να σχεδιάζει κύβο και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο σε χαρτί.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να αναγνωρίζει ακμές και κορυφές και να κατασκευάζει μοντέλα κύβου και ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου.*
- *Να αποτυπώνει τρισδιάστατα αντικείμενα σε χαρτί.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η διαδικασία αναπαράστασης του στερεού στο επίπεδο δεν είναι μοναδική. Ένας από τους τρόπους με το οποίο μπορούμε να την προσεγγίσουμε είναι τα αναπτύγματα. Μεγάλο ενδιαφέρον θα είχε για τους μαθητές και η αντίστροφη διαδικασία: πέρασμα από το επίπεδο στο χώρο.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές αντιλαμβάνονται με πρακτικό τρόπο και μέσα από δραστηριότητες της καθημερινής ζωής τις ακμές και τις κορυφές του κύβου. Συνεχίζοντας στη δραστηριότητα συγκρίνουν τον κύβο με το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και διαπιστώνουν ότι υπάρχει ο ίδιος αριθμός από «ραφές» και «φούντες».

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές κατασκευάζουν το μοντέλο του κύβου και του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου και διαπιστώνουν με πρακτικό τρόπο τον αριθμό των ακμών και τον αριθμό των κορυφών στον κύβο καθώς επίσης τον αριθμό των διαφορετικών ακμών και κορυφών στο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Τέλος, συγκρίνουν τις δύο κατασκευές και συμπεραίνουν ότι και οι δύο έχουν τον ίδιο αριθμό ακμών και κορυφών.

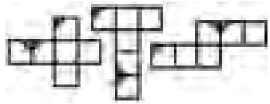
Κανόνας και παραδείγματα

Στον κανόνα αναφέρονται οι όροι «ακμές» και «κορυφές». Μολονότι οι έννοιες αυτές είναι γνωστές και εύκολα κατανοητές από τα παιδιά, η σχέση τους δεν είναι τόσο προφανής. Η καθετότητα τριών ευθειών σε επίπεδα κάθετα μεταξύ τους είναι οπωσδήποτε δύσκολο να γίνει κατανοητή. Η οπτικοποίηση των σχέσεων των ακμών και των κορυφών βοηθά στην κατανόηση πολύ περισσότερο από ό,τι η μελέτη του σκίτσου στο παράδειγμα του βιβλίου.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

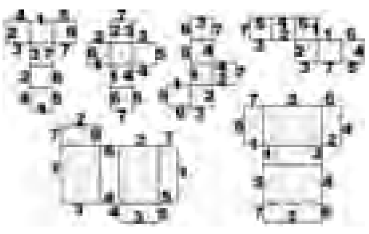
Άσκηση 1η

Η λύση απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.



Άσκηση 2η

Η λύση απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Εμφανίζονται μόνο οι βασικές ακμές με αριθμούς στις τομές τους. Οι υπόλοιπες είναι απλό να βρεθούν.



Κεφάλαιο 68ο Κύλινδρος

Να το τυλίξω;

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να σχεδιάζει το ανάπτυγμα και να κατασκευάζει κύλινδρο.*
- *Να κατανοήσει τη διαδικασία εύρεσης του εμβαδού των βάσεων, της παράπλευρης και της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.*
- *Να σχεδιάζει κύλινδρο σε επίπεδη επιφάνεια.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να σχεδιάζει το ανάπτυγμα, να υπολογίζει το εμβαδό (βάσεων και παράπλευρης επιφάνειας) και να σχεδιάζει κύλινδρο σε χαρτί.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η κατασκευή και η μέτρηση του αναπτύγματος των στερεών με τα οποία ασχολήθηκαν μέχρι τώρα τα παιδιά σχετίζονταν με επιφάνειες επίπεδες όπου οι διαστάσεις ήταν εύκολα μετρήσιμες. Στην περίπτωση του κυλίνδρου όμως οι δυσκολίες που παρουσιάζονται σχετίζονται με το γεγονός ότι τα παιδιά δεν μπορούν να μετρήσουν εύκολα την επιφάνεια, καθώς εμπλέκεται ο κύκλος και κατά συνέπεια ο αριθμός ***π***. Αυτό κάνει δύσκολο το χειρισμό του κυλίνδρου και απαιτεί μεγαλύτερη προσπάθεια στην κατανόηση των σχέσεων που διέπουν τις βάσεις και την παράπλευρη επιφάνειά του.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές με καθημερινά αντικείμενα (κουτί αναψυκτικού, κουτί από συμπυκνωμένο γάλα κ.λπ.) προσεγγίζουν τις έννοιες «παράπλευρη επιφάνεια» και «ανάπτυγμα κυλίνδρου». Σημειώνεται πως, επειδή είναι δύσκολο να φανταστούν τον κύλινδρο αφαιρετικά, θα ήταν καλό να έχει ο καθένας από ένα κυλινδρικό κουτί ώστε αν θέλει να το ντύσει γύρω με χαρτί και να το ξετυλίξει κατόπιν για να δει το σχήμα.

Ο δάσκαλος πρέπει να αποφύγει την πρόωρη «μαθηματικοποίηση» και να ζητήσει από τους μαθητές να μετρήσουν τους κύκλους των βάσεων.

Στην ερώτηση «αν αντιγράψεις το ανάπτυγμα που έφτιαξες σε χαρτί και το κόψεις, θα γίνει κύλινδρος;» κάποια παιδιά θα απαντήσουν θετικά και κάποια αρνητικά. Συνιστάται να το δοκιμάσουν για να ανακαλύψουν ότι για να μπορεί το ανάπτυγμα που σχεδίασαν να γίνει κύλινδρος, πρέπει το μήκος του κύκλου (η βάση) να είναι ίση με το πλάτος της παράπλευρης επιφάνειας (ετικέτας στο κουτί).

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές προσπαθούν να υπολογίσουν το εμβαδό του αναπτύγματος του κυλίνδρου. Συμπεραίνουν πως πρέπει να υπολογίσουν το εμβαδό της παράπλευρης επιφάνειας και το εμβαδό των δύο βάσεων. Στο τέλος της δραστηριότητας ζητείται από τους μαθητές να εκφράσουν τον υπολογισμό του εμβαδού σε αφαιρετικό επίπεδο (χωρίς να βλέπουμε το ανάπτυγμά του).

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 3ο

Κάθε καπέλο χρειάζεται το παράπλευρο εμβαδό συν το εμβαδό του μεγάλου κύκλου (30 εκ).

Περίμετρος καπέλου: 14 • 3,14 = 43,96, 43,96 • 15 = 659,4 τ.εκ. Εμβαδό κύκλου

15 • 15 • 3,14 = 706,5. Συνολικό εμβαδό χαρτιού 706,5 + 659,4 = 1365,9 τ.εκ.

Κεφάλαιο 69ο Όγκος – Χωρητικότητα

Γέμισε; Χωράω κι εγώ;

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- Να κατανοεί το λίτρο ως μονάδα χωρητικότητας.
- Να κατανοεί το κυβικό εκατοστό ως μονάδα όγκου και να μάθει τη σχέση του με τα πολλαπλάσιά του.
- Να εκφράζει τις μετρήσεις όγκου με φυσικούς, δεκαδικούς και συμμιγείς αριθμούς.
- Να λύνει προβλήματα που αναφέρονται σε όγκους.

Ο μαθητής αναμένεται:

- Να μετρά όγκους και χωρητικότητες και να λύνει σχετικά προβλήματα.

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Το πέρασμα από τον όγκο στη χωρητικότητα είναι ένα πολύ δύσκολο βήμα για τους μαθητές αυτής της ηλικίας. Ο μαθητής έχει κατακτήσει τις έννοιες «κυβικό εκατοστό», «μέτρηση όγκου κύβου» και «μέτρηση όγκου παραλληλεπιπέδου» με τη χρήση του κυβικού εκατοστού, μιας μονάδας κυβικής με την οποία εύκολα μπορούμε να σχηματίσουμε μεγαλύτερους κύβους ή παραλληλεπίπεδα. Στην περίπτωση της χωρητικότητας η έννοια της χωρητικότητας ενός δοχείου, ο όγκος του δοχείου και ο όγκος του υγρού είναι έννοιες που τα παιδιά συγχέουν. Δραστηριότητες με ογκομετρικούς κυλίνδρους και χειρισμός τους ως διαδικασία ελέγχου σε υπολογισμούς όγκου θα δώσει στους μαθητές την απαραίτητη οπτική διάσταση των εννοιών που διαπραγματεύονται. Επίσης χρειάζεται να συζητηθεί η πολυπλοκότητα της έννοιας του όγκου. Ενδεικτικά μπορούμε να υποβάλλουμε τις ακόλουθες ερωτήσεις: «τι είναι η χωρητικότητα;», «τι συμβαίνει αν ένα δοχείο έχει χοντρά τοιχώματα;», «τι συμβαίνει αν ένα στερεό είναι συμπαγές ή κούφιο;», «τι συμβαίνει αν ένα ποτήρι είναι ανοικτό ή έχει καπάκι;», «πώς συνδέεται η έννοια του όγκου με το εκτοπιζόμενο υγρό όταν βυθίσουμε το στερεό;»

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές θα ξεχωρίσουν τις έννοιες «χωρητικότητα» και «βάρος». Ήδη γνωρίζουν ότι διαφορετικά υγρά, αν και καταλαμβάνουν τον ίδιο όγκο, έχουν διαφορετικό βάρος (μάζα).

Δραστηριότητα 2η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές μελετούν τη μονάδα μέτρησης του όγκου και χτίζοντας έναν πύργο από 3-4 κυβικά εκατοστά διαπιστώνουν πως ο πύργος τους καταλαμβάνει κάποιο χώρο, έχει δηλαδή όγκο. Ανεξάρτητα από το σχήμα της κατασκευής ο όγκος παραμένει σταθερός. Αν γεμίζαμε νερό το κυβικό εκατοστό που κατασκευάσαμε θα είχε χωρητικότητα ίση με 1 κυβικό εκατοστό. Εύκολα (με βάση την εμπειρία τους και τις προηγούμενες γνώσεις) θα καταλήξουν ότι το 1 λίτρο νερό είναι 1000 κ.εκ.

Κανόνας και παραδείγματα

Στον κανόνα αναφέρονται οι όροι «κυβικό μέτρο», «κυβικό δεκατόμετρο» και «κυβικό εκατοστό» (ή εκατοστόμετρο). Αν και οι έννοιες αυτές είναι γνωστές στα παιδιά, η σχέση τους δεν είναι τόσο προφανής. Οπτικοποίηση των μονάδων με υλικό που υπάρχει ή θα φτιάξουν τα παιδιά θα βοηθήσει τη σωστή διαχείριση των υποδιαιρέσεων καθώς κάθε υποδιαίρεση καταλαμβάνει **3 δεκαδικές θέσεις υποχρεωτικά** (2.570.050 κ.εκ. = 2,57005 κ.μ. = 2 κ.μ. 570 κ.δεκ. 50 κ.εκ.).

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Πρόβλημα 2ο

2 • 32 (64 κύβοι σε 1 σειρά), 2 • 2 • 16 (2 σειρές των 32 κύβων) 2 • 4 • 8 (4 σειρές των 16 κύβων).

Κεφάλαιο 70ο Όγκος κύβου και ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου

Κύβοι και κιβώτια

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να κατανοεί τη διαδικασία υπολογισμού του όγκου κύβου και ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου.*
- *Να υπολογίζει τον όγκο κύβου και ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με τύπο.*
- *Να λύνει προβλήματα με όγκους κύβων και ορθογώνιων παραλληλεπιπέδων.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να μετρά όγκους κύβου και ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου και να λύνει σχετικά προβλήματα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Οι μαθητές πιστεύουν πως διπλασιασμός των διαστάσεων ενός στερεού (π.χ. ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου), σημαίνει και διπλασιασμό του όγκου του.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές με πρακτικό τρόπο (π.χ. γεμίζοντας με άμμο) θα ανακαλύψουν ότι, ενώ έχουν προσδιορισμένη μονάδα μέτρησης του όγκου, το εργαλείο αυτό δεν είναι πρακτικά εφαρμόσιμο, καθώς οι μετρήσεις δεν μπορούν να είναι ακριβείς ή οι μικρότερες μονάδες είναι δύσκολες στο χειρισμό από τους μαθητές λόγω του πολύ μεγάλου αριθμού τους.

Δραστηριότητα 2η

Οι μαθητές εξετάζουν ένα κύβο που κατασκευάζουν με κύβους ενός εκατοστού. Διαπιστώνουν πως μπορούν να βρουν τον όγκο του με διαφορετικούς τρόπους και συμπληρώνοντας τους πίνακες συστηματοποιούν τις παρατηρήσεις τους για τις πράξεις που μας δίνουν τον όγκο του κύβου. Δοκιμάζουν στη συνέχεια τις ίδιες πράξεις σε άλλους συνδυασμούς με τουβλάκια και διαπιστώνουν ότι μπορούν να καταλήξουν σε κανόνα για την εύρεση του όγκου ορθογώνιων παραλληλεπιπέδων.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 2η

Οι συνδυασμοί μπορεί να είναι 3 • 5 • 22 ή 6 • 5 • 11 ή
3 • 10 • 11 ή άλλος συνδυασμός που δίνει αυτό το γινόμενο.

Άσκηση 3η

Η χωρητικότητα του μεγάλου κουτιού είναι 70 • 50 • 30 = 105.000 κ.εκ., ενώ ο όγκος του μικρού κουτιού 105 κ.εκ. 105.000 : 105 = 1000 κουτιά. Εναλλακτικά στο μεγάλο κουτί μπορώ να βάλω 10 x 10 κουτιά σε κάθε σειρά και συνολικά 10 σειρές 10 • 100 = 1000.

Πρόβλημα 1ο

Θα νοίκιαζες 4 κοντέινερ (4 · 40 = 160 κ.μ.) προς 300 € το ένα και θα πλήρωνες επίσης
20 • 11 = 220 € για τα υπόλοιπα. Συνολικά θα πλήρωνες 1.420 €.

Πρόβλημα 2ο

Για τα μικρά κιβώτια χρειάζεται 812 τ.εκ. υλικό, ενώ για τα μεγάλα 3.248 τ. εκ., δηλαδή 4 φορές περισσότερο. Άρα θα πουλήσει τα μεγάλα κιβώτια 1,5 • 4 = 6 €

Πρόβλημα 3ο

Ο όγκος του αέρα είναι 42 κυβικά και επαρκεί για 7 ώρες.

Κεφάλαιο 71ο Όγκος κυλίνδρου

Τύπος συντηρητικός!

Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι οι εξής:

- *Να κατανοεί τη διαδικασία υπολογισμού του όγκου του κυλίνδρου.*
- *Να υπολογίζει τον όγκο του κυλίνδρου με τύπο.*
- *Να λύνει προβλήματα με όγκους κυλίνδρων.*

Ο μαθητής αναμένεται:

- *Να μετρά τον όγκο του κυλίνδρου και να λύνει σχετικά προβλήματα.*

Πιθανές δυσκολίες του κεφαλαίου

Η μέτρηση του όγκου των στερεών με τα οποία ασχολήθηκαν μέχρι τώρα τα παιδιά βασιζόταν στη χρήση του κυβικού εκατοστού, μιας κυβικής μονάδας με την οποία εύκολα μπορούσαμε να σχηματίσουμε μεγαλύτερους κύβους ή παραλληλεπίπεδα. Στην περίπτωση του κυλίνδρου όμως οι δυσκολίες που παρουσιάζονται σχετίζονται με το γεγονός ότι τα παιδιά δεν μπορούν να φανταστούν τη μονάδα μέτρησης (κ.εκ.) να «γεμίζει» πλήρως έναν κύλινδρο.

Δραστηριότητα 1η

Στη δραστηριότητα αυτή οι μαθητές διαπιστώνουν ότι ένα παραλληλεπίπεδο και ένας κύλινδρος έχουν τα εξής κοινά χαρακτηριστικά: είναι στερεά σώματα, έχουν 3 διαστάσεις και όγκο. Ωστόσο διαφέρουν στο ότι οι διαστάσεις του παραλληλεπιπέδου διακρίνονται πιο εύκολα, (π.χ. το εμβαδό της βάσης του παραλληλεπιπέδου βρίσκεται πιο εύκολα, ενώ στον κύλινδρο πρέπει να γνωρίζουμε την ακτίνα, καθώς δεν είναι εύκολο να τη μετρήσουμε).

Δραστηριότητα 2η

Αυτό που έχει σημασία είναι να καταλάβουν οι μαθητές την ανάγκη να υπολογίσουν το εμβαδό της βάσης πρώτα και στο κυλινδρικό σχήμα. Στη συνέχεια συμπεραίνουν πως, αν έπρεπε να βρουν τον όγκο των παραλληλεπίπεδων αυτών σχημάτων θα έβρισκαν πρώτα το εμβαδό της βάσης και μετά θα το πολλαπλασίαζαν με το ύψος. Κατόπιν σκεπτόμενοι για τον τρόπο με τον οποίο αυτό θα μπορούσε να εφαρμοστεί και στον κύλινδρο, εκτιμούν πως μπορούν να εφαρμόσουν την ίδια μέθοδο, αρκεί να γνωρίζουν την ακτίνα της βάσης για να βρουν το εμβαδό της.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Άσκηση 1η

Ο όγκος στην πρώτη περίπτωση είναι 10.039,36 κ.εκ. ενώ στη δεύτερη 13.863,88 κ.εκ..

Άσκηση 2η

Ο όγκος είναι 2.653,3 κυβικά μέτρα.

Πρόβλημα 1ο

Το παραλληλεπίπεδο δοχείο έχει όγκο 15 • 10 • 20 = 3.000 κ.εκ. ενώ το κυλινδρικό 5.024 κ.εκ.

Πρόβλημα 2ο

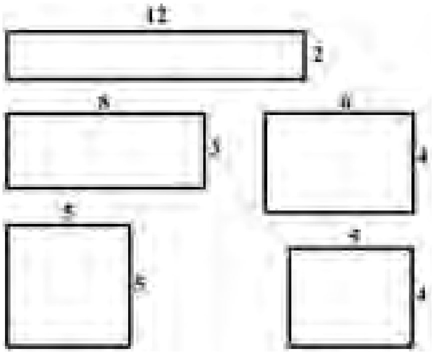
Ο όγκος του θερμοκηπίου είναι ίσος με το μισό όγκο κυλίνδρου με τις ίδιες διαστάσεις, δηλαδή 8.478 κυβικά μέτρα

Πρόβλημα 3ο

Το χώμα που μετακινήθηκε ήταν 452.160 κυβικά μέτρα και τα φορτηγά έκαναν 22.608 δρομολόγια.

Κριτήριο αξιολόγησης για τη θεματική ενότητα 6

1. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα έχει εμβαδό 24 τ.εκ. και περίμετρο 20 εκ.;



2. **Α.** Ποιο από τα παρακάτω σχήματα δεν είναι δυνατό να υπάρχει;

α. τετράπλευρο με 4 ορθές γωνίες

β. τρίγωνο με ίσες πλευρές

γ. τραπέζιο με δύο ορθές γωνίες

δ. τρίγωνο με δύο ορθές γωνίες

Απάντηση: ....

Β. Ποιο από τα παρακάτω σχήματα έχει μόνο δύο πλευρές παράλληλες;

3. Η Αγγελική θέλει να φτιάξει έναν κύλινδρο από χαρτί. Ποιο συνδυασμό σχημάτων από τους παρακάτω θα χρειαστεί;

α. 4 τρίγωνα και 1 τετράγωνο

β. 2 τρίγωνα και 1 ορθογώνιο

γ. 2 κύκλους και 1 ορθογώνιο

δ. 3 κύκλους και 1 τετράγωνο

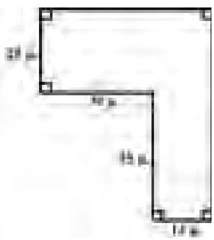
4. Μία από τις γωνίες ενός ορθογώνιου τριγώνου είναι 50^o. Πόσο είναι η άλλη;

Απάντηση: ....

5. Το πλάτος ενός ορθογώνιου χαλιού είναι 4 μέτρα. Αν η περίμετρός του είναι 20 μέτρα ποιο είναι το εμβαδό του;

Απάντηση: ....

6. Αυτή είναι η κάτοψη ενός εργοστασίου. Πόσα τετραγωνικά μέτρα πλακάκια χρειάζονται για το δάπεδο; Πόσα μέτρα είναι η περίμετρος για να τοποθετηθεί μια ξύλινη μαρκίζα;



Απάντηση: ....

7. Ποια είναι η πλησιέστερη εκτίμηση για τη γωνία XYZ;

α. 225°

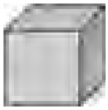
β. 135°

γ. 90°

δ. 45°

ε. 10°

8. Ο όγκος ενός κύβου είναι 125 κ.εκ. Πόσα εκατοστά νομίζεις ότι είναι η ακμή του;



α. 12 εκ.

β. 25 εκ.

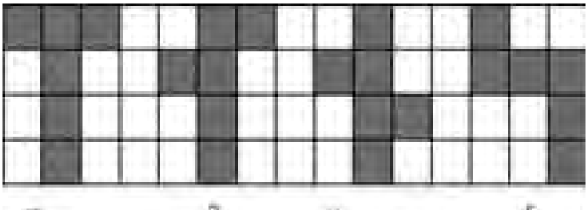
γ. 6 εκ.

δ. 5 εκ.

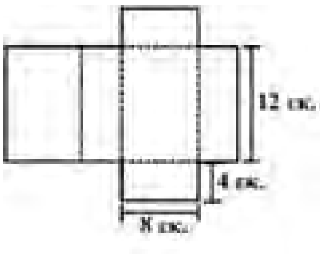
9. Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο δοχείο με διαστάσεις 50 εκ., 30 εκ. και 20 εκ. γεμίζει από μια βρύση που στάζει. Πόσα λίτρα νερό θα χωρέσει;

Απάντηση: ....

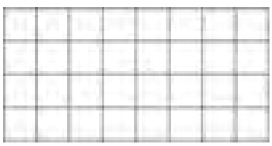
10. Ποιο από τα παρακάτω δεν είναι ανάπτυγμα κύβου;



11. Η Βαγγελιώ έφτιαξε ένα κουτί και θέλει να το ντύσει με βελουτέ χαρτί. Πόσα τ.εκ. χαρτί θα χρειαστεί;



12. Σχεδίασε ένα κύλινδρο, δώσε τις διαστάσεις του και γράψε ένα πρόβλημα που να ζητά τον όγκο του.



....

....

....

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Anghileri, J., & Beishuizen, M. (1998). Counting, chunking and the division algorithm. *Mathematics in School, 27* (1), pp. 2–4.

Anghileri, J., Beishuizen, M., & Putten, K.V. (2002). From Informal Strategies To Structured Procedures: Mind The Gap! *Educational Studies in Mathematics, 49* (2), pp. 149–170.

Bartolini Bussi, M., & Bazzini, L. (2003). Research, Practice and Theory In Didactics Of Mathematics: Towards Dialogue Between Different Fields. *Educational Studies in Mathematics, 54* (1), pp. 203–223.

Beishuizen, M. (2001). Different approaches to mastering mental calculation strategies. In J. Anghileri (Ed.), *Principles and Practices in Arithmetic Teaching* (pp. 119–130). Buckingham: Open University Press.

Ben-Zvi, D., & Arcavi, A. (2001). Junior High School Students' Construction of Global Views of Data and Data Representations. *Educational Studies in Mathematics, 45*, pp. 35–65.

Brenner, M.E., Mayer, R.E., Moseley, B., Brar, T., Curan, R., Reed, B.S., & Webb, D. (1997). Learning by understanding: The role of multiple representations in learning algebra. *American Educational Research Journal, 34* (4), pp. 663–689.

Brousseau, G. (1997). Theory of Didactical Situations in Mathematics. In N. Balacheff & M. Cooper & R. Sutherland & V. Warfield (Eds.) (pp. 229–235): Kluwer Academic Publishers.

Brown, J., & Van Lehn, K. (1980). Repair theory: a generative theory of bugs in procedural skills. *Cognitive Science, 4*, pp. 379–426.

Chazan, D., & Yerushalmy, M. (2003). On appreciating the cognitive complexity of school algebra: Research on algebra learning and directions of curricular change. In J. Kilpatrick & W.G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Da Rocha Falcao, J. (1995). A case study of algebraic scaffolding: From balance scale to algebraic notation. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 66–73). Recife, Brazil: Universidade Federal de Pernambuco.

DES. (1985). *Mathematics from 5 to 16*. London: HMSO.

Dorfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. In A.J. Bishop (Ed.), *Mathematical Knowledge: Its Growth through Teaching* (pp. 63–85). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Duvall, R. (1999). Representation, vision, and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the twenty-first annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 3–26). Columbus, OH: ERIC.

English, L., & Warren, E.A. (1998). Introducing the Variable through Pattern Exploration. *Mathematics Teacher, 91*, pp. 166–170.

Ferrini-Mundy, J., Lappan, G., & Phillips, E. (1997). Experiences with Patterning. *Teaching Children Mathematics, 3*, pp. 282–288.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M., & Marino, M. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*, pp. 3–17.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.

Garfield, J. (1995). How students learn statistics. *International Statistical Review, 63* (1), pp. 25–34.

Goldin, G. A. (2003). Developing Complex Understandings: On The Relation of Mathematics Education Research to Mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 54*, pp. 171–202.

Gravemeijer, K.P.E. (1997). Mediating between concrete and abstract. In T. Nunes & P. Bryant (Eds.), *Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective* (pp. 315–343). Sussex: Lawrence Erlbaum.

Hart, K. (1988). Ratio and proportion. In M. Behr & J. Hiebert (Eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp. 198–219). Reston, VA: NCTM.

Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics, 27* (1), pp. 59–78.

Kaput, J.J. (1995). *A research base supporting long term algebra reform?* Paper presented at the 16th Meeting of the PME-NA Annual Meeting, Columbus, OH.

Kaput, J.J., & West, M. W. (1994). Missing – value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics* (pp. 237–287). New York: State University of New York Press.

Kenney, P.A., & Kouba, V.L. (1997). What Do Students Know about Measurement? In P.A. Kenney & E.A. Silver (Eds.), *Results from the Sixth Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress* (pp. 141–163). Reston: NCTM.

Kuchemann, D. (1981). Algebra. In K. Hart (Ed.), *Children's Understanding of Mathematics pp. 11–16*: John Murrey.

Lamon, S.J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 24* (1), pp. 41–61.

Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. In J. Kilpatrick & W.G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 179–192). Reston, VA: NCTM.

Lesh, R., Amit, M., & Schorr, R.Y. (1997). Using "real-life" problems to prompt students to construct conceptual models for statistical reasoning. In J. Garfield & I. Gal (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 65–84). Burke, VA: IOS Press.

Lumb, D. (1987). *Mathematics 5 to 11.* Beckenham: Croom Helm.

McCoy, L. (1994). *Multi-tasking algebra representation.* Paper presented at the Sixteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Baton Rouge, LA.

Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept: part II – Problem structure at successive stages; problems solving strategies and the mechanism of adaptive restructuring. *Educational Studies in Mathematics, 11*, pp. 331–363.

Pesek, D.D., & Kirshner, D. (2000). Interference of instrumental instruction in subsequent relational learning. *Journal for Research in Mathematics Education, 31* (5), pp. 524–540.

Pugalee, D.K. (2004). A Comparison of Verbal and Written Descriptions of Students' Problem Solving Processes. *Educational Studies in Mathematics, 55*, pp. 27–47.

Schurter, W.A. (2002). Comprehension monitoring: An aid to mathematical problem solving. *Journal of Developmental Education, 26* (2), pp. 22–33.

Sfard, A. (1995). The development of algebra – Confronting historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior, 14*, pp. 15–39.

Shuard, H. (1986). *Primary Mathematics Today and Tomorrow*. York: Longman.

Singh, P. (2000). Understanding the Concepts of Proportion and Ratio Constructed by Two Grade Six Students. *Educational Studies in Mathematics, 43*, pp. 271–292.

Steele, D.F., & Johanning, D.I. (2004). A Schematic–Theoretic View Of Problem Solving And Development Of Algebraic Thinking. *Educational Studies in Mathematics, 57*, pp. 65–90.

Streefland, L. (1993). The design of a mathematics course. A theoretical reflection. *25*, pp. 109–135.

Triadafillidis, T., & Potari, D. (2004). Integrading Different Representational Media in Geometry Classrooms. In A. Chronaki & I.M. Christiansen (Eds.), *Challenging Perspectives on Mathematics Classroom Communication*: Information Age Pub Inc.

Van Amerom, B. (2003). Focusing on informal strategies when linking Arithmetic to early algebra. *Educational Studies in Mathematics, 54*, pp. 63–75.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Realistic mathematics education in the Netherlands. In J. Anghileri (Ed.), *Principles and Practices in Arithmetic Teaching. Innovative Approaches for the Primary Classroom* (pp. 49–63). Buckingham: Open University Press.

Van Dyke, F., & White, A. (2004). Making Graphs Count. *Mathematics Teaching, 188*, pp. 42–50.

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of Patterns: The Tension Between Algebraic Thinking And Algebraic Notation. *Educational Studies in Mathematics, 49*, pp. 379–402.

Κλώθου, Α., & Σακονίδης, Χ. (2001). Αντιλήψεις των δασκάλων για τα μαθηματικά και τη μάθησή τους και πρακτικές διδασκαλίας και αξιολόγησης: Μια πρώτη προσέγγιση. In Μ. Τζεκάκη (Ed.), *5ο Πανελλήνιο Συνέδριο Διδακτικής των Μαθηματικών και Πληροφορικής στην Εκπαίδευση*. Θεσσαλονίκη.

Οικονόμου, Α., Σακονίδης, Χ., & Τζεκάκη, Μ. (2000). Αξιολόγηση των Μαθηματικών Γνώσεων Μαθητών ΣΤ΄ Δημοτικού και Γ΄ Γυμνασίου. In Μ. Τζεκάκη & Ι. Δεληγιωργάκος (Eds.), *Έρευνα για εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις στη διδασκαλία των μαθηματικών*. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ-ΚΕΕ.

Πόταρη, Δ., Διακογιώργη, Κ., Γκιώνη, Ε., & Ζάννη, Ε. (2001). *Η έννοια του Γεωμετρικού Σχήματος στα παιδιά και ο Ρόλος της Γλώσσας.* Paper presented at the 5ο Πανελλήνιο Συνέδριο Διδακτικής των Μαθηματικών και Πληροφορικής στην Εκπαίδευση, Θεσσαλονίκη.

Σδρόλιας, Κ., & Τριανταφυλλίδης, Τ.Α. (2001). *Οι Γεωμετρικές Έννοιες από το Δημοτικό στο Γυμνάσιο: Παράγοντες που σχετίζονται με την πορεία οικοδόμησής τους.* Paper presented at the 5ο Πανελλήνιο Συνέδριο Διδακτικής των Μαθηματικών και Πληροφορικής στην Εκπαίδευση, Θεσσαλονίκη.

Τζεκάκη, Μ., & Δεληγιωργάκος, Ι. (Eds.). (2000). *Έρευνα για εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις στη διδασκαλία των μαθηματικών*. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ-ΚΕΕ.

Τύπας, Γ. (2001). Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών των Μαθηματικών της Α/θμιας Εκπαίδευσης. Εισήγηση στην υπ' αριθμ. 9/11-7-2001 Συνεδρία του Τμήματος Α/θμιας Εκπαίδευσης του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου με θέμα: «Έγκριση Νέων Προγραμμάτων Σπουδών Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης και Προδιαγραφών για τη Σύνταξη Διδακτικού Υλικού»

Τύπας, Γ. (2005). Τα νέα διδακτικά εγχειρίδια των Μαθηματικών της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης: το πλαίσιο δημιουργίας και τα ειδικά χαρακτηριστικά τους. Στα Πρακτικά Συνεδρίου του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου σε συνεργασία με το Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης (17-19 Φεβρουαρίου 2005), με θέμα: «Διδακτικό βιβλίο και εκπαιδευτικό υλικό στο Σχολείο: Προβληματισμοί - Δυνατότητες - Προοπτικές».

Φιλίππου, Γ. (1991). Οι Μαθηματικές Γνώσεις των αποφοίτων του Δημοτικού Σχολείου και οι εκτιμήσεις των δασκάλων. *Σύγχρονη Εκπαίδευση, 58*, pp. 33–37.

Υ.Α. 21072α/Γ2 (ΦΕΚ Τεύχος Β΄ αρ. φύλλου 303/13-03-2003)

Υ.Α. 21072β/Γ2 (ΦΕΚ Τεύχος Β΄ αρ. φύλλου 304/13-03-2003)

Με απόφαση της Ελληνικής Κυβέρνησης τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου και του Λυκείου τυπώνονται από τον Οργανισμό Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν βιβλιόσημο προς απόδειξη της γνησιότητάς τους. Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δε φέρει βιβλιόσημο, θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του Νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946, 108, Α΄).

ΒΙΒΛΙΟΣΗΜΟ

Κωδικός Βιβλίου: 0-10-0174
ISBN 978-960-06-2640-7

ΙΤΥΕ
ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ
ινστιτούτο τεχνολογίας
υπολογιστών & εκδόσεων

(01) 000000 0 10 0174 7